

# Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

REDAKTION:

Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer  
o. ö. Professor  
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Karl Lego  
Präsident  
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R.

Doz. Dr. Karl Ledersteger  
Abteilungsmitglied  
im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1957

XLV. Jg.

## INHALT:

### Abhandlungen:

- Der Doppelbildtachygraph . . . . . F. Embacher  
 Zur rechnerischen Durchführung des Vierpunktverfahrens . . . W. Wunderlich  
 Beitrag zur Kartenentwurfslehre . . . . . K. Killian

### Referat:

- Ausgleichung ohne Aufstellung der Gauß'schen Normalgleichungen von Prof. Stiefel . . . . . G. Oliwa  
 Kleine Mitteilungen, Literaturbericht, Engl.-franz. Inhaltsverzeichnis  
 Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“, redigiert von  
 RdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger



Herausgegeben vom

**ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN**

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

**Baden bei Wien 1957**

**Soeben  
erschienen!**

*Das neueste Standardwerk für  
Vermessungs- und Bauingenieure*

# **GEODÄSIE UND PHOTOGRAMMETRIE**

**2. Teil:**

## **Rechnerische Bearbeitung der Vermessungsergebnisse**

**Von Dipl.-Ing. Dr. Franz Ackerl**

**Ord. Professor für Geodäsie und Photogrammetrie an der Hochschule  
für Bodenkultur in Wien**

*XII und 432 Seiten mit 121 Zeichnungen, 29 Tabellen sowie 30 Blatt Beispielen  
als Anhang. Kartoniert DM/sfr. 26.70, Halbleinen DM/sfr. 29.70*

Dieses nunmehr vollständig vorliegende modernste Werk über Geodäsie und Photogrammetrie bietet in Kürze alles Wissenswerte für den Praktiker. Es ist zugleich ein vortrefflicher Studienbehelf für Hoch- und Fachschüler, der mit seinen zahlreichen Literaturhinweisen auch ein tieferes Eindringen in die gesamte Materie erleichtert. Der Text ist mustergültig durchgearbeitet und gegliedert, veranschaulicht durch eine große Zahl instruktiver Abbildungen. Zahlreiche Rechenbeispiele sind in einem eigenen Heft, teilweise in zweifarbigen Druck, zusammengefaßt und dem 2. Band beigelegt. Das Studium und der Gebrauch dieses Werkes sind daher für jeden Fachmann von großem Nutzen. Die vielen gegenseitigen Hinweise in beiden Bänden, die der Stoff erfordert, erleichtern die Benützung und machen den Besitz des gesamten Werkes notwendig.

**Von der Fachwelt begeistert aufgenommen, erschien 1951 der**

**1. Teil:**

## **Instrumente und Verfahren der Vermessung und graphisch-mechanischen Auswertung**

*XVI und 460 Seiten mit 294 Abbildungen, 14 Tabellen. Kartoniert DM/sfr. 18.—,  
Halbleinen DM/sfr. 20.—*

**Verlag Georg Fromme & Co., Wien V. – München 19**

**Auslieferung für Westdeutschland: Verlag Anton Schroll & Co., München 19, Leonrodstr. 19  
Auslieferung für die Schweiz: Verlag für Wissenschaft, Technik und Industrie A. G., Basel**

## **Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen**

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

### **Redakteure:**

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer*, Wien IV, Technische Hochschule  
*Präsident i. R. Dipl.-Ing. Karl Lego*, Wien I, Hohenstaufengasse 17  
*OrdVD. Dozent Dr. Karl Ledersteiger*, Wien VIII, Fr. Schmidtplatz 3

### **Redaktionsbeirat:**

*Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir*, Graz, Technische Hochschule  
*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer*, Wien IV, Technische Hochschule  
*Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny*, Graz, Technische Hochschule, Rechbauerstraße 12  
*wirkl. Hofrat Ing. Karl Neumaier*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3  
*Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann*, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3  
Redakteur des Annoncenteeiles: *KdVD. Dipl.-Ing. M. Schenk*, Wien VIII, Krotenthallergasse 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften sind an *Rat d. VD. Dipl.-Ing. R. Arenberger*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Pl. 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, u. zw. Ende jedes geraden Monats.

**Redaktionsschluß:** jeweils Ende des Vormonats.

### **Bezugsbedingungen:** pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft für Photogrammetrie . . . . .	S 50.—
für beide Vereinigungen zusammen . . . . .	S 55.—
Abonnementgebühr für das Inland . . . . .	S 72.—
Abonnementgebühr für Deutschland . . . . .	DM. 15.—
Abonnementgebühr für das übrige Ausland . . . . .	sfr. 15.—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: A 24-5-60

## **FESTSCHRIFT THEODOR SCHEIMPFLUG**

herausgegeben anlässlich des 150 jährigen Bestandes des staatlichen Vermessungswesens in Österreich

vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,  
vom Österreichischen Verein für Vermessungswesen und  
von der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

90 Seiten mit 46 Abb. und XIV Tafeln, Wien 1956, Preis S 60.— oder DM. 10.—

### *Aus dem Inhalt:*

Geleitworte von Bundesminister DDDr. Illig und Präs. Dr. Schiffmann  
Vorwort von Hofrat Neumaier

Prof. Doležal - Präs. Lego: Scheimpflugs Lebensbild

Th. Scheimpflug: Die Verwendung des Skioptikons zur Herstellung von Karten und Plänen

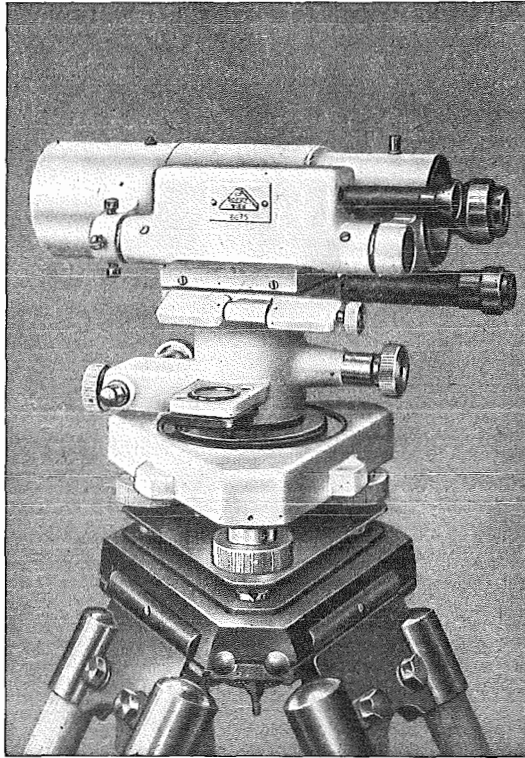
Prof. Krames: Scheimpflug und die Entwicklung der modernen Zweibildgeräte

Prof. Krames: Umbildung und Entzerrung photographischer Aufnahmen nach Scheimpflug

Prof. Krames: Scheimpflugs Landesvermessung aus der Luft

Präs. Lego: Der Entfernungsmesser Doležal-Scheimpflug

*Zubeziehen vom Österr. Verein für Vermessungswesen, Wien 8., F. Schmidpl. 3*



## Modernste geodätische Instrumente höchster Präzision:

**Nivellierinstrumente, Type V 200,** mit  
Horizontalkreis, für genaue technische  
Nivellements (siehe Abbildung)

**Nivellierinstrumente, Type V 100,** ohne  
Horizontalkreis, für einfache technische  
Nivellements

**Doppelpentagone 90 und 180°**

**Tachymeter-Vollkreis-Transporteure**

**Auftragsapparate,** System „Demmer“  
System „Michalek“

**Abschlebedreiecke,**  
verbesserte Ausführung

**Lattenrichter,** mit Dosenlibelle

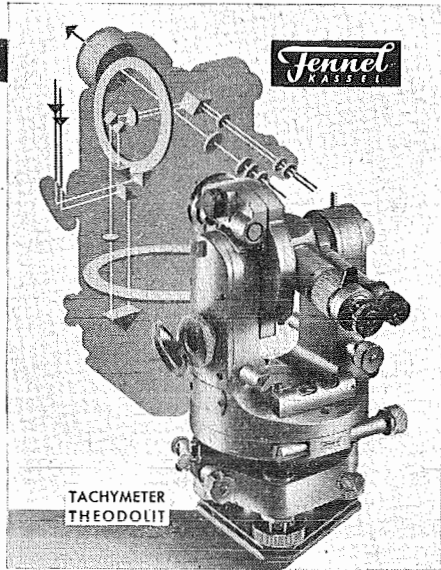
Verlangen Sie ausführliches Prospektmaterial

Optische Anstalt **C. P. GOERZ** Gesellschaft m. b. H.  
Wien X., Sonnleithnergasse 5 / Telephon Nr. U 42-555 Serie

## VERMESSUNGSINSTRUMENTE

Bau- und Ingenieurnivelliere,  
Feinnivelliere, Theodolite,  
Gruben- und Hängetheodolite,  
Steilschicht-Theodolite  
mit exzentrischem Fernrohr,  
Selbstreduzierende Tachymeter  
und Kippregeln „Hammer-Fennel“  
Magnetinstrumente wie Bussolen,  
Hängekompass, Grubenkompass  
und Orientierungsmagnetometer.  
Zubehörteile wie Normalmeter,  
Meßbänder, Latten, Prismen  
und Neigungsmesser.

FORDERN SIE PROSPEKTE!

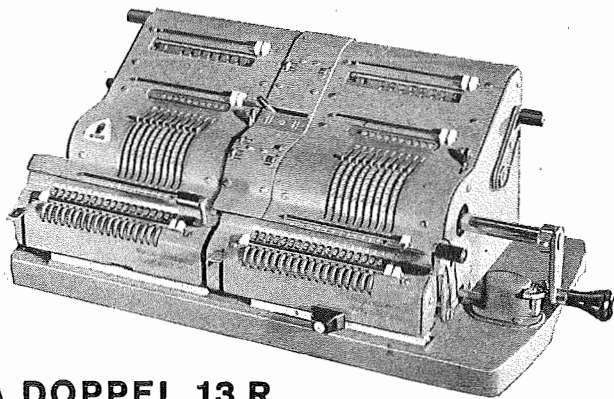


WERKSTÄTTEN FÜR GEODÄTISCHE INSTRUMENTE

**OTTO FENNEL SÖHNE KG KASSEL**

KÖNIGSTOR 16 · RUF 13916-17 · GRÜNDUNGSJAHR 1851 · TELEGRAMM-ADRESSE FENNELOS

VERTRETER: KARL HANSON · WIEN VIII · KRÖTENTHALLERGASSE 10



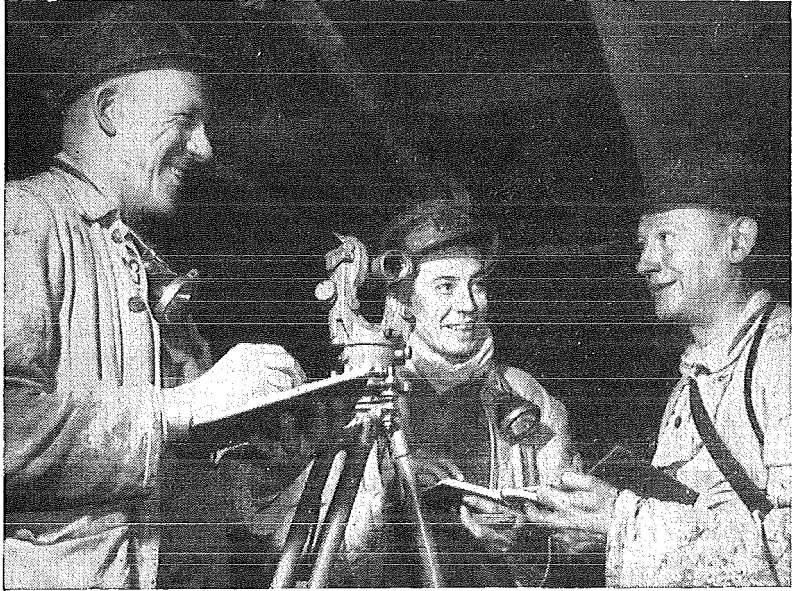
**BRUNSVIGA DOPPEL 13 R**

*für das Vermessungswesen*

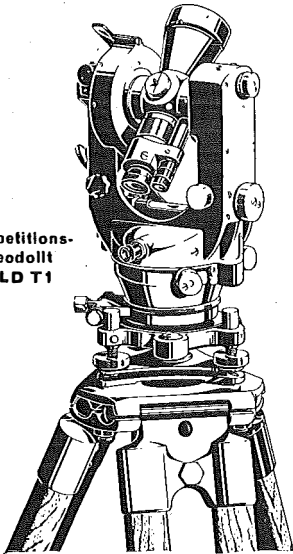
# BRUNSVIGA

Vertrieb von Büroeinrichtungen · Rothholz & Faber

Wien I · Wildpretmarkt 1 · Fernruf U 27-0-25



Repetitions-  
Theodolit  
WILD T1



## Tief unter Tag

in den Stollen der Bergwerke oder im scheinbaren Durcheinander großer Bauplätze, in Staub und Feuchtigkeit, bei rauher Behandlung – immer und überall gibt der robust gebaute WILD-Theodolit zuverlässige, genaue Meßresultate. Wer höchste Anforderungen hinsichtlich Genauigkeit und praktischer Eignung an sein Vermessungsinstrument stellen muß, wählt die weltbekannte Marke

Verlangen Sie ausführliches  
Prospektmaterial!

**WILD**  
**HEERBRUGG**

Alleinvertretung und Spezial-Reparaturdienst für Österreich:

**RUDOLF & AUGUST ROST**

Wien XV, Märzstraße 7 · Tel.: Y 12-1-20 · Telegramme: Georost Wien

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

o. ö. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. R o h r e r  
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. L e g o und Doz. Dr. Karl L e d e r s t e g e r

---

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1957

XLV. Jg.

---

## Der Doppelbildtachygraph

Von Ing. Franz E m b a c h e r, Bundesstrombauamt Wien

Der Doppelbildtachygraph ist ein geodätisches Instrument, mit welchem die Lage von Punkten im einigermaßen ebenen Gelände aufgenommen und unmittelbar graphisch dargestellt werden kann.

Nachdem der Meßvorgang so einfach ist, daß auch bewegliche Ziele zu erfassen sind, eignet sich das Gerät besonders zur Ortsbestimmung von Vermessungsbooten bei der Aufnahme von Gewässersohlen<sup>1)</sup>.

### *Kurze Beschreibung des Meßvorganges*

Das Blickfeld des Fernrohres setzt sich aus zwei optisch unabhängigen Halbkreisbildern zusammen und jeder anvisierte Gegenstand erscheint gleichzeitig in der linken sowie in der rechten Bildhälfte.

Die lagemäßige Aufnahme einer lotrecht stehenden Latte erfolgt durch Drehen an zwei Handrädern. Mit dem linken Rad wird das Fernrohr um die Alhidadenachse geschwenkt und die Latte seitlich derart anvisiert, daß ihre beiden Bilder im gleichen Abstand vom vertikalen Mittelstrich erscheinen. Beim Betätigen des rechten Rades hebt oder senkt sich das rechts sichtbare Lattenbild und eine Pikiereinrichtung bewegt sich parallel zur Fernrohrachse. Werden die Lattenbilder um einen bestimmten runden Meterbetrag gegenseitig verschoben (Abb. 1), so steht zwangsweise die Pikierspitze in

---

<sup>1)</sup> Der erste Doppelbildtachygraph wurde im Auftrag des Bundesstrombauamtes von der Firma R. u. A. Rost, Wien, nach dem vom Verfasser entwickelten Meßprinzip mechanisch durchkonstruiert und hergestellt.

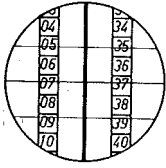


Abb. 1: Bildfeld

dem der maßstäblichen Aufnahmedistanz entsprechenden Abstand von der Instrumentenstehachse. Da ein unter der Pikiereinrichtung angebrachtes Reißbrett an der Alhidadendrehung nicht teilnimmt, befindet sich die Pikierspitze jeweils richtungs- und entfernungsmäßig über jener Stelle im aufgespannten Plan, welche der örtlichen Lage des Zieles in der Natur entspricht. Zur Markierung des Punktes braucht der Beobachter lediglich mit dem Handteller auf eine am rechten Handrad angebrachte Taste zu drücken.

Bei Sohlenaufnahmen wird durch fortgesetzte Ausübung dieser Tätigkeiten der Weg eines frei fahrenden Vermessungsbootes verfolgt, und seine Lage im Augenblick der Tiefenmessungen im Plan festgehalten.

### Das optisch-mechanische Meßprinzip (Abb. 2)

Die im Fernrohr eingeschobene vertikale Trennwand bewirkt eine vollständige Bildteilung. Jede Objektivhälfte erzeugt für sich ein reelles Bild in der Fadenkreuzebene.

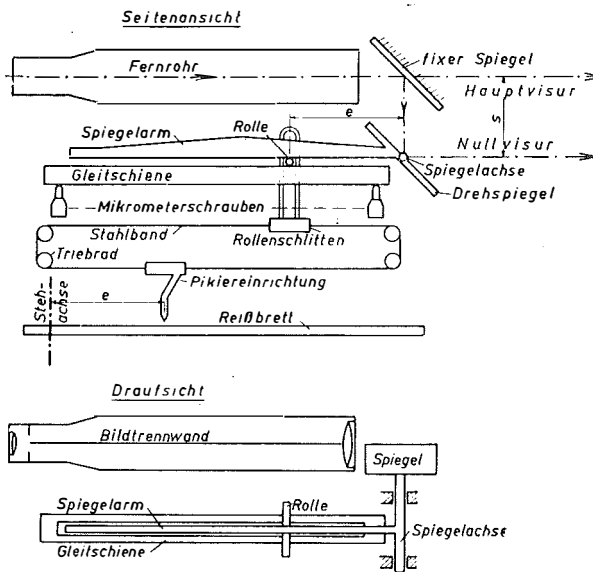


Abb. 2: Die Hauptteile des Instrumentes in der Nullstellung

Der aus der linken Objektivhälfte ungebrochen austretende, im allgemeinen horizontal gerichtete Achsstrahl wird im weiteren als *Hauptvisur* bezeichnet. Die aus der rechten Objektivhälfte kommenden Sehstrahlen werden vom fixen Spiegel vertikal nach unten abgelenkt und von dem um eine horizontale Achse beweglichen Drehspiegel wieder in die Blickrichtung reflektiert.



Eine geringe Neigung des Drehspiegels um seine Längsachse verschiebt das rechts sichtbare Bild seitlich so weit, daß es ungefähr den gleichen Ausschnitt darstellt wie das linke Bild.

Der Spiegelarm steuert die Bewegung des Drehspiegels. Er liegt auf der in der Längsrichtung des Instrumentes verschiebbaren Rolle und diese wieder auf der zweiteiligen Gleitschiene auf. Sowohl die Unterkante des Armes als auch die Oberkanten der Schiene sind mit größtmöglicher Genauigkeit geradlinig gearbeitet. An ihren beiden Enden ruht die Gleitschiene höhenbeweglich auf Mikrometerschrauben auf. Mit dem umlaufenden Stahlband ist oben der Rollenschlitten und unten die Pikiereinrichtung verbunden. Bei ihrer gegenläufigen Bewegung sind die Abstände Pikierspitze-Stehachse und Rolle-Spiegelachse stets gleich groß. Das Stahlband kann mit einem an der rechten Instrumentenseite angebrachten Handrad angetrieben und die Rolle bzw. die Pikiereinrichtung in eine beliebige Stellung gebracht werden.

Nimmt die Gleitschiene eine solche Höhenlage ein, daß beim Verschieben der Rolle der Spiegelarm mit Spiegel keine Drehbewegung erfährt und die aus der rechten Objektivhälfte kommenden Sehstrahlen parallel zur Hauptvisur austreten, dann befinden sich die Hauptteile in der *Nullstellung* (Abb. 2) und der rechte Strahlengang bildet die *Nullvisur*.

Verschiebt man aus dieser Stellung heraus die Gleitschiene durch gleichmäßiges Betätigen der Mikrometerschrauben um die Höhe  $h$  parallel nach oben oder unten, dann dreht sich der Spiegelarm mit Spiegel um einen von der Rollenentfernung  $e$  abhängigen Winkel (Abb. 3). In dieser *Meßstellung* wird der rechte Strahlengang um den doppelten Winkel abgelenkt (Reflexionsgesetz) und erhält nun die Bezeichnung *Meßvisur*.

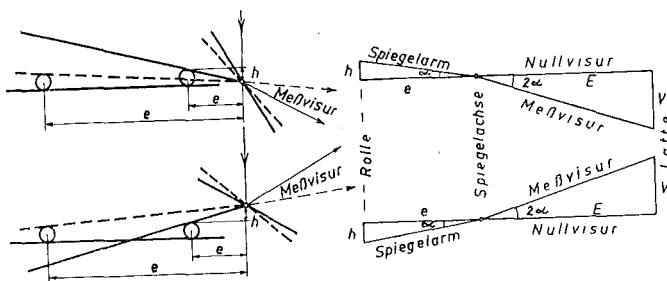


Abb. 3: Bewegung der Hauptteile

An einer lotrecht stehenden Latte beschreibt die Visur einen von der Entfernung  $E$  abhängigen Visurweg  $V$  und die Lattenlesung des rechten Bildes verändert sich um den gleichen Betrag.

Die in Abb. 3 rechts gezeichneten inneren und äußeren Dreiecke veranschaulichen den mathematischen Vorgang.

In jeder beliebigen Meßstellung ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{e} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{V}{E}$$

Der Doppelbildtachygraph ermöglicht die Anwendung zweier Arbeitsweisen (Abb. 4).

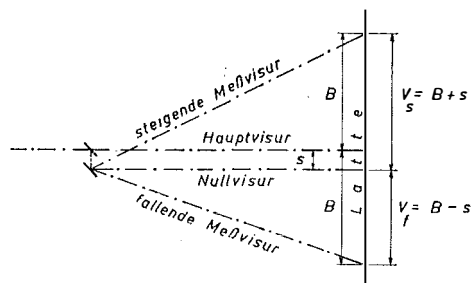


Abb. 4: Bezeichnung der Visuren

#### I. Aufnahme mit fallender Meßvisur.

Wird die Gleitschiene um die Höhe  $h$  gehoben, dann bewegt sich die Meßvisur an der Latte nach unten. Da die Nullvisur um den lotrechten Abstand der Spiegel  $s = 6$  cm tiefer liegt als die Hauptvisur und daher in der Nullstellung das rechte Bild eine um 6 cm geringere Lattenlesung aufweist als das linke, beträgt beim Einstellen einer mit  $B$  bezeichneten ganzzahligen Bildverschiebung der tatsächliche Visurweg nur  $V_f = B - s$ . Diese Arbeitsweise ist dann zu wählen, wenn der Instrumentenstandpunkt so hoch liegt, daß die Hauptvisur die in den Aufnahmepunkten aufgestellten Latten an ihren oberen Teilen anschneidet und für die Verschiebung der Meßvisur ein genügend langer Lattenabschnitt zur Verfügung steht.

#### II. Aufnahme mit steigender Meßvisur.

Wenn die Gleitschiene um  $h$  gesenkt wird, bewegt sich die Meßvisur nach oben. Um eine Bildverschiebung von  $B$  Metern zu erzielen, ist ein Visurweg von  $V_s = B + s$  erforderlich. Diese Arbeitsweise eignet sich für Aufnahmen im ebenen Gelände, wo die Hauptvisur die aufgestellten Latten an ihren unteren Teilen trifft.

Die angeführte Gleichung erhält nun die Form

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{B \pm s}{E}$$

Bei den auftretenden kleinen Winkeln  $\alpha$  ist die Näherung  $\operatorname{tg} 2\alpha = 2 \operatorname{tg} \alpha$  zulässig. Damit ergibt sich die Beziehung

$$\frac{B \pm s}{E} = 2 \frac{h}{e} \quad \text{bzw.} \quad e = \frac{2h}{B \pm s} \cdot E$$

Bleiben während einer Messung  $h$  und  $B$  unverändert, dann stellt der Wert des Bruches eine Konstante dar und es ist erwiesen, daß nach Durchführung des geschilderten Aufnahmeproganges der jeweilige Abstand der Rolle von der Spiegelachse und damit der Abstand der Pikierspitze von der Instrumentenstehachse proportional der Aufnahmedistanz ist.

Das Maß, um welche die Gleitschiene der Höhe nach verschoben werden muß, ergibt die abgeleitete Formel mit  $h = \frac{B \pm s}{2 \frac{E}{e}}$

Da  $\frac{E}{e}$  der Maßstabzahl  $m$  entspricht, wird die Gleitschiene bei der Messung mit steigender Visur um  $h = \frac{B + s}{2 m}$  zu senken und bei der Messung mit fallender Visur um  $h = \frac{B - s}{2 m}$  zu heben sein.

Es bedeuten:

- $h$  ... Hebung bzw. Senkung der Gleitschiene aus der Nullstellung
- $B$  ... ganzzahlige Bildverschiebung
- $s$  ... lotrechter Spiegelabstand = 6 cm und
- $m$  ... Maßstabzahl

### *Beschreibung des Doppelbildlachygraphen*

Durch den Ausbau des Tachygraphen als Doppelachseninstrument trennen sich im wesentlichen folgende drei Hauptteile:

- A) die bewegliche Alhidade mit Fernrohr, Distanzmeß- und Pikiereinrichtung,
- B) der während der Aufnahmearbeit feststehende Limbus mit Reißbrett und
- C) der Instrumentenfuß.

Das Fernrohr (1)<sup>2)</sup> zeigt bei einem Bildwinkel von 1°10' vierzigfache Vergrößerung und trägt eine Reversionslibelle (2) mit einer Empfindlichkeit von 10 Sekunden pro Doppelmillimeter. Es liegt wälzbar in zwei Ringen auf einer Fernrohrplatte auf und kann mittels der Tangentialkippschraube (3) bis zu einer Neigung von  $\pm 1:15$  aus der Horizontalen gebracht werden. Die Schraube weist eine Ganghöhe von 0,5 mm auf. Ihr Abstand von der Kippachse beträgt 250 mm, so daß fünf volle Umdrehungen derselben die Hauptvisur um ein Hundertstel der Distanz der Höhe nach verschieben.

Der unterste, randrierte Teil der Kippschraube steht in fester Verbindung mit dem Gewindebolzen. Die darüberliegende, ebenfalls mit einer Randrierung versehene Hülse ist auf Reibung montiert und an ihrem Umfang in 50 Intervalle geteilt. Ein Teilstrich entspricht daher einem Schraubengang von  $\frac{1}{100}$  mm. In jeder Schraubenstellung kann durch Festhalten der unteren und durch Drehen an den oberen Randrierung die Teiltrommel auf Null eingerichtet werden. Zum Kippen des Fernrohres ist stets die untere Randrierung zu verwenden.

Das lange Gehäuse (4) nimmt die Gleitschiene und den Spiegelarm auf. Es ermöglicht dem letzteren eine Drehung um die Spiegelachse bis zu einer

<sup>2)</sup> Die eingeklammerten Zahlen stellen die Bezeichnung der Teile in Abb. 5 dar,

Neigung von  $\pm 1:10$  aus der Nullstellung. Das kleinere Spiegelgehäuse (5) ist zum Schutz der oberflächenbelegten Spiegel an der Ein- und Austrittsstelle der Sehstrahlen mit Fenstern abgeschlossen. Auf der rechten Seite ist das lange Gehäuse durchbrochen und zeigt auf einer Distanzteileung (6) den jeweiligen Abstand der Pikierspitze von der Stehachse an.

Um Beschädigungen der Spiegelarm- und Gleitschienenkanten beim Transport des Instrumentes zu verhüten, ist eine Fixierung der beweglichen Teile vorgesehen.

Nach kräftigem Drehen der Transportklemme (7) im Uhrzeigersinn drückt eine Flachfeder von oben auf den Spiegelarm und verhindert dadurch Vibrationsschläge. Zur Schonung der Spiegelachse und zur Erzielung eines gleichmäßigen Federdruckes muß vor dem Einschalten der Klemme die Pikiereinrichtung auf  $e = 27 \text{ cm}$  eingestellt und bei größeren Gleitschienenverschiebungen als  $h = \pm 1,5 \text{ mm}$  die Schiene in die Nullstellung gebracht werden. Vor jeder Justier- bzw. Aufnahmetätigkeit ist die Arretierung durch kräftiges Drehen im entgegengesetzten Sinne zu lösen.

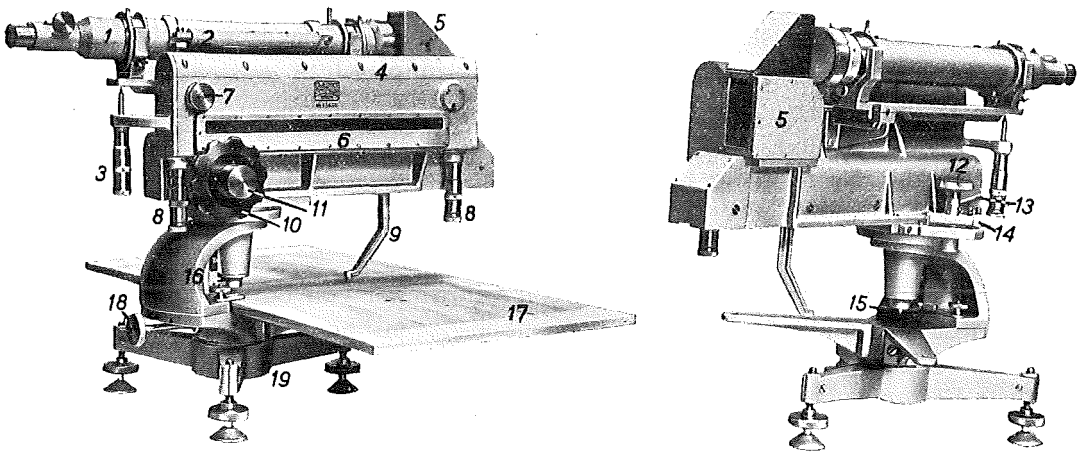


Abb. 5: Der Doppelbildtachygraph

Die beiden Mikrometerschrauben (8) dienen zur Höhenverschiebung der Gleitschiene um max.  $\pm 6 \text{ mm}$ . Ihre Ganghöhen sind  $0,5 \text{ mm}$  bei einer Teilung des Umfanges in 50 Intervalle. Beide Mikrometerschrauben weisen die gleiche Konstruktion auf wie die bereits beschriebene Tangentialkippschraube.

Unter dem Gehäuse bewegt sich die Pikiereinrichtung (9).

Das Distanzhandrad (10) treibt das Stahlband und damit die Rolle und die Pikiereinrichtung an. An diesem Handrad ist die vorstehende Taste (11) angebracht, welche beim Drücken mit dem rechten Handteller die Pikierspitze in jeder beliebigen Stellung der Pikiereinrichtung in den aufgespannten Plan eindrückt. Die Längsbewegung der Pikierspitze ist mit Entfernungen von  $15\text{--}300 \text{ mm}$  von der Stehachse begrenzt.

Links befindet sich das Richtungshandrad (12). Es trägt unten ein Ritzel, welches an einem mit dem Limbus verbundenen Zahnkranz abrollt und durch Drehen des Fernrohres um die Alhidadenachse das seitliche Einstellen fester oder die dauernde Verfolgung beweglicher Ziele ermöglicht.

Auf der Achse des linken Handrades ist der Klemmehebel (13) angeordnet, welcher im angehobenen Zustand die Alhidadendrehung verhindert.

Die beiden Kreuzlibellen (14) dienen zur Lotrechtstellung der Stehachse.

An ihrem untersten Teil trägt die konische Alhidadenachse die senkbare Zentrierspitze (15), welche den Instrumentenstandpunkt im Plan pikiert. Auf dem Limbus (16) sind zwei Arme und Schrauben zur Befestigung des Reißbrettes (17) angebracht.

Nach dem Öffnen der Limbusklemme (18) kann der Limbus mit Reißbrett um die in den Instrumentenfuß (19) reichende Limbusachse gedreht werden. Dieses Doppelachsensystem ermöglicht eine der Natur entsprechende Orientierung des Planes.

### Genauigkeitsrechnungen

Die Genauigkeit der Distanzmessung hängt ab von:

- der mechanischen Bearbeitungsgenauigkeit des Spiegelarmes, der Gleitschiene und der Mikrometerschrauben,
- eventuellen Abweichungen der Hauptvisur von der Horizontalen,
- der Näherungsannahme  $\operatorname{tg} 2\alpha \doteq 2 \operatorname{tg} \alpha$ ,
- der Kollimation der Meßvisur,
- der Größe des Rollendurchmessers und
- der Elastizität des Spiegelarmes und der Gleitschiene.

Zu a). Präzise Mikrometerschrauben weisen bei einigen wenigen Umdrehungen praktisch keine Ganghöhendifferenzen auf. Die Bearbeitungsgenauigkeit der Arme wird mit  $0,005 \text{ mm}$  garantiert. Da in der praktischen Ausführung an Stelle der Rolle Gleitflächen angeordnet sind, gleichen sich auf eine Länge von ca.  $20 \text{ mm}$  die Bearbeitungsfehler zum Teil aus. Es kann daher angenommen werden, daß selbst bei ungünstigster Überlagerung der Spiegelarm und Gleitschienenunebenheiten kein größerer Gesamtfehler als  $0,005 \text{ mm}$  auftritt.

Der Einfluß dieser Abweichung vom ideellen  $h$ -Wert auf die Distanzmessung läßt sich aus dem inneren Rechnungsdreieck ableiten (Abb. 6).

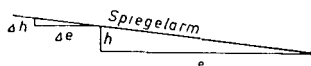


Abb. 6: Einfluß der Bearbeitungsgenauigkeit

$$\frac{\Delta e}{\Delta h} = \frac{e}{h}; \quad \Delta e = \Delta h \cdot \frac{e}{h} \quad \text{und} \quad \Delta e \% = \frac{100 \cdot \Delta h}{h}$$

Mit einem  $\Delta h$  von 0,005 mm treten folgende Distanzfehler auf:

$h$ , mm	$\Delta e$ , %
0,75	0,7
1,00	0,5
1,50	0,3
5,00	0,1

Bei Geländeaufnahmen kann man den Aufnahmemaßstab so wählen, daß  $h$  gleich oder größer ist als 1,5 mm. Der dabei auftretende Distanzfehler von 0,3% läßt sich auch bei der Dreifadentachymetrie kaum unterbieten. Lediglich bei Stromsohlenaufnahmen ergeben sich Gleitschienehöhen von  $h \doteq 0,75$  mm und damit stärkere Abweichungen, welche aber zu Gunsten einer größeren Reichweite toleriert werden können.

Zu b). Wenn bei der Aufnahme sehr hoch oder tief liegender Punkte die Hauptvisur von der Horizontalen abweicht, entstehen Fehlresultate. Nach Abb. 7 registriert das Instrument bei Schrägvisuren die zu große Entfernung  $E'$ , in welcher eine lotrecht auf der Nullvisur stehende Latte unter dem Winkel  $2\alpha$  gesehen wird.

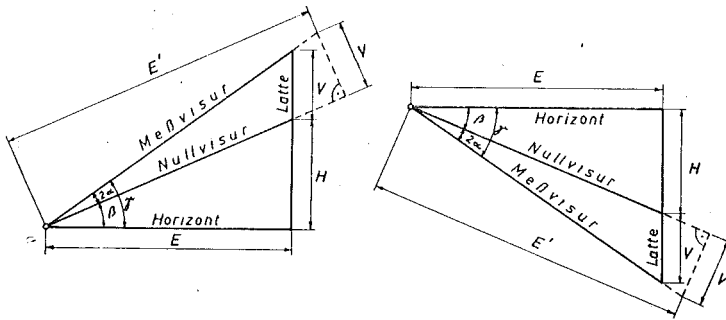


Abb. 7: Messung mit geneigter Hauptvisur

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{V}{E'} ; \quad E' = \frac{V}{\operatorname{tg} 2\alpha} ; \quad \Delta E = E' - E = \frac{V}{\operatorname{tg} 2\alpha} - E$$

$$H = E \operatorname{tg} \beta ; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{V + H}{E} = \frac{V}{E} + \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} (\gamma - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{V}{E}}{1 + \left(\frac{V}{E} + \operatorname{tg} \beta\right) \operatorname{tg} \beta}$$

$$\Delta E = E \operatorname{tg}^2 \beta + V \operatorname{tg} \beta$$

Bei  $V \doteq 3$  m und  $\operatorname{tg} \beta$  (max) =  $\frac{1}{15}$  ist das Produkt  $V \cdot \operatorname{tg} \beta$  (max) = 2 dm.

Es wird zur Vereinfachung der folgenden Ableitung vernachlässigt.

$$\Delta E \doteq E \operatorname{tg}^2 \beta \quad \text{oder} \quad \Delta E \% = 100 \operatorname{tg}^2 \beta$$

Bezeichnet man mit  $u$  die ausgeführte Anzahl von Umdrehungen an der Tangentialkippschraube, dann wird  $\operatorname{tg} \beta = \frac{u \cdot 0,5}{250}$  und  $\Delta E \% = \frac{u^2}{2500}$ .

Aus der letzten Formel ist ersichtlich, daß sich Hauptvisurneigungen bis zu 16 Umdrehungen der Tangentschraube praktisch überhaupt nicht auswirken. *Die Distanzmessung ist daher nicht an eine genaue Horizontalvisur gebunden.*

Selbst bei Schrägvisuren mit maximaler Fernrohrneigung ( $u = 33$ ) tritt nur ein Fehler von 0,4% der Entfernung auf. Vermeidet man durch entsprechende Wahl des Aufstellungsplatzes extrem nach oben oder unten geneigte Visuren oder berücksichtigt man nach der Formel  $\Delta E = -\frac{u^2 \cdot E}{250.000}$  die in Grenzfällen auftretenden Abweichungen sofort bei der Aufnahme, dann sind die verbleibenden Registrierungsfehler so klein, daß sie vernachlässigt werden können.

Die unter Punkt c bis f genannten Fehlereinflüsse wurden ebenfalls einer mathematischen Untersuchung zugeführt. Ihre Auswirkungen sind so klein, daß sie lediglich theoretischen Charakter aufweisen. Auf die Meßgenauigkeit wirken sich praktisch nur die mechanischen Schienenunebenheiten und größere Fernrohrneigungen aus.

(Schluß folgt.)

## Zur rechnerischen Durchführung des Vierpunktverfahrens

Von W. W u n d e r l i c h, Wien

Unter der Voraussetzung *ebenen Geländes* ist der geometrische Zusammenhang zwischen Kartenbild und Luftbild bekanntlich ein *kollinear*er und daher vollkommen bestimmt, wenn vier Geländepunkte in beiden Bildern identifiziert werden können, wobei lediglich die Einschränkung zu beachten ist, daß diese Punkte ein echtes Viereck bilden müssen, also keine drei in einer Geraden liegen dürfen. Die Übertragung weiterer Punkte aus einem Bild in das andere ist dann in eindeutiger Weise möglich und wird unter der Bezeichnung „*Vierpunktverfahren*“ in der Praxis häufig angewendet<sup>1)</sup>. Dem Verfahren kommt insofern weitergehende Bedeutung zu, als es auch bei beschränkten Abweichungen des Geländes oder einzelner Objekte von der Ebene mit guter Genauigkeit anwendbar bleibt.

Die *konstruktive Durchführung* dieser Aufgabe geschieht am bequemsten mittels der „*Papierstreifenmethode*“, die auf der Doppelverhältniseinheit entsprechender Strahlenquadrupel in zugeordneten Strahlbüscheln

<sup>1)</sup> Vgl. etwa K. S c h w i d e f s k y, *Einführung in die Luft- und Erdbildmessung* (Leipzig/Berlin, 2. Aufl. 1939), S. 67 ff.

beruht. Während diese zeichnerische Methode allgemein geläufig ist, scheint eine zweckmäßige *rechnerische Durchführung* der Aufgabe weniger bekannt zu sein, obwohl gelegentliches Bedürfnis danach besteht. Es ist daher der Zweck der folgenden Zeilen, einen brauchbaren und vor allem bequem und übersichtlich zu handhabenden Rechengang aufzuzeigen.

Führt man in der Karten- bzw. Luftbildebene unabhängig voneinander kartesische Normalkoordinaten  $x, y$  bzw.  $x', y'$  ein, so wird jeder kollineare Zusammenhang zwischen den beiden Ebenen bekanntlich durch linear-gebrochene Transformationsgleichungen von der Bauart

$$(1) \quad x = \frac{a_1 x' + b_1 y' + c_1}{a_3 x' + b_3 y' + c_3}, \quad y = \frac{a_2 x' + b_2 y' + c_2}{a_3 x' + b_3 y' + c_3}$$

beschrieben. Setzt man die Transformationsgleichungen zunächst mit unbekanntem Koeffizienten an und trägt anschließend die Koordinaten der vier bekannten Kartenpunkte  $1, 2, 3, 4$  und ihrer entsprechenden Bildpunkte  $1', 2', 3', 4'$  ein, so gelangt man zu insgesamt acht linear-homogenen Bestimmungsgleichungen für die neun Koeffizienten, die sich daraus bis auf einen gemeinsamen Faktor bestimmen lassen, welcher jedoch beliebig festgesetzt werden kann. Die Auflösung dieses Gleichungssystems erfordert allerdings (trotz spezieller Bauart) einen beträchtlichen Aufwand, und selbst nach dessen Bewältigung sind die zu benützendenden Transformationsformeln (1) nicht sehr bequem zu handhaben. Der beschriebene Vorgang, wie ihn beispielsweise P. T h a m vorschlägt <sup>2)</sup>, ist demnach kaum zu empfehlen. — S. F i n s t e r w a l d e r verwendet statt Normalkoordinaten schiefwinklige <sup>3)</sup>, deren Achsen jeweils mit zwei Gegenseiten der Grundvierecke zusammenfallen, wodurch sich die Anzahl der Transformationskoeffizienten um vier vermindert. Der Rechenaufwand wird dadurch zweifellos verringert, doch darf nicht übersehen werden, daß das direkte Ausmessen und Auftragen schiefwinkliger Koordinaten eine mißliche Angelegenheit ist, andererseits eine Rückkehr zu Normalkoordinaten zusätzliche Transformationsgleichungen bedingt. Auch dieser Arbeitsgang ist also ziemlich umständlich.

Der nachstehend entwickelte Vorschlag, der jegliche Auflösung linearer Gleichungssysteme umgeht, läuft darauf hinaus, drei der Angabepunkte — etwa  $1, 2, 3$  in der Kartenebene — als Ecken eines „*Fundamentaldreieckes*“ anzusehen und zur Festlegung jedes weiteren Punktes  $P$  dessen „*Flächenkoordinaten*“  $f_1 = \triangle 23P, f_2 = \triangle 31P, f_3 = \triangle 12P$  heranzuziehen (Abb. 1). Diese speziell in der Dreiecksgeometrie vielfach bewährten Koordinaten hat schon A. F. M ö b i u s in seinem „*Baryzentrischen Kalkül*“ (1827) eingeführt <sup>4)</sup>; sie gestatten nämlich neben der geometrischen Auffassung auch

<sup>2)</sup> P. T h a m, *Die vollständige Lösung des Rückwärtseinschnitts*. Z. f. Vermessungswesen 72 (1943), 216.

<sup>3)</sup> S. F i n s t e r w a l d e r, *Über die Konstruktion von Höhenkarten aus Ballon-aufnahmen*. Sitzungsber. Bayer. Akad. Wiss. 30 (1900), 149.

<sup>4)</sup> A. F. M ö b i u s, *Gesammelte Werke* (Leipzig 1885), Bd. I, S. 50 ff.



eine bemerkenswerte mechanische Deutung: Denkt man sich in den Fundamentalpunkten 1, 2, 3 der Reihe nach die Massen  $f_1, f_2, f_3$  (oder dazu proportionale) konzentriert, so fällt ihr Gesamtschwerpunkt gerade nach  $P$ .

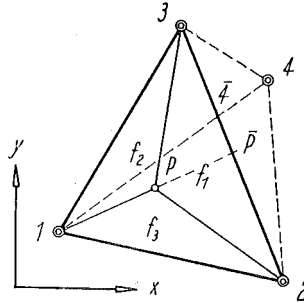


Abb. 1

In der Tat teilt etwa der Schwerpunkt  $\bar{P}$  des Massenpaares  $f_2, f_3$  die Seite  $23$  im Verhältnis  $2\bar{P} : 3\bar{P} = -f_3 : f_2$ , liegt also auf der Geraden  $1P$ , die ja die Fläche des Fundamentaldreiecks im gleichen Verhältnis teilt. — Die Flächenkoordinaten sind selbstverständlich, dem Umlaufsinn der betreffenden Teildreiecke entsprechend, mit Vorzeichen versehen und nur für Punkte im Inneren des Fundamentaldreiecks durchwegs positiv. Bei Außenpunkten muß die mechanische Interpretation das Auftreten negativer Massen zulassen<sup>5)</sup>.

Die Flächenkoordinaten des vierten Angabepunktes 4, erklärt durch die Dreiecke  $234, 314$  und  $124$ , seien mit  $e_1, e_2$  und  $e_3$  bezeichnet. Die Gerade  $14$  schneidet die Seite  $23$  in einem Punkt 4 und teilt dieselbe im Verhältnis  $2\bar{4} : 3\bar{4} = -e_3 : e_2$ . Das *Doppelverhältnis* der vier von 1 der Reihe nach nach 2, 3, 4 und  $P$  zielenden Strahlen läßt sich mithin — unter Heranziehung ihrer Schnittpunkte mit der Gegenseite  $23$  — einfach durch die Flächenkoordinaten ausdrücken:

$$(2) \quad 1(234P) = (2\bar{3}\bar{4}\bar{P}) = \frac{2\bar{4}}{3\bar{4}} : \frac{2\bar{P}}{3\bar{P}} = -\frac{e_3}{e_2} : -\frac{f_3}{f_2} = \frac{f_2}{e_2} : \frac{f_3}{e_3}.$$

Geht man nun in der Luftbildebene ganz analog vor (die entsprechenden Größen durch einen Akzent unterscheidend), so erhält man auf Grund der durch die Kollineation bedingten *Doppelverhältnisgleichheit*  $1(234P) = 1'(2'3'4'P')$  im Hinblick auf (2) die Beziehung

$$(3) \quad \frac{f_2}{e_2} : \frac{f_3}{e_3} = \frac{f'_2}{e'_2} : \frac{f'_3}{e'_3}.$$

<sup>5)</sup> Flächenkoordinaten wurden gelegentlich bei der affinen Übertragung herangezogen; vgl. L e r c h e, *Zur Übertragung von Dreiecksmaschen mit Hilfe von Achsenabschnitten der Ecktransversalen*. Nachr. Reichsverm.dienst 1944, 152.

Hierzu treten durch zyklisches Weiterrücken zwei ähnliche gleichwertige Beziehungen, die sich mit (3) zusammenfassen lassen zu

$$(4) \quad \frac{f_1}{e_1} : \frac{f_2}{e_2} : \frac{f_3}{e_3} = \frac{f'_1}{e'_1} : \frac{f'_2}{e'_2} : \frac{f'_3}{e'_3}.$$

Nachdem sich nun der Übergang von kartesischen Koordinaten zu Flächenkoordinaten in beiden Richtungen recht einfach vollzieht, so eröffnet sich auf Grund der Schlüsselgleichung (4) folgender Weg zur Übertragung eines Luftbildpunktes  $P'$  ( $x'$ ,  $y'$ ) in die Karte nach  $P$  ( $x$ ,  $y$ ):

Man bestimmt zunächst die Flächenkoordination  $f'_i$  von  $P'$  in bezug auf das Fundamentaldreieck  $1'$  ( $x'_1$ ,  $y'_1$ ),  $2'$  ( $x'_2$ ,  $y'_2$ ),  $3'$  ( $x'_3$ ,  $y'_3$ ) nach dem Muster

$$(5) \quad 2 f'_1 = \begin{vmatrix} x' & y' & 1 \\ x'_2 & y'_2 & 1 \\ x'_3 & y'_3 & 1 \end{vmatrix} = A'_1 x' + B'_1 y' + C'_1 \text{ usw.}$$

$$\text{mit } A'_1 = y'_2 - y'_3, B'_1 = x'_3 - x'_2, C'_1 = x'_2 y'_3 - x'_3 y'_2 \text{ usw.}$$

Durch Einsetzen der Koordinaten des vierten Grundpunktes  $4'$  ( $x'_4$ ,  $y'_4$ ) für  $x'$ ,  $y'$  in (5) erhält man dessen Flächenkoordinaten  $e'_i$  vermöge

$$(6) \quad 2 e'_1 = A'_1 x'_4 + B'_1 y'_4 + C'_1 \text{ usw.}$$

In gleicher Weise berechnen sich in der Kartenebene die Flächenkoordinaten  $e_i$  von  $4$  in bezug auf  $123$  nach dem Muster

$$(7) \quad 2 e_1 = A_1 x_4 + B_1 y_4 + C_1 \\ \text{mit } A_1 = y_2 - y_3, B_1 = x_3 - x_2, C_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2$$

Nun können auf Grund von (4) die Verhältnisse der Flächenkoordinaten  $f_i$  von  $P$  angegeben werden:

$$(8) \quad f_1 : f_2 : f_3 = \frac{e_1}{e'_1} f'_1 : \frac{e_2}{e'_2} f'_2 : \frac{e_3}{e'_3} f'_3.$$

Für die Berechnung der kartesischen Koordinaten des Punktes  $P$ , die auf Grund der baryzentrischen Deutung vermöge

$$(9) \quad x = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3}{f_1 + f_2 + f_3}, \quad y = \frac{f_1 y_1 + f_2 y_2 + f_3 y_3}{f_1 + f_2 + f_3}$$

zu geschehen hätte, benötigt man aber nur die Verhältniswerte, sodaß man in diesen Formeln statt der  $f_i$  einfach die Verhältnissgrößen  $f'_i e_i / e'_i$  einsetzen kann; man bemerkt darüber hinaus, daß man statt der Flächenkoordinaten  $f'_i$ ,  $e'_i$  und  $e_i$  auch gleich ihre in (5), (6) und (7) vermerkten doppelten Werte verwenden kann.

Da bei der Übertragung mehrerer Punkte die Transformationskoeffizienten in (5), (8) und (9) konstant sind, so vollzieht sich der Rechengang nach Erledigung der Vorarbeiten — die, wie schon hervorgehoben wurde,

keinerlei Gleichungsauflösung verlangen — durchaus flüssig und in einer Weise, die leicht protokollarisch zu schematisieren ist und insbesondere auch für Rechenautomaten einfach programmiert werden kann.

Der in der projektiven Geometrie Bewanderte sieht natürlich, daß das auseinandergesetzte Verfahren im wesentlichen auf die Einschaltung *homogener projektiver Koordinaten* hinausläuft, die sich auf die Fundamentaldreiecke  $123$  bzw.  $1' 2' 3'$  und die „Einheitspunkte“  $4$  bzw.  $4'$  gründen. Diese Koordinaten  $\xi_i$  bzw.  $\xi_i'$  sind zu den Größen  $f_i/e_i$  bzw.  $f_i'/e_i'$  proportional und stimmen für kollinear entsprechende Punkte in den Verhältnissen überein [vgl. (4)]. Auch diese Auffassung führt aber bei expliziter Durchführung auf die hier in einer dem Anschauungsbedürfnis des Praktikers gemäßen Weise elementar abgeleiteten Formeln. — Den Betrachtungen waren kartesische Normalkoordinaten  $x, y$  und  $x', y'$  zugrundegelegt worden, doch behalten alle Formeln auch für schiefwinklige Koordinaten (und verschiedene Maßeinheiten) ihre Gültigkeit.

Einige Worte mögen noch speziell der Bestimmung des Bild- und Kartenhorizonts gewidmet werden, wofür K. Killian kürzlich eine einfache Vorschrift mitgeteilt hat <sup>6)</sup>.

Der *Bildhorizont* ist jene Gerade in der Luftbildebene, die der Ferngeraden der Kartenebene entspricht. Diese Gerade ist offenbar durch das Verschwinden der Nenner in (9) gekennzeichnet, führt also wegen (8) auf die Bedingung

$$(10) \quad \frac{e_1}{e_1'} f_1' + \frac{e_2}{e_2'} f_2' + \frac{e_3}{e_3'} f_3' = 0.$$

Setzt man hierin für die  $f_i'$  die Ausdrücke aus (5) ein, so hat man bereits die Gleichung des Bildhorizontes in den kartesischen Koordinaten  $x', y'$ .

In analoger Weise läßt sich der *Kartenhorizont* ermitteln, der in der Kartenebene der Ferngeraden der Luftbildebene zugeordnet ist; es sind lediglich gestrichene und ungestrichene Größen zu vertauschen. Man kann sich aber auch direkt zwei Punkte  $X$  und  $Y$  des Kartenhorizonts verschaffen, indem man einmal  $x'$  bei festem  $y'$  und das andere Mal  $y'$  bei festem  $x'$  über alle Schranken wachsen läßt. Im ersten Fall erhält man zufolge (5) in der Grenze  $f_1' : f_2' : f_3' = A_1' : A_2' : A_3'$ , im zweiten Fall  $f_1' : f_2' : f_3' = B_1' : B_2' : B_3'$ , und bestimmt dann mit diesen Werten über (8) und (9) die Koordinatenpaare jener Horizontpunkte  $X$  und  $Y$ , die den Fernpunkten der  $x'$ - und  $y'$ -Achse zugeordnet sind. Weitere, unter Umständen günstiger liegende Horizontpunkte könnte man durch Linearkombination mittels

$$(11) \quad f_1' : f_2' : f_3' = (A_1' + \lambda B_1') : (A_2' + \lambda B_2') : (A_3' + \lambda B_3')$$

bei beliebigem (geeignetem)  $\lambda$  bekommen.

<sup>6)</sup> K. Killian, *Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung*. Österr. Z. f. Vermessungswesen 44 (1956), 79.

## Beitrag zur Kartenentwurfslehre

Von Ing. K. Killian

Die *Tissot'sche Indikatrix* gibt uns bekanntlich ein Kriterium für die Strecken-, Winkel- und Flächenverzerrungen aller überhaupt möglichen Kartenentwürfe und gestattet damit einen systematischen Aufbau der ganzen Kartenentwurfslehre. Dennoch dürfte es von Interesse sein, einige bekannte Beziehungen auch von anderen Standpunkten aus zu beleuchten, wobei das Bestreben auf *einfachste, anschauliche* Beweise gerichtet ist, und in diesem Zusammenhang einige Vorläufer *Tissot's* zu nennen.

### 1. Stereographische Projektion

Während die geometrischen Eigenschaften von zwei anderen perspektivischen Projektionen: gnomonische Projektion (Thales 600 v. Chr.) und orthographische Projektion (Apollonius 240 v. Chr.) unmittelbar erkannt wurden, war dies bei der stereographischen Projektion nicht der Fall. Hipparch (160—125 v. Chr.) hat die stereographische Projektion der Kugel zur Abbildung des Himmelsgewölbes angewandt und Ptolemäus (150 n. Chr.) entdeckte die Kreistreue für einige Kreise. Jordanus Saxo (gest. 1237) erkannte die Kreistreue als allgemein bestehend. Die Winkeltreue, die nach den heutigen Erkenntnissen auf Grund der *Tissot-Indikatrix* unmittelbar aus der Kreistreue folgt, wurde erst von Mercator (1587) entdeckt. Neu entdeckt wurde sie von Hook (siehe Philos. Transactions Bd. XIX., 1695 bis 1697, S. 204 u. 205).

Zunächst seien zwei zum größten Teil bekannte einfache Beweise über Kreis- und Winkeltreue der genannten Projektion angeführt, die am Schlusse durch einen kürzeren einfachen und allgemeiner anwendbaren Beweis ergänzt werden. In Fig. 1 (= Aufriß) ist  $e$  die Projektionsebene, die die abzubildende Kugel in einem zum Projektionszentrum  $O$  diametral gelegenen Punkt  $S$  berührt. Jede andere zu dieser Ebene parallele Projektionsebene ergibt bekanntlich nur eine Ähnlichkeitstransformation. Ein beliebiger ebener Schnitt mit der Kugel ist ein Kreis, der in Fig. 1 als Strecke  $\overline{AB}$  dargestellt wird.  $OAA'$  und  $OBB'$  sind die in der Papierebene gelegenen Erzeugenden des projizierenden Kegels.

Die Dreiecke  $OSB$  und  $OSB'$  sind rechtwinkelig und haben den gleichen Winkel  $\alpha$ . Die Winkel bei  $S$  und  $B'$  sind daher einander gleich. Die Winkel bei  $S$  und  $A$  sind ebenfalls einander gleich (Peripheriewinkel). Daher ist das Viereck  $ABB'A'$  ein Sehnenviereck. Dessen Umkreis kann als Aufriß einer Kugel angesehen werden. Da ebene Schnitte einer Kugel immer Kreise sind, folgt, daß jeder Kreis als Kreis abgebildet wird. Die auf  $e$  normalen Großkreise der Kugel werden als Kreise mit unendlich großem Radius abgebildet.

Auch unendlich kleine Kreise werden als Kreise abgebildet, d. h. in allen Richtungen ist die Streckenverzerrung konstant oder unendlich kleine Figuren sind einander ähnlich, die Abbildung ist also winkeltreu.

Unabhängig von der Kreistreue kann die Winkeltreue auch aus Fig. 1 abgelesen werden: Legt man in einem beliebigen Punkt  $P$  der Kugel die Tangentialebene  $t$ , so ist einer ihrer beiden Winkel mit der Projektionsebene gleich dem Zentriwinkel  $2\beta$  (Winkelsumme im Viereck  $MPNS$ ). Die Winkelhalbierende Ebene  $w$  steht immer normal zum Projektionsstrahl  $OPP'$  (Peripheriewinkel  $\beta$  ist Normalwinkel zu Winkel  $P'Nw$ ). Denkt man sich durch den Projektionsstrahl  $OPP'$  beliebige Ebenen gelegt, so werden diese Ebenen von den beiden Ebenen  $e$  und  $t$  unter gleichen Winkeln geschnitten; denn die Ebenen  $e$  und  $t$  liegen symmetrisch zur Ebene  $w$  (Fokalfunkte der Luftbildmessung).

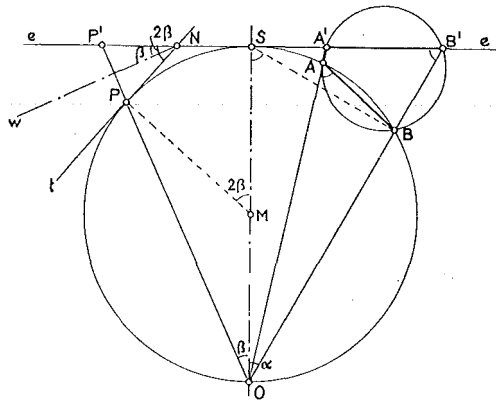


Fig. 1

Bemerkt sei, daß aus der Kreis- und Winkeltreue z. B. der aus der Geometrie bekannte Satz folgt: „Drei Kleinkreise einer Kugel, deren Kreisebenen durch einen gemeinsamen Kugelpunkt gehen, bilden ein Dreieck, dessen Winkelsumme  $180^\circ$  ist.“ Sieht man nämlich den gemeinsamen Kugelpunkt als Zentrum einer stereographischen Projektion an, so ergibt das Bild dieser Kreise ein geradlinig begrenztes Dreieck. Dies gilt auch, wenn einer oder zwei der drei Kleinkreise durch Großkreise ersetzt werden.

Daß die stereographische Projektion der Kugel die einzige zentrale Projektion ist, bei der alle Kreise wieder als Kreise abgebildet werden, folgt unmittelbar aus Fig. 1. Denn bei anderen Lagen des Projektionszentrums  $O$  entsteht das genannte Sehnenviereck nicht. Daß jedoch die stereographische Projektion überhaupt die einzige konforme Abbildung der Kugel auf die Ebene darstellt, bei der Kreise wieder als Kreise abgebildet werden, ist vermutlich nur umständlich ableitbar. Ein solcher Beweis ist aber schon implicit in der Arbeit von L a g r a n g e enthalten: „Sur la construction des cartes géographiques“ 1779 (Übersetzung: Ostwalds Klassiker Nr. 55).

Das wenig sagende Wort „stereographisch“ rührt her vom Jesuitenpater A g u i l o n i u s (1613). Es würden einige Vorschläge gemacht, dieses Wort durch ein besseres, z. B. durch „allkreisig“, zu ersetzen. Das letztere und ähnliche Worte wären jedoch nur für die stereographische Projektion

einer Kugel anwendbar, während in der Geometrie die Bezeichnung „stereographische Projektion“ für alle Flächen zweiter Ordnung, die von einem ihrer Punkte auf eine Ebene projiziert werden, eingeführt ist. Erwähnt sei z. B. die stereographische Projektion eines einschaligen Hyperboloides auf eine zu ihrer Achse senkrechten Ebene. Einschaliges Hyperboloid und Kugel können durch imaginäre Kollineation ineinander übergeführt werden, so daß in diesem Fall alle projektivischen Sätze der einen Fläche auf die andere übertragen werden können.

Wir denken uns an Stelle der Kugel ein Rotationsellipsoid. Das Projektionszentrum  $O$  liege in einem Pol und die Projektionsebene berühre das Rotationsellipsoid im anderen Pol. Das Rotationsellipsoid denken wir uns wieder durch eine beliebige Ebene geschnitten. Die Schnittfigur ist bekanntlich eine Ellipse, die wir im Aufriß wieder als eine Strecke  $\overline{AB}$  darstellen. Das Bild jeder solchen Schnittfigur ist ein Kreis, wie vermutlich am einfachsten auf folgende Weise gezeigt werden kann: zwei Flächen zweiter Ordnung schneiden sich bekanntlich in einer Kurve vierter Ordnung, die auch in zwei Kurven zweiter Ordnung zerfallen kann. Bei der stereographischen Projektion schrumpfen alle reellen Punkte einer der beiden Kurven in einem Punkt zusammen. (Das imaginäre Geradenpaar bleibt für den folgenden Schluß unbeachtet.) Denkt man sich jedoch das Projektionszentrum  $O$  um einen unendlich kleinen Betrag, etwa in der Richtung der Achse des die genannte Ellipse projizierenden Kegels verschoben, so wird die zweite Kurve ein Kreis; denn die *Dupinsche Indikatrix* (1813) des Poles ist ein Kreis. Da ferner die Projektionsebene parallel zur Tangentialebene in  $O$  ist, ist somit auch das gesuchte Projektionsbild ein Kreis. (Die *Dupinsche Indikatrix* eines regulären Flächenpunktes  $P$  ist bekanntlich jene unendlich kleine Schnittkurve, in welcher eine, der Tangentialebene in  $P$  parallele, und von zweiter Ordnung dieser unendlich nahen Ebene, die Fläche schneidet. Unter Vernachlässigung unendlich kleiner Größen höherer als zweiter Ordnung ergibt sich ein unendlich kleiner Kegelschnitt, der die Fläche in der Umgebung von  $P$  charakterisiert).

Ähnliche Überlegungen können auch für die stereographische Projektion anderer Flächen zweiter Ordnung angewandt werden. Der Beweis der Kreistreue der stereographischen Projektion der Kugel ergibt sich aus dem soeben angeführten Beweis für das Ellipsoid.

Denkt man sich die genannte Schnittfigur des Ellipsoides unendlich klein, so ersetzt in diesem Fall die *Dupinsche Indikatrix* die *Tissotsche Indikatrix*. Wollte man die Letztere zur Anwendung bringen, so müßte man bekanntlich vorerst das Bild eines unendlich kleinen, am Ellipsoid gelegenen Kreises, bestimmen.

Bezüglich der Anwendung der stereographischen Projektion in der Geodäsie seien genannt: C. F. Gauß' Werke 9. Bd.; Krüger, Veröff. d. Preuß. Geod. Inst. Neue Folge Nr. 89; Roussilhe, *Emploi Des Coordonnées Rectangulaires Stereographiques*, Paris 1922.

## 2. Tissots Indikalrix

Diese kann man am einfachsten mit Hilfe bekannter Beziehungen der affinen Transformationen ableiten. Es bedeuten:  $\varphi, \lambda$  die geographischen Koordinaten eines am Rotationsellipsoid gelegenen Punktes  $P$  und  $x, y$ , die Kartenkoordinaten seines Bildpunktes  $P'$ . Die gegebenen Abbildungsgleichungen seien stetig, differenzierbar und voneinander unabhängig:

$$\begin{aligned} x &= x(\varphi, \lambda) \\ y &= y(\varphi, \lambda) \end{aligned} \quad \dots (1)$$

Somit ist

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda \\ dy &= \frac{\partial y}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial y}{\partial \lambda} d\lambda \end{aligned} \quad \dots (2)$$

Für einen beliebigen Punkt des Rotationsellipsoides sind die partiellen Diff.-Q. konstante Größen. Die Gln. (2) stellen somit die allgemeinen affinen Transformationsgleichungen dar, d. h. die Umgebung des Punktes  $P$  ist zur Umgebung seines Bildpunktes  $P'$  affin.

Die Gln. (2) werden zweckmäßig so umgeformt, daß an Stelle der Winkeldifferentiale  $d\varphi, d\lambda$  Linienelemente kommen. Ist  $\rho$  der Krümmungshalbmesser des Meridians im Punkte  $P$  und  $r$  der Halbmesser des durch  $P$  gehenden Parallelkreises, so sind die Linienelemente im Meridian bzw. Parallelkreis  $\rho d\varphi$  bzw.  $r d\lambda$ . Diese Größen führen wir an Stelle von  $d\varphi$  und  $d\lambda$  ein und müssen daher die entsprechenden partiellen Diff.-Q. durch  $\rho$  bzw.  $r$  dividieren.

$$\begin{aligned} dx &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial x}{\partial \varphi} (\rho d\varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \lambda} (r d\lambda) \\ dy &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial y}{\partial \varphi} (\rho d\varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial \lambda} (r d\lambda) \end{aligned} \quad \dots (2a)$$

Wir schreiben diese allgemeinen affinen Transformationsgleichungen in üblicher Form:

$$\begin{aligned} x' &= a_1 x + b_1 y \\ y' &= a_2 x + b_2 y \end{aligned} \quad \dots (3)$$

und beachten bekannte Eigenschaften: Ist  $x = \infty$  oder  $y = \infty$  oder  $x = y = \infty$ , so werden  $x'$  und  $y'$  unendlich groß, d. h. die unendlich fernen Punkte der einen Ebene entsprechen unendlich fernen der anderen. Ist  $x = y = 0$ , so ist  $x' = y' = 0$ , d. h. die Koordinatenanfänge des  $x, y$ - und des  $x', y'$ -Systems fallen zusammen. Ist  $x = 0$  oder  $y = 0$ , so ist  $x' \neq 0$  bzw.  $y' \neq 0$ , d. h. die Koordinatenachsen fallen nicht zusammen. Die affine Transformation führt eine Kurve  $n$ -ter Ordnung in eine Kurve  $n$ -ter Ordnung über. Setzt man z. B. eine lineare Gl.  $y = mx + n$  in die Gln. (3) ein, so ergibt sich nach Elimination von  $x$  ebenfalls eine lineare Gl. in  $x'$  und  $y'$ . Analoges gilt für Gln. zweiter Ordnung. Jeder Kreis der  $x, y$ -Ebene geht daher in eine Kurve zweiter Ordnung über, und zwar in eine solche, die nach der erst-

erwähnten Eigenschaft ebenfalls keine reellen unendlich fernen Punkte aufweist, d. h. in eine Ellipse (Kreis wird als Ellipse mit gleichen Halbachsen angesehen). Denkt man sich einen Kreis mit umschriebenem Quadrat und den beiden die Berührungspunkte verbindenden Durchmessern affin transformiert, so erhält man eine Ellipse mit einem umschriebenen Parallelogramm und einem Paar konjugierter Durchmesser (Kreismitelpunkt entspricht Diagonalschnittpunkt des Parallelogramms).

Die *Tissot-Indikatrix* ist daher eine Ellipse und ein beliebiges Paar aufeinander normaler Durchmesser des Einheitskreises entsprechen einem Paar konjugierter Durchmesser dieser Ellipse. Dem Paar aufeinander normaler konjugierter Durchmesser (Hauptachsen) der Ellipse entspricht ein bestimmtes Paar aufeinander normaler Durchmesser des Einheitskreises.

Es wird nun noch die bekannte Beziehung abgeleitet, die zwischen den Flächeninhalten eines Dreieckes und seines affin transformierten besteht. Sind die Koordinaten der Eckpunkte entsprechender Dreiecke  $x'_1, y'_1; x'_2, y'_2; x'_3, y'_3$ ; bzw.  $x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3$  und ihre Flächen  $F'$  bzw.  $F$ , so ist:

$$2 F' = \begin{vmatrix} x'_1 & y'_1 & 1 \\ x'_2 & y'_2 & 1 \\ x'_3 & y'_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 x_1 + b_1 y_1, & a_2 x_1 + b_2 y_1, & 1 \\ a_1 x_2 + b_1 y_2, & a_2 x_2 + b_2 y_2, & 1 \\ a_1 x_3 + b_1 y_3, & a_2 x_3 + b_2 y_3, & 1 \end{vmatrix}$$

und nach Anwendung der bekannten Multiplikationsregel für Determinanten folgt:

$$2 F' = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Somit ist

$$F' = (a_1 b_2 - a_2 b_1) \cdot F = \sigma \cdot F \quad \dots \quad (4)$$

Affine Transformation bewirkt also, daß alle Dreiecksinhalte und somit alle Flächeninhalte beliebig geformter Flächen (aus Dreiecken aufgebaut bzw. Grenzübergang bei krummer Begrenzung) mit einem konstanten Faktor  $\sigma$ , der *Flächenverzerrung*, multipliziert werden, was auch rein geometrisch leicht gezeigt werden kann. Bezeichnet man also die Halbachsen der Tissot-Indikatrix mit  $a$  und  $b$ , so ist ihre Fläche bzw. die des Einheitskreises  $ab\pi$  bzw.  $\pi$ , somit:

$$\sigma = a b \quad \dots \quad (5)$$

Noch einfacher gelangt man zu diesem Verhältnis, wenn man die doppelte Dreiecksfläche:  $ab$  durch die entsprechende doppelte Dreiecksfläche:  $1 \cdot 1$  dividiert. Nebenbei ist damit die Formel für die Ellipsenfläche aus der Formel für die Kreisfläche abgeleitet (Archimedes).

Setzt man in Gl. (4) für  $a_1, b_1, a_2, b_2$  die ursprünglichen Werte ein, so kommt man zu der von Tissot abgeleiteten Gl.:

$$\sigma = \frac{1}{r\rho} \left( \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \lambda} - \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) \quad \dots \quad (6)$$



Man erkennt, daß der Klammerausdruck, er möge  $D$  heißen, die Funktionaldeterminante (Jakobi 1841) der Abbildungsfunktionen Gl. (1) darstellt. Ist  $D = 0$ , so besteht bekanntlich eine Abhängigkeit zwischen den beiden Abbildungsfunktionen. Ist nämlich tatsächlich  $y = f(x)$ , so folgen die Gln.:

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = f'(x) \frac{\partial x}{\partial \varphi}; \quad \frac{\partial y}{\partial \lambda} = f'(x) \frac{\partial x}{\partial \lambda}$$

die nach Elimination von  $f'(x)$  für  $D$  den Wert 0 ergeben. Ist  $D = 0$ , so wird die ganze Fläche des Rotationsellipsoids auf eine Kurve  $y = f(x)$  abgebildet; denn jedem Punkt des Ellipsoids entsprechen nach den Abbildungsgleichungen (1) Werte von  $x$  und  $y$ , die voraussetzungsgemäß auch die Funktion  $y = f(x)$  befriedigen. In diesem Fall ist nach Gl. (6)  $\sigma = 0$ , was der Abbildung der ganzen Fläche des Rotationsellipsoids auf eine Kurve entspricht. Jedem Kurvenpunkt sind sodann  $\infty^1$  Punkte der Fläche zugeordnet.

Bemerkt sei, daß diese Abbildungsart eventuell zur Vereinfachung der numerischen Auswertung von Abbildungsfunktionen verwendet werden kann. Man kann nämlich auf die genannte Weise das Ellipsoid auf zwei gewählte Kurven (Kreise, Gerade) abbilden und etwa von zwei festen Zentren ausgehend, analog der Photogrammetrie, entsprechende Strahlen schneiden.

Die *Streckenverzerrungen*  $h$ ,  $k$  des Meridian- und Parallelkreislinienelementes, d. h. die Längenverhältnisse der Abbildungen dieser Elemente zu ihren wahren Größen läßt sich aus den Gln. (2) ablesen, wenn man beachtet, daß für den Meridian  $\lambda = \text{const.}$ , d. h.  $d\lambda = 0$ ; und für den Parallel  $\varphi = \text{const.}$ , d. h.  $d\varphi = 0$  ist:

$$h = \frac{1}{\rho} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2}; \quad k = \frac{1}{r} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right)^2} \quad \dots \quad (7)$$

Diese Streckenverzerrungen gelten für beliebige Meridian- und Parallelkreislinienelemente, also auch für die im Meridian und im Parallel gelegenen Radien des Einheitskreises. Nach dem vorhin Gesagten sind also  $h$  und  $k$  die diesen Radien entsprechenden konjugierten Achsen der Indikatrix.

Aus der durch Gl. (4) dargestellten Eigenschaft affiner Transformationen erkennt man ferner, daß die Inhalte aller einer Ellipse umschriebenen Parallelogramme untereinander gleich sind; denn die diesen entsprechenden, dem Kreis umschriebenen Quadrate sind konstant. Damit ist auch ein Satz von A p o l l o n i u s bewiesen, der nach Tissot zur Berechnung der *Winkelverzerrung*  $J$  des rechten Winkel dient, welcher von den Meridian- und Parallelkreislinienelementen gebildet wird. Unter dieser Winkelverzerrung  $J$  versteht er die Änderung des genannten rechten Winkels, sodaß der Winkel zwischen den entsprechenden konjugierten Achsen  $90^\circ \pm J$  ist. Also folgt aus dem Gesagten

$$h k \cos J = a b \quad \dots \quad (8)$$

Eine Gl. zur Berechnung der Halbachsen  $a$ ,  $b$  der Indikatrix erhält man durch Einsetzen des Wertes  $\sigma$  von Gl. (5) in Gl. (6). Als zweite Gleichung

verwendet man bekanntlich einen weiteren Satz von A p o l l o n i u s: Die Summe der Quadrate eines beliebigen Paares konjugierter Halbachsen einer Ellipse sind konstant:

$$h^2 + k^2 = a^2 + b^2 \quad . . . \quad (9)$$

Während A p o l l o n i u s seine Sätze aus planimetrischen Überlegungen auf überaus bewundernswerte Weise erschlossen hat, kann heute die Richtigkeit dieses Satzes bekanntlich leicht mit Hilfe der analytischen Geometrie nachgewiesen werden. Noch einfacher gelingt dieser Beweis mit den affinen Transformationsgleichungen: Wir schneiden den Einheitskreis  $x^2 + y^2 = 1$  mit zwei aufeinander normalen Geraden:  $y = mx$  und  $y = -1/m \cdot x$ . Die Koordinaten der Schnittpunkte der ersten Geraden sind  $x^2 = 1 : (1 + m^2)$  und  $y^2 = m^2 (1 + m^2)$ . Für die Schnittpunkte der zweiten Geraden ist  $y$  mit  $x$  und  $x$  mit  $y$  zu vertauschen. Quadriert man Gl. (3) und setzt man für  $x$  und  $y$  die soeben berechneten Werte ein, so ergibt die Addition der beiden Gln. die Gl. (9). Noch etwas einfacher wird der Beweis, wenn wir um den Mittelpunkt der Indikatrix einen Kreis mit dem Radius  $a$  legen, der somit perspektiv-affin zur Indikatrix ist und sodann wieder von den Schnittpunkten des Kreises mit zwei aufeinander normalen Geraden ausgehen.

Die Extreme der Streckenverzerrungen sind identisch mit den Hauptachsen der Tissot-Indikatrix. Die Winkelverzerrungen sind in den Hauptachsen der Indikatrix = 0; denn diese entsprechen den zugeordneten Durchmessern des Einheitskreises. Die maximale Winkelverzerrung findet man nach Tissot, indem man den Mittelpunkt der Indikatrix mit dem des Einheitskreises zur Deckung bringt und aus der Differenz zweier entsprechender Winkel ihren Maximalwert:  $\sin \omega = (a - b) : (a + b)$  abliest.

#### *Geschichtliche Bemerkung:*

Die oben angewandten Grundbegriffe der affinen Verwandtschaften waren schon E u l e r und M ö b i u s bekannt, auf die auch der Name „affin“ zurückgeht. L a m b e r t stellte 1772 die ersten allgemeinen Untersuchungen über Kartenprojektion an (Ostwalds Klassiker Bd. 54). E u l e r spricht schon in seiner 1777 erschienenen Arbeit: „Drei Abhandlungen über Kartenprojektionen“ (Ostwalds Klassiker Bd. 93) von Elementar-Rechtecken der Kugel, die unendlich kleinen Parallelogrammen der Ebenen entsprechen. Auf S. 7 dieser Arbeit schrieb er die Bedingung dafür, daß in der Karte die Meridiane normal auf den Parallelkreisen stehen, genau nach den C a u c h y - R i e m a n n ' s c h e n Diff.-Gln. an. Seine Gln. für die allgemeine Winkeltreue haben jedoch eine andere Form als letztere Gln. L a g r a n g e (1779) und G a u ß (1822) (Ostwalds Klassiker Bd. 55) lösten die Aufgabe der Abbildung zweier krummer Flächen aufeinander. Letzterer leitete auch die Diff.-Gl. ab, die zur konformen Abbildung zweier beliebiger Flächen führt. T i s s o t ' s Verdienst ist es, die damals für die Kartenentwurfslehre unbeachtet gebliebenen Erkenntnisse in einer einheitlichen praktischen Form dargestellt zu haben, was ihm durch Einführung seiner Indikatrix treffend gelang. (M. A. T i s s o t, Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géo-

graphiques, Paris 1881. — Deutsch von F. H a m m e r: „Die Netzentwürfe geographischer Karten“ 1887). Man vergleiche auch L. D r i e n c o u r t et J. L a b o r d e, *Traité des projections des cartes géographiques*, 1932.

### 3. Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen

Während in den Lehrbüchern der Mathematik die Ableitung dieser Differentialgleichungen gewöhnlich von einem allgemeineren Standpunkte ausgehend behandelt sind, geschieht dies in der modernen Kartenentwurfslern, indem man nach T i s s o t die Bedingung setzt, daß die Indikatrix ein Kreis wird:  $a = b$ .

Ohne Verwendung der T i s s o t -Indikatrix wird in den folgenden Zeilen ein anderer naheliegender Weg beschrillen: in Fig. 2 ist ein von  $P$  ausgehendes, in der Tangentialebene von  $P$  gelegenes, im übrigen beliebiges Strahlenbüschel 1, 2, 3 . . .  $i$  dargestellt, dessen Kartenbild 1', 2', 3', . . .  $i'$  (Fig. 3) ist.  $A_i$  und  $A_i'$  sind die einander entsprechenden Azimute des  $i$ -ten Strahles. Die notwendige und hinreichende Bedingung der Konformität kann ausgedrückt werden durch:

$$A_i' - A_i = \gamma \text{ oder } A_i' = A_i + \gamma \quad \dots \quad (10)$$

wobei  $\gamma$  ein für alle Strahlen konstanter Winkel ist. Daraus folgt

$$\tan A_i' = \frac{\tan A_i + \tan \gamma}{1 - \tan A_i \tan \gamma} \quad \dots \quad (11)$$

ferner ist:  $\tan A_i' = \frac{dy}{dx}$  und nach Gl. (2)  $\tan A_i' = \frac{\frac{\partial y}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial y}{\partial \lambda} d\lambda}{\frac{\partial x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda}$  . . . (12)

aus den Gln. (12) und (11) folgt, wenn man beachtet, daß  $\tan A_i = r d\lambda : \rho d\varphi$  und  $\tan \gamma = \sin \gamma : \cos \gamma$ :

$$\frac{\frac{\partial y}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial y}{\partial \lambda} d\lambda}{\frac{\partial x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial x}{\partial \lambda} d\lambda} = \frac{r d\lambda}{\rho d\varphi} + \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{r \cos \gamma d\lambda + \rho \sin \gamma d\varphi}{\rho \cos \gamma d\varphi - r \sin \gamma d\lambda} \quad \dots \quad (13)$$

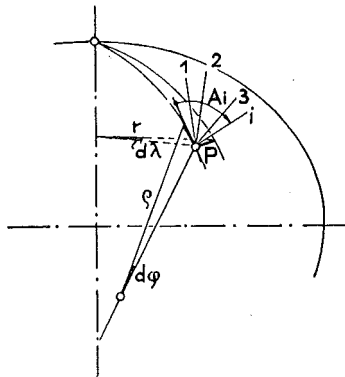


Fig. 2

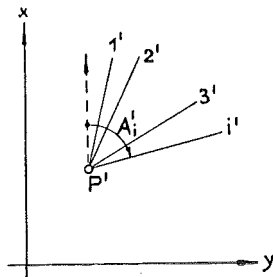


Fig. 3

Wir lassen den in der Mitte stehenden Ausdruck unbeachtet und erkennen, daß diese Gl. für beliebige  $d\lambda$  und  $d\varphi$  nur bestehen kann, wenn:

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = r \cdot \cos \gamma, \quad \frac{\partial y}{\partial \lambda} = \rho \sin \gamma, \quad \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \varphi \cos \gamma, \quad \frac{\partial x}{\partial \lambda} = -r \sin \gamma$$

setzt man die  $\cos \gamma$  und  $\sin \gamma$  einander gleich, so ergeben sich die Cauchy-Riemann'schen Diff.-Gln.:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial x}{\partial \varphi} &= \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial y}{\partial \lambda} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \lambda} \end{aligned} \quad \dots \quad (14)$$

Zur Elimination der Radien  $\rho$  und  $r$  definiert man bekanntlich die isometrische Breite  $\beta$  nach der Beziehung

$$\rho d\varphi = r d\beta \quad \text{bzw.} \quad \beta = \int_0^\varphi \frac{\rho}{r} d\varphi \quad \dots \quad (15)$$

diese ist, wie schon in dem genannten Werk *Tissot's* erklärt ist und unmittelbar aus der Anschauung folgt, gleich dem Längenunterschied der Schnittpunkte einer  $45^\circ$ -Loxodrome mit dem Parallel von der Breite  $\varphi$  und dem Äquator.

Abschließend sei noch an das im ersten Absatz Gesagte erinnert, wonach der Inhalt vorliegender Schrift ein Versuch sein soll, einige bekannte Beziehungen der Kartenentwurfslehre auf einfachste und anschauliche Art zu beweisen. Ein kleiner Auszug aus der Literatur erwies sich dabei als Richter über die Priorität menschlicher Erkenntnisse.

## Referate

### Ausgleichung ohne Aufstellung der Gauß'schen Normalgleichungen von Prof. E. Stiefel\*)

Der Autor behandelt in dieser Arbeit eingehend ein Verfahren zur Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen ohne Aufstellung der Gauß'schen Normalgleichungen.

Dieses Verfahren läßt sich auf die Ausgleichung von bedingten Beobachtungen übertragen (der einfachen Schreibweise halber, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, wird das Verfahren für drei Unbekannte betrachtet).

1. Das Verfahren liefert bei  $m$  Unbekannten nach  $m$  Schritten, d. h. bei  $m$  maliger Anwendung, die Unbekannten.

2. Bei jedem der  $m$  Schritte wird die Fehlerquadratsumme vermindert, bis sie nach dem  $m$  ten Schritt ihr Minimum erreicht. (Also der Algorithmus kann nach weniger als  $m$  Schritten abgebrochen werden, wenn eine vorgegebene Genauigkeitsstufe erreicht ist.)

3. Das Verfahren beginnt mit Näherungswerten  $x_0, y_0 \dots$ . Sind  $x_j, y_j \dots$  die Näherungswerte für  $x, y \dots$  nach dem  $j$  ten Schritt, so nimmt, geometrisch gesprochen,

---

\*) Erschienen in der Wissenschaftlichen Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden, 1953; S. 441—442.

der Abstand der Punkte  $P_j$ , deren Koordinaten die Näherungswerte  $x_j, y_j \dots$  sind, vom Lösungspunkt  $P(x, y, \dots)$  monoton ab. (Beweis Stiefel, Neue Methoden der Relaxationsrechnung, Z. f. Angewandte Mathematik und Physik Vol. III/1953/spez. S. 23.)

Kurz das Verfahren:

Sind  $a_i x + b_i y + c_i z + l_i = v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) die Fehlergleichungen, so ergibt sich durch Einsetzung der Näherungswerte  $x_0, y_0, z_0$  der scheinbare Fehler  $v_i$  aus  $a_i x_0 + b_i y_0 + c_i z_0 + l_i = v_i$ ; durch  $r = [av], s = [bv], t = [cv], e = -r, f = -s, g = -t$ , wird  $q = a_i e + b_i f + c_i g$  gebildet und es ist:  $\lambda = (r^2 + s^2 + t^2) / [qq]$ . Mit  $v_i' = v_i + \lambda q_i$  folgt mit  $r' = [av'], s = [bv'], t = [cv']$  und  $\varepsilon = (r'^2 + s'^2 + t'^2) / (r^2 + s^2 + t^2)$  für  $e' = -r' + \varepsilon e, f' = -s' + \varepsilon f, g' = -t' + \varepsilon g$ , sodaß  $q' = a_i e' + b_i f' + c_i g$  und  $\lambda' = (r'^2 + s'^2 + t'^2) / [q' q']$  ist.

Der nächste Schritt ist dem zweiten analog. Man hat nur die nichtgestrichenen durch einfachgestrichene Größen, die einfach- durch zweifachgestrichene zu ersetzen. (Mit Ausnahme von  $a_i b_i c_i$  und  $x_0 y_0 z_0$ .) Der Abschluß des Verfahrens ist die Bildung von  $x = x_0 + \lambda e + \lambda' e' + \dots$  (die Ausdrücke für  $y$  und  $z$  sind analog gebaut.)

Es folgt ein sehr brauchbares Rechenschema und ein durchgerechnetes Beispiel. Rechenkontrollen sind durch Zeilen- und Kolonnensummen sowie scharfe quadratische Proben gegeben.

Diese Arbeit entwickelt also einen für unsere geodätische Praxis sehr interessanten Algorithmus.

Dieses Referat soll Ankündigung einer in den nächsten Nummern dieser Zeitschrift erscheinenden Publikation des Autors sein; in dieser wird die ganze Methode sowohl für bedingte als auch für die vermittelnde Ausgleichung auseinander gesetzt werden.

Oliwa

## Kleine Mitteilungen

### Referat des Dr. L. Brandstätter-Wolfsberg (Kärnten) in der Sitzung des Arbeitskreises „Topographisch-morphologische Kartenproben 1:25.000“ in München

Am 2. November 1956 hielt an der Technischen Hochschule in München vor dem genannten Arbeitskreis Kollege Dipl.-Ing. Dr. techn. L. Brandstätter einen Bericht über seine Methode der Reliefdarstellung in topographischen Karten. Dem Protokoll über diese Sitzung entnehmen wir Nachstehendes:

„In einem Referat, das durch die Projektion von Kartenproben ergänzt wurde, gab Dr. Brandstätter einen Überblick über die von ihm entwickelte Methode der Reliefbearbeitung durch Kanten- und Schraffenzeichnung. Er betonte dabei die Forderung nach einer realistischen Plastik im Kartenbild, die weder durch Höhenlinien allein noch durch Schummerung unter Schrägbeleuchtung erzielt werden könne. Die Höhenlinien als abstrakte, mathematische Kurven ließen oft nicht die Gewinnung eines anschaulichen Landschaftsbildes zu, während die Schummerung das Kartenbild — vor allem auf den Südhängen — zu stark verdunkle. Dr. Brandstätter befürwortete die Ergänzung des Höhenlinienbildes mit einfachen Hilfsmitteln, wofür er die Einzeichnung naturgegebener Kanten- und Kerblinien, die Hervorhebung von Kamm- und Tiefenlinien durch eine zurückhaltende morphologische Schummerung und die vorsichtige Verwendung von Fels- und Böschungsschraffen in Steilgebieten entwickelt hat. Den Sitzungsteilnehmern wurden von ihm selbst entworfene Kartenproben aus den Loferer Steinbergen sowie aus Mittelgebirgslandschaften Österreichs — hergestellt im Österreichischen Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen — zur Verfügung gestellt. Sie gaben einen wirkungsvollen Eindruck von der Leistungsfähigkeit seiner Methoden. Durch die Veröffentlichung seiner Dissertation, die demnächst erscheinen wird, wird eine speziellere Beurteilung seiner Vorschläge möglich sein.“

In der Diskussion bekundete Prof. Dr. B e r t s c h m a n n sein Interesse an den Arbeiten Brandstätters, erklärte jedoch, daß die Schweiz bewußt an den Methoden der Schummerung und der Felszeichnung festgehalten habe, weil sich diese Kartenelemente gerade beim Kartenbenutzer als die einfachsten und anschaulichsten Hilfsmittel erwiesen hätten. — Prof. Finsterwalder wies auf die sichtlichen Fortschritte der Brandstätterschen Methoden hin und empfahl, sie bei der kartographischen Bearbeitung der Kartenproben anzuwenden. Diese Anregung wurde zustimmend aufgenommen.“

In der nächsten Zeit wird als Sonderheft Nr. 18 zur ÖZfV, die von Dr. B r a n d-  
s t ä t t e r verfaßte, ausführliche Abhandlung: „Exakte Schichtlinien und topographische  
Geländedarstellung“ mit zahlreichen Karten und Kartenbeispielen illustriert erscheinen.

### **Goldenes Doktordiplom für Prof. Dr. E. Hellebrand**

Der emer. ord. Hochschulprofessor für Geodäsie Dr. phil. Emil H e l l e b r a n d hat am 8. Februar 1907 an der Universität Wien „sub auspiciis imperatoris“ promoviert. Aus dem Anlaß der seither abgelaufenen 50 Jahre und „in Würdigung seiner Verdienste um den Fortschritt von Lehre und Forschung auf dem Gesamtgebiet der Geodäsie, insbesondere der Ausgleichsrechnung“ hat nunmehr die Universität Wien in feierlicher Weise dem Jubilar das Goldene Doktor-Diplom überreicht.

### **Ehrung für Dipl.-Ing. Dr. h. c. H. Härry**

Unser Ehrenmitglied Dr. h. c. Hans H ä r r y, eidg. Vermessungsdirektor in Bern, wurde von der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie auf ihrem vom 17. bis 26. Juli abgehaltenen internationalen Kongreß einstimmig zum Ehrenmitglied gewählt.

## **Literaturbericht**

### **1. Buchbesprechungen**

S a g r e b i n D. W.: „Die Theorie des regularisierten Geoides“, Veröff. d. Geod. Inst. Potsdam, Nr. 9, Berlin 1956 (Deutsche Übersetzung der im Verlag der Akademie der Wiss. d. UdSSR, Moskau-Leningrad, 1952 erschienenen russischen Arbeit.) 129 Seiten mit 5 Textabbildungen. Preis brosch. DM 25.—.

Als *regularisiertes* Geoid bezeichnet der Verfasser jenes Geoid, beidem alle äußeren Massen durch eine beliebige Reduktionsmethode auf seine Oberfläche kondensiert oder in sein Inneres verlegt worden sind. (Kondensationsmethode, Inversion, Isostasie). Eventuelle Deformationen seien in Rechnung gestellt.

Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchungen ist nun das nach dieser „Regularisierung“ entstandene Geoid.

In einem historischen Überblick weist der Verfasser auf die grundlegenden Arbeiten von Stokes und Poincaré hin, die sich als erste mit der Bestimmung der Figur des Geoids, also des Abstandes seiner Oberfläche von einer Referenzfigur — in ihrem Fall der *Kugel* — beschäftigt haben. Pizzetti hat den Fehler abgeschätzt, den die Anwendung der Stokes'schen Formel auf ein *Ellipsoid* als Referenzfigur ergibt, und findet ihn von der Ordnung des Produktes aus Undulation  $\xi$  und Abplattung  $\alpha$ . Doch läßt sich über die wahre Größe des Fehlers nichts aussagen.

Für die Berechnung der Geoidabstände wesentlich ist die Kenntnis des Störungspotentials  $T$ , das aus der „Fundamentalgleichung der Gravimetrie“ gewonnen wird. Poincaré hat wohl schon den Übergang von der Kugel zum Ellipsoid als Referenzfigur angedeutet, jedoch ist seine Form der Grundgleichung unvollständig.

Sagrebín entwickelt nun in der vorliegenden Arbeit eine Theorie, welche die Bestimmung der Figur des („regularisierten“) Geoids bezüglich einer allgemeinen ellipsoidischen Referenzfläche ermöglicht. Die Berücksichtigung aller Größen der Ordnung  $\alpha\xi$  erlaubt dann eine korrekte Abschätzung des Fehlers, mit dem die Undulationen erhalten werden.

Im 1. Kapitel macht der Autor die Annahme, daß  $T$  bzw.  $\xi$  in Potenzreihen nach  $\alpha$  entwickelt sind:

$$T = T_0 + \alpha T_1 + \dots; \text{ bzw. } \xi = \xi_0 + \alpha \xi_1 + \dots$$

Ausgehend von der Grundgleichung für das Störungspotential  $T$  in ihrer allgemeinsten Formel werden nun  $T_0$  ebenso wie die gegebenen Schwereanomalien in Reihen nach Laméschen Funktionen dargestellt und schließlich mittels des Bruns'schen Theorems ein Integralausdruck für  $\bar{\xi}_0$  erhalten. Dieser ersetzt die Stokes'sche Formel für das Ellipsoid als Referenzfläche.  $T_1$  bzw.  $\xi_1$  ergeben sich in analoger Weise.

Da für die Praxis das Rotationsellipsoid als Referenzfläche vollkommen ausreichend ist, werden die Entwicklungen für dieses im 2. Kapitel spezialisiert. Die Laméschen Funktionen gehen dann in Kugelfunktionen über, die in der Gleichung für  $\xi_0$  in einer Funktion zusammengefaßt sind. Diese enthält als Parameter die zweite Exzentrizität  $i$  und das Verhältnis der Zentrifugalkraft zur Schwerkraft am Äquator, ferner die Stokes'sche Funktion  $S$ , in die sie für den Fall der Kugel übergeht.

Im 3. Kapitel bringt der Autor alle zur Berechnung der Geoidabstände nötigen Formeln auf eine für die numerische Rechnung bequeme Form unter Hinweis auf die im Anhang beigefügten Hilfstafeln.

Im 4. Kapitel bestimmt Sagrebín zur Überprüfung seiner Theorie die Undulationen eines Geoids — als solches wählt er Isotows dreiaxsiges Ellipsoid des Zentralen Forschungsinstituts für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie — bezüglich des Krassowskischen Rotationsellipsoides als Referenzfläche. Zuerst werden die Formeln für die Schwerkraftverteilung auf beiden Ellipsoiden abgeleitet, woraus ein Ausdruck für die Anomalien folgt, der in das Formelsystem zur Berechnung der Undulationen eingesetzt wird.

Ein Vergleich dieser Resultate und jener nach der klassischen Stokes'schen Theorie mit den auf einfachem geometrischen Wege erhaltenen wahren Abständen  $\xi$  erlaubt nun eine einwandfreie Abschätzung des Fehlers der nach beiden Theorien berechneten Undulationen.

Dieser ist nach Sagrebíns Theorie von der Größenordnung  $10 i^4 \xi$  oder  $40 \alpha^2 \xi$  bzw. 0,05%, nach Stokes  $2 i^2 \xi$  oder  $4 \alpha \xi$ , d. s. 1,27%.

Das 5. Kapitel bringt einige spezielle Untersuchungen über absolute und relative Undulationen, über die Undulationen des Geoids in bezug auf ein dreiaxsiges Ellipsoid sowie Formeln für die Differenzen der Trägheitsmomente der dreiaxsignen Erde. Schließlich gibt der Verfasser noch einen Überblick über Arbeiten russischer Forscher, vor allem Molodenskis und Malkins, über die Figur der nichtregularisierten Erde. E. Senftl

**Blaschke Wilhelm: Kreis und Kugel.** Zweite durchgesehene und verbesserte Auflage. Oktav, 167 Seiten mit 27 Figuren. Walter de Gruyter & Co., Ganzleinen DM 18.60.

Dieses Buch wirkte seit seiner ersten Auflage im Jahre 1916 auf die junge Mathematikergeneration so anregend, wie selten eines seinesgleichen.

Es scheint etwas Seltsames um dieses klassische Problem zu sein, von dem der Autor sagt: „Die Geschichte der Isoperimetrie hätte im grauen Altertum bei der Königin Dido von Karthago zu beginnen und müßte hinaufführen bis zum Geheimrat Hermann Amandus Schwarz in Berlin.“ Handelt es sich doch um Eigenschaften von Kugel und Kreis, die bei gegebenen Inhalt kleinsten Umfang und kleinste Oberfläche besitzen. Diese

Tatsachenfaszinierten die jungen Geometer so sehr, daß sie unversehens, einmal in diesen Bannkreis geraten, vor den Problemen der konvexen Körper standen.

Zu diesen konvexen Körpern gehören nicht nur die geodätischen Bezugsflächen Kugel und Ellipsoid, sondern auch die Flächen konstanter Krümmungsmaße, die neuerdings „aospheres“ genannt werden.

Der größte Teil dieses klassischen Werkes ist den konvexen Körpern gewidmet. Im Anhang wird auf weitere Untersuchungen für die sogenannten Eiflächen, zu denen das Ellipsoid gehört, hingewiesen.

Wohl geht dieses Buch über den Aufgabenbereich des Geodäten hinaus; es wird ihn aber, wie jeden Leser, nicht zuletzt durch seine Lebendigkeit gefangennehmen. Ein äußerst packendes Buch!

*Oliwa*

**Strubecker Karl: Einführung in die höhere Mathematik** mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen auf Geometrie, Physik, Naturwissenschaften und Technik. Band I: Grundlagen. (XV + 821 Seiten mit 338 Abbildungen.) R. Oldenbourg Verlag München 1956. Preis DM 36.—, 24 × 16 cm.

Der erste Band dieser dreibändigen Einführung in die höhere Mathematik behandelt die Grundlagen. Dieses Buch wendet sich, wie der Autor im Vorwort betont, an alle, „welche die höhere Mathematik in ihrem praktischen Einsatz . . . kennen lernen wollen“. Daher wird der Leser nur, soweit es unumgänglich notwendig ist, an die tieferliegende Problematik herangeführt. An Hand von zahlreichen Beispielen wird der Wert und die Bedeutung der Mathematik in Naturwissenschaft und Technik unterstrichen.

Dieser erste Band beschäftigt sich zunächst (I) mit den reellen Zahlen und dem Zahlenrechnen, mit dem Rechnen mit ungenauen Zahlen und der elementaren Fehlerrechnung. Dieser Teil berücksichtigt die moderne Entwicklung der numerischen Auswertung durch Rechenmaschinen und Automaten. Da neben dem dekadischen Positionssystem bei Automaten das dyadische Zahlensystem verwendet wird, findet auch dieses Erörterung. Nach Betrachtungen über das Axiom der Intervallschachtelung, der Grundgesetze, der Arithmetik, der Absolutbeträge und Ungleichungen, folgt das Rechnen mit ungenauen Zahlen (d. s. endliche Näherungsbrüche unendlicher Dezimalbrüche). Diese Entwicklungen sind für die geodätische Rechenpraxis (so zum Beispiel bei der Frage nach der notwendigen Stellenanzahl) grundlegend. Nach einem kurzen Hinweis auf moderne Rechenmaschinen und Automaten wird auf die elementare Fehlerrechnung in üblicher Form eingegangen. Interessanterweise bringt der Autor in diesem auf die Praxis ausgerichteten Buch ein Kapitel über elementare Zahlentheorie. Darin werden einige für das Rechnen mit ganzen Zahlen wichtige Sätze zusammengestellt, die für den Praktiker von Bedeutung sind, so etwa bei der Prüfung der Richtigkeit von rationalen Rechnungen mit genauen Zahlen. Es werden diophantische Gleichungen und Kettenbrüche behandelt, die in der Zeitrechnung, im Saroszyklus und in der Balmerschen Formel Anwendung finden, weiterhin unter anderem Teilbarkeitsregeln, Dreier-, Neuner-, Elfer- und Siebenunddreißigerprobe, Elemente der Kombinatorik, Permutationsgruppen und schließlich die Dreieckstransformationen der Platonischen Körper.

Der II. Abschnitt untersucht elementare, algebraische Funktionen. Zunächst werden die linearen und quadratischen Funktionen und damit die komplexen Zahlen vorgeführt. Die linearen Funktionen finden bei der linearen Interpolation Anwendung. Die Nullstellen der quadratischen Funktionen führen zu den komplexen Zahlen, diese wieder zum Fundamentalsatz der Algebra, der Gaußschen Darstellung komplexer Zahlen und der Moivreschen Formel. Die Theorie der vorherigen findet geometrische Anwendung in der Darstellung der Ähnlichkeiten und Bewegungen der Ebene durch komplexe, lineare Transformationen, in den Transformationsgruppen, in einer Bemerkung über die axiomatische Begründung der Geometrie (Euklidische und nichteuklidische Geometrie) und Bemerkungen über die gruppentheoretische Auffassung der Geometrie von Felix Klein



(dem Erlanger Programm). Es folgen die Elemente der Vektorrechnung. Die Betrachtungen der Polynome und der algebraischen Gleichungen bringen das Horner'sche Verfahren zur Berechnung von Polynomwerten, die Darstellung von Polynomen und Bestimmung der Wurzeln algebraischer Gleichungen nach Lill, die klassischen Probleme der Geometrie (das Delische Problem, Winkeldreiteilung und die Quadratur des Kreises), die Lösung von kubischen und biquadratischen Gleichungen, Hinweise auf die Galoissche Gleichungstheorie, das Gräffesche Verfahren nach Prodetzky und Smeal und die Interpolationsformeln von Lagrange, Newton, Massau, Gauß, Stirling und Bessel. Nach der Definition rationaler und algebraischer Funktionen wird die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen geschildert, daran schließt sich ein Hinweis auf Kegelschnitte, spezielle Kurven dritter und vierter Ordnung, die affine und projektive Klassifikation von Kegelschnitten und das Dualitätsprinzip.

Der III. Abschnitt behandelt die Grenzwerte und unendliche Reihen. Nach den üblichen Betrachtungen über Zahlenfolgen, Häufungswerte, Schranken und Grenzen, dem Satz von Bolzano-Weierstraß, der Konvergenz von Zahlenfolgen, dem Konvergenzkriterium von Cauchy für Folgen folgt die Theorie der konvergenten unendlichen Reihen, deren Konvergenzkriterien, die Theorie der Potenzreihen, der komplexen Zahlenfolgen und der unendlichen Reihen mit komplexen Gliedern.

Der IV. Abschnitt bringt die elementaren, transzendenten Funktionen, die stetigen Funktionen und Umkehrfunktionen. Nach Einführung der Exponential-, Kreis- und Hyperbelfunktionen folgen Anwendungen der Kreisfunktionen auf die ebene Trigonometrie, auf die harmonischen und elliptischen Schwingungen und die Radlinien sowie der Hyperbelfunktionen auf die Lorentztransformationen. Die Theorie der stetigen Funktionen wird auf die näherungsweise Lösung von Gleichungen mit der regula falsi und nach Newton angewendet. Reihen mit veränderlichen Gliedern und Umkehrfunktionen (Arcus-, Area Funktionen und Logarithmen) werden auf den komplexen Zahlenbereich ausgedehnt. Die Theorie des logarithmischen Rechenstabs, der logarithmischen Funktionspapiere und Funktionsleitern beenden diesen Abschnitt und damit den ersten Band.

Reichhaltige Literaturhinweise und ein ausführliches Namens- und Sachverzeichnis vervollständigen den Eindruck dieses äußerst soliden Buches, das dem Praktiker, also auch unserem Fachkreis, empfohlen werden kann. *Oliva*

**Luftfahrtkarte „Aeronautical Chart ICAO 1 : 500.000“**, Blatt Frankfurt am Main (NO 49/6). Herausgegeben von der Bundesanstalt für Flugsicherung in Frankfurt/Main. (Beilage zu Heft 1/1956 der „Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen“ des Institutes für Angewandte Geodäsie in Frankfurt/Main).

Kartographie und Druck: Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt am Main.

Die Fertigung von Karten für spezielle Luftfahrtzwecke führt bis zum ersten Weltkrieg zurück. Indessen begnügten sich die Flugzeugführer in den folgenden Jahren mit Karten, die aus Straßenverkehrskarten, meist im Maßstab 1 : 300.000 für die in Betracht kommenden Flugstrecken zugeschnitten waren. Es zeigte sich jedoch, daß die Luftfahrt eigene Kartenwerke benötigte, die auf ihre besonderen Belange Bezug nahmen. Auch Luftbildpläne eigneten sich nicht ohne weiteres für Ortungskarten, denn das Gelände sieht zu verschiedenen Jahres- und Tageszeiten oder je nach Flughöhe und Blickwinkel verschieden aus. Auch wären solche Karten durch die fast einheitliche Tönung unleserlich geworden und bei kleineren Maßstäben sehr überladen. Außerdem hätten sie keine Auskünfte über Geländehöhen gegeben. Die Karte 1 : 300.000 erwies sich für Ortungszwecke mit dem Schnellerwerden der Flugzeuge als zu großmaßstäbig. Die Höhenbezeichnung allein durch Schummerung, die zwar gewisse Rückschlüsse auf die Steigung, nicht aber auf die für die Luftfahrt wichtigere Höhe zuließ, war nicht aus-

reichend. Eine Verbesserung in dieser Beziehung brachte die Vogelsche Karte 1 : 500.000, die als deutsche Flugkarte bekannt geworden ist.

Im März 1955 erhielt das Institut für Angewandte Geodäsie von der Bundesanstalt für Flugsicherung den Auftrag, die „Luftfahrtkarte-Aeronautical Chart- ICAO 1 : 500.000“ von Deutschland in zunächst 8 Blättern nach den „Internationalen Grundregeln und empfohlenen Richtlinien“ der internationalen Zivilluftfahrt-Organisation (ICAO) herzustellen und zu drucken.

Die ICAO (International Civil Aviation Organization) ist ein Abkommen über die internationale Zivilluftfahrt und ist seit 1947 eine Sonderorganisation der Vereinten Nationen.

Eine Luftfahrtkarte, welche die Bezeichnung „ICAO“ tragen darf, muß gewisse Bedingungen in bezug auf Überlappungslinien, Projektion, topographische und hydrographische Zeichen, Luftfahrt-Zeichen und -Daten und auf das Höhenschichtensystem erfüllen.

Die europäischen Staaten haben sich für die konforme Kegelprojektion mit zwei längentreuen Parallelkreisen entschlossen. Das Einzelblatt des ICAO-Luftkartenwerkes 1 : 500.000 wird im Westen und Osten durch Meridiane, im Norden und Süden durch Breitenparallelkreise begrenzt, die Bundesanstalt für Flugsicherung entschied sich für eine Blattgröße von 2<sup>o</sup> Ausdehnung in der Breite und 5<sup>o</sup> Ausdehnung in der Länge; es wurde auf diese Weise möglich, daß die großen Flughäfen mit ihren Einrichtungen in der Mehrzahl auf nur eines der Blätter zu liegen kommen. Jedes Kartenblatt soll entweder durch den Namen der wichtigsten Stadt oder des geographischen Hauptmerkmals des betreffenden Blattes bezeichnet werden. Das Gradnetz wurde in Abständen von 10' eingetragen.

Am oberen Kartenrand befinden sich Name und Nummer der Karte, Bezeichnung des Kartenwerkes, Angaben über Projektion und der Hinweis, daß die Höhen in Meter angegeben sind.

Auf dem unteren Kartenrand wurden angegeben: Name und Anschrift des Herausgebers, ein einfaches Übersichtskärtchen der Staaten- und anderen Grenzen, drei Maßstäbe für Kilometer, Seemeilen und englische Meilen, topographischer Quellennachweis, Name und Nummer des Kartenblattes und vom Stand der Flugsicherungsangaben die ausgeglichenen Linien gleicher mittlerer Mißweisung.

Längs des linken Kartenrandes sind Spezialhinweise, Farbangaben für Waldgebiete, Farbbänder der Höhenschichten und Umwandlungsskalen vorgesehen. Die Angaben auf der Rückseite umfassen eine Zeichenerklärung und einen Schnittplan der Luftfahrtkarte - Aeronautical - Chart - ICAO 1 : 500.000 mit der Weltluftfahrtkarte ICAO 1 : 1.000.000.

Für die Luftfahrtkarte 1 : 500.000 wurde schwarz für das Gradnetz und Zeichen, blau für Gewässer, braun für Höhenlinien, rot für Straßen, grün für Wälder und Höhenschichten, dunkelblau für Flugsicherungsangaben, gelb für bebauten Gebiete, blaugrün, hellgrau, grün oder weiß, hellbraun und braun für Höhenschichtenlinien verwendet. Städte über 100.000 Einwohner wurden mit Ortsplänchen, unter 100.000 durch Kreis-signatur festgehalten. Eisenbahnen wurden durch quergestrichene Linien dargestellt, Autobahnen und Straßen entsprechend ihrer Ordnung mit Doppelstrichen oder verschieden dicken Einzelstrichen bezeichnet.

Für die Höhendarstellung hat die Bundesanstalt für Flugsicherung entschieden, daß nur Höhenlinien und keine Schraffen und Schummerung anzuwenden sind. Höhenpunkte sollen an besonders kritischen Stellen eingetragen werden. Internationale Grenzen wurden nur dargestellt, wenn sie mit Strömen zusammenfallen.

Der Grundriß und die Gewässer wurden aus der „Übersichtskarte von Mitteleuropa 1 : 300.000 und die Höhenlinien aus der „Topographischen Übersichtskarte des Deutschen Reiches 1 : 200.000“ nach vorherigem Vergleich mit der Karte 1 : 25.000 entnommen.

Durch die Herstellung der „Luftfahrtkarte-Aeronautical Chart-ICAO 1 : 500.000“ von Deutschland wird ein modernes Kartenwerk zur Verfügung gestellt. *W. Embacher*

## 2. Zeitschriftenschau

Die hier genannten Zeitschriften liegen, wenn nicht anders vermerkt, in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf.

### I. Geodätische Zeitschriften:

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten (Berlin - Wilmersdorf) (Jahrg. 1956): Nr. 8. Hessens neue Vermessungsgesetze. — Kennemann, Anwendungsbereiche der Näherungsformeln für die goniometrischen Funktionen kleiner Winkel. — Zorn, Zeichnen und Kartieren auf Astralon. — Proll, Ein neues Meßgerät für Straßen und Plätze. — Ahrens, 150 Jahre staatliches Vermessungswesen in Österreich. Nr. 9. Wehner, Fragen der Bogenausbildung im Straßenbau. — Hunger, Beim Trassieren verwendete Kurven und ihre Absteckung. — Lorenz, Erfahrungen über die Anwendung von Bögen im Straßenbau und die Eingliederung von Straßen in die Landschaft. — Spittler, Gestaltung und Absteckung der Straßenbögen im Winkelbildverfahren. — Nr. 10. Overhoff, Das Ruhrrevier. — Tietzsch, Landesplanung und kartographische Landesaufnahme. — Bertram, Einheitliche Kartenunterlagen, ein gemeinsames Anliegen der Verwaltung und Wirtschaft im Ruhrkohlenbezirk. — Peterknecht, Der Ruhrschnellweg, die Hauptstraße des Ruhrgebietes. — Stahnke, Das kommunale Vermessungswesen und der Wiederaufbau der zerstörten Ruhrgebietsstädte. — Wrase, Aufgaben, Wege und Besonderheiten der Flurbereinigung im Ruhrgebiet. — Stempel, Der Vermessungsingenieur in der Industrie. — Niggemann, Einige Aufgaben für die öffentlich bestellten Vermessungsingenieure im Ruhrrevier. — Kamp, Die Einwirkungen des Bergbaues auf die Anlagen der Wasserwirtschaftsverbände im rheinisch-westfälischen Industriegebiet. — Nr. 11. Merkel, Die Genauigkeit des Vorwärtseinscheidens nach einem sich bewegenden Zielpunkt. — Lindig, Ermittlung der Koppeschen Formel über den Lagefehler. — Draheim, Continuos Revision. — Bertram, Der 41. Deutsche Geodätentag in Essen. — Nr. 12. Hermann, Um ein wirtschaftliches Meßverfahren in der Katasterpraxis. — Lindig, Die Bedeutung des Schwerpunktes der Koppeschen Geraden. — Richter, Einfache Methode zur graphischen Ermittlung der Abschlußfehler von Polygonzügen. — Wagners, Katasterkarte und öffentlicher Glaube des Grundbuchs. — Draheim, Internationaler Kurs für Kartendruck und -reproduktion.

Bildmessung und Luftbildwesen, Berlin-Wilmersdorf (Jahrg. 1956): Nr. 3. Nowatzky, Räumliche Bildtriangulation. — Kupfer, Neigungsverbesserung bei der absoluten Orientierung von unabhängigen Bildpaaren. — Richter, Ein Weg zur Rationalisierung der Luftbildmessung. — Nr. 4. Stockholm 1956, VIII. Internationaler Kongreß für Photogrammetrie — Kommissionsberichte: Schwidewsky, Kommission I (Photographie) und Kommission II (Instrumente und Verfahren der Auswertung); Brucklacher, Kommission III (Aerotriangulation); Lehmann und Finsterwalder, Kommission IV (Verwendung der Photogrammetrie und der Luftbilder zur Vermessung der Erdoberfläche); Gotthardt, Kommission V (Nichttopographische Anwendungen der Photogrammetrie); Burkhardt, Kommission VI (Bibliographie, Wörterbuch, Terminologie, Geschichte, Unterricht); Hofmann, Kommission VII (Luftbildinterpretation); Hofmann, Die photogrammetrische Ausstellung.

Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Firenze (15. Jahrg., 1956): Nr. 3. Geri, Die Anwendung der Matrix der Gewichtskoeffizienten und die Wechselbeziehung in der Lösung des Problems der indirekten Beobachtungen mit Hinzufügung von neuen generierten Gleichungen. — Cunietti und Inghilleri, Experimentelles Studium des Einflusses der Temperatur auf die Abweichungen der Gravimeter von Worden. — Ledivelec, Kontrollierter Versuch Nr. 2 „Vercors“. Auswertung der schiefen Photogramme. — Fondelli, Der „S. Salvadori“-Tisch zur Prüfung der Azimutkreise. — Nr. 4. Trombetti, Die Kontrolle der stereographischen Restitutionsapparate. — Caputo, Einige Betrachtungen über die Serien der direkten und inversen

Darstellung einer Rotationsfläche auf der Gauß-Ebene. — *Fondelli*, Untersuchung zur Feststellung der Präzision des Theodoliten Kern DKM-3.

*Bulletin de la Société Belge de Photographométrie*, Brüssel: Nr. 45. Le VIII<sup>e</sup> Congrès international de Photogrammétrie. Stockholm, 17-26 juillet 1956. — *Moreau*, Travaux et recherches dans le domaine du cheminement aérien. — *Gigas*, La mesure interférométrique des distances. Présentation du géodimètre.

*Bulletin géodésique*, Paris (Nouvelle Serie): Nr. 40. *Bjerhammar*, Elektrooptische Entfernungsmessung. — *Strasser*, Cent ans de la théorie de Pratt. *Beljajew*, Compensación de las mallas dentro de un polígono ya compensado. — Nr. 41. *Marussi*, Gravimetric and magnetometric surveys performed by the Italian Karakorum Expedition 1954/55. — *Bodewig*, Die Inversion geodätischer Matrizen.

*Der Fluchtstab*, Wuppertal-Elberfeld (7. Jahrg., 1956): Nr. 8. *Heyink*, Mängel im Aufbau des Landesdreiecksnetzes und ihre Behebung. — *Lemmer*, Gebrochener Strahl ohne Messung und Berechnung von Entfernungen. — *Lemmer*, Zur Näherungsformel bei Zentrierungsrechnungen. — Nr. 10. *Heckelmann*, Zur Berechnung der Polygonzüge. — *Weih*, Die Vervielfältigung der Katasterkarten durch Druck. — *Habelt*, Vermessungsarbeiten beim Bau der Autobahnbrücke Wuppertal-Oehde. — *Frenz*, Lichtschnitt-Photogrammetrie bei Zahnprothesen. — Nr. 11/12. *Habelt*, Vermessungsarbeiten beim Bau der Autobahnbrücke Wuppertal-Oehde. — *Reuß*, Zwei Nomogramme für die Praxis. — *Heyink*, Die Größe der Exzentrizität „e“ bei Entfernungsbestimmung mit Sekunden-Theodolit und 2-m-Basislatte. — *Stiefel*, Ausschnitte aus der neueren Erd- und Landesvermessung.

*Geodetický a kartografický obzor*, Praha (2/44. Jahrg., 1956): Nr. 8. *Višňovský*, Interpolatoren mit beweglichem Diagramm der Exponentialkurven. — *Hanuš*, Beitrag zur Festlegung von Polygonpunkten. — *Malý*, Formelgestaltung des Ansermetschen Rückwärtseinschneidens. — *Hermany*, Phototheodolit der Firma Carl Zeiß Jena „Photheo 19/1318“. — Nr. 9. *Marčák*, Vermessung der vertikalen Deformationen der Talsperre Orava. — *Zouhar*, Qualitätssteigerung der Zeichnung des Geländereiefs vom morphologischen Gesichtspunkt. — Nr. 10. *Morch*, Aufsuchen verlorener trigonometrischer Punkte mittels linearer Interpolation. — *Husenblas*, Neue Verständigungsmittel bei Vermessungsarbeiten im Gelände. — *Pohořelý*, Photogrammetrie im Forstwesen. — *Hauf*, Neuausstattung der Zeiß-Nivelliere. — Nr. 11. *Burša*, Erfolge der sowjetischen Geodäten in der Gestalts- und Ausmaßbestimmung der Erde. — *Kovařík*, Für eine vervollkommnete Kartenherstellung. — *Dimor*, Bestimmung der geeignetsten Ebene. — *Kabeláč*, Bestimmung der Elemente der inneren Orientierung eines Phototheodolits. — Nr. 12. *Cimbalník*, Beitrag zur Interpolation von Funktionen mit einem oder mit zwei Argumenten. — *Hamerská*, Zur ökonomischen endgültigen Lösung des Problems der 30-Meridianstreifen der Gauß'schen Abbildung. — *Kolomančík*, Fadentachymetrie in der Vermessungspraxis. — *Gašpar*, Differentialkoordinator. — (3/45. Jahrg. 1957): Nr. 1. *Cimbalník*, Transformation Gauß'scher Koordinaten zwischen zwei benachbarten 3<sup>0</sup>-Streifen und 6<sup>0</sup>-Streifen. — *Böhm*, Fehlertheorie in der Ebene und im Raum. — *Prokeš*, Polygonberechnungen mit Hilfe vierstelliger Tabellen. — *Kraus*, Bedeutung einer zweckmäßigen Beschriftung und Zeichnung in Plänen und Karten für die Reproduktion. — *Marčák*, Nivellierungsergebnisse der Deformationsmessungen auf der Talsperre Orava.

*Geodetski list*, Zagreb (9. Jahrg., 1955): Nr. 11–12. *Randić*, Wahl der Sterne für die Programme der Beobachtung in der praktischen Astronomie. — *Borić*, Elementi Tissotove granice elipse za FNRJ. — (10. Jahrg., 1956): Nr. 1–2. *Braum*, Die Beseitigung der Modellverbiegung mit Hilfe der relativen Orientierung für den genäherten vertikalen Normalfall. — *Tomkiewicz*, Die Tachymeterzüge bei Trassierung von Fernleitungen. — *Bregant*, Die Lagebestimmung auf Grund von Längenmessung. — Nr. 3–4. *Cubranić*, Die Genauigkeit der Höhenverbindung der

Inseln mittels des trigonometrischen Nivellements (fortgesetzt in Nr. 5–6). — Braum, Einige Zweckmäßigkeiten bei der Orientierung am Autographen A 8 Wild. — Lazarov, Die Anwendung der Polarmethode bei der Absteckung in Regulierungsplänen (fortgesetzt in Nr. 5–6). — Bojkovič, Die Vergleichung der mit Tachymetern vermessenen Längen mit den mittels parallaktischer Winkel bestimmten. — Sanderdi, Nivelliertheodolit und seine Anwendung in der topographischen Vermessung Rußlands. — Nr. 5–6. Braum, Über die zweckmäßige Auswahl des Verfahrens für die relative Orientierung. — Petkovič, Das Verfahren von Banachiewicz für die Lösung des Systems von Lineargleichungen. — Bregant, Das Problem der Einschaltung einer Lokaltriangulation in das vorhandene trigonometrische Netz. — Sanderdi, Cassini, eine bekannte Gelehrtenfamilie. — Nr. 7–8. Petkovič, Geodäsie in der Dokumentation der geschichtlichen Denkmäler. — Hadžimerović, Die geodätische Lösung des Regulierungsplanes Grbavica I Sarajevo. — Filatov, Die Doppelrechenmaschine „Brunsviga 183“. — Vukovojac, Planierung und Aufbau von Siedlungen. — Nr. 9–10. Milovanović, Rückblick auf die photogrammetrischen Arbeiten seit 1948. — Popeskov, Die Anwendung der Photogrammetrie im Kataster. — Zokič, Die Anwendung der Photogrammetrie in der neuen Katastralen Vermessung. — Jakšić, Beitrag zur Erörterung der Genauigkeit der photogrammetrischen Methoden bei der Ausarbeitung der großmaßstäblichen Pläne. — Cvětковиč, Photogrammetrische Instrumente. — Černe, Numerische Arbeit am Autographen. — Braum, Konstruktionsbehelf für die Bestimmung der Überkorrektur nach Kasper. — Zlatkovič, Das Verhältnis zwischen der Polygonseite und der Hilfsbasis in der parallaktischen Polygonometrie.

Geodezia es Kartografia, Budapest (8. Jahrg., 1956): Nr. 3. Miassovszky, La droite compensatrice et l'axe principal d'inertie. — Hankó, Le lever topographique de la Hongrie aux échelles 1:50.000 et 1:10.000 à l'aide de la photogrammétrie. — Filingzfeld, Étude de la graduation des théodolites de précision. — Regöczi, Les pantographes optiques. — Gazdag, L'établissement des projets des cartes d'un atlas historique. — Mihály, L'évaluation des superficies sur les plans à l'échelle 1:5000. — Magyar, La protection des bornes trigonometriques. — Sali, Quelques problèmes de l'établissement des cartes forestières. — Kib, Une méthode économique de l'établissement graphique du plan de répartition. — Bendify, L'erreur de lecture des mires suspendues.

Geodezja i Kartografia, Warszawa (5. Jahrg., 1956): Nr. 2. Piątkowski, L'impression des cartes par l'usage de trames à isolignes. — Szpetkowski, La méthode centrique de rattachement par l'usage d'un manchon prismatique ou d'un manchon à coin optique à l'objectif de théodolite. — Lipiński, La clothoïde comme un élément du tracé curviligne. — Lukasiwicz, Perelmutter, Quelques notes au sujet du cheminement de précision. — Nr. 3–4. Batkiewicz, Elaboration du réseau de triangulation construit des triangles „calculés“. — Piasecki, Restitution des vues aériennes dans le cas où la distance focale doit être changée. — Dzikiewicz, Les réseaux kilométriques dans les divers projections cartographiques et dans les cartes topographiques. — Panasiuk, Le schéma pour la transformation des coordonnées géographiques aux coordonnées azimutales.

Maanmittaus, Helsinki (31. Jahrg., 1956): Nr. 1–2. Manninen, The common qualifications of the division of Land. — Scott, Uncle Sam's chessboard. — Laurilla, Some aspects of block adjustment in small-scale Aerial triangulation.

Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltung, Hannover (6. Jahrg., 1956): Nr. 3. Mehrzweckkataster vor 150 Jahren. — Weiden, Erdbohrgeräte für Vermarktungsarbeiten. — Herms, Katasterplan aus Luftbildern. — Pape, Fortführung der Grund- bzw. Katasterplan-karten. — Engelbert, Neue Katasterrahmenkarten. — Nr. 4. Lange, Vermarktung bei Siedlungsmessungen. — Wendt, Inselrisse — Rahmenrisse.

*Photogrammetria*, Amsterdam (12. Jahrg., 1955—1956): Nr. 4. H ä r r y, Rapport Général de la Commission IV. Sous-Commission IV/1. Application de la Photographie aux Mensurations Cadastrales et aux Remaniements Parcelaires. — D u b u i s s o n, Rapport Général de la Commission IV. Sous-Commission IV/2. Etablissement des Plans des Territoires Urbaines. — B l a c h u t, General Report of Commission IV. Subcommission IV/3. Small Scale Mapping. — H e l a v a, Use of Infrared Oblique Photographs in Aerial Triangulation. — H l a w a t y u n d S t i c k l e r, Signalisierungsversuch. — N i s t r i, Practical und Constructive Criteria Basic to My Recent Photogrammetric Plotters. — S a n t o n i, Considerations on Photogrammetric Plotting Instruments Utilizing Mechanical Projection. — H o t h m e r, Errors in Gimbal Axes. — R o n c a, O. M. I. Homologo-Comperator for the Survey of Spatial Lines. — Y z e r m a n, The S. D. I., a New Method for Stereoscopic Measurements and Plotting. — P a r e n t i, Future of the Telescopic Printer-Rectifier. — B l a c h u t, Airborne Control Method of Aerial Triangulation. — B a r t o r e l l i, Nadiral Point Gyroscopic Aerial Triangulation According to the Nistri Method. — V a n d e r W e e l e, Rational Adjustment of Blocks of Aerial Triangulation. — S c h u t, Analytical Aerial Triangulation and Comparison between it and Instrumental Aerial Triangulation. — B a r t o r e l l i, An Analytical Method of Aerial Triangulation. — R o e l o f s, Die Zukunft der Radialtriangulation. — K a s p e r, Gedanken zur Anwendung der Photogrammetrie in der kleinmaßstäblichen Kartographie, II. Teil. — V e e n e n b o s, Aerial Photo-Interpretation and Analysis for Soilsurvey and Landclassification Purposes. — B o o n, Recent Development in Photo-Interpretation of Tropical Forest.

*Tijdschrift voor Kadasteren Landmeetkunde*, Gravenhage (72. Jahrg., 1956): Nr. 4. L u y t e n, Nouveaux instruments de topométrie. — B r u i n s, La courbure de la projection d'une ligne géodésique.

## II. Andere Zeitschriften

*Jahrbuch des Vereines für Geschichte der Stadt Wien* (Bd. 12, 1955/56): U l b r i c h, Der Wiener Stadtplan von C. J. Walter (1750) und seine Stellung im Rahmen der Wiener Stadtvermessung.

Abgeschlossen am 31. Jänner 1957.

Zeitschriftenschau zusammengestellt im amtlichen Auftrag  
von Bibliotheksleiter K. G a r t n e r.

### Contents:

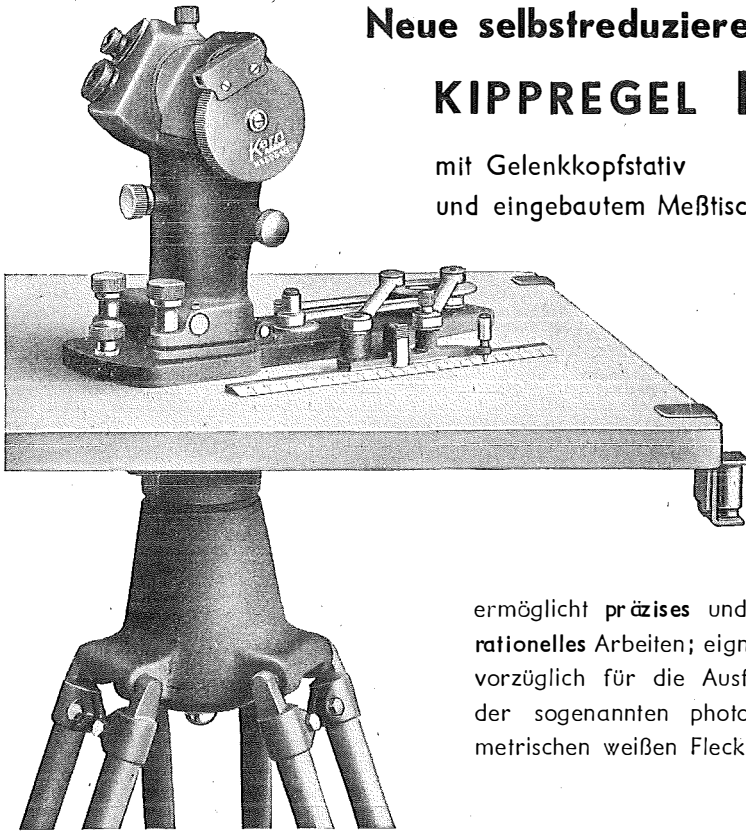
F. E m b a c h e r: Double Image-Tachygraph  
W. W u n d e r l i c h: Numerical Computation of Four-Point-Method  
K. K i l l i a n: Contribution to Map-Projection

### Sommaire:

F. E m b a c h e r: Tachygraphe à coincidence  
W. W u n d e r l i c h: A la manière de calculer le méthode des quatre points  
K. K i l l i a n: Contribution aux projection des cartes géographiques

### *Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes:*

Dipl.-Ing. F. E m b a c h e r, Bundesstrombauamt, Wien 3, Hetzgasse 2  
Prof. Dr. W. W u n d e r l i c h: Technische Hochschule, Wien 4, Karlsplatz 13  
Ing. K. K i l l i a n: Wien 14, Hadikgasse 40



## Neue selbstreduzierende KIPPREGEL RK

mit Gelenkkopfstativ  
und eingebautem Meßtischkopf

ermöglicht **präzises** und doch  
**rationelles** Arbeiten; eignet sich  
vorzüglich für die Ausfüllung  
der sogenannten photogram-  
metrischen weißen Flecken.

### Besondere Merkmale:

Neues, mit reduzierenden Distanz- und Höhendifferenzkurven ausgerüstetes Fernrohr mit feststehendem Okulareinblick und aufrechtem Bild. Feinzielschraube für die Richtungseinstellung. Fernrohroptik mit Anti-Reflex-Belag AR. — Die mit dem Reduktionsfernrohr gemessenen Horizontaldistanzen werden mit dem neuen Linealpiquoir ohne Rechenschieber, Transversalmaßstab und Zirkel direkt aufgetragen. — Neuartiges Gelenkkopfstativ mit eingebautem Meßtischkopf erlaubt eine sehr rasche und stabile Aufstellung. Sehr leichte und bequem zu transportierende Meßtischausrüstung.

*Verlangen Sie Prospekt RK 511 von der*

Vertretung für Österreich:

**Dipl. Ing. Richard Möckli**

**Wien V/65 · Kriehubergasse 10 · Telephon U 49-5-99**



**Österreichischer Verein für Vermessungswesen**  
Wien VIII., Friedrich Schmidt-Platz 3

---

**I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen**

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948, Preis S 18.—.
- Sonderheft 2: *Legó (Herausgeber), Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24.—.
- Sonderheft 3: *Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: *Zaar, Zwei Medienphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: *Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zwei-Medienphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: *Hauer, Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten, 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: *Ledersteger, Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59 + 22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: *Mader, Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: *Ledersteger, Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoides und der absoluten Lage der Landestriangulationen.* 140 Seiten. 1951. Preis S 35.—.
- Sonderheft 13: *Hubeny, Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoides.* 208 Seiten, 1953. Preis S 60.—.
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120.—.
- Sonderheft 15: *Mader, Die orthometrische Schwerekorrektur des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28.—.
- Sonderheft 16: *Theodor Scheimpflug — Festschrift.* Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich. 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln. Preis S 60.—.
- Sonderheft 17: *Ulbrich, Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Stauwerken und Großbauwerken.* 72 Seiten mit 40 Abbildungen und einer Luftbildkarten-Beilage. Preis S 48.—.

**II. Dienstvorschriften**

- Nr. 1. *Behelfe, Zeichen und Abkürzungen im österr. Vermessungsdienst.* 38 Seiten, 1947. Preis S 7.50.
- Nr. 2. *Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Muster und sonstige Drucksorten.* 50 Seiten, 1947. Preis S 10.—.
- Nr. 8. *Die österreichischen Meridianstreifen.* 62 Seiten, 1949. Preis S 12.—.
- Nr. 14. *Fehlergrenzen für Neuvermessungen.* 4. Aufl., 1952, 27 Seiten, Preis S 10.—.
- Nr. 15. *Hilftabellen für Neuvermessungen.* 34 Seiten, 1949. Preis S 7.—.
- Dienstvorschrift Nr. 35 (Feldarbeiten der Verm. Techn. bei der Bodenschätzung).* Wien, 1950. 100 Seiten, Preis S 25.—.



### Fortsetzung der Dienstvorschriften

Nr. 46. *Zeichenschlüssel der Österreichischen Karte 1:25.000 samt Erläuterungen.* 88 Seiten, 1950. Preis S 18.—.

*Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters.* Wien, 1932. Preis S 25.—  
*Liegenschaftsteilungsgesetz 1932.* (Sonderdruck des B. A. aus dem Bundesgesetzblatt.) Preis S 1.—.

### III. Weitere Publikationen

Prof. Dr. R o h r e r, *Tachymetrische Hilfsstafel für sexagesimale Kreisteilung.* Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10.—.

*Der österreichische Grundkataster.* 66 Seiten, 1948. Preis S 15.—.

*Behelf für die Fachprüfung der österreichischen Vermessungsingenieure* (herausgegeben 1949)

Heft 1: Fortführung 1. Teil, 55 Seiten, Preis S 11.—

Heft 2: Fortführung 2. Teil, 46 Seiten, Preis S 10.—

Heft 3: *Höhere Geodäsie*, 81 Seiten, Preis S 16.—

Heft 4: *Triangulierung*, 46 Seiten, Preis S 9.—

Heft 5: *Newvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme.* 104 Seiten, Preis S 20.—

Heft 6: *Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik.* 70 Seiten, Preis S 15.—

## Theodolite, Nivelliere, Bussolen-Instrumente

sowie **sämtliche Vermessungsrequisiten**

für Feld- und Kanzleibedarf liefert in erstklassiger Ausführung

**Neuhöfer & Sohn Akt.-Ges., Wien V., Hartmannngasse 5**

Telephon A 35-4-40

Reparaturen von Instrumenten auch fremder Provenienz raschest und billigst

Prospekte gratis

## KRIECHBAUM-SCHIRME

ERZEUGUNG ALLER ARTEN

## VERMESSUNGS-

RUCKSACK- und

## GARTEN-SCHIRME

Hauptbetrieb:

WIEN 16

Neulerchenfelderstr. 40

Telephon B 40-8-27

Wir stellen vor:

**NEUER  
PRÄZISIONS-KOORDINATOGRAPH  
Nr. 624 N**

Bereich 400 × 300 mm

*Rudolf & August Rost*

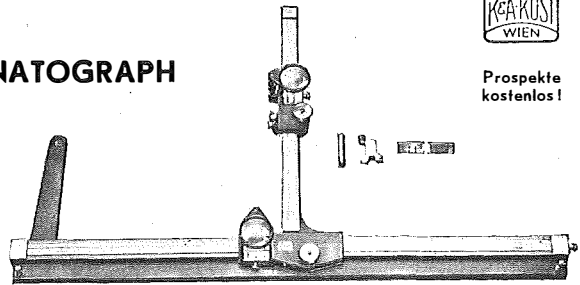
Vermessungsinstrumente

**WIEN 15, MÄRZSTRASSE 7**

Telephon Y 12-1-20



Prospekte  
kostenlos!



## Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen  
in Wien VIII., Krotenthallergasse 3 / Tel. A 23-5-20

Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

### Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der  
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000  
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die  
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000  
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000  
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000  
Plan von Wien 1:15.000 mit Straßenverzeichnis  
Plan von Salzburg 1:15.000  
Bezirkspläne von Wien 1:10.000, bzw. 1:15.000  
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich  
Ortsgemeindegrenzenkarten von allen Bundesländern 1:500.000

### Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1:850.000  
Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index  
Karte der Republik Österreich 1:500.000, hypsometrische Ausgabe  
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000

### Für Auto-Touren

die Straßenkarte von Österreich 1:500.000 in zwei Blättern,  
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

### sowie für Motorrad- und Radfahrer

die Straßenübersichtskarte von Österreich 1:850.000 in Form  
eines praktischen Handbüchleins

### Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII., Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.

# Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

## Österreichische Karte 1 : 25.000

50/1 Marchtrenk  
169/2 Partenen  
170/1 Galtür  
170/2 Mathon  
170/3 Piz Buin

## Österreichische Karte 1 : 50.000

104 Müzzzuschlag  
123 Zell am See  
202 Klagenfurt  
212 Vellach

### Berichtigt erschienen sind:

Österr. Karte 1 : 25.000 : 63/3 Walserberg, 64/3 Eugendorf  
Karte der Lobau 1 : 25.000  
Österr. Karte 1 : 50.000 : 154 Rauris

### Preise der Kartenwerke:

je Blatt S

#### Österreichische Karte 1 : 25.000

Dieses Kartenwerk wird insgesamt ca. 746 1/4 Blätter (Halbsektionen) umfassen.  
Davon sind bisher erschienen:

39 1/8 Blätter (Aufnahmeblätter) . . . . .	7.—
172 1/4 Blätter (Halbsektionen) . . . . .	10.—
Zeichenerklärung 1 : 25.000 . . . . .	2.—
Österreichische Karte 1 : 50.000 ohne Wegmarkierung . .	7.50
Österreichische Karte 1 : 50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) . . . . .	8.50
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1 : 50.000 ohne Wegmar- kierung . . . . .	4.—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1 : 50.000 mit Wegmar- kierung (Wanderkarte) . . . . .	5.—

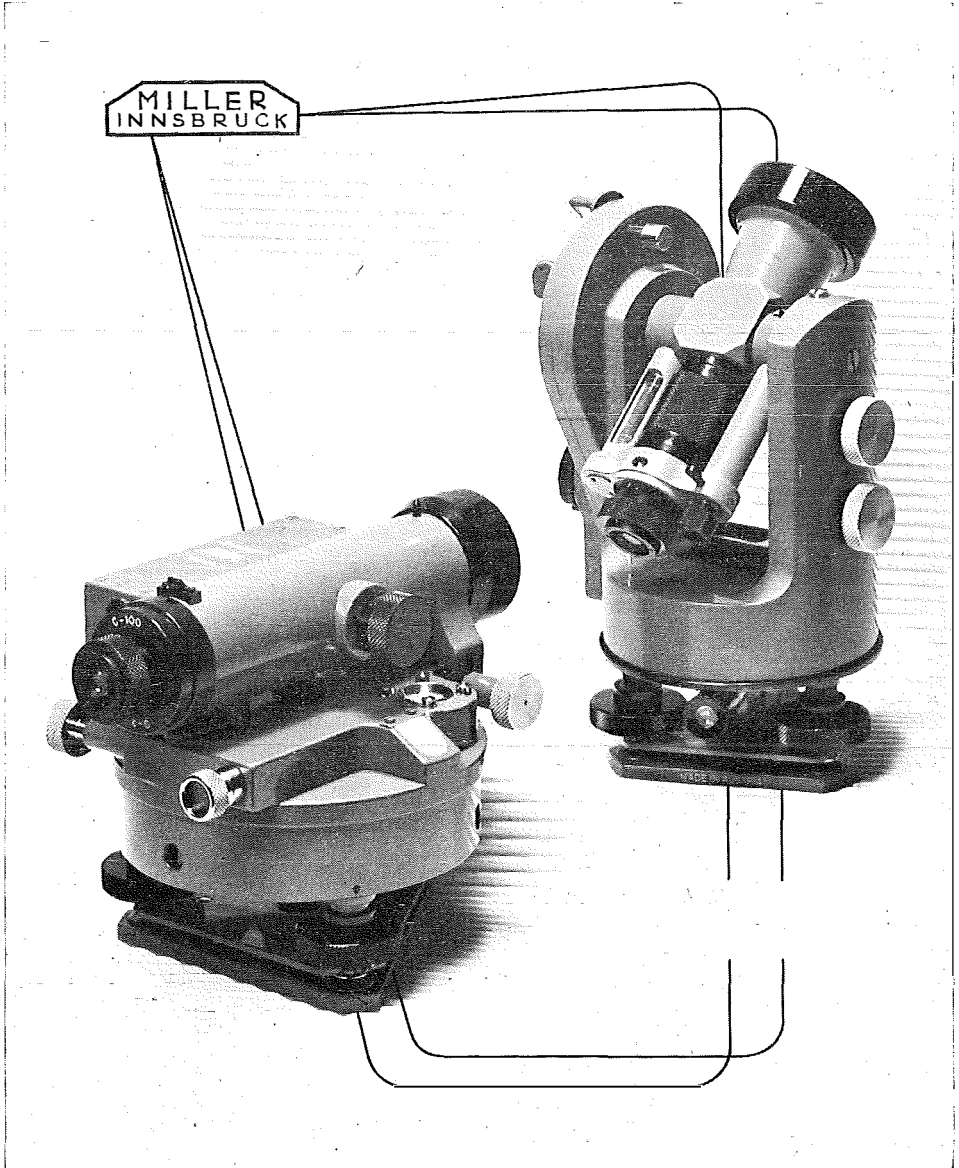
Dieses Kartenwerk umfaßt insgesamt 213 Blattnummer.

Hievon sind bisher erschienen:

32 Blätter Österreichische Karte 1 : 50.000 mit Schichten in Mehrfarbendr. sowie  
178 Blätter als Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1 : 50.000 in  
Zweifarbendruck (schwarz mit grünem Waldaufdruck).

Die Blätter 39, 40, 41, 42, 57, 58, 59, 60, 105, 106 sind mit Schichtenlinien und  
Schummerung versehen. Alle anderen Blätter sind mit Schraffendarstellung. Die  
Blätter 27 als Klappe auf 45, 194 auf Blatt 168 und 210 auf Blatt 201.

*Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle des Bundes-  
amtes für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien 8, Krotenthallergasse 3*



THEODOLITE UND NIVELLIERINSTRUMENTE