V. b. b.

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

REDAKTION:

Hofrat Dr. h. c. mult. E. Doležal
emer. o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Karl Lego
Präsident
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R.

Dipl.-Ing. Dr. Hans Rohrer
o. ö. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Nr. 6 — Baden bei Wien, Ende Dezember 1954 — XLII. Jg.

INHALT:

Abhandlungen:

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1954

Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Österreichischer Verein für Vermessungswesen, Wien VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3
Druck von Rudolf M. Rohrer, Baden bei Wien

(Fortsetzung nächste Seite)

Zur Geometrie der Restparallaxen. — LEDERSTEGER, Die absolute Lage des österreichischen Fundamentalnetzes und der Längenunterschied Ferro—Greenwich. — LEVASSEUR, Ostseering und Zentraleuropäisches Dreiecksnetz. — LINDINGER, Eine fundamentale astronomische Längenbestimmung mit ausschließlicher Verwendung von Quarzuhren. — LÖSCHNER, Trigonometrische Höhenmessung für Ingenieurbauvorhaben im Hochgebirge. — MADER, Genäherte Berechnung des Potentiales flacher prismatischer Körper und seiner zwei ersten Ableitungen mittels Kondensation der Masse. — MEIXNER, Optisch-mechanische Einpassung örtlicher Aufnahmen in die Katasterdarstellung. — NEUMAIER, Katasterphotogrammetrie in Österreich. — PRAXMEIER, Rund um den österreichischen Grundkataster. — RESCHL, Die Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen in Österreich. — RINNER, Das Funkmeßbild der Kugel. — ROHRER, Die Entwicklung des geodätischen Unterrichtes in Österreich. — RUDORF, Die Organisation des staatlichen Vermessungswesens im Wandel der Zeiten. — SCHIFFMANN, Über die Grundsteuer. — TOPERCZER, Der Verlauf der magnetischen Deklination zu Wien 1851—1950. — ULBRICH, Feinpolygonometrische Bestimmung von Triangulierungspunkten. — WESSELY, Die Entwicklung des Katasterfortführungsdienstes seit der Gründung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen. — WUNDERLICH, Überblick über die Krümmungsverhältnisse des Ellipsoides.

Zu beziehen durch den Österreichischen Verein für Vermessungswesen
Wien, VIII., Friedrich-Schmidt-Platz 3

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure: *Hofrat emer. o. Prof. Dr. h. c. mult. Eduard Doležal*, Baden b. Wien, Mozartstr. 7
Präsident i. R. Dipl.-Ing. Karl Lego, Wien I, Hohenstaufengasse 17
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer, Wien IV, Technische Hochschule

Redaktionsbeirat: *Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir, Graz, Technische Hochschule*
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer, Wien IV, Technische Hochschule
o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny, Graz, Techn. Hochschule, Rechbauerstr. 12
Dr. phil. Karl Ledersteger, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3
wirkl. Hofrat Ing. Karl Neumaier, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3
Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Redakteur des Annonceteiles: *KdVD. Dipl.-Ing. M. Schenk*, Wien VIII, Krotenthallergasse 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an *Ober-Rat d. VD. Dipl.-Ing. Ernst Rudorf*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

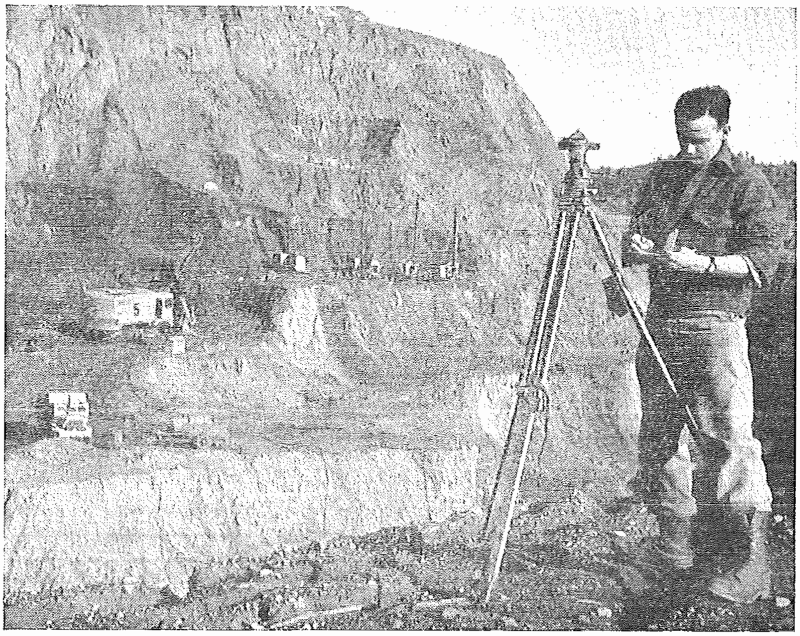
Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, und zwar Ende jedes geraden Monats.

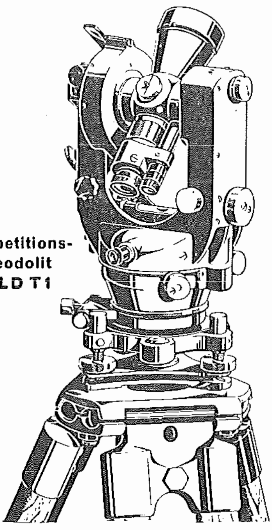
Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.

Bezugsbedingungen pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft für Photogrammetrie	S 50.—
für beide Vereinigungen zusammen	S 55.—
Abonnementgebühr für das Inland	S 72.—
Abonnementgebühr für Deutschland	DM 15.—
Abonnementgebühr für das übrige Ausland	sfr. 15.—

Postscheck-Konto Nr. 119.093 Telephon: A 24-5-60





ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hofrat Prof. Dr. h. c. mult. E. Doležal, Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. Lego und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. Rohrer

Nr. 6 Baden bei Wien, Ende Dezember 1954 XLII. Jg.

Prof. Dipl.-Ing. Dr. Hans Dock †

Im 70. Lebensjahr verstarb am 17. November 1953 nach langer Leidenszeit Prof. Dipl.-Ing. Dr. Hans Dock zu Wien und wurde am 20. November zu Grabe getragen. Mit ihm ging einer jener österreichischen Fachgelehrten dahin, die unter schwierigsten Verhältnissen die Pionierarbeiten um die Entwicklung der Photogrammetrie und deren Anwendungen leisteten. Sein Leben verlief tragisch und dennoch voll inneren Reichtums.

Hans Dock wurde am 27. Oktober 1884 in Wien geboren. Sein Vater war Karl Dock, Hauptkassier der k. k. privaten österreichischen Phönix-Versicherungsgesellschaft, seine Mutter eine geborene Lehnau. Sein Studium begann er nach dem Besuch des Gymnasiums der k. k. Theresianischen Akademie in Wien 1903 mit Forstwirtschaft und Kulturtechnik. Als absolvierter Diplomingenieur beider Fächer hatte Dock von 1907 bis 1908 bei Hofrat Prof. Dr. L. Marchet die Assistentenstelle an der Lehrkanzel für forstliches Ingenieurwesen der Hochschule für Bodenkultur inne.

Im Oktober 1908 wurde er zum Lehrer für Vermessungs- und Baukunde an der Höheren Forstlehranstalt zu Mährisch-Weißkirchen bestellt. Für seine erfolgreiche Lehrtätigkeit wurde ihm 1912 der Professorentitel zuerkannt.

Im Dezember 1908 wurde Dock zum Doktor der Bodenkultur promoviert. Seine Dissertation behandelt das terrestrische Rückwärtseinschneiden im Raum über zwei Punkte.

Die Inskription an der nahen Technischen Hochschule in Brünn bot ihm Gelegenheit zur Erweiterung seines Interessenbereiches auf die geodätischen Fächer und insbesondere auf die Aufgabengebiete der Erdphotogrammetrie.

Unser überaus verehrter Herr Hofrat Prof. Dr. E. D o l e ž a l, damals Professor an der Wiener Technischen Hochschule, erkannte früh die Qualitäten, die Dock zum Forscher und Lehrer befähigten, und er unterstützte und förderte ihn weitestgehend. Das gleiche taten Prof. Marchet und die damaligen Geodäsieprofessoren T a p l a und H e l l e b r a n d an der Hochschule für Bodenkultur. Im Jahre 1912 nahm er an dem Kurs der Zeiß-Werke über Stereophotogrammetrie, den Prof. P u l f r i c h leitete, teil. Damit wuchs er allmählich in den Kreis der bahnbrechenden Forscher auf dem Gebiete der Bildmessung hinein und manche Freundschaft fürs Leben entsproß auf gemeinsamen Wegen.

Im Chaos des Zerfalls zu Ende des ersten Weltkrieges verlor Dock seine ganze Habe und die Professur an der Höheren Forstlehranstalt in Mährisch-Weißkirchen. In den Nachkriegsjahren bekleidete Dock von 1919 bis 1923 die Stelle des Leiters der Stereographik G. m. b. H., dem Institut für sterophotogrammetrische Vermessungen in Wien, das seinerzeit u. a. die Unterlagen für die größten Kraftwerksplanungen (Spulersee, Bärenwerk-Fusch, Stubach) erstellte.

Dock gehörte viele Jahre dem Ausschuß der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie an und wirkte intensiv für ihre Interessen. Die später erfolgte Übertragung der ehrenamtlichen Stellvertretung des Obmannes, Hofrat Doležal, der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie, die Dock beim 2. und 3. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie, 1926 in Berlin und 1930 in Zürich, vertrat, wird ihn mit stiller Genugtuung und Freude erfüllt haben. Anläßlich des 25-Jahr-Jubiläums (1932) dieser Gesellschaft beteiligte er sich bei der Ausstellung und hielt im Festsaale der Technischen Hochschule in Wien den Festvortrag.

Docks 14 jährige Lehrtätigkeit an der Hochschule für Bodenkultur in Wien wurde im Jahre 1920 durch seine Habilitierung zum Privatdozenten für Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie eingeleitet. Er erhielt fortan Vorlesungen über terrestrische Photogrammetrie. Diese unbezahlte Dozentur und das Amt eines Supplenten für Photogrammetrie an der Technischen Hochschule von 1927 bis 1934 waren für Dock nur ideell befriedigend; auch die Ernennung zum Honorardozenten für Photogrammetrie beider Hochschulen im Jahre 1934 änderte daran fast nichts.

Dock mußte daher seinen Lebensunterhalt dauernd auf andere Weise erwirken. In den Jahren von 1923 bis 1925 wurde Dock mit der Leitung der landwirtschaftlichen Mittelschule in Laa/Thaya betraut. Im Jahre 1927 wurde er an der Bundeslehr- und Versuchsanstalt für Wein-, Obst- und Gartenbau in Klosterneuburg Lehrer für technisch-mathematische Fächer, wofür er den Studienratstitel zuerkannt bekam.

Neben der umfangreichen Lehrtätigkeit bemühte er sich seit 1910 in ständigem Ringen um die praktische Verwirklichung der Bildmessung und ihrer Anwendungsmöglichkeiten, insbesondere um die Lösung spezieller kulturtechnischer und forstwirtschaftlicher Probleme. Viele seiner Gedanken zur Verbesserung von Geräten und Verfahren hat Dock in Vorträgen und Veröffentlichungen bekanntgegeben, aber die staatlichen Geldquellen reichten keineswegs hin, seine Ideen zu realisieren, und mit den Dotationen beider Hochschulen konnte kaum das Wichtigste der immer umfangreicheren Fachliteratur erworben werden.

Produktiv und erfolgreich gestaltete sich dagegen die Zusammenarbeit mit Dipl.-Ing. Dr. W o d e r a. Aus dieser Zeit stammt auch das halbautomatische terrestrische Auswertegerät, das aus Mitteln Woderas von der Firma Fromme, Wien, gebaut wurde. Um es der Vergessenheit zu entziehen, zeigt folgende Figur eine von Dock unterfertigte Skizze dieses Gerätes, das Dock handschriftlich mit folgenden Worten beschrieben hat:

„Ein halbautomatisches Auswertegerät zur Auswertung terrestrischer stereophotogrammetrischer Aufnahmen: Im Zuge der Bestrebungen, das Auswertungsverfahren stereophotogrammetrischer Aufnahmen möglichst wirtschaftlich zu gestalten, habe ich der Konstruktion eines halbautomatischen Auswertegerätes Prinzipien zugrunde gelegt, die in dieser Richtung bisher weniger Beachtung gefunden haben. Ausgehend von dem bekannten Pulfrichschen Verfahren der zeichnerischen Auswertung stereophotogrammetrischer Aufnahmen mit waagrechten Hauptachsen, wird eine bereits von Fuchs angeregte Idee mit einem Prinzipe in Verbindung gebracht, welches von den Askania-Werken in Berlin — allerdings für andere Zwecke — bereits verwendet wird, nämlich Lineale durch Lichtstrahlen zu ersetzen, die auf das Konstruktionsbrett projiziert werden. Das Gerät ist eine Zusatzeinrichtung zum Stereokomparator und löst die Aufgabe der Punktlagebestimmung ähnlich wie der v. Orel-Zeiß'sche Stereoautograph; bloß wird die Basis in m-facher Vergrößerung in das Gerät eingeführt. Demgemäß muß die Parallaxe ebenfalls auf den m-fachen Wert gebracht werden, damit die Gleichung

$$E = \frac{B \cdot f}{a} \text{ in } E = \frac{m \cdot B \cdot f}{m \cdot a}$$

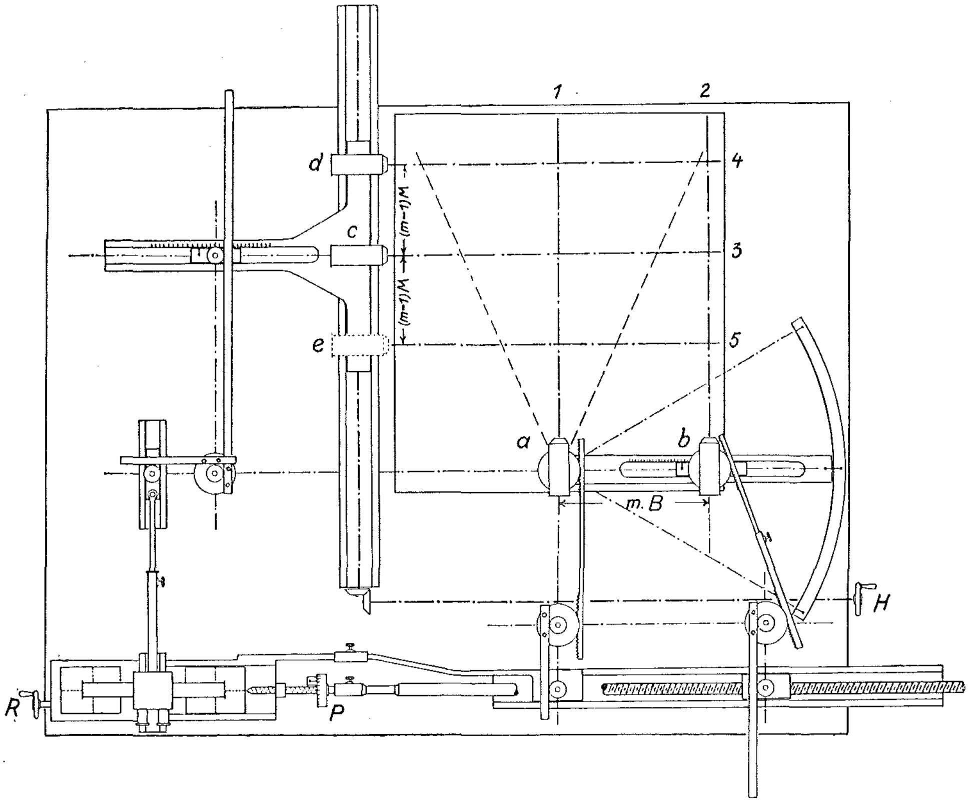
übergeht.

Das gelingt dadurch, daß mit der Parallaxenschraube eine Spindel mit dementsprechend größerer Ganghöhe gekuppelt wird. An Stelle des „Richtungslineals" und des „Parallaxenlineals" tritt je ein Lichtstrahl. Diese beiden Lichtstrahlen schneiden sich wegen der m-fachen Basis und der m-fachen Parallaxe unter günstigem Winkel. Der Schnittpunkt dieser beiden Lichtstrahlen wird vom Zeichner von Hand aus auf dem Konstruktionsbrette angemerkt. Zwecks punktweiser Konstruktion von Schichtenkurven ist dafür gesorgt, daß ein dritter Lichtstrahl normal zur Hauptachse der Aufnahme auf das Zeichenbrett fällt. Der Scheinwerfer, welcher diesen Strahl liefert, ist mit der verschiebbaren Höhensäule verbunden, welche durch den Zeichner mittels einer Triebkurbel in Richtung der Distanz „hinaus" oder „herein" bewegt werden kann, bis er den Schnittpunkt der beiden erstgenannten Strahlen enthält. Durch diese Verschiebung der Höhensäule wird die Höhensteuerung angetrieben, welche analog wirkt, wie beim Stereoautographen. Die Anwendung dieses Vorganges ist jedoch nicht an den Normalfall gebunden. Auch die Auswertung von parallel verschwenkten Aufnahmen ist möglich, wenn die Basis verschwenkt wird und ein vierter Lichtstrahl in Verwendung tritt, der ebenfalls normal zur Hauptachse der linken Aufnahme zu liegen hat und von seinen parallelen Nachbarstrahlen den Abstand: $(n - 1) \cdot M$ haben muß, damit die Gleichung

$$E = \frac{m\,B'\,f}{m\,a} + \frac{m\,M\,x_1}{m\,a} + m\,M - (m - 1)\,M$$

erfüllt ist.

Der Zeichner hat durch Antrieb des Handrades dafür zu sorgen, daß der erstgenannte normale Strahl den Schnittpunkt des Richtungs- und Parallaxenstrahles enthält. Dann schneidet der zuletzt genannte Normalstrahl den Richtungsstrahl im gesuchten Neupunkte. Die Konstruktion von Punkten einer Schichtenkurve erfolgt analog wie beim Normalfalle. Das Gerät ist als Spezialgerät zur halbautomatischen Auswertung terrestrischer stereophotogrammetrischer Aufnahmen mit waagrechten Hauptachsen für solche Aufgaben gedacht, bei denen unter Wahrung eines hinreichenden Genauigkeitsgrades die Wirtschaftlichkeit des Auswertungsverfahrens im Vordergrund zu stehen hat."



Die erste Anwendung fand dieses Gerät im Jahre 1928/29 bei der Auswertung der stereophotogrammetrischen Aufnahmen der Rotschild'schen Forste in Langau, N.-Ö.

Im Herbst des Jahres 1937 wurde Dock die Ehrung der Verleihung des Titels eines a. o. Hochschulprofessors zuteil.

Während die Nachbarstaaten immense Summen, vor allem für die eben aufstrebende Luftbildmessung, ausschütteten, konnte in Österreich dafür nichts aufgeboten werden. Als Auswirkung des Umbruches 1938 erhoffte Dock einen großen Aufschwung der Photogrammetrie in Österreich, was im einzelnen die endliche Erlangung großzügiger staatlicher Beihilfen für seine Arbeiten, die Errichtung eines Forschungsinstitutes bedeutet hätte. Nach seiner Ernennung zum Obmann der Landesgruppe „Ostmark" der Deutschen Gesellschaft für Photogrammetrie im Dezember 1938, zerstoben alle seine Illusionen in nichts.

In diesen Jahren erreichte ihn die traurige Botschaft, daß sein älterer Sohn im Kriege gefallen sei. Seine Wohnung in Wr. Neustadt wurde nach Kriegsende geplündert. 1945 wurden ihm aus politischen Gründen sämtliche Lehraufträge entzogen und jede Bindung mit der Hochschule und seinem bisherigen Wirkungsbereich an der Klosterneuburger Bundeslehr- und Versuchsanstalt abgeschnitten. Zu diesen schweren Schicksalsschlägen traf ihn der größte: das Hinscheiden seiner innigstgeliebten Frau am 20. November 1945. Dock war seelisch und körperlich völlig gebrochen. Als Schwerkranker kam er nach Wien zurück.

Jahre vergingen. Allmählich konnte er sich wieder seiner alten Neigung zur Philosophie und Kunst nähern und damit hat er langsam in Ruhe mit Würde des Lebens Gipfel erklommen. Wer Dock wirklich kannte, weiß von seiner Güte und seinem Wohlwollen zu erzählen. Das Bild zeigt Dock, wie er vor 25 Jahren war und vielen seiner Schüler noch in Erinnerung sein wird. In jahrelanger Zusammenarbeit mit Dock lernte ich diesen nicht nur als großen Fachgelehrten schätzen, sondern als einen mit der Natur innigst verbundenen Menschen. Er war einer jener, denen die Schönheit des Sternenhimmels die Seele erzittern ließ. Die österreichische Bergwelt und die Skiläufe mit dem Altmeister Zdarsky gehörten zu seinen schönsten fernen Lebenserinnerungen.

In seinen letzten Tagen, als seine Kräfte dahinschwanden, zauberte er noch mit viel Liebe und Geschick Bilderbücher und Märchenspielzeuge für seine kleine Enkelin hervor.

Drei Wochen nach seinem Tode promovierte sein jüngerer Sohn zum Doktor med. Auch dieses freudige Ereignis zu erleben, war Dock verwehrt.

Einer seiner Ahnen war Franz Grillparzer, der einmal sagte:

„Die Erde nahm ihren Teil,
der Himmel den seinigen.
Uns bleibt nichts als der Schmerz,
aber auch die Erinnerung."

Killian

Verzeichnis der Veröffentlichungen von Prof. Dock

1) „Rückwärtseinschneiden im Raum", Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, VIII. Bd., 1910.
2) „Die Längenmessung mit dem Drahtseil", Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen.
3) „Die Stereophotogrammetrie", Verhandlungen der Forstwirte von M. u. Schl., 1913.
4) „Studie über die Anwendung der Stereophotogrammetrie zu forstlich geodätischen Zwecken", Zentralblatt f. d. ges. Forstwesen, 1913.
5) „Über Versuchsaufnahmen zur Erprobung der stereophotogrammetrischen Meßmethode für Zwecke der Forstvermessung", Internationales Archiv für Photogrammetrie, IV. Bd., 1913.
6) „Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie", Sammlung Göschen, 1. Auflage, 1913.
7) „Studie über die Herstellung von Schichtenplänen aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen auf Grund der Kurven gleicher Parallaxen", Zentralblatt f. d. ges. Forstwesen, 1914.

8) „Einiges über die Kartierung von Bussolenaufnahmen", Verhandlungen der Forstwirte von M. u. Schl., 1915.
9) „Über die Herstellung von Schichtenplänen aus stereophotogrammetrischen Aufnahmen auf Grund vertikaler Profile gleicher Parallaxe", Internationales Archiv für Photogrammetrie, V. Bd., 1916.
10) „Studie über die Herleitung der Abstandsgleichungen für stereophotogrammetrische Aufnahmen mit waagrechten Hauptachsen", Internationales Archiv für Photogrammetrie, V. Bd., 1917.
11) „Die Bedeutung der Stereophotogrammetrie für Forsttechnik", Verhandlungen der Forstwirte von M. u. Schl., 1917.
12) „Studie über Form und Lage der Linien gleicher Parallaxe bei stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit waagrechten Hauptachsen", Internationales Archiv für Photogrammetrie, V. Bd., 1919.
13) „Die Stereophotogrammetrie und ihre Bedeutung für die Forstwirtschaft", Zentralblatt f. d. ges. Forstwesen, 1920.
14) „Stereoautogrammetrie", Wiener Mitteilungen photographischen Inhalts, 1920.
15) „Die Stereophotogrammetrie und ihre Bedeutung für bodenkulturtechnische Zwecke", Allgem. Forst- und Jagdzeitung, 1920.
16) „Stereoautogrammetrie", Export und Industrie, 1921.
17) „Die Anwendung der Stereophotogrammetrie in der Forstvermessung", Taschenkalender f. d. Forstwirt von Dr. Fr. Hempel, 1922.
18) „Stereoautogrammetrie", Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architektenvereins, 1923.
19) „Photogrammetrie und Stereophotogrammetrie", Sammlung Göschen, II. Aufl. 1923.
20) „Die terrestrische und Luftstereophotogrammetrie und ihre Bedeutung für die Forstwirtschaft", Zentralblatt f. d. ges. Forstwesen, 1925.
21) „Die technische und ökonomische Bedeutung der Stereophotogrammetrie für die Land- und Forstwirtschaft", Wr. Allgemeine Forst- u. Jagdzeitung, 1926.
22) „Planung von Vermessungsflügen", Vestnik inzenyrski komory pro cechoslovenskou Republiku v Praze, Rez. V cislo 17, 1926.
23) „Studie über rationelle Auswertung terrestrischer Stereoaufnahmen mittels des Stereokomparators", Bildmessung und Luftbildwesen, Nr. 2, 1927.
24) „Stereophotogrammetrie für Zwecke der Forstvermessung", Vortrag, gehalten bei der II. Hauptversammlung der Int. Gesellschaft für Photogrammetrie, Berlin XI, 1926, Verlag Eisenschmidt, 1927.
25) „Planung von Vermessungsflügen für Senkrechtaufnahmen", Vestnik inz. kom. pro ceskoslov. Rep. v Praze, 1927.
26) „Aerophotographie und Aerophotogrammetrie", Militärwissenschaftliche und technische Mitteilungen (Sonderheft, Luftflotten), 1928.
27) „Ein logarithmischer Kreisrechenschieber für stereophotogrammetrische Zwecke", Bildmessung und Luftbildmessungswesen, 4. Jhg., 2. Heft, 1929.
28) „Allgemeines über stereophotogrammetrische Aufnahmen", Hitschmanns Vademecum f. d. Forst- u. Holzwirtschaft, Wien, 1930.
29) „Verfahren zur Auswertung von stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit parallelverschwenkten waagrechten Hauptachsen (Verfahren der variablen Basis)", Internationales Archiv für Photogrammetrie, VII. Bd., 1930.
30) „Bussolentachymeter (System Dock-Ponocny)", Festschrift zum 70jährigen Bestand der Höheren Bundeslehr- und -Versuchsanstalt für Wein-, Obst- und Gartenbau in Klosterneuburg, 1930.
31) „Rechnerische und zeichnerische Auswertung terrestrischer stereophotogrammetrischer Aufnahmen", Verlag C. Gerolds Sohn, Wien, 1932.
32) „Die Entwicklung der Photogrammetrie in den letzten 25 Jahren", Festrede, gehalten anläßlich der Feier des 25jährigen Bestandes der Österr. Gesellschaft für Photogrammetrie am 21. März 1932, Bildmessung und Luftbildwesen, 2. Heft, 1932.

33) „Etwas über das Vermessungswesen", Zeitschrift: „Das Obst", 1935.

34) „Aufnahmsarbeiten in der terrestrischen Stereophotogrammetrie", Verlag C. Gerolds Sohn in Wien, 1935.

35) „Ein Raumbildentfernungsmesser ohne Linsen", Das Raumbild, Verlag Schönstein, Diessen und Ammersee, 1936.

36) Dock u. Killian: „Einrichtung und Verfahren zur Bestimmung der Abweichung der angenäherten Parallelstellung und zur Auffindung der Nadirpunkte von Luftbildern", D.R.P. Nr. 712969 v. 25. Februar 1938.

37) „Über das neue Verfahren zur Bestimmung der Abweichung der angenäherten Parallelstellung und zur Auffindung der Nadirpunkte von Luftaufnahmen", Bildmessung und Luftbildwesen, 1939.

38) Dock u. Killian: „Verfahren und Einrichtung zur Überbrückung festpunktloser Räume", D.R.P. Nr. 746502 v. 5. Februar 1940.

39) Zahlreiche Buchbesprechungen.

Das „Zentroid" als wahrscheinlichste Punktlage in fehlerzeigenden Figuren der trigonometrischen Punktbestimmung

Von W. Smetana, Wien

Im folgenden will ich auf vektorieller Grundlage, in Ansehung des allgemeinen Zentroidbegriffes [1]), ein graphisch-mechanisches Verfahren zur Ermittlung der wahrscheinlichsten Punktlage in fehlerzeigenden Figuren zur Darstellung bringen.

Ausgehend von dem Gedanken, daß man auch jedem Punkt eines Systems von Schnittpunkten bezüglicher Strahlen in fehlerzeigenden Figuren auch eine besondere Zahl zuordnen kann, die man passend als die Stärke des Punktes bezeichnet, versteht man bekanntlich unter dem Zentroid eines Punktsystems jenen Punkt, dessen Stärke mit der Stärke des Systems und dessen Produkt aus seiner Stärke und seinem Ortsvektor übereinstimmt mit der Summe der Produkte bezüglicher Stärken und Ortsvektoren der einzelnen Punkte des Systems.

Dieses Zentroid, dessen Lage nun von der Lage des Ursprunges unabhängig bleibt, das sich auch nicht ändert, wenn man die Stärken aller Punkte des Systems und seines Zentroides mit ein und demselben Faktor multipliziert, ist der Schwerpunkt und zugleich Minimumspunkt des Schnittpunktsystems, bei Einführung der nachfolgend gebildeten besonderen Zahlen als Stärken der Schnittpunkte des Punktsystems.

Wählt man zweckmäßig das Zentroid als Ursprung und bezeichnet man allgemein die Stärken der einzelnen Punkte des Systems mit μ_1, μ_2, ... μ_n, die Ortsvektoren mit $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$, ... $\mathfrak{r}_n$, so erhält man das geschlossene Vektoreck mit der Beziehung:

$\mu_1 \mathfrak{r}_1 + \mu_2 \mathfrak{r}_2 + \ldots\ldots\ldots + \mu_n \mathfrak{r}_n = 0$ oder in abgekürzter Schreibweise $\Sigma \mu \mathfrak{r} = 0$.

[1]) Heinrich Dörrie „Vektoren", Verlag Oldenburg, München und Berlin, 1941.

Die eben angeführten grundlegenden Eigenschaften eines Zentroides finden nun sinngemäß Anwendung, und zwar zunächst allgemein, einfachheitshalber auf die graphisch-mechanische Bestimmung der wahrscheinlichsten Punktlage in einem fehlerzeigenden Dreieck.

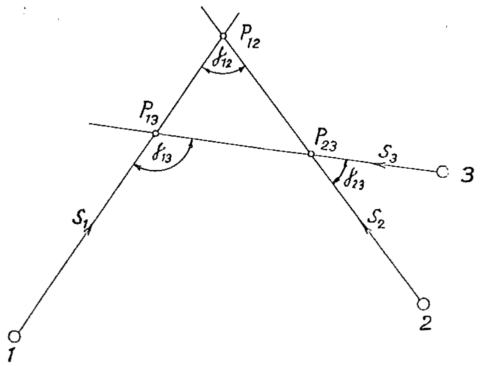


Abb. 1

Bezeichnen nun in Abb. 1 die Punkte 1, 2 und 3 die gegebenen Standpunkte, von denen aus der Neupunkt P durch Richtungsmessung, bzw. Winkelmessung bestimmt wurde, s_1, s_2, s_3, die Entfernungen, so stellen P_{12}, P_{13} und P_{23} die Schnittpunkte bezüglicher Strahlen von 1, 2, 3 in einem fehlerzeigenden Dreieck dar, während γ_{12}, γ_{13} und γ_{23} die Schnittwinkel je zweier kombinierter Strahlen bedeuten.

Die Stärken der Punkte P_{12}, P_{13} und P_{23} als beziehungsweise μ_{12}, μ_{13} und μ_{23} werden nun aus der für den Minimumspunkt S bekannten Beziehung des von einem Koordinatensystem unabhängigen mittleren Punktlagefehlers $M^2 = \dfrac{[aa] + [bb]}{D} m^2$ wie folgt bestimmt:

$$Da \ [aa] + [bb] = \rho^2 \left(\frac{1}{s_1^2} + \frac{1}{s_2^2} + \frac{1}{s_3^2} \right), \quad \text{ferner nach Jordan [2]}$$

$$D = \rho^4 \left\{ \frac{\sin^2 (\varphi_2 - \varphi_1)}{s_1^2 \, s_2^2} + \frac{\sin^2 (\varphi_3 - \varphi_1)}{s_1^2 \, s_3^2} + \frac{\sin^2 (\varphi_3 - \varphi_2)}{s_2^2 \, s_3^2} \right\},$$

erhält man unter Einführung der Schnittwinkel γ an Stelle der Differenzen der Richtungswinkel

$$D = \rho^4 \left(\frac{\sin^2 \gamma_{12}}{s_1^2 \, s_2^2} + \frac{\sin^2 \gamma_{13}}{s_1^2 \, s_3^2} + \frac{\sin^2 \gamma_{23}}{s_2^2 \, s_3^2} \right) \text{ und}$$

$$M^2 = \frac{s_1^2 \, s_2^2 + s_1^2 \, s_3^2 + s_2^2 \, s_3^2}{s_3^2 \sin^2 \gamma_{12} + s_2^2 \sin^2 \gamma_{13} + s_1^2 \sin^2 \gamma_{23}} \cdot \frac{m^2}{\rho^2}.$$

Die Stärke μ_s des Minimumspunktes S läßt sich nun unter Außerachtlassung des Gliedes $\dfrac{m^2}{\rho^2}$ als reziproker Wert von M^2 darstellen:

$$\mu_s = \frac{s_3^2 \sin^2 \gamma_{12} + s_2^2 \sin^2 \gamma_{13} + s_1^2 \sin^2 \gamma_{23}}{s_1^2 \, s_2^2 + s_1^2 \, s_3^2 + s_2^2 \, s_3^2}.$$

Auf Grund der Definition des Zentroides und seiner wichtigen Eigenschaften erhält man schließlich:

$$\mu_{12} = s_3^2 \, \sin^2 \gamma_{12}, \quad \mu_{13} = s_2^2 \, \sin^2 \gamma_{13}, \quad \mu_{23} = s_1^2 \, \sin^2 \gamma_{23}.$$

[2]) Handbuch der Vermessungskunde, 1. Band, achte erweiterte Auflage 1935, Seite 457.

Das Zentroid mit der Stärke $\mu_{12} + \mu_{13} + \mu_{23} = \mu_s$ stellt demnach die wahrscheinlichste Punktlage dar und wird auf graphischem Wege wie folgt bestimmt:

Gemäß der wichtigen Eigenschaft, daß das Zentroid eines Punktsystems zugleich das Zentroid der Zentroide seiner Teile ist, wird zunächst das Zentroid Z etwa des Punktpaares $P_{13}\,P_{23}$ in Abb. 2 ermittelt. Dieser Punkt Z muß auf der Verbindungsgeraden $P_{13}\,P_{23}$ liegen und teilt diese Strecke entsprechend der Definitionsgleichung $\mu_{13}\,\overrightarrow{ZP}_{13} + \mu_{23}\,\overrightarrow{ZP}_{23} = 0$ . . . (1) im umgekehrten Verhältnis der Stärken seiner Endpunkte, also:

$$\overrightarrow{ZP}_{13} : \overrightarrow{ZP}_{23} = \mu_{23} : \mu_{13}.$$

Der Punkt S, der Schwerpunkt des vorliegenden Punktetripels, liegt mithin auf der Verbindungsgeraden $P_{12}\,Z$ und teilt die Strecke $P_{12}\,Z$ entsprechend der Definitionsgleichung

$$\mu_{12}\,\overrightarrow{SP}_{12} + (\mu_{13} + \mu_{23}) \,.\, \overrightarrow{SZ} = 0 \qquad . \;.\; . \quad (2)$$

im Verhältnis: $\overrightarrow{SP}_{12} : \overrightarrow{SZ} = (\mu_{13} + \mu_{23}) : \mu_{12}$.

Durch diese beiden Beziehungen wird die Vektorgleichung für das Zentroid des Punktetripels P_{12}, P_{13}, P_{23} erfüllt, die lautet:

$$\mu_{12}\,\mathfrak{r}_{12} + \mu_{13}\,\mathfrak{r}_{13} + \mu_{23}\,\mathfrak{r}_{23} = 0, \qquad . \;.\; . \quad (3)$$

denn:

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{r}_{12} &= \overrightarrow{SP}_{12} & \qquad \mu_{12} \,.\, \mathfrak{r}_{12} &= \mu_{12}\,\overrightarrow{SP}_{12} \\
\mathfrak{r}_{13} &= \overrightarrow{SZ} + \overrightarrow{ZP}_{13} & \qquad \mu_{13} \,.\, \mathfrak{r}_{13} &= \mu_{13}\,\overrightarrow{SZ} + \mu_{13}\,\overrightarrow{ZP}_{13} \\
\mathfrak{r}_{23} &= \overrightarrow{SZ} + \overrightarrow{ZP}_{23} & \qquad \mu_{23} \,.\, \mathfrak{r}_{23} &= \mu_{23}\,\overrightarrow{SZ} + \mu_{23}\,\overrightarrow{ZP}_{23}
\end{aligned}\right\} \qquad . \;.\; . \quad (4)$$

Rechtsseitige Ausdrücke von Gleichung (4) in Gleichung (3) eingesetzt, bestätigt unter Bedachtnahme auf Gleichung (2) die Richtigkeit der Gleichung (3).

Zur überaus einfachen Konstruktion des Zentroides bedarf es also bloß eines Lineals und Zirkels, wenn man vorerst die Stärken der Punkte etwa mit einem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber berechnet hat.

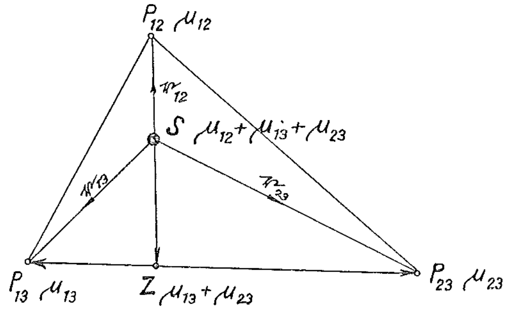


Abb. 2

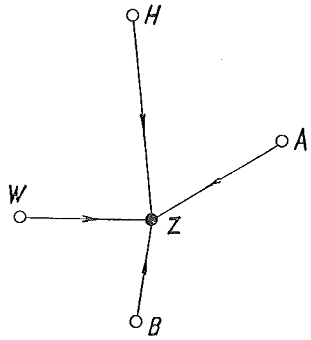


Abb. 3

Was nun im Vorangegangenen für ein fehlerzeigendes Dreieck allgemein entwickelt wurde, gilt sinngemäß auch für ein beliebig großes Schnittpunktsystem.

Ein kleines Beispiel aus der Praxis, das im „Handbuch der Vermessungskunde“ von Jordan, zweiter Band, erster Halbband, 4. Auflage 1893, S. 318 und 319 rechnerisch behandelt wurde, möge nun die graphisch-mechanische Bestimmung der wahrscheinlichsten Punktlage in einer fehlerzeigenden Figur mit vier äußeren Richtungen unter Anwendung des allgemeinen Zentroidbegriffes veranschaulichen:

Gegeben sind nach Abb. 3 die Standpunkte B, W, H, A mit den Koordinaten:

$$y_B = -15\ 356{,}150\ m \qquad x_B = +92\ 012{,}085\ m$$
$$y_W = -16\ 145{,}080\ m \qquad x_W = +92\ 808{,}697\ m$$
$$y_H = -15\ 266{,}847\ m \qquad x_H = +95\ 002{,}299\ m$$
$$y_A = -13\ 879{,}790\ m \qquad x_A = +93\ 575{,}890\ m\ .$$

Die äußeren orientierten Richtungen lauten:

$$R_O^{(B)} = 13^0\ 00'\ 22''$$
$$R_O^{(W)} = 94^0\ 49'\ 56''$$
$$R_O^{(H)} = 178^0\ 05'\ 01''$$
$$R_O^{(A)} = 237^0\ 06'\ 26''.$$

Aus den Näherungskoordinaten

$$y' = -15\ 191{,}000 \qquad x' = +92\ 728{,}200$$

des aus zwei Strahlen berechneten Neupunktes Z wurden sowohl die genäherten Richtungswinkel R' als auch die Seitenlängen s ermittelt:

$$R'^{(B)} = 12^0\ 59'\ 11'' \qquad s_B = 735\ m$$
$$R'^{(W)} = 94^0\ 49'\ 22'' \qquad s_W = 958\ m$$
$$R'^{(H)} = 178^0\ 05'\ 23'' \qquad s_H = 2275\ m$$
$$R'^{(A)} = 237^0\ 07'\ 03'' \qquad s_A = 1561\ m.$$

Obig angeführte Angaben bildeten nun die Grundlage zur Konstruktion der im Maßverhältnis 1:1 dargestellten fehlerzeigenden Figur in Abb. 4.

Die Schnittpunkte bezüglicher Strahlen sind darin:

$$Z_{BW},\ Z_{BH},\ Z_{BA},\ Z_{WH},\ Z_{WA}\ \text{u.}\ Z_{HA}.$$

Die Schnittwinkel und Stärken sind beziehungsweise:

$$\gamma_{BW} \approx 81^0\ 50' \qquad \mu_{BW} = (s_H\ .\ s_A\ .\ \sin\ \gamma_{BW})^2 \approx 123{,}5$$
$$\gamma_{BH} \approx 165^0\ 05' \qquad \mu_{BH} = (s_W\ .\ s_A\ .\ \sin\ \gamma_{BH})^2 \approx 1{,}5$$
$$\gamma_{BA} \approx 135^0\ 54' \qquad \mu_{BA} = (s_W\ .\ s_H\ .\ \sin\ \gamma_{BA})^2 \approx 23{,}0$$

$$\gamma_{WH} \approx 83^0\ 15' \qquad \mu_{WH} = (s_B\ .\ s_A\ .\ \sin\gamma_{WH})^2 \approx 12{,}9$$

$$\gamma_{WA} \approx 142^0\ 16' \qquad \mu_{WA} = (s_3\ .\ s_H\ .\ \sin\gamma_{WA})^2 \approx 10{,}2$$

$$\gamma_{HA} \approx 59^0\ 01' \qquad \mu_{HA} = (s_B\ .\ s_W\ .\ \sin\gamma_{HA})^2 \approx 3{,}6\ .$$

Die Entfernungen s_B, s_W, s_H u. s_A wurden zweckmäßig in Kilometer eingeführt und obige Ausdrücke für die Stärken der Punkte mit dem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber ermittelt.

Der Minimumpunkt als Zentroid Z des Punktsystems wurde nun als das Zentroid der Zentroide der drei Punktpaare: $(Z_{BW} Z_{BH})$, $(Z_{BA} Z_{WA})$, $(Z_{HA} Z_{WH})$, wie aus Abb. 4 hervorgeht, dargestellt.

Als Koordinaten des Neupunktes Z liest man nun ab: $y = -15\ 190{,}778\ m$, $x = +\ 92\ 728{,}020\ m$; diese stimmen mit den aus dem strengen rechnerischen Ausgleich abgeleiteten Koordinaten in y gänzlich überein, in x zeigt sich eine Differenz von zirka 1 mm, die wohl zeichnerisch begründet ist.

Abschließend und zusammenfassend kann man nun sagen, daß die praktische Anwendung des wichtigen Zentroidbegriffes auf die Bestimmung der wahrscheinlichsten Punktlage der in einem großen Maßverhältnis dargestellten fehlerzeigenden Figuren in vielen Fällen die einem strengen Punktausgleich zukommende Genauigkeit des Neupunktes bloß unter Verwendung eines gewöhnlichen log. Rechenschiebers sowie eines Lineals und Zirkels liefern wird.

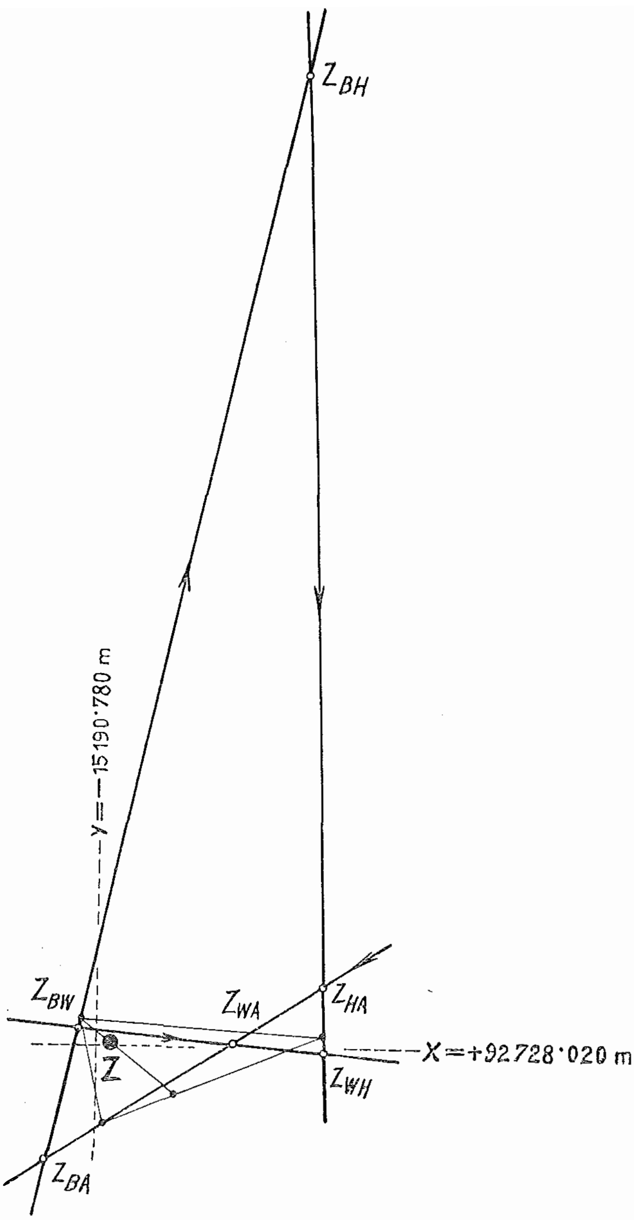


Abb. 4

Ein rationelles Eliminationsverfahren

Von H. Beyer

Das Eliminationsverfahren von Gauß hat im Laufe der Zeit verschiedene Verbesserungen und Veränderungen erfahren. Bei der Auflösung umfangreicher Normalgleichungssysteme wurde es vor allem im deutschen Sprachbereich durch das Entwicklungsverfahren nach Boltz stark verdrängt. In der Alltagsarbeit des Geodäten spielt es aber nach wie vor eine bedeutende Rolle. Allerdings hat die Vielzahl der Modifikationen zu einer gewissen Unübersichtlichkeit geführt. Es soll daher versucht werden, die Erfordernisse dieser häufigen Rechenarbeit beim Ausgleich mit wenigen Unbekannten durch ein möglichst rationelles Schema zu erfüllen.

Folgende Forderungen sind zu berücksichtigen:

1. Das Schema soll sparsam an Zeit und Raum sein, daher maximale Ausnützung der Rechenmaschine, möglichst wenig Aufschreibungen.
2. Es soll leicht verständlich, anlernbar und schnell einprägsam sein, daher kein Wurzelziehen, symmetrischer Aufbau, völlig schematische Rechenfolge.
3. Es soll alle Unbekannten und $[vv]$ gleichzeitig liefern.
4. Es soll jeden beliebigen Gewichtskoeffizienten in einem Zuge und unter Beibehaltung der schematischen Rechenfolge für sich allein berechnen lassen.
5. Es soll genügend Kontrollmöglichkeiten beinhalten.

Zum Aufbau eines solchen Eliminationsschemas muß der Ansatz zur unbestimmten Auflösung der Normalgleichungen

$$\begin{aligned}[al]\ Q_{11} + [bl]\ Q_{12} + [cl]\ Q_{13} &= x\\ [al]\ Q_{21} + [bl]\ Q_{22} + [cl]\ Q_{23} &= y\\ [al]\ Q_{31} + [bl]\ Q_{32} + [cl]\ Q_{33} &= z\end{aligned}$$

verwendet werden. Je eine dieser Gleichungen wird mit negativem Vorzeichen an das entsprechende Gewichtsgleichungssystem angehängt. Sie haben damit den gleichen Aufbau wie die angehängte Normalgleichung zur Bestimmung der $[vv]$, nämlich

$$-[al]\ x - [bl]\ y - [cl]\ z + [ll] = [vv]$$

und können daher ebenso reduziert werden.

Für die Normalgleichungen und die drei Gewichtskoeffizientensysteme ergibt sich somit folgendes noch durch die Probesummenspalte ergänztes Koeffizientenschema:

$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$-[al]$	-1	0	0	$-[as]+1$
	$[bb]$	$[bc]$	$-[bl]$	0	-1	0	$-[bs]+1$
		$[cc]$	$-[cl]$	0	0	-1	$-[cs]+1$
			$+[ll]$	0	0	0	$-[ls]$

Bei der Reduktion soll gemäß der ersten Forderung je Reduktionsstufe nur eine Gleichung aufgeschrieben werden, es ist dies die Endgleichung jeder Reduktionsstufe.

Die Koeffizienten dieser Endgleichungen bilden folgendes Schema:

$[aa]$	$[ab]$	$[ac]$	$-[al]$	-1	0	0	$-[as]\quad +1$
	$[bb.1]$	$[bc.1]$	$-[bl.1]$	$[0.1]_x$	-1	0	$-[bs.1]+1$
		$[cc.2]$	$-[cl.2]$	$[0.2]_x$	$[0.2]_y$	-1	$-[cs.2]+1$
			$+[vv]$	$-x$	$-y$	$-z$	$-[vv]$

Die zur Berechnung der reduzierten Koeffizienten nötigen Quotienten werden folgerichtig in den noch freien Teil links des treppenförmigen Striches eingetragen, und zwar so, daß die aus der i-ten Zeile entstehenden Quotienten in die i-te Spalte eingeschrieben werden, wobei in den Zeilen die Fortschreitungsrichtung von links nach rechts, in den Spalten von oben nach unten zu gelten hat. Dadurch wird erreicht, daß alle Quotienten, die zur Berechnung einer Endgleichung nötig sind, in der gleichen Zeile links außen und zwar in der Reihenfolge ihres Bedarfes zu stehen kommen.

Damit sind die ersten drei der aufgestellten Forderungen erfüllt. Es zeigt sich, daß auch die vierte Forderung in dieses Schema eingebaut werden kann. Man braucht lediglich unter Beibehaltung der geltenden Rechenregel die Zeilen unter den Unbekannten zu entwickeln, um die Gewichtskoeffizienten zu erhalten. Die dazu nötigen Quotienten stehen im allgemeinen schon da, insbesondere wenn man die später angegebene Spaltenprobe rechnet.

Der Rechenvorgang der Elimination ist aus dem umseitigen Schema ersichtlich, die Reihenfolge der Zahlen ist zugleich der Anhalt für die Rechenfolge.

Bei der Berechnung der einzelnen Quotienten-Spalten kann man sich mit Vorteil der multiplikativen Division bedienen. Die Verwendung einer Doppelmaschine gestattet es, zugleich auch die Summe aller Quotienten einer Spalte zu bilden, die jeweils $+1$ ergeben muß. Es gelten also spaltenweise folgende Proben:

$$\mathbf{7} + \mathbf{8} + \mathbf{9} + \mathbf{10} + \mathbf{11} = +1$$
$$\mathbf{18} + \mathbf{19} + \mathbf{20} + \mathbf{21} + \mathbf{22} = +1$$
$$\mathbf{29} + \mathbf{30} + \mathbf{31} + \mathbf{32} + \mathbf{33} = +1$$

Außerdem muß bekanntlich die Summe jeder Zeile, also jeder Endgleichung, gleich Null sein. Die Spaltenprobe ist daher nicht unbedingt nötig; sie ist nur dann von Vorteil, wenn auch Gewichtskoeffizienten berechnet werden sollen. Begnügt man sich mit der Elimination der Unbekannten, so brauchen die Quotientenspalten nur bis in die Höhe der Zeile der Unbekannten ausgefüllt werden.

1 $[aa]$	2 $[ab]$	3 $[ac]$	4 $-[al]$	5 -1	.	.	6 $-[as]+1$	Ø
7 $-\frac{2}{1}$	12 $[bb.1] = [bb]+7.2$	13 $[bc.1] = [bc]+7.3$	14 $-[bl.1] = -[bl]+7.4$	15 $[0.1]_x = 7.5$	16 -1	.	17 $-[bs.1]+1 = -[bs]+1+7.6$	Ø
8 $-\frac{3}{1}$	18 $-\frac{13}{12}$	23 $[cc.2] = [cc]+8.3+18.13$	24 $-[cl.2] = -[cl]+8.4+18.14$	25 $[0.2]_x = 8.5+18.15$	26 $[0.2]_y = 18.16$	27 -1	28 $[cs.2]+1 = -[cs]+1+8.6+18.17$	Ø
9 $-\frac{4}{1}$	19 $-\frac{14}{12}$	29 $-\frac{24}{23}$	$[ll.3] = [ll]+9.4+19.14+29.24 = [vv]$	$[0.3]_x = 9.5+19.15+29.25 = -x$	$[0.3]_y = 19.16+29.26 = -y$	$[0.3]_z = 29.27 = -z$	$-[ls.3] = -[ls]+9.6+19.17+29.28 = -[vv]$	
10 $-\frac{5}{1}$	20 $-\frac{15}{12}$	30 $-\frac{25}{23}$		$10.5+20.15+30.25 = -Q_{11}$	$20.16+30.26 = -Q_{21}$	$30.27 = -Q_{31}$		
.	21 $-\frac{16}{12}$	31 $-\frac{26}{23}$		$21.15+31.25 = -Q_{12}$	$21.16+31.26 = -Q_{22}$	$31.27 = -Q_{32}$		
.	.	32 $-\frac{27}{23}$		$32.25 = -Q_{13}$	$32.26 = -Q_{23}$	$32.27 = -Q_{33}$		
11 $-\frac{6}{1}$	22 $-\frac{17}{12}$	33 $-\frac{28}{23}$						
$+1$	$+1$	$+1$		$-[Q_{xi}]$	$-[Q_{yi}]$	$-[Q_{zi}]$		

Entwickelt man die allgemein angeschriebenen Ausdrücke, so erhält man für die Unbekannten die Formeln

$$-x = -\frac{[al]}{[aa]} + \frac{[bl\,.\,1]}{[bb\,.\,1]} \cdot \frac{[ab]}{[aa]} + \frac{[cl\,.\,2]}{[cc\,.\,2]} \cdot \left\{ \frac{[ac]}{[aa]} - \frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]} \cdot \frac{[ab]}{[aa]} \right\}$$

$$-y = -\frac{[bl\,.\,1]}{[bb\,.\,1]} + \frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]} \cdot \frac{[cl\,.\,2]}{[cc\,.\,2]}$$

$$-z = -\frac{[cl\,.\,2]}{[cc\,.\,2]}$$

die mit jenen ident sind, die sich aus der Elimination von z und der Rücksubstitution für die Bildung von y und x ergeben.

Es läßt sich leicht nachweisen, daß die Fortsetzung des schematischen Rechenvorganges über die Unbekannten hinaus die Gewichtskoeffizienten nach den Formeln

$$Q_{11} = \frac{-1}{[aa]} - \frac{[ab]^2}{[aa]^2\,[bb\,.\,1]} - \frac{(ac\,.\,1)^2}{[aa]^2\,[cc\,.\,2]}$$

$$Q_{12} = \frac{[ab]}{[aa]\,[bb\,.\,1]} \cdot \frac{(ac\,.\,1)\,[bc\,.\,1]}{[aa]\,[bb\,.\,1]\,[cc\,.\,2]} = Q_{21}$$

$$Q_{13} = \frac{(ac\,.\,1)}{[aa]\,[cc\,.\,2]} = Q_{31}$$

$$Q_{22} = -\frac{1}{[bb\,.\,1]} \cdot \frac{[bc\,.\,1]^2}{[bb\,.\,1]^2\,[cc\,.\,2]}$$

$$Q_{23} = \frac{[bc\,.\,1]}{[bb\,.\,1]\,[cc\,.\,2]} = Q_{32}$$

$$Q_{33} = -\frac{1}{[cc\,.\,2]}$$

liefert; auch diese decken sich mit den aus der jeweiligen Reduktion und Rücksubstitution gefundenen Ausdrücken.

Es scheint, daß dieses Rechenschema, das aus einer Umstellung und weiteren Kürzung des Verfahrens nach Gruber hervorgeht, und in ähnlicher Form für das Verfahren von Gauß schon in Verwendung ist, die aufgestellten Forderungen erfüllt. Ein Zahlenbeispiel soll die Kürze des angegebenen Rechenverfahrens deutlich zeigen (entnommen aus: Dr. Ing. W. Großmann, „Grundzüge der Ausgleichsrechnung“):

Normalgleichungen:

$$\begin{array}{rrrrl}
\underline{+\,26{,}0\,x} & +\,18{,}0\,y & -\;\;4{,}0\,z & -\,20{,}0 = 0 & -[as] = -\,20{,}0 \\
 & \underline{+\,22{,}0\,y} & +\;\;8{,}0\,z & +\;\;5{,}0 = 0 & -[bs] = -\,53{,}0 \\
 & & \underline{+\,42{,}0\,z} & +\,30{,}0 = 0 & -[cs] = -\,76{,}0 \\
 & & & \underline{+\,54{,}0} = [vv] & -[ls] = -\,69{,}0
\end{array}$$

Elimination:

+ 26,0	+ 18,0	− 4,0	− 20,0	− 1,0	.	.	− 19,0	0
− 0,6923	+ 9,538	+ 10,769	+ 18,846	+ 0,692	− 1,0	.	− 38,846	0
+ 0,1538	− 1,1290	+ 29,226	+ 5,647	− 0,935	+ 1,129	− 1,0	− 34,065	+ 1
+ 0,7692	− 1,9758	− 0,1931	+ 0,289	− 1,956	+ 1,758	+ 0,193	− 0,285	− 4
+ 0,0385	− 0,0726	+ 0,0320		− 0,1186	+ 0,1087	− 0,0320		
.	+ 0,1048	− 0,0386		+ 0,1087	− 0,1484	+ 0,0386		
.	.	+ 0,0342		− 0,0320	+ 0,0386	− 0,0342		
+ 0,7308	+ 4,0725	+ 1,1655		.	.	.		
+ 1,0000	+ 0,9999	+ 1,0000		− 0,0419	− 0,0011	− 0,0276		

Durchgreifende Probe: $[al] \cdot [-Q_{xi}] + [bl] \cdot [-Q_{yi}] + [cl] \cdot [-Q_{zi}] = -x-y-z$

$$-0{,}0045 = -0{,}0051$$

Ergebnisse:

$$\begin{array}{llll} x = +1{,}956 & Q_{11} = +0{,}1186 & Q_{21} = Q_{12} & Q_{31} = Q_{13} \\ y = -1{,}758 & Q_{12} = -0{,}1087 & Q_{22} = +0{,}1484 & Q_{32} = Q_{23} \\ z = -0{,}193 & Q_{13} = +0{,}0320 & Q_{23} = -0{,}0386 & Q_{33} = +0{,}0342 \\ [vv] = +0{,}289 & & & \end{array}$$

Literatur:

Gruber: Ein vereinfachtes Rechenschema zur Auflösung der Normalgleichungen für Rechenmaschinen. Z. f. V. 1925.

Jordan-Eggert: „Handbuch der Vermessungskunde", 1. Band.

Großmann: „Grundzüge der Ausgleichsrechnung".

Über die Kubatur von Körpern aus parallelen ebenen Schnittflächen

Von Ing. Karl Killian

In der Praxis liegt häufig die Aufgabe vor, das Volumen eines Körpers (Geländeteil, Haldenbestände usw.) zu bestimmen, der durch Schichtenlinien festgelegt ist. Um dies zu erreichen, werden bekanntlich die von den Schichtenlinien begrenzten Flächen, sie mögen Schichtenflächen heißen, bestimmt. Sodann denkt man sich den Körper in Schichtenkörper zerlegt, die oben und unten von horizontalen Schnittflächen begrenzt werden. Für viele Belange genügt es, die Schichtenkörper so zu wählen, wie es in Fig. 1 angegeben ist, und ihre Volumina je durch das Volumen einer zylindrischen Scheibe zu ersetzen. Fig. 1 stellt einen Querschnitt eines Berges dar, der durch Schichtenlinien (diese sind voll ausgezogen) bestimmt ist. Das Volumen des von der untersten und obersten Schichtenfläche begrenzten Körpers kann nach der bekannten, aus der Figur direkt ablesbaren Näherungsformel bestimmt werden:

$$V_z = \left(\frac{1}{2}(u + o) + [i]\right) . h \qquad \ldots (1)$$

Darin bedeutet: V_z = Volumen nach Zerlegung in zylindrische Scheiben, u und o die unterste, bzw. oberste Schichtenfläche, $[i]$ die Summe aller Zwischenschichtenflächen und h den Schichtenabstand.

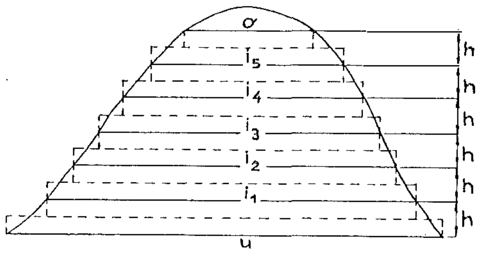


Fig. 1

Das Volumen des oberhalb der höchsten Schichtenlinie gelegenen geometrisch nicht weiter definierten Körpers kann auf verschiedene Weise abgeschätzt werden. Eine im allgemeinen brauchbare Näherung erreicht man, indem man diesen Körper durch ein elliptisches Paraboloid zweiter Ordnung ersetzt, dessen Grundfläche und Höhe mit der des genannten Körpers identisch sind. Sodann ist das gesuchte Volumen: Grundfläche × halber Höhe.

Aus Fig. 1 ersieht man, daß nach der Gl. (1) das Volumen des untersten Schichtenkörpers Höhe = $(\frac{h}{2})$ zu groß, während die Volumina aller übrigen Schichtenkörper (Höhe = h, bzw. $\frac{h}{2}$) im allgemeinen zu klein berechnet werden. In Fachkreisen werden fast ausschließlich die Gl. (1) oder noch ungenauere Verfahren angewandt (z. B. Zerlegung in lauter gleich starke Schichtenkörper, bzw. andere geometrisch unbegründete Regeln), wenn auch oft höchste Genauigkeit der Kubatur gefordert wird. Zunächst werden daher einige bekannte, aber kaum beachtete Beziehungen dargestellt.

Auf folgende Weise gelangt man zu genaueren Ergebnissen: Zu den Höhenzahlen als Abszissen trägt man die zugeordneten Werte der Schichtenflächen als Ordination auf. Verbindet man ihre Endpunkte durch eine glatte Kurve, so wird von dieser Kurve und von Anfangs- und Endordinate (y_o, bzw. y_n) sowie von der Abszissenachse eine Fläche begrenzt, deren Maßzahl mit großer Näherung das Volumen des Körpers ist.

Diese Fläche kann planimetriert oder nach der Simpsonschen Regel (1743) berechnet werden. Ist n eine gerade Zahl, so folgt:

$$F_s = \frac{h}{3}\Big(y_o + y_n + 4\,(y_1 + y_3 + y_5 + \,..\, + y_{n-1}) + 2\,(y_2 + y_4 + y_6 + \,..\, + y_{n-2})\Big) \qquad \ldots (2)$$

wobei F_s die gesuchte Fläche, berechnet nach der Simpsonschen Regel, bedeutet. Beachtet man wieder, daß die Ordinatenwerte im vorliegenden

Fall die Schichtenflächen des Körpers sind, so folgt nach der bereits gebrauchten Bezeichnung:

$$V_s = \frac{h}{3}\Big(u + o + 4\,(i_1 + i_3 + \ldots + i_{n-1}) + 2\,(i_2 + i_4 + \ldots + i_{n-2})\Big) \quad (3)$$

Diese Gl. stellt die Simpsonsche Regel für Körper dar. Sie würde richtiger erweiterte Keplersche Regel heißen; denn Johannes Kepler hat in seiner Doliometrie (1615) gezeigt, daß das Volumen eines von zwei parallelen Ebenen begrenzten Körpers nach folgender Gl. im allgemeinen mit großer Genauigkeit berechnet wird:

$$V_k = \frac{H}{6}\,(U + 4\ M + O) \quad \ldots \ (4)$$

Darin bedeutet: V_k = Volumen nach Keplerscher Regel, U und O die untere, bzw. obere parallele ebene Begrenzungsfläche, deren senkrechter Abstand H ist, und M den ebenen Parallelschnitt in $\frac{H}{2}$. Denkt man sich nun den aus Schichtenflächen dargestellten Körper in Schichtenkörper zerlegt, die je die Höhe $2\,h$ aufweisen, so folgt nach wiederholter Anwendung der Gl. (4):

$$V_k = \frac{2\,h}{6}\Big((u + 4\,i_1 + i_2) + (i_2 + 4\,i_3 + i_4) + \ldots . + (i_{n-2} + 4\,i_{n-1} + o)\Big) \quad (4a)$$

Man sieht, daß diese Gl. durch Vereinfachung in Gl. (3) übergeht.

Daraus erkennt man auch, daß die in manchen Büchern (Schulte und Löhr, Markscheidekunde S. 201 und Lexikon der Vermessungskunde, Verlag Wichmann 1943) angeführte stufenweise Berechnung nach Gl. (4 a) umständlicher ist als die Berechnung nach Gl. (3).

Um jene Körper aufzufinden, deren Rauminhalte nach Gl. (3) exakt berechnet werden, ist es am einfachsten, von der gewohnten Gl. (2) auszugehen. Man braucht nur am Schluß beachten, daß die Ordinatenwerte Schichtenflächen bedeuten.

In einem rechtwinkeligen Koordinatensystem seien 3 Punkte P_1 $(x_1\,y_1)$, P_2 $(x_2\,y_2)$, P_3 $(x_3\,y_3)$ gegeben. Durch diese kann man nur eine Parabel zweiten Grades legen, deren Achse parallel zur y-Richtung ist; denn die allgemeine Gl. dieser Parabel:

$$y = \alpha + \beta\ x + \gamma\,x^2 \quad \ldots \ (5)$$

beinhaltet drei eindeutig bestimmbare Parameter: α, β, γ. Die Aufgabe, durch die drei Punkte Parabeln dritten Grades:

$$y = \alpha + \beta\,x + \gamma\,x^2 + \delta\,x^3 \quad \ldots \ (6)$$

zu legen, hat ∞^1 Lösungen; denn es liegen sodann ebenfalls nur drei Gln. zur Bestimmung von vier Parametern α, β, γ, δ vor.

Legt man den Abszissenwerten der drei Punkte die einzige Bedingung: $x_2 = \frac{1}{2}\,(x_1 + x_3)$ auf, so kann das Wesentliche der Simpsonschen Regel in folgender geometrischer Form ausgedrückt werden:

Die genannte Parabel zweiten Grades und ebenso alle genannten ∞^1 Parabeln dritten Grades umschließen mit der Anfangs- und Endordinate (y_1, bzw. y_3) und der Abszissenachse Flächen, deren Inhalte exakt einander gleich sind und die nach der Simpsonschen Regel exakt berechnet werden.

Zum Beweis dieser Aussage legen wir den ersten Punkt in die Ordinatenachse und nennen die Koordinaten der drei gegebenen Punkte: $x_0\ y_0$, $x_1\ y_1$, $x_2\ y_2$. Parabeln dritten Grades, die durch Gl. (6) gegeben sind, begrenzen die exakt berechenbare Fläche:

$$F = \int_0^{x_2} y dx = \alpha x_2 + \frac{\beta}{2} x_2^2 + \frac{\gamma}{3} x_2^3 + \frac{\delta}{4} x_2^4 \quad \ldots (7)$$

Nach der Simpsonschen Regel ist:

$$F_s = \frac{x_2}{6} (y_0 + 4\, y_1 + y_2)$$

Aus Gl. (6) folgt: $y_0 = \alpha$

$$4\, y_1 = 4\,\alpha + 4\,\beta \frac{x_2}{2} + 4\,\gamma \frac{x_2^2}{4} + 4\,\delta \frac{x_2^3}{8}$$

$$y_2 = \alpha + \beta\, x_2 + \gamma\, x_2^2 + \delta\, x_2^3$$

Somit ist: $$F_s = \alpha\, x_2 + \frac{\beta}{2} x_2^2 + \frac{\gamma}{3} x_2^3 + \frac{\delta}{4} x_2^4 \quad \ldots (8)$$

Aus den Gln. (7) und (8) folgt: $F_s = F$, was zu beweisen war.

Für Parabeln vierten Grades:

$$y = \alpha + \beta x + \gamma\, x^2 + \delta\, x^3 + \varepsilon\, x^4$$

besteht diese Beziehung nicht mehr; denn in Gl. (7) ergäbe sich ein weiteres Glied: $\frac{\varepsilon}{5} x_2^5$, während in Gl. (8) ein anderes $\frac{5}{24}\, \varepsilon\, x_2^5$ (es ist allerdings nur um ca. 4% kleiner) folgen würde.

Aus den Gln. (7) und (8) ergibt sich, daß auch dann die Beziehung: $F_s = F$ besteht, wenn von den Konstanten α, β, γ, δ beliebig viele gleich Null sind. An dem Gesagten ändert sich ferner nichts, wenn y_0 = Null oder/und y_2 = Null sind.

Kommt man wieder darauf zurück, daß die Ordinatenwerte Schichtenflächen bedeuten, so können obige Ergebnisse folgendermaßen zusammengefaßt werden: Hat ein Körper in jeder Höhe z eine Querschnittsfläche q (z), deren Inhalt eine ganze rationale Funktion höchstens dritten Grades von z ist, so gibt die Simpsonsche Regel (= Keplersche Regel) exakte Werte. Zur exakten Kubatur genügen sodann drei parallele ebene Querschnitte in bekannten gleichen Abständen. Eine oder beide der äußeren Schnittflächen können zu Kanten oder Punkten zusammenschrumpfen.

Deformiert man also irgendeinen Körper von obiger Eigenschaft so zwar, daß die Größen seiner Querschnittflächen konstant bleiben, im übrigen jedoch beliebig, so bleibt das Volumen (Cavalierisches Prinzip) unverändert und das Ergebnis der Volumenbestimmung ändert sich ebenfalls nicht.

Daraus folgt die große Mannigfaltigkeit der Körper, für welche die Simpsonsche Regel exakte Werte liefert. Einige solche Körper werden in der Folge angeführt.

Alle Körper, deren Oberflächen Flächen zweiter Ordnung sind, sowie solche durch zwei parallele Ebenen davon ausgeschnittenen Zonen besitzen obige Eigenschaften. Zur Beweisführung gehen wir von der allgemeinen Gl. der Flächen zweiter Ordnung aus.

$$A\,x^2 + By^2 + Cz^2 + D\,x\,y + E\,y\,z + F\,x\,z + G\,x + H\,y + J\,z + K = 0 \qquad (9)$$

Eine horizontale Ebene in der Höhe z ergibt eine Schnittkurve

$$A\,x^2 + B\,y^2 + D\,x\,y + (G + F\,z)\,x + (H + E\,z)\,y + (K + J\,z + C\,z^2) = 0$$

Wir drehen das Koordinatensystem so, daß es parallel wird zu den Hauptachsen der Schnittkurve. Da in allen Gln. der Kurven zweiter Ordnung, deren Achsen parallel sind zu den Koordinatenachsen, das Glied $x \,.\, y$ fehlt und da bekanntlich infolge der Drehung des Koordinatensystems die Koeffizienten von x^2, y^2, x und y Veränderungen erfahren, die nur von A, B, D abhängen, während das Glied: $(K + J\,z + C\,z^2)$ unverändert bleibt, folgt:

$$A'x^2 + B'y^2 + (G' + F'z)\,x + (H' + E'z)\,y + (K + J\,z + C\,z^2) = 0$$

oder

$$A'\left(x^2 + \frac{G' + F'z}{A'}\,x\right) + B'\left(y^2 + \frac{H' + E'z}{B'}\,y\right) + (K + J\,z + C\,z^2) = 0$$

oder

$$A'\left(x + \frac{G' + F'z}{2\,A'}\right)^2 + B'\left(y + \frac{H' + E'z}{2\,B'}\right)^2 + (K + J\,z + C\,z^2) = 0 \qquad (10)$$

Wenn man zunächst nur begrenzte Volumina betrachtet, so hat man vorauszusetzen, daß die Schnittkurve eine Ellipse (Spezialfall = Kreis) ist; denn sie ist die einzige Kurve zweiter Ordnung, die im Endlichen geschlossen ist. Die Gl. einer Ellipse mit den Achsen parallel zu x, y und den Mittelpunktskoordinaten p, q lautet:

$$\frac{(x - p)^2}{a^2} + \frac{(y - q)^2}{b^2} = 1 \qquad . \; . \; . \; (11)$$

Bringt man Gl. (10) auf diese Form und beachtet man, daß eine Ellipse mit den Halbachsen a, b den Flächeninhalt $a \,.\, b \,.\, \pi$ aufweist, so erkennt man, daß die Schnittfläche $q\ (z)$ eine ganze rationale Funktion von nur zweiter Ordnung ist. Somit ist der Beweis für begrenzte Volumina erbracht. Auch die nicht im Endlichen geschlossenen Schnittflächen ergeben ebenfalls richtige Resultate; denn diese werden einzeln ∞ und somit nach Gl. (4) auch die Volumina. Ähnliche Überlegungen könnte man auch für andere algebraische und für gewisse transzendente Flächen anstellen.

Zur Verifikation des obigen Beweises sind die Kubaturen einiger spezieller Körper der genannten Art (die Schnitte werden parallel zu zwei Hauptachsen gelegt) angeführt, die man auch in manchen Lehrbüchern der Mathematik findet.

Die Gl. eines dreiachsigen Ellipsoides, dessen Hauptachsen in den Koordinatenachsen liegen, lautet:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Eine horizontale Ebene in der Höhe z ergibt die Schnittkurve:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{z^2}{c^2}$$

woraus folgt: $$q\,(z) = a\,.\,b\,.\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right).\,\pi$$

$q\,(z)$ ist also eine ganze rationale Funktion $<$ 3. Grades. Somit gibt Gl. (4) ein exaktes Resultat. Legt man die untere und obere Ebene je tangential an das Ellipsoid, so folgt:

$$V = \frac{2\,c}{6}\,(0 + 4\,a\,b\,\pi + 0) = \frac{4}{3}a\,b\,c\,\pi$$

Fallen die Hauptachsen mit den Koordinatenachsen zusammen, so lauten die Gln. für das

einschalige Hyperboloid: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

zweischalige Hyperboloid: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = -1$

elliptische Paraboloid: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 2\,z$

hyperbolische Paraboloid: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 2\,z$

für den reellen Kegel: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 0$

Man sieht unmittelbar, daß diese Gln., abgesehen von der Gl. des hyperbolischen Paraboloides, ganz analog der Gl. des Ellipsoides behandelt werden können. Ebene Schnitte des hyperbolischen Paraboloides ergeben Parabeln oder Hyperbeln (zerfallende Hyperbeln für z = Null). Es ergeben sich also die erwähnten ∞ großen Zonen. Dies ist auch bei den hyperbolischen und parabolischen Zylindern der Fall. Nebenbei sei bemerkt, daß die xy-Ebene vom hyperbolischen Paraboloid einen Körper abschneidet, der Querschnitte parallel zur zy-Ebene aufweist, die proportional x^3 sind. Das Volumen dieses Körpers ist somit nach der Simpsonschen Regel ebenfalls exakt berechenbar.

Außer diesen Körpern findet man in der mathematischen Literatur viele andere (faßähnliche Körper, verschiedene Gewölbe usw.), deren Volumina nach der Simpsonschen Regel ebenfalls exakt berechnet sind. Daß unübersehbar viele analytisch definierte Körper diese Eigenschaft haben, ist für die Mathematik sehr, für das Vermessungswesen weniger beachtenswert.

Es dürfte jedoch nicht bekannt sein, daß diese Eigenschaft auch beliebig breiten Zonen aller Regelflächen zukommt, gleichgültig ob es sich um analytische oder rein graphische Regelflächen handelt. Im Vermessungswesen sind jedoch gerade die Regelflächen bedeutungsvoll. Abgesehen von den Böschungsflächen, die bei Ingenieurbauten gebildet werden und homogenes Schuttmaterial auf natürliche Weise erzeugt, spielen Regelflächen allgemeinster Art für die Herstellung von Geländeschichtenplänen, die zu Kubaturen dienen sollen, eine beachtenswerte Rolle. Der Beweis, daß die Simpsonsche Regel für beliebig breite Zonen aller Regelflächen exakte Werte liefert, wird wegen seiner Einfachheit, vermutlichen Neuheit sowie des geodätischen Interesses wegen gegeben.

Die Kubatur der Prismatoide nach der Simpsonschen Regel ist bekannt und wird vorerst geometrisch bewiesen. Prismatoide sind Körper, die von zwei parallelen, beliebig begrenzten Vielecken (Grundflächen genannt) und von Dreiecken (Seitenflächen genannt) begrenzt werden, welche mit einer der beiden Grundflächen einen Eckpunkt und mit der anderen eine Seite gemeinschaftlich haben. Es können auch zwei solche Dreiecke in eine Ebene zusammenfallen.

In der Mittelebene des in der Fig. 2 dargestellten Prismatoides wählen wir einen Punkt A, den wir uns mit allen Eckpunkten des Prismatoides verbunden denken. Drei dieser Verbindungsgeraden sind strichpunktiert gezeichnet. Dadurch ist das Prismatoid in Pyramiden zerlegt. Davon haben zwei die Grundfläche U, bzw. ● und die Höhe $\frac{H}{2}$ (H = Höhe des Prismatoides). Ihre Volumina sind also durch das erste und letzte Glied der Gl. (4) gegeben. Die übrigen dreiseitigen Pyramiden besitzen je 3 Kanten des Prismatoides und 3 Kanten sind die genannten Verbindungsgeraden. Eine dieser dreiseitigen Pyramiden ist $A\ 1\ 2\ 3$. Ihr Volumen ist viermal dem Volumen der Pyramide $A\ 2\ 4\ 5$, bzw. $A\ 3\ 4\ 5$; denn die Grundflächen 1 2 5 und 2 3 5 sind einander gleich und dasselbe gilt für die Grundflächen 2 4 5 und 3 4 5. Das Volumen der genannten Pyramide $A\ 2\ 4\ 5$ oder $A\ 3\ 4\ 5$ ist: Fläche $(A\ 4\ 5) \cdot \frac{H}{6}$. Da die Summe aller dieser in der Mittelebene gelegenen Grundflächen gleich M ist, ergibt sich somit auch das mittlere Glied der Gl. (4).

Denkt man sich nun in beiden Grundflächen die Anzahl der Eckpunkte unendlich groß werdend, so gehen diese Vielecke sowie jenes des Mittelschnittes in geschlossene Kurven über und die Gesamtheit aller Seitenflächen bildet sodann eine Regelfläche. Die drei geschlossenen Kurven können als Leitlinien dieser Regelfläche aufgefaßt werden, d. h. die Regelfläche kann man sich durch eine Gerade erzeugt denken, die sich so bewegt, daß sie ständig die drei Kurven schneidet. Da dieser Überlegung keinerlei Voraussetzungen über die Eigenschaften der genannten Kurve zugrunde liegen, gelten sie für Regelflächen allgemeinster Art.

Sind somit die Schichtenkörper, deren Höhe $2\,h$ beträgt, von beliebigen Regelflächen umschlossen, so können ihre Volumina nach Gl. (4), bzw.

ihre Summe nach Gl. (3) exakt berechnet werden. Die drei jedem Schichtenkörper angehörigen Schichtenlinien bilden also Leitkurven seiner Regelfläche.

Die Genauigkeit einer Vermessung, die zur Kubatur dient, soll daher soweit getrieben werden, daß die Höhen $2\,h$ der Schichtenkörper hinreichend klein werden, um die Geländefläche durch die Regelflächen der Schichtenkörper ersetzen zu können. Das ist der Fall, wenn, von jedem Punkt einer Schichtenlinie ausgehend, mindestens eine Richtung existiert, in der lineare Interpolation bis zur vorhergehenden und folgenden Schichtenlinie erlaubt ist.

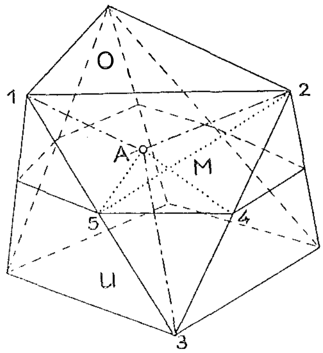


Fig. 2

Zur Verifikation der oben abgeleiteten Aussagen über allgemeinste Regelflächen kann man von algebraischen Leitkurven ausgehen. Haben diese die Ordnung n_1, n_2, n_3 und schneidet keine derselben eine andere, so weist die Regelfläche die Ordnung $2 \,.\, n_1 \,.\, n_2 \,.\, n_3$ auf (siehe z. B. J. Krames: „Konstruktive Behandlung der Regelflächen“, Franz Deuticke 1931). Sind die Leitkurven drei windschiefe Gerade, so kommt man sonach zu den Regelflächen zweiter Ordnung (einschaliges Hyperboloid und hyperbolisches Paraboloid) zurück, deren Kubaturen oben behandelt wurden. Einfache Verifikationen ergeben ferner die Konoide. Das „Conocuneus von Wallis“ ist eine Fläche vierter Ordnung:

$$a^2\,y^2 + x^2\,z^2 = b^2\,x^2 \qquad \ldots \quad (12)$$

Man erkennt, daß die Schnittkurven senkrecht zur x-Achse Ellipsen sind. Die weitere Berechnung ist daher analog der des Ellipsoides.

Die Fehler der Kubatur werden verursacht:

a) durch Abweichung der Geländefläche von den Regelflächen der Schichtenkörper (allgemein von den nach der Simpsonschen Regel exakt berechenbaren Flächen),

b) durch Lagefehler der Schichtenlinien,

c) durch Fehler der Flächenermittlung. (Diese sind in der Literatur weitgehend behandelt.)

Zu a): Das bekannte Restglied der Simpsonschen Regel stellt ein Intervall dar, innerhalb welchem der Fehler dieser Regel schwankt. Die Größe dieses Intervalles kann in unserem speziellen Fall im allgemeinen viel kleiner angesetzt werden. Man greift nämlich aus den Schichtenkörpern jene heraus, die offensichtlich große Abweichungen von Regelflächen aufweisen. Für diese Schichtenkörper werden im Schichtenplan Schichtenlinien interpoliert. Die Größen dieser so interpolierten Schichtenflächen werden ermittelt und graphisch aufgetragen. Fig. 3 stellt diese Flächen als vier strichliert gezeichnete Ordinatenwerte eines Schichtenkörpers dar. Die Kurve durch die Punkte 0, 1, 2 ist die durch Gl. (5) bestimmte quadratische Parabel. Die Differenz der schräg schraffierten Flächen von der horizontal schraffierten Fläche ergibt somit die Abschätzung des gesuchten Fehlers. Werden die Schichtenlinien mit Absicht „falsch interpoliert", d. h. es werden Schichtenlinien eingezeichnet, die um kaum zu erwartende Beträge von den richtigen Schichtenlinien abweichen, so kann man auf dieselbe Weise die Größe eines kaum zu erwartenden Fehlers finden.

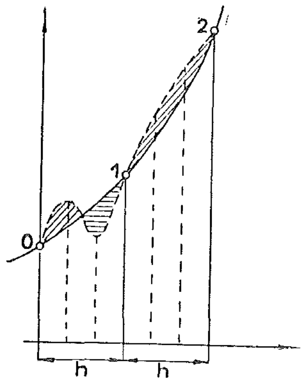


Fig. 3

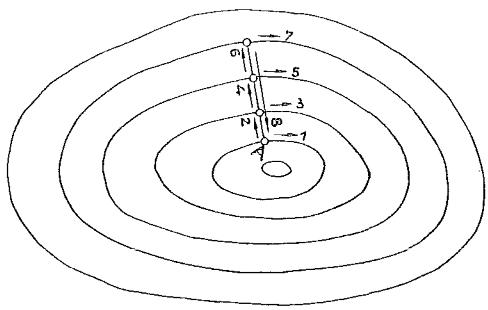


Fig. 4

Zu b): Die Lagefehler und damit auch der mittlere Lagefehler m_L der Punkte einer gezeichneten Schichtenlinie sind bekanntlich von der verwendeten Methode und vom Kartierungsfehler abhängig. (Siehe z. B. Raab: „Kritik der Fehlergrenzen für die Oberflächendarstellung in topographischen Karten", Allgem. Verm.-Nachr. 1935, Nr. 31.) Diese Lagefehler sind im allgemeinen zufällige Fehler. Denkt man sich eine gezeichnete Schichtenlinie, die in ihrem ganzen Verlauf nur auf einer Seite der richtigen Schichtenlinie liegt und von dieser um m_L abweicht, so ergibt sich ein Fehler: $m_L \,.\, s$, wobei s die Länge der Schichtenlinie bedeutet. Der mittlere Fehler einer Schichtenfläche ist $m_L \,.\, \sqrt{s}$ und der mittlere Fehler des Volumens, verursacht durch m_L, kann somit unter Beachtung der Gl. (3) leicht berechnet werden.

Zum Schlusse sei noch ein kleiner Kunstgriff erwähnt, der beim Planimetrieren der Schichtenflächen Anwendung finden kann und der ebenfalls neu sein dürfte. Fig. 4 stellt den Schichtenplan eines Berges dar. Will man nach Gl. (1) sein Volumen berechnen, so kann man $[i]$ mit dem Planimeter direkt bilden. Man beginnt in Punkt A und fährt mit dem Fahrstift des Planimeters so wie es die in der Figur bezifferten Pfeile anzeigen. Die Differenz zwischen Anfangs- und Endlesung ergibt $[i]$, bzw.

bei entsprechender Einstellung des Fahrarmes $[i] \cdot h$. Das Ergebnis ist auf diese Weise wesentlich rascher und genauer erreichbar, als dies bei einzelner Bestimmung der Flächen und deren Addition erfolgen kann. Analog kann man $u + o$ (Gl. 1), bzw. bei Anwendung der Gl. (3) können ihre einzelnen Glieder ermittelt werden.

Bemerkt sei, daß man sich das Zurückfahren (siehe Pfeil 8) ersparen kann, wenn man in einer gezeichneten „Nullkurve" von einer Schichtenlinie zur anderen weiterschreitet. (K. Killian: „Planimeterstudie", Allgem. Verm.-Nachr. 1939, Nr. 31).

Ferner läßt sich ein im allgemeinen nicht erforderliches, aber für gewisse Belange vielleicht doch zweckmäßiges Verfahren angeben: Wird durch eine einfache Einrichtung bewirkt, daß die Achse des Zeichenstiftes eines stereophotogrammetrischen Auswertegerätes ständig mit der Achse des Fahrstiftes des Planimeters zusammenfällt, so kann mit der Zeichnung des Schichtenplanes oder auch ohne dieser die Kubatur erfolgen. Schreitet man in keiner „Nullkurve" weiter, so ist das erwähnte Zurückfahren notwendig. Dient der Multiplex oder ein diesem ähnliches Gerät oder der Wild A 6 zur Auswertung, so ist das Zurückfahren ohne weiteres möglich. Bei anderen Universalauswertegeräten würde dies zweckmäßig mit dem vom Auswertegerät entkuppelten Planimeter erfolgen.

In dieser Arbeit wurde bis jetzt angenommen, daß der zu kubierende Körper durch Schichtenlinien festgelegt ist. Die angeführten Gln. bleiben ihrem Wesen nach bestehen, wenn der Körper durch andere parallele, gleichabständige Schnittflächen, z. B. durch Querprofile bestimmt ist.

Kleine Mitteilungen

o. Prof. i. R. Dr.-Ing. Heinrich Hohenner — 80 Jahre*)

Am 7. Dezember d. J. vollendete der emeritierte Ordinarius für Geodäsie an der Technischen Hochschule Darmstadt, Professor Dr.-Ing. H. Hohenner, das 80. Lebensjahr. Der Feier dieses auch heute noch seltenen Geburtstages können wir nicht besser gedenken als durch eine Rückschau auf das arbeits- und erfolgreiche Leben eines hochverdienten Forschers und Lehrers. Geboren am 7. Dezember 1874 in Wunsiedel (Oberfranken) als Sohn eines Zinngießermeisters, studierte Hohenner nach Absolvierung der Realschule und der Industrieschule Nürnberg an der Technischen Hochschule München Geodäsie und legte seine Diplomprüfung mit so hervorragendem Erfolg ab, daß er bereits zwei Jahre später (1896) zum Assistenten bestellt wurde. Für uns Österreicher ist es von besonderem Intesesse, daß er damals für die Bayerische Erdmessungskommission Vermessungsarbeiten in den Tiroler Bergen sowie die Triangulierung und Meßtischaufnahme von Kufstein durchführte. Schon mit 23 Jahren habilitierte sich der junge Gelehrte und folgte 1902 einem Ruf als Extraordinarius für Geodäsie an die Technische Hochschule Stuttgart. Noch im selben Jahre wurde er in

*) Die wichtigsten Daten aus dem Leben des Jubilars sind der kleinen Festschrift „Heinrich Hohenner, Eine Würdigung seiner Lebensarbeit aus Anlaß seines 80. Geburtstages" entnommen, die von G. Ewald und W. Ohlemutz verfaßt und vom Landesverein Hessen des DVW. herausgegeben wurde.

München mit der Dissertation: „Graphisch-mechanische Ausgleichung trigonometrisch eingeschalteter Punkte" zum Dr.-Ing. promoviert. Im Jahre 1907 trat Hohenner die Nachfolge Koppes im Ordinariat für Geodäsie an der Technischen Hochschule Braunschweig an, ging aber bereits 1910 an die Technische Hochschule Darmstadt, der er fast 40 Jahre aktiv angehörte. Wiewohl er im September 1943 emeritiert werden sollte, blieb er bis Ende 1949 weiter in Verwendung, da sich infolge des Krieges und des Zusammenbruches die Ernennung eines Nachfolgers bis zu diesem Zeitpunkt verzögerte. Die großen Zerstörungen des letzten Kriegsjahres und die mißlichen Verhältnisse der ersten Nachkriegsjahre stellten Hohenner statt der wohlverdienten Ruhe vor riesige Aufgaben, denen er sich aber mit seiner ungebrochenen Kraft wohl gewachsen zeigte. Als endlich Oberregierungsrat Dr. Kuhlmann, der ihn schon seit 1947 tatkräftigst unterstützte, zu seinem Nachfolger ernannt worden war, konnte Hohenner in den Ruhestand treten. Aber sein rastloser Eifer ließ ihn nicht die Hände in den Schoß legen. Der frühere Chef wurde der treue Berater des neuen Ordinarius. Und noch einmal legte ihm das Schicksal die Leitung des Institutes, mit dem er so verwachsen ist, in die Hände, als der unerbittliche Tod Prof. Kuhlmann, noch nicht 50 Jahre alt, im April 1953 hinwegraffte. Wieder verwaltete Hohenner fast ein volles Jahr hindurch, bis zur Berufung des neuen Professors Dr.-Ing. habil. W. Hofmann, die Lehrkanzel, und noch heute hält er in voller Rüstigkeit eine Vorlesung über „Großmaßstäbliche Meßtisch-Tachymetrie".

So reich wie das äußere Leben Hohenners, das mit vorstehenden Sätzen in großen Zügen geschildert wurde, war auch sein Wirken als Pädagoge und Gelehrter. Von seinen zahlreichen Veröffentlichungen sei sein Lehrbuch: „Geodäsie" (1910) hervorgehoben, das vielen praktischen Ingenieuren ein unentbehrliches Handbuch wurde, sowie die mustergültige Neubearbeitung von Helmerts „Ausgleichsrechnung" (3. Auflage, 1924). Hohenner hatte aber auch eine große Vorliebe für die Instrumentenkunde, und mehrere Erfindungen bezeugen seine großen theoretischen und praktischen Fähigkeiten auf diesem Gebiete. Besonders hervorgehoben seien sein „Präzisionsdistanzmesser" (1919), das „Mikroskop zum Messen kleiner Größen" (1923) und „Eine neue Meßlupe" (1929). Wie hoch Hohenner die Bedürfnisse des Praktikers einschätzte, zeigt auch seine Mitarbeit an dem bekannten Taschenbuch „Hütte", für das er den Abschnitt „Vermessungskunde" in drei Auflagen bearbeitete.

So darf Herr Professor Hohenner an seinem 80. Geburtstage, umgeben von seinen zahlreichen Schülern und Freunden, die in Liebe und Verehrung an ihrem Lehrer hängen, der ihnen stets ein offenes und warmfühlendes Herz entgegenbrachte, umhegt von seiner Familie, namentlich seiner Gattin, die ihm in über 50jähriger Ehe die treueste Lebensgefährtin war und ist, mit Stolz und Genugtuung auf ein Leben zurückblicken, das rastloser, aber auch beglückender und erfolgreicher Arbeit gewidmet war. Die österreichischen Fachkollegen und vor allem der Österreichische Verein für Vermessungswesen freuen sich, sich der Schar der Gratulanten anschließen zu dürfen und wünschen dem hochverdienten Nestor der deutschen Geodäten noch viele Jahre eines glücklichen, gesunden und ungetrübten Lebensabends in beschaulichem Frieden!

K. Ledersteger

Präsident Lego und Hofrat Hermann — 70 Jahre; Ehrung durch den ÖVW

Im Anschluß an den Vortrag „Die Tagung der internationalen Geometervereinigung in Wien 1954" am 9. Dezember l. J. brachte der Vortragende, Präsident Dipl.-Ing. Dr. Schiffmann, den beiden hochverdienten Mitgliedern die offiziellen Glückwünsche des ÖVW zum Ausdruck.

Dr. Schiffmann wies darauf hin, daß Lego zu den markantesten und verdienstvollsten Persönlichkeiten des österreichischen Vermessungswesens zählt. Der Jubilar trat schon als Student dem Verein bei und gehörte seit 1913 dessen Leitung als Schriftführer, Obmannstellvertreter und Redakteur der Zeitschrift an. 1948 gelang es Präsident L e g o im Verein mit Hofrat D o l e ž a l, den während der deutschen Zeit aufgelösten ÖVW wieder ins Leben zu rufen und die österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen auf neuer Grundlage wieder herauszugeben.

Bei Hofrat H e r m a n n wurde nach Würdigung seiner großen Verdienste um den österreichischen Kataster seine langjährige erfolgreiche Tätigkeit in der Gewerkschaft der Vermessungsingenieure besonders hervorgehoben. Durch 15 Jahre als einhellig gewählter Obmann tätig, hat er sich hervorragende Verdienste um das Amt und die Kollegenschaft erworben.

Hierauf ergriff Prof. Dr. H. L ö s c h n e r das Wort und wies darauf hin, daß er seinerzeit L e g o bei der Schaffung der dritten Lehrkanzel für Geodäsie (Katastertechnik) an der Technischen Hochschule Brünn mit einhelliger Zustimmung aller Mitglieder des Besetzungsausschusses vorgeschlagen hat, daß aber L e g o in Anhänglichkeit an sein Amt und seine Heimat gebeten hat, von einer Berufung abzusehen.

Sektionschef Dr.-Ing. Rudolf Reich †

Im Juniheft d. J. gedachten wir des Sektionschefs Dr.-Ing. Rudolf R e i c h anläßlich seines 80. Geburtstages, den er in voller Gesundheit verbrachte. Noch am 23. Oktober nahm er als Ehrenbürger der Technischen Hochschule in Wien an der Rektorsinauguration teil. Umso unerwarteter kam die Nachricht von seinem am 4. November 1954 erfolgten plötzlichen Tod. Am 9. November wurde er unter großer Beteiligung von Vertretern der Regierung, der Technischen Hochschule und fachlicher Kreise am Hietzinger Friedhof zur letzten Ruhe bestattet. Auch das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, zu dessen Begründern der Verstorbene gehört, war durch eine Abordnung vertreten.

Bis zu seinem Ableben war Sektionschef R e i c h Vorsitzender des Aufsichtsrates der Automobilfabrik Gräf & Stift. Von seinen zahlreichen Auszeichnungen sei noch seine Ernennung zum Ritter des Leopoldordens, zum Komtur des Ordens der Krone von Italien, die Verleihung des Großen Ehrenzeichens und des Komturkreuzes mit dem Stern des Österreichischen Verdienstkreuzes hervorgehoben.

Der österreichische Bundesvermessungsdienst wird seiner stets dankbar gedenken.

Geodätische Studienwoche in München

Das Geodätische Institut der Technischen Hochschule in München veranstaltet zusammen mit dem Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut unter der Leitung von Professor Dr. M. K n e i ß l in der Zeit vom 17. bis 21. Jänner 1955 eine geodätische Studienwoche mit folgendem Programm:

17. Jänner: Direktor Dr. J. V i g n a l, Paris, „Die internationalen Formeln zur Genauigkeitsabschätzung im Feinnivellement". Diskussionsleiter: Prof. Dr. K n e i ß l.

18. Jänner: Professor Dr. M. K n e i ß l, München, „Nachweis systematischer Fehler beim Feinnivellement". Diskussionsleiter: Dir. Dr. S t r a ß e r.

19. Jänner: Professor Dr. F. K o b o l d, Zürich, „Trigonometrische Höhenmessung, Lotabweichungen und Meereshöhen". Diskussionsleiter: Doz. Dr. L e d e r s t e g e r.

20. Jänner: Doz. Dr. K. L e d e r s t e g e r, Wien, „Die Ableitung der wahren Schwere auf dem Geoid". Diskussionsleiter: Prof. Dr. K n e i ß l.

21. Jänner.: Doz. Dr. K. L e d e r s t e g e r, Wien, „Astronomisches Nivellement". Diskussionsleiter: Dir. Dr. S t r a ß e r.

Die Vorträge beginnen jeweils um 17 Uhr und finden am 18. und 21. Jänner im Saal 1020, an den übrigen Tagen im Saal 508 der Technischen Hochschule München statt.

Literaturbericht

1. Buchbesprechungen

Prof. Dr. Ing. Kasper Hugo, Dr. Ing. Schürba Walter, Oberregierungsrat Lorenz Hans. Die Klotoide als Trassierungselement, 21 × 29·5 cm, 323 Seiten mit 110 Abbildungen. Ferd. Dümmlers Verlag. Bonn 1954. Preis 48 DM.

Mit der Herausgabe dieses Werkes wurde einem seit langem gehegten Bedürfnis entsprochen. Erstmalig erscheinen sämtliche über die Klotoide erschienenen Untersuchungen, Herleitungen und Überlegungen zumindest in ihren Resultaten in einem Buche vereinigt; für eine spätere 2. Auflage wäre es wohl erwünscht, sämtliche Ableitungen vollständig zu geben.

Im 1. Abschnitt, Anleitung für Bauingenieure, wird alles gebracht, was zum Trassenstudium und zur Trassenplanung bis hinauf zum Maßstab 1: 2000 bei der Abfassung von Vor- und Detailprojekten, unter Berücksichtigung der dabei erreichbaren Genauigkeit erforderlich ist. Eine solche Planung wird für die Bestimmungsstücke der Trassierungselemente, Gerade, Kreis, Klotoide immer einen gewissen Spielraum offenlassen und lediglich unbedingt einzuhaltende fixe Stellen wie Brücken, Durchlässe, Achslage an steilen Hängen usw. genau vorschreiben.

Zur Ermittlung der Absteckelemente unter Einhaltung dieser Festpunkte dient der 2. Abschnitt „Anleitung für Vermessungsingenieure". Diese beiden, einem Lehrbuch gleichen Abschnitte umfassen die ersten 93 Seiten.

Die weiteren 230 Seiten beinhalten 7 Tafeln, u. zw, drei für die Einheitsklotoide mit verschiedenen Eingangswerten, eine für 70 Normklotoiden mit runden Parametern, eine Absteckafel für rechtwinkelige Koordinaten, eine für 65 runde Halbmesserwerte und schließlich die letzte für 13 genormte Wendelinien. Ausführliche Darstellungen und weitere Tafeln erleichtern ganz wesentlich die Behandlung von Kehren, Wendelinien und Eilinien.

Für sämtliche Kombinationen von gegebenen Stücken wird die Entnahme der Klotoidenelemente aus den Tafeln erläutert und auch die Innenrand-Klotoide, die sich bei Berücksichtigung der bei Straßenbauten am inneren Kurvenrand vorgesehenen Verbreiterungen ergibt, behandelt.

Alle bei der Bauausführung auftretenden Fälle sind berücksichtigt, wie die Ermittlung der Tangenten von einem Punkt an die Klotoide, der Schnittpunkte einer Geraden mit der Klotoide, der Normalen von einem Punkt auf die Klotoide usw.

Die verschiedenen Absteckungsmethoden, nach Abszissen und Ordinaten oder die Winkelmethode analog der bei Kreisbogenabsteckungen und die Einrückungsmethode sind recht ausführlich gebracht und mit Beispielen belegt.

Zahlreiche Näherungsbeziehungen werden erläutert, die insbesondere das Projektieren ganz wesentlich erleichtern. Erwähnt sei nur die Einführung der „Kennstelle", das Tangentenverhältnis, Halbierung der Tangentenabrückung $\triangle R$ durch den Linienzug der Klotoide. Besonders wertvoll erscheint die Angabe von Näherungsformeln für die überschlägige Berechnung von X_m, R, $\triangle R$, L, τ, die wohl oft Verwendung finden werden, wenn Zwangspunkte auf Tangenten gegeben sind. Dasselbe gilt für die Hinweise auf die bei Absteckungsarbeiten erforderliche Meßgenauigkeit, ebenso für die Ausarbeitung von Näherungsmethoden, die für sie gebrachten Hilfstafeln zur Entnahme der Korrekturwerte, um aus den näherungsweise berechneten z. B. Richtungswinkeln φ den strengen Wert zu erhalten. Ebenso willkommen sind eine große Zahl praktischer Winke für die Durchführung von Projektierungsarbeiten, wie z. B. die Benützung von Paßkreisen zur Ermittlung des kürzesten Abstandes zweier Kreislinien, deren Mittelpunkte außerhalb des Planes liegen usw.

Das Werk ist reichlich mit sehr sauber gezeichneten, instruktiven Figuren bebildert, der Druck, insbesondere der der Tabellen, leicht leserlich; die Tabellenwerte sind übersichtlich angeordnet. Zusammenfassend kann gesagt werden, daß dieses Buch eine fühlbare Lücke in der geodätischen Literatur ausfüllt. *Barvir*

E g g e r t — K l i e t s c h, Geodätische Rechnungen mittels der Rechenmaschine. 3. Auflage, VIII + 132 Seiten mit 85 Abbildungen und 3 Tafeln im Anhang. 16 × 23½ cm. Verlag Konrad Wittwer in Stuttgart 1954. Ganzleinen, Preis DM 14.80.

Wie aus einer Vorrede des Professors Dr. B r e n n e c k e hervorgeht, hat er über Wunsch von Prof. Dr. E g g e r t in der Mitte des zweiten Weltkrieges für eine 3. Auflage den I. Teil des Werkes „Einrichtungen und Gebrauch der Rechenmaschinen" neu bearbeitet. Dieser Teil wurde von Prof. Eggert durchgesehen und die Beziehungen zum II. Teil „Geodätische Rechnungen" durch entsprechende Ergänzungen hergestellt. Das 1943 fertiggestellte Manuskript konnte jedoch wegen der Verhältnisse am Ende des Krieges nicht in Druck gelegt werden. Nunmehr hat Dipl.-Ing. G. K l i e t s c h, ein eingehender Kenner von Rechenmaschinen und ihrer Anwendung im geodätischen Rechnen, über Anregung von Prof. Brennecke beide Teile überarbeitet und auf den neuesten Stand ergänzt.

Die vorliegende 3. Auflage ist gegenüber der vorherigen im Umfang um 34 Seiten erweitert und um 38 Abbildungen bereichert worden. Ganz besonders gilt dies für den I. Teil „Einrichtung und Gebrauch der Rechenmaschinen", der 13 Seiten und 27 Abbildungen mehr zählt als die frühere Auflage. In diesem Abschnitt haben die wichtigsten Neuerungen bis zur jüngsten Zeit Berücksichtigung gefunden. Die Doppelrechenmaschinen, Maschinen mit elektrischem Antrieb, die Curta-Universalrechenmaschine, die Funktionsrechenmaschine von Ramsayer werden u. a. beschrieben und auch die programmgesteuerten Maschinen (Lochkartenmaschinen und Relaisrechenanlagen) werden in ihren Grundlagen erläutert. Im II. Teil werden die Bedeutung und die Vorteile der Rechnung mit Doppelmaschinen entsprechend hervorgehoben. Im Anhang sind in einer Tafel 1 die Meridianbogenlängen vom Äquator bis zur Breite B, in einer Tafel 2 Koeffizienten zur Übertragung geographischer Koordinaten und in einer Tafel 3 Koeffizienten zur Berechnung Gauß-Krügerscher Koordinaten, alle für die geographischen Breiten von 47^0 bis 55^0, enthalten. Ein reichhaltiges Schrifttumverzeichnis und ein Namen- und Sachwörterverzeichnis beschließen das Buch. Im Schrifttumverzeichnis vermißt man unter den Tafelwerken S t i c k e r s „Fünfstellige Tafel der trigonometrischen Funktionen, Ausgabe A für Altgradteilung", die einzige Tafel dieser Stellenzahl, welche auch die Werte sec und cosec enthält. Sehr erwünscht wäre auch für vierstellige Berechnungen in Neugradteilung ein Hinweis auf die von der Association de Géodésie de l'Union géodésique et Géophysique Internationale herausgegebenen „Tables à 8 Décimales", Paris 1946.

Für eine spätere Neuauflage möchte der Referent anregen, die im Anhang gebrachten drei Tafeln bei der geographischen Breite von 46^0 beginnen zu lassen, damit sie für den vollen Ausdehnungsbereich von Österreich benützt werden können.

Die Ausstattung des Buches in bezug auf Abbildungen, Druck und Papier ist vortrefflich. Wir können das ausgezeichnete Werk jedem Vermessungsfachmann zur Anschaffung angelegentlichst empfehlen. *R.*

2. Zeitschriftenschau

Die hier genannten Zeitschriften liegen, wenn nicht anders vermerkt, in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf.

I. Geodätische Zeitschriften

A l l g e m e i n e V e r m e s s u n g s - N a c h r i c h t e n, Berlin-Wilmersdorf (Jahrg. 1954): *Nr. 10.* B ö h m, Der 39. Deutsche Geodätentag in Wiesbaden. — D r a h e i m, Zur Dokumentation der geodätischen Literatur mit Dezimalklassifikation und Randlochkarten. — B r e n n e c k e, Die kulturelle Bedeutung der „Geodätischen Dokumentation". — B e b l o, Wo stehen wir heute mit den neuzeitlichen Radierverfahren?

A n n a l i d i G e o f i s i c a, Roma (7. Jahrg., 1954): *Nr. 2.* H a r d t w i g, Oberflächenwellen in energieverzehrenden Medien. — D e F r a n c e s c o, Note intorno al teorema di Shannon. — M a l u r k a r, Geomagnetic variations and diurnal range of atmospheric ozone.

B u l l e t i n d e l a S o c i e t e B e l g e d e P h o t o g r a m m e t r i e, Brüssel: *Nr.* 36. C a m p s, Etude photogrammétrique de la rugosite intérieure d'un tube. — M a r c h a n t, Application des propriétés de la gnomonique à la mesure graphique des distances et des azimuts. La carte gnomonique de l'Atlantique Nord construite par Mr. Dupuy, ingénieur-géographe (Paris).

B u l l e t i n g e o d e s i q u e, Paris (Nouvelle Serie): *Nr. 33* D u f o u r, Extension de la méthode des moindres carrés. — Modification des résultats compensés par adjonction d'observations nouvelles. — Etude des observations corrélées.

C i e l e t T e r r e, Uccle-Bruxelles (70. Jahrg., 1954): *Nr. 7—8.* M e l c h i o r, Les marées terrestres. — *Nr. 9—10.* F e r r a r o, Théories des orages magnétiques et des aurores.

F ö l d m é r é s t a n i K ö z l e m é n y e k (Staatliche Vermessungsnachrichten), Budapest (6. Band, 1954): *Nr. 3.* S u d a k o v, L'établissement du plan des réseaux géodesiques d'Etat et leur élaboration scientifique. — M i l a s o v s z k y, La détermination graphique de l'ellipse d'erreur. — J a n, Les bases et leur développment dans la nouvelle triangulation hongroise. — G y ö r g y é n y i, La représentation de la configuration du terrain. — B e n d e f y, Les sources d'erreur des nivellements modernes. — H a z a y, Quelques mots sur l'échelle des cartes. — S z e n t - I v á n y i, L'état actuel du levé de Budapest.

G e o d e z j a i K a r t o g r a f i a, Warszawa (3. Jahrg., 1954): *Nr. 3.* C z e r s k i, Méthode nouvelle de détermination astronomique d'azimut et des coordonnées géographiques. — O p a l s k i, La détermination d'azimut d'après la méthode de Z. Czerski. — G r ą d z k i, Méthodes de calculs des miroirs réflecteurs. — K ę p i ń s k i, Remarques concernant le mémoire de M. J. Radecki: Nouvelle façon de calculer l'azimut de la Polaire. — R a d e c k i, Sur les observations du F. Kępiński concernant mon travail intitulé „Nouvelle façon de calculer l'azimut de la Polaire". — S a w i c k i, Première chaire de géodésie en Pologne.

N a c h r i c h t e n d e r N i e d e r s ä c h s i s c h e n V e r m e s s u n g s- u n d K a t a s t e r v e r w a l t u n g, Hannover (4. Jahrg., 1954): *Nr. 4.* N i e m a n n, Beschwerden gegen den Durchführungsplan. — H a u p t, Gedanken zur Rationalisierung der NVuKV. — E n g e l b e r t, Optische Übertragungsgeräte. — S p i t z e r, Erfahrungen mit dem Pantophot. — S c h m i d t, Polygonpunktherstellung. — E n g e l b e r t, Topographischer Meldedienst. — H e d e l e r, Grundgebühren bei Grenzherstellungen.

P h o t o g r a m m e t r i a, Amsterdam (10. Jahrg., 1953—1954): *Heft 4.* F i c h t e r, Geometry of the imaginary stereoscopic model. — V i s s e r, An analysis of discrepancies in triangulated strips. — S c h e r m e r h o r n, Das Thompson Watts Stereokartiergerät. — M u z i k, Zur Vororientierung über das numerische Orientierungsverfahren von H. G. Jerie.

P r z e g l ą d G e o d e z y j n y, Warszawa (10. Jahrg., 1954): *Nr. 7.* L e ś n i o k, Dix années de la géodésie et cartographie polonaise. — D u m a ń s k i, Dix années du service des géomètres dans l'aménagement rural. — O d l a n i c k i - P o c z o b u t t, L'oeuvre de la science géodésique de 1944—1954 en Pologne et ses perspectives de développement. — K l u ž n i a k, Le développement des écoles de géodésie en Polgne Populaire. — Liste des normes géodésiques et autres. — C i c h o w i c z, L'instrumentarium astronomique de Copernic. — *Nr. 8 u. 9.* S e n i s s o n, L'oeuvre de dix ans en matière de méthodes des calculs géodésiques. — K l u ž n i a k, Réseau géodésiques. — B u c h h o l c, Au sujet du remembrement. — R z e w s k i, Développement de l'organisation des études géodésiques et cartographiques a la Polytechnique de Varsovie. — S a w i c k i, Suite de nos prédécesseurs. — W o j t o w i c z, Observation du progrès en géodésie.

R e v u e d e s G é o m è t r e s - E x p e r t s e t T o p o g r a p h e s F r a n c a i s, Paris (116. Jahrg., 1954): *Nr. 9.* W o l f, Méthode simplifiée de calcul d'un relèvement à la machine simple. — *Nr. 10.* G a r r e s, Interpolation graphiques des logarithmes.

R i v i s t a d e l C a t a s t o e d e i S e r v i z i T e c n i c i E r a r i a l i, Rom (9. Jahrg., 1954): *Nr. 3.* B o n i f a c i n o, Die Meridiankonvergenz in der konformen Abbildung nach Gauss-Boaga bei vom Ausgangsmeridian entfernt liegenden Punkten, ausgedrückt als Funktion der geradlinigen Koordinaten. — C o s m a, Die Verwendung von Luftbildern zu forstwirtschaftlichen Kartierungen. — B e l o c h, Identifizierung im Auswertegerät von homologen Punktpaaren in photographischen Aufnahmen der Flugbahnen von normalen und ferngesteuerten Geschossen. — R o m a n o, Über die Aufgabe des Rückwärtseinschnittes mit optimalen Bedingungen. — P a d e r i, Über den ansteigenden Teil der Staudamm- oder Überfallprofile.

S c h w e i z e r i s c h e Z e i t s c h r i f t f ü r V e r m e s s u n g, K u l t u r t e c h n i k u n d P h o t o g r a m m e t r i e, Winterthur (52. Jahrg., 1954): *Nr. 10.* K r a m e s, Gegenseitige Orientierung zweier Luftbilder bei Schräglage der Kammerdrehachsen und der Aufnahmebasis (Schluß). — B ü h l e r, Eine neuartig mechanisierte Kartenschrift. — M a e h l y, Maschinen und Methoden zum programmgesteuerten Rechnen.

S v e n s k L a n t m ä t e r i t i d s k r i f t, Stockholm (46. Jahrg., 1954): *Nr. 5.* G a l v e n i u s, Un niveau à ligne de visée horizontale automatique.

V e r m e s s u n g s t e c h n i k, Berlin (2. Jahrg., 1954): *Nr. 7.* K a d n e r, Vorwärtseinschnitt mit astronomischem Azimutanschluß. — S u s t, Hilfsmittel zur Bestimmung der Südrichtung. — *Nr. 8.* W e i b r e c h t, Der neue Zeiss-Stereokomperator 1818 und seine Anwendung. — S c h o e l e r, Moderne photogrammetrische Auswertegeräte für topographische Zwecke, eine methodische Übersicht. — S a a l, Genauigkeitsuntersuchungen von Abmessungen einzelner Objekte und von Profilmessungen mit dem Stereometer von Zeiss. — W o l f, Münchener Photogrammetrische Wochen 1954.

V e r m e s s u n g s t e c h n i s c h e R u n d s c h a u, Zeitschrift für Vermessungswesen (Hamburg, 16. Jahrg., 1954): *Heft 10.* R a m s a y e r, Funktionsrechenmaschinen und ihre Anwendung in der Geodäsie. — K r u i d h o f, Beseitigung optischer Fehler durch systematisches Distanzmessen (Schluß). — Brunsviga 183 — nicht vorzeichentreu. — Z w i c k e r t, Produktion bei Fennel. — W i t t k e, Calcola. — M ü n c h, Zweiseiten-Rechenschieber. — K r e t e r, Bemerkungen zum Rechenstab. — W i t t k e, Erdbohrmaschine „Hohenheim". — K r e h l, Mechanische Selektion für die Geodäsie? — *Heft 11.* J u n g, 10. Kongreß der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik. — W i t t k e, Nivellier-Theodolit für Feinnivellement. — K e n n e m a n n, Wie weit ist die Viertelmethode zulässig? — B a r t e, Katasterrahmenkarten im Ritzverfahren. — B e h r n d t, Durchschlagsangabe auf magnetischem Wege. — K l o s s e k, Wo steht die Weltkarte heute? — K e n n e m a n n, Zur Berechnung der Richtungen und Entfernungen auf der Einzelmaschine. — W i t t k e, Calcola (1. Fortsetzung). — R a m s a y e r, Funktionsrechenmaschinen und ihre Anwendung in der Geodäsie (Schluß). — H a p p a c h, Auswertegerät für Nivellements. — Z ö l l n e r, Viertelmethode.

Z e i t s c h r i f t f ü r V e r m e s s u n g s w e s e n, Stuttgart (79. Jahrg., 1954): *Heft 9.* P l a t z, Beteiligung der Deutschen Bundesbahn an Flurbereinigungs- und Zusammenlegungsunternehmen. — B ö h m e, Moderne Verfahren der Kartenherstellung in Schweden. — W i e d o w, Umformung ungleichartiger Koordinaten von Polygon- und Kleinpunkten durch „abgekürzte Neurechnung". — E l l e n b e r g e r, Zur Entwicklung einer programmgesteuerten Relaisrechenmaschine. — S e i f e r s, Rechenautomat SM 1 für Vermessung und Flurbereinigung. — G e r k e, Untersuchung über periodische Lotstörungen im Tidegebiet. — *Heft 10.* K u r a n d t, Vom statischen zum dynamischen Kataster. — L a n g, Probleme der neuzeitlichen Flurbereinigung. — H o f m a n n, Die Bedeutung der gravimetrischen Methode für die Geodäsie. — G i g a s, Ziele und moderne Arbeitsweisen der Großraumgeodäsie. — K r i e g e l, Zur Lage im amtlichen Vermessungswesen. — G r o ß m a n n, 39. Deutscher Geodätentag Wiesbaden 1954. — Sonderheft d. Z. f. V. — Schriftenreihe für Flurbereinigung, *Heft 5.* P a n t h e r, Gegenwartsprobleme der Flurbereinigung im westeuropäischen Raum. — S t e u e r, Das neue Flurbereinigungsrecht nach dem Bundesgesetz vom 14. Juli 1953. — H a h n, Welche Anforderungen stellt die Erledigung der landwirtschaftlichen Aufgaben eines Flurbereinigungsverfahrens an den Flurbereinigungs-Ingenieur? — Rothkegel, Flurbereinigung und Bodenschätzung.

Zeměměřictvi, Prag (4. Jahrg. 1954): *Nr. 7—8.* Štorkán, Arrangement international des feuilles de la carte à grandes échelles. — Kučera, Intersection en avant collective. — Nevosád, Solution du problème de Hansen. — Adámek, Calcul des altitudes compensée pendant l'intersection de Hansen. — Kovařik, Transformation des coordonnées entre la représentation de la carte spéciale 1: 75.000 et la représentation de Gauss-Krüger. — Novák, Dans quels buts le géologue a-t-il besoin de la carte? — *Nr. 9.* Hartl, Cadastre foncier et mise à jour des fonds de terre. — Rykr, Arrangement des feuilles d'écusson et cadastre foncier. — Formam, Nécessité des relevés des fonds de terre et de la conservation d'une oeuvre de cartes en un pays socialiste. — Rykr, Dans nos rangs propres. — *Nr. 10.* Jelinek, Importance des remembrements modernes au point de vue agrotechnique et de la prospérité de JZD. — Prokreš, Contribution du mouvement d'amélioration au perfectionnement du carnet tachéomètrique. — Rykr, Contrôle régulier du réseau d'arpentage. — Hradilek, Contribution à solution du relèvement sur trois points.

II. Andere Zeitschriften

Berichte und Informationen, Salzburg (9. Jahrg., 1954): *Nr. 424.* Kloiber, Bedeutung des Grundkatasters in Wirtschaft und Recht. Neuordnung der gesetzlichen Bestimmungen notwendig.

Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines, Wien (99. Jahrg., 1954): *Heft 15/16.* Löschner, Das Vermessungswesen in der österreichischen Energiewirtschaft.

Acta Technica Academiae Scientiarum Hungarcae, Budapest (Tom. IX, 1954): *Fasc. 1—2.* Tárczy-Hornoch, Über die Bestimmung der durchschnittlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der seismischen Reflexionsmethode.

Geofisica pura e applicata, Milano (Vol. 27, 1954): (Liegt in der Bücherei des BAfEuV. nicht auf.) Tárczy-Hornoch, Zur Bestimmung der reflektierenden Ebene bei den seismischen Reflexionsmethoden.

Abgeschlossen am 30. November 1954.

Zeitschriftenschau zusammengestellt im amtlichen Auftrag
von Bibliotheksleiter K. Gartner.

Contents:

K. Killian: Prof. Dipl.-Ing. Dr. Hans Dock †.

W. Smetana: The zentroid, the most probable point position within error figures in connection with trigonometrical point determination.

H. Beyer: A rational elimination method.

K. Killian: Volume determination of solid bodies by parallel sections.

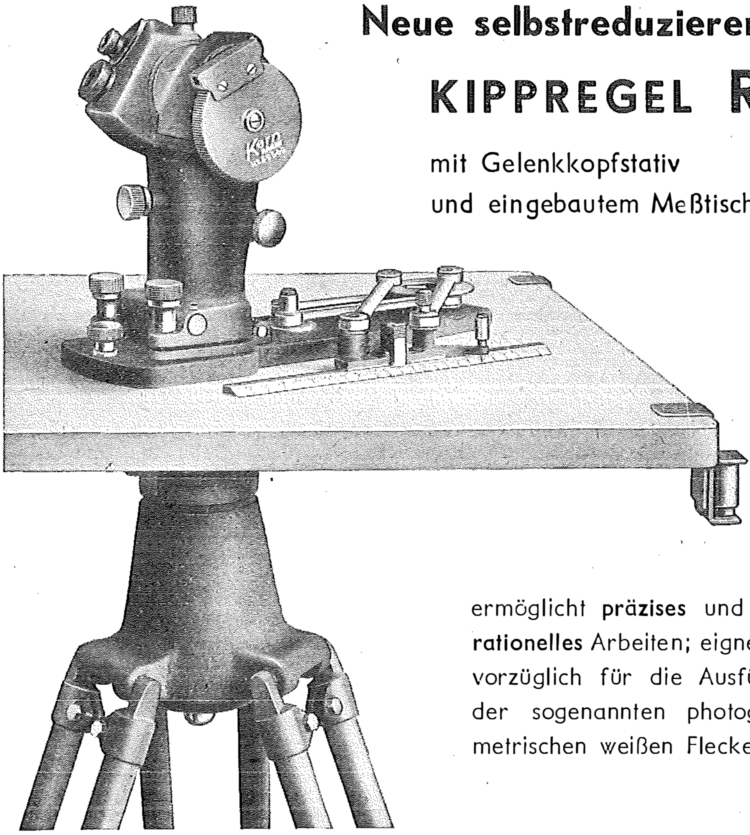
Sommaire:

K. Killian: Prof. Dipl.-Ing. Dr. Hans Dock †.

W. Smetana: Le „Centroïde", la plus probable place d'un point de triangulation dans le système des points indiquant les écarts.

H. Beyer: Un procédé économique d'elimination pour la solution des équations normales.

K. Killian: Sur le volume des corps limités par des sections plaines parallèles.



(Fortsetzung nächste Seite)

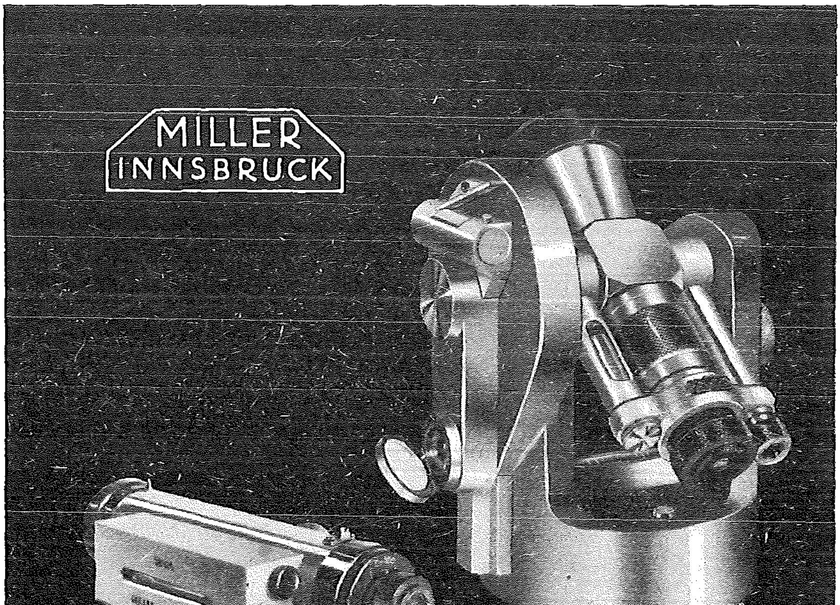
III. Weitere Publikationen

Prof. Dr. R o h r e r, *Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung.* Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10·—.

Der österreichische Grundkataster. 66 Seiten, 1948. Preis S 15·—.

Behelf für die Fachprüfung der österr. Vermessungsingenieure (herausgegeben 1949)

Heft 1: Fortführung 1. Teil, 55 Seiten, Preis S 11·—.
Heft 2: Fortführung 2. Teil, 46 Seiten, Preis S 10·—.
Heft 3: *Höhere Geodäsie,* 81 Seiten, Preis S 16·—.
Heft 4: *Triangulierung,* 46 Seiten, Preis S 9·—.
Heft 5: *Neuvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme.* 104 Seiten, Preis S 20·—.
Heft 6: *Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik.* 70 Seiten. Preis S 15·—.


MILLER
INNSBRUCK
OPTISCHE THEODOLITE UND
NIVELLIERINSTRUMENTE