

# Österreichische Zeitschrift für **Vermessungswesen**

REDAKTION:

Dipl.-Ing. Dr. techn. **Hans Rohrer**  
emer. o. Professor  
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. **Karl Lego**  
Präsident  
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen i. R.

Hofrat Dr. phil. **Karl Ledersteger**  
o. Professor  
der Technischen Hochschule Wien

**Nr. 5**

**Baden bei Wien, Ende Oktober 1958**

**XLVI. Jg.**

## INHALT:

### Abhandlungen:

- Die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen . . . . . K. Ledersteger
- Die analytische Lösung der Probleme von Snellius und Hansen mit Hilfe  
der Transformation durch reziproke Radien . . . . . L. Starkl
- Ein optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden . . . . . K. Killian
- Toleranzen in der Nomographie . . . . . G. Oliwa
- Die Erfindung der Photogrammetrie und ihre Entwicklung in Österreich  
bis zur Gründung der österreichischen photogrammetrischen Gesellschaft K. Lego

Literaturbericht, Engl.-franz. Inhaltsverzeichnis.

Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“,  
redigiert von RdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger.



Herausgegeben vom

**ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN**

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

**Baden bei Wien 1958**

## Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

### Redakteure:

*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer*, Wien IV, Technische Hochschule  
*Präsident i. R. Dipl.-Ing. Karl Lego*, Wien I, Hohenstaufengasse 17  
*o. Prof. Hofrat Dr. Karl Ledersteiger*, Wien IV, Technische Hochschule

### Redaktionsbeirat:

*Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir*, Graz, Technische Hochschule  
*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer*, Wien IV, Technische Hochschule  
*o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny*, Graz, Technische Hochschule,  
Rechbauerstraße 12  
*wirkl. Hofrat Ing. Karl Neumaier*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3  
*Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann*, Präsident des Bundesamtes für Eich- und  
Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3  
Redakteur des Annoncentheiles: *OKdVD. Dipl.-Ing. M. Schenk*, Wien VIII,  
Krotenthallergasse 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften sind an *Rat d. VD. Dipl.-Ing. R. Arenberger*, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, u. zw. Ende jedes geraden Monats.

**Redaktionsschluß:** jeweils Ende des Vormonats.

### Bezugsbedingungen: pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft	
für Photogrammetrie . . . . .	S 50.—
für beide Vereinigungen zusammen . . . . .	S 55.—
Abonnementgebühr für das Inland . . . . .	S 72.—
Abonnementgebühr für Deutschland . . . . .	DM. 15.—
Abonnementgebühr für das übrige Ausland . . . . .	sfr. 15.—

Postscheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: 45-92-83

## FESTSCHRIFT THEODOR SCHEIMPFLUG

herausgegeben anlässlich des 150jährigen Bestandes des  
staatlichen Vermessungswesens in Österreich  
vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen,  
vom Österreichischen Verein für Vermessungswesen und  
von der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

90 Seiten mit 46 Abb. und XIV Tafeln, Wien 1956, Preis S 60.— oder DM. 10.—

### Aus dem Inhalt:

Geleitworte von Bundesminister DDDr. Illig und Präsident Dr. Schiffmann  
Vorwort von Hofrat Neumaier

Prof. Doležal - Präs. Lego: Scheimpflugs Lebensbild

Th. Scheimpflug: Die Verwendung des Skioptikons zur Herstellung von Karten und Plänen

Prof. Krames: Scheimpflug und die Entwicklung der modernen Zweibildgeräte

Prof. Krames: Umbildung und Entzerrung photographischer Aufnahmen nach Scheimpflug

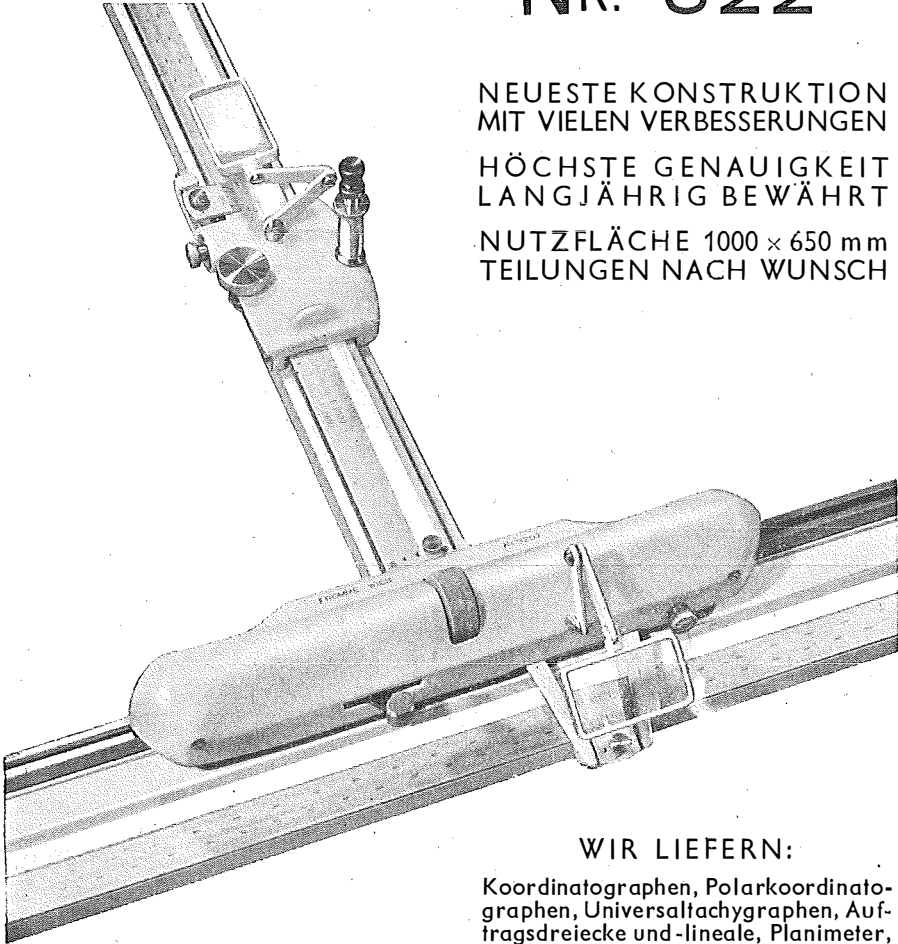
Prof. Krames: Scheimpflugs Landesvermessung aus der Luft

Präsident Lego: Der Entfernungsmesser Doležal-Scheimpflug

Zu beziehen vom Österr. Verein für Vermessungswesen, Wien VIII, Fr. Schmidtplatz 3

*Wir empfehlen Ihnen:*

# FROMME<sup>s</sup> PRÄZISIONS- KOORDINATOGRAPH Nr. 322



NEUESTE KONSTRUKTION  
MIT VIELEN VERBESSERUNGEN

HÖCHSTE GENAUIGKEIT  
LANGJÄHRIG BEWÄHRT

NUTZFLÄCHE 1000 × 650 mm  
TEILUNGEN NACH WUNSCH

REPARATUREN VON  
INSTRUMENTEN U. GERÄTEN

WIR LIEFERN:

Koordinatographen, Polarkoordinatographen, Universaltachygraphen, Auftragsdreiecke und -lineale, Planimeter, Gefällsmesser, Hypsometer, Schichten-einschalter, Winkelprismen, Nivellier-latten, Meßbänder, Numerierschlegel, Maßstäbe, Reißzeuge usw.

Prospekte und Anbote kostenlos

## ING. ADOLF FROMME

Geodätische und kartographische Instrumente, Fabrik für Zeichenmaschinen  
Gegr. 1835 WIEN 18, HERBECKSTRASSE 27 Tel. 33-74-94

# BREITHAUPT

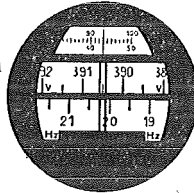
## REPETITIONSTHEODOLIT

mit Glaskreisen und Steckhülseineinrichtung  
für Zwangszentrierung

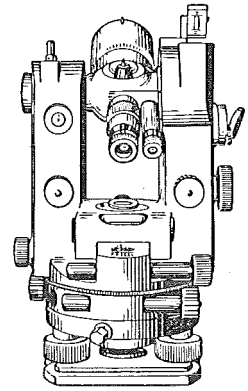
Triangulation IV. Ordnung,  
Polygonierung (auch Feinpolygonierung  
mit Zwangszentrierung und optischer  
Streckenmessung).

Katastervermessungen nach  
dem Polarverfahren, tachymetrische  
Aufnahmen und Absteckungsarbeiten  
für Ingenieur-Bauwerke.

Ablesebeispiel



4009

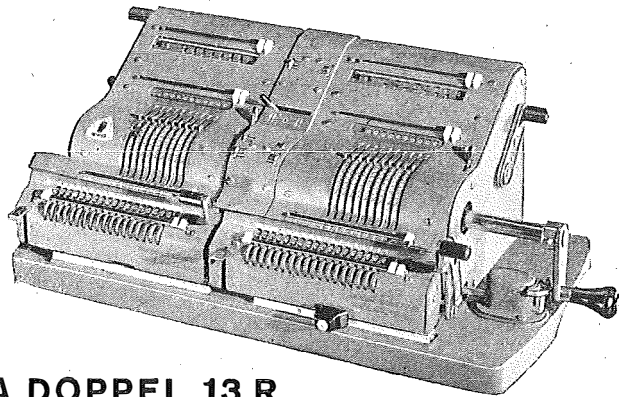


Verlangen Sie bitte Druckschrift Dr. 200/58!



**F. W. BREITHAUPT & SOHN · KASSEL**

FABRIK GEODÄTISCHER INSTRUMENTE · GEGRÜNDET 1762



**BRUNSVIGA DOPPEL 13 R**

*für das Vermessungswesen*

# BRUNSVIGA

Vertrieb von Büroeinrichtungen · Rothholz & Faber

Wien I · Wildpretmarkt 1 · Fernruf U 27-0-25

## Theodolite, Nivelliere, Bussolen-Instrumente

sowie sämtliche Vermessungsrequisiten

für Feld- und Kanzleibedarf liefert in erstklassiger Ausführung

**Neuhöfer & Sohn Akt.-Ges., Wien V., Hartmannsgasse 5**

Telephon 34-65-51

Reparaturen von Instrumenten auch fremder Provenienz raschest und billigst

Prospekte gratis

### WIR LIEFERN FÜR KANZLEIBEDARF:

COORAPID Rechengerät  
Pantographen  
Koordinatographen  
Polar-Kartiergeräte  
Planimeter  
Transporteure  
Lineale  
Schablonen  
Maßstäbe  
Reißzeuge  
Rechenschieber



Rudolf & August Rost

Vermessungsinstrumente

Wien 15, Märzstraße 7

Telefon 92-32-31

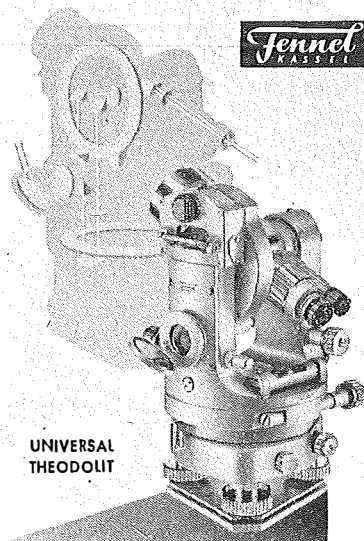
### WIR LIEFERN FÜR FELDBEDARF:

Theodolite  
Nivellierinstrumente  
Nivellierlatten  
Fluchtstäbe  
Winkelprismen  
Gefällsmesser  
Höhenmesser  
Kompass  
Stahlbandmaße  
Libellen  
Senkel

## VERMESSUNGSTRUMENTE

Bau- und Ingenieurnivelliere,  
Feinnivelliere, Theodolite,  
Gruben- und Hängetheodolite,  
Steilschacht-Theodolite  
mit exzentrischem Fernrohr,  
Selbstreduzierende Tachymeter  
und Kippregeln „Hammer-Fennel“.  
Magnetinstrumente wie Bussolen,  
Hängekompass, Grubenkompass  
und Orientierungsmagnetometer.  
Zubehörteile wie Normalmeter,  
Meßbänder, Latten, Prismen  
und Neigungsmesser.

FORDERN SIE PROSPEKTE!



UNIVERSAL  
THEODOLIT

WERKSTÄTTEN FÜR GEODÄTISCHE INSTRUMENTE

**OTTO FENNEL SOHNE KG KASSEL**

KÖNIGSTOR 16 · RUF 13916-17 · GRÜNDUNGSJAHR 1851 · TELEGRAMM-ADRESSE FENNELOS

VERTRETER: KARL HANSON · WIEN VIII · KROTENTHALLERGASSE 10

**WILD**  
HEERBRUGG

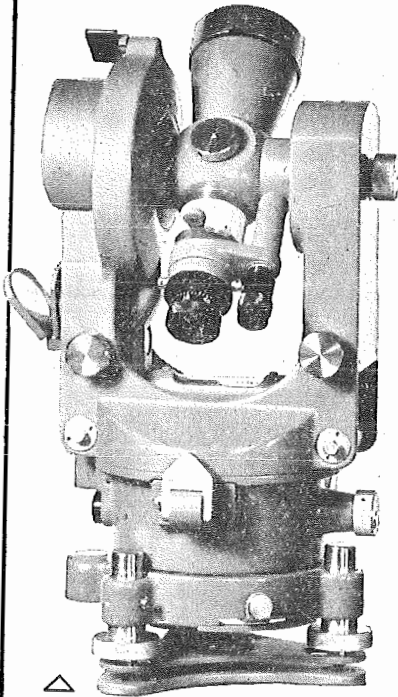
**Zwei neue  
Präzisions-Instrumente**

für rasche und fehlerfreie  
Messungen

**WILD T 2 / Modell 1956**

Der neue Universal-Theodolit mit  
dem abnehmbaren Dreifuß.

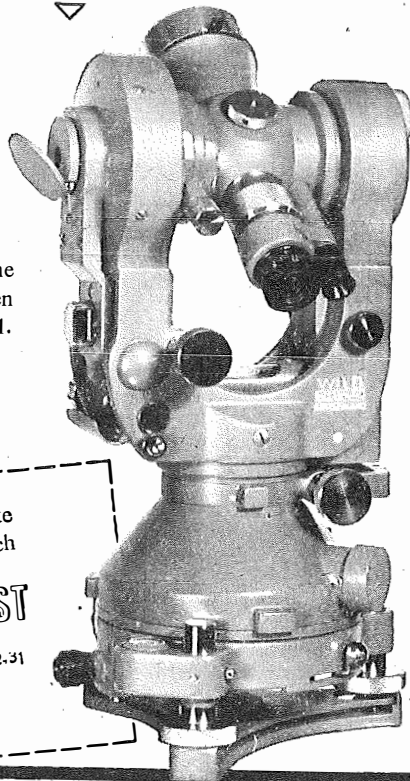
Genauigkeit der Kreisablesung:  
0,4" oder 1<sup>cc</sup>



**WILD T 16**

Tachymeter-Theodolit / Eine  
Weiterentwicklung des erfolgreichen  
Repetitions-Theodoliten Wild T 1.  
Abnehmbarer Dreifuß.

Genauigkeit der Kreisablesung:  
6" oder 10<sup>cc</sup>



Verlangen Sie, bitte, Detailprospekte  
von der Alleinvertretung für Österreich

**RUDOLF & AUGUST ROST**

Wien 15, Märzstraße 7 Tel. 92.32.31  
Nähe Westbahnhof

# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. R o h r e r  
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. L e g o und o. Prof. Hofrat Dr. phil. K. L e d e r s t e g e r

Nr. 5

Baden bei Wien, Ende Oktober 1958

XLVI. Jg.

## Die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen

Von Karl L e d e r s t e g e r, Wien

(Vorgelegt der Commission Internationale des Nivellements Européens, Réunion de Florence,  
22. bis 28. Mai 1955)

*Zusammenfassung:* Ein kritischer Vergleich der beiden bisherigen Verfahren zur Berechnung des Durchschnittswertes der Schwere in den Lotlinien von Niethammer und Mader zeigt, daß die topographische Korrektur besser nach Niethammer ermittelt wird, während der wichtigste Fortschritt bei Mader im Abgehen vom Modell der unendlichen Platte gelegen ist. Es wird ein in seinen Auswirkungen dem Maderschen ähnliches Modell empfohlen, das über einen Umkreis von 30 oder 40 km hinaus die fehlende topographische Korrektur durch einen schematischen Geländeabfall ersetzt. Jedes endliche Modell erfordert aber eine Berücksichtigung der geänderten Wirkung der negativen isostatischen Kompensationsmassen, wodurch wieder eine Annäherung an die unendliche Platte erfolgt. Die Wirkung dieses neuen, isostatisch korrigierten Modelles läßt sich schließlich auf eine Vergrößerung des bekannten Koeffizienten der Helmertschen Gebirgsreduktion um 15 oder besser um  $18 \cdot 10^{-4} H_m$  mgal zurückführen.

*Summary:* A critical comparison of the two methods of Niethammer and Mader for calculation of the average  $g$  in the plumb-lines shows, that the topographical correction better is gained according to Niethammer, while the most important progress according to Mader may be seen in the abandonment of the fictitious infinite plateau. A new model in its effect similar to Mader's is recommended; the topographical correction is calculated for a circuit of 30 or 40 km and beyond compensated by a schematic descent of terrain. Each finite model demands a consideration of the changed effect of the negative isostatic masses again involving an approach to the unfinite plateau. The effect of this new isostatically corrected model finally can be reduced to an enlargement of the known coefficient of Helmert's reduction by 15 or better by  $18 \cdot 10^{-4} H_m$  mgal.

Da die Internationale Assoziation für Geodäsie auf der 10. Generalversammlung der UGGI in Rom im September 1954 beschlossen hat, die Ausgleichung des europäischen Höhenetzes auf Grund des Gravitationspotentials vorzunehmen (Resolution Nr. 5), werden vorerst die ausgeglichenen Werte der dynamischen Höhen  $H'$  vorliegen, die mittels der „Vertikalen Dynamischen Korrekturen“ VDK vermöge

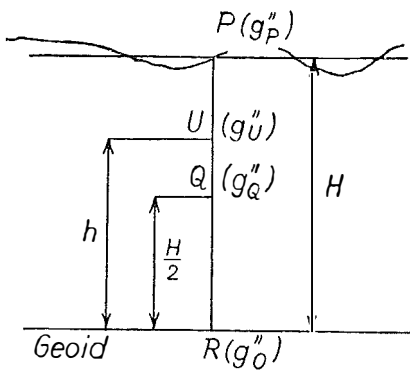
$$H = H' - \int_0^H \frac{g - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dh \quad . . . (1)$$

in die orthometrischen Höhen  $H$  übergeführt werden können. Dieses Integral kann ohne hypothetische Annahmen nicht ausgewertet werden und es ist daher von Interesse, die bisherigen Lösungsversuche kritisch und systematisch zu untersuchen, woraus sich vielleicht Möglichkeiten zu einer bequemeren oder besseren Approximation ergeben. Die folgende Untersuchung bezweckt vor allem einen vertieften Einblick in die Zusammenhänge und Genauigkeiten der vorhandenen Lösungen, besonders aber die Rechtfertigung, aber auch die Verbesserung eines neuen Vorschlages, den ich in einem demnächst erscheinenden Aufsatz<sup>1)</sup> gemacht habe.

Auf jeden Fall wird man die oberhalb des Geoides liegenden Massen als homogen voraussetzen und für ihre konstante Dichte am besten den Wert 2,67 wählen. Sodann wird man die Schwerebeschleunigung in zwei Teile zerlegen, indem man für diese Massen ein der mathematischen Behandlung leicht zugängliches Modell wählt und die Abweichungen davon als „topographische Korrektur“  $T$  erfaßt. Bezeichnet nun  $g_P'$  den Schwerewert, den man bei einer dem angenommenen Modell entsprechenden Geländeform in einem Oberflächenpunkt  $P$  beobachten würde, so stellt die topographische Korrektur die Verbesserung der Wirklichkeit auf den Idealfall dar:

$$g_P' = g_P + T_P \quad . . . (2)$$

welche Gleichung natürlich auch ebenso für den laufenden Punkt  $U$  in der Lotlinie der Station  $P$  gelten muß. Da diese Zerlegung an sich willkürlich ist, legte man bisher meistens das einfachste Modell, die unendliche ebene Platte zugrunde. Dieses Modell



(Fig. 1) ist aber streng linear, d. h. die reine Modellschwere  $g_U''(H, h)$  ist eine lineare Funktion der Höhe  $h$  des laufenden Punktes  $U$ :

$$g_U'' = 2 \pi k^2 \vartheta (2h - H)_m \text{ mgal} , \quad . . . (3)$$

worin wegen

$$k^2 = 66,75 \cdot 10^{-9} \text{ CGS} , \quad \vartheta = 2,70^2)$$

gilt:

$$2 \pi k^2 \vartheta = 0,11324 \text{ mgal/m} . \quad . . . (4)$$

<sup>1)</sup> K. Ledersteger: Der Schwereverlauf in den Lotlinien und die Berechnung der wahren Geoidschwere, inzwischen erschienen in Festschrift W. A. Heiskanen, Veröff. des Finnischen Geodät. Inst. Nr. 46, Helsinki 1955.

<sup>2)</sup> Dieser früher allgemein angenommene Wert wird hier des leichteren Vergleiches wegen beibehalten!



Damit läßt sich die vertikale dynamische Korrektur schreiben

$$VDK = \int_0^H \frac{g_U - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dh = \int_0^H \frac{g_U' - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dh - \frac{1}{\gamma_{45}} \int_0^H T_U \cdot dh \quad \dots (5)$$

Wegen der Linearität der Freiluftreduktion verläuft auch  $g'$  linear

$$g_U' = g_P' + 0,3086 (H - h)_m \text{ mgal} + (g_U'' - g_P'') \quad \dots (6)$$

und der Durchschnittswert  $\bar{g}'$  der idealen Schwere in der Lotlinie fällt mit dem Wert in ihrem Mittelpunkt  $Q$  ( $h = H/2$ ;  $g_Q'' = 0$ ) zusammen

$$\begin{aligned} \bar{g}' = g_Q' &= g_P' + (0,1543 - 0,1132) H_m \text{ mgal} = \\ &= g_P' + 0,0411 H_m \text{ mgal.} \quad \dots (7) \end{aligned}$$

Hieraus folgt sofort für das Hauptglied von (5)

$$\int_0^H \frac{g_U' - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} dh = \frac{\bar{g}' - \gamma_{45}}{\gamma_{45}} \cdot H \quad \dots (8)$$

Vernachlässigt man die topographische Reduktion  $T$  vollständig, setzt also fiktiv  $g_P = g_P'$ , so haben wir mit (8) bereits die „Helmertsche Gebirgsreduktion“ gefunden.

Wirklich aber wird die topographische Reduktion  $T$  im allgemeinen sicher nicht linear verlaufen und man muß daher ganz im Sinne Niethammers<sup>3)</sup> die topographische Korrektur  $\bar{T}$  des Durchschnittswertes der Schwere  $g''$  strenge durch die Gleichung

$$\int_0^H T_U dh = \bar{T} H \quad \dots (9)$$

definieren. Gemäß (2) und (7) erhält man also für den Durchschnittswert der wahren Schwere in der Lotlinie

$$\bar{g} = g_P + 0,0411 H_m \text{ mgal} + (T_P - \bar{T}), \quad \dots (10)$$

Nimmt man aber mit Mader<sup>4)</sup> genähert auch für  $T_U$  einen linearen Verlauf in der Lotlinie an, so wird

$$\bar{T} \doteq \frac{1}{2} (T^P + T_0), \quad \dots (11)$$

wobei  $T_0$  die topographische Korrektur des Schwerewertes  $g_0$  auf dem Geoid bedeutet, und man findet

$$\bar{g} \doteq g_P + 0,0411 H_m \text{ mgal} + \frac{1}{2} (T_P - T_0) \quad \dots (10a)$$

Um die Vernachlässigung dieser Näherung an einem konkreten Beispiel verfolgen zu können, entnehmen wir der Arbeit Maders die nötigen Daten für den

<sup>3)</sup> Th. Niethammer: Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen, Veröff. d. Schweizer. Geodät. Komm., Basel, 1932.

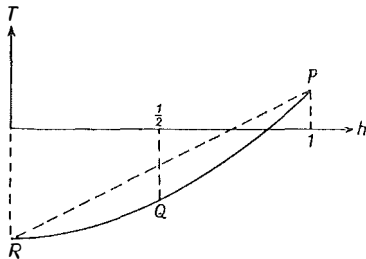
<sup>4)</sup> K. Mader: Die orthometrische Schwerekorrektur des Präzisionsnivellements in den Hohen Tauern, Sonderheft 15 der Öst. ZfV, Wien, 1954.

Punkt Hochtor ( $H = 2504$  m), den höchsten Punkt der Glocknerstraße in den Hohen Tauern, wozu allerdings zu bemerken ist, daß Niethammer die topographischen Korrekturen für einen Umkreis von 42 km berechnet, während sich Mader mit 30 km begnügt. Wir werden daher, um den Vergleich korrekter durchführen zu können, Niethammers Zone XIII (33,0–42,0 km) und den halben Betrag der Zone XII (26,0–33,0) weglassen und erhalten so:

Niethammer:	Mader:
$T_P = + 7,07$ mgal;	$T_P = + 8,48$ mgal
$\bar{T} = - 14,82$	– 21,46
	$T_Q = - 12,98$
	– 9,71
	$T_0 = - 22,69$

Wie zu erwarten war, verläuft die topographische Korrektur tatsächlich nicht linear und die Korrektionsglieder von (10) und (10a) unterscheiden sich daher auffallend:

Niethammer:	$T_P - \bar{T} = + 21,89$ mgal	
Mader:	$\frac{1}{2} (T_P - T_0) = + 15,59$	– 6,30



Natürlich läßt sich leicht zeigen, daß der Unterschied wirklich auf die von Mader vorausgesetzte Linearität von  $T$  zurückzuführen ist. Man braucht bloß durch die drei Punkte  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  (Fig. 2) die Parabel

$$T = + 23,50 h^2 + 7,67 h - 22,69$$

zu legen und findet, da die Meereshöhe  $H$  von  $P$  als Einheit in der Abszissenachse gewählt wurde, durch Integration

$$\bar{T} = \int_0^H T \cdot dh = - 11,02. \quad \dots (12)$$

Damit aber tritt an Stelle von  $+ 15,59$  die mit dem Niethammerschen Wert wesentlich besser übereinstimmende Korrektur

$$T_P - \bar{T} = + 8,48 + 11,02 = + 19,50. \quad \dots (13)$$

Die Madersche Berechnungsweise der topographischen Korrektur weist entschieden drei praktische Vorzüge gegenüber der strengeren Rechnung nach Niethammer auf. Sie liefert gleichzeitig den geophysikalisch wichtigen Schwerwert auf dem Geoid und sie vermeidet den bei der Berechnung von  $T$  auftretenden lästigen Vorzeichenwechsel, der in der üblichen Zerlegung des Geländes in Kreiszyylindersegmente von teils positiver, teils negativer Höhe begründet ist. Denn bei der Berechnung von  $T_0$  können diese Segmente durchwegs negativ vom Meeresniveau ab gezählt werden, was auf eine Vereinigung der topographischen Korrektur  $T_0$  mit der nach oben gerichteten Anziehung der endlichen Platte von 30 km Ausdehnung hinausläuft. Dadurch genügt aber für die Berechnung beider Reduktionen  $T_P$  und  $T_0$  eine einzige numerische Tabelle, worin der dritte Vorteil gegenüber der graphi-

schen Methode Niethammers gelegen ist. Strebt man aber höchste Präzision an, so wird man um die Berechnung des Durchschnittswertes  $\bar{T}$  nicht herumkommen.

Nach Niethammer, d. h. nach Formel (10) erhalten wir demnach für den Punkt Hochtor:

$$\begin{array}{r} g_P = 980.160,49 \text{ cm sec}^{-2} \\ 0,0411 H_m = + 102,91 \\ T_P - \bar{T} = + 21,89 \\ \hline g = 980.285,29 \text{ cm sec}^{-2}, \end{array} \quad \dots \quad (I)$$

während sich nach Mader unter der Annahme desselben Modelles der unendlichen Platte der um 6,30 mgal kleinere Wert 980.278,99 ergeben würde. Wird aber die topographische Reduktion nur bis zu einer Entfernung von 30 bzw. 42 km berücksichtigt, so wird, falls man von der Isostasie abstrahiert, gerade bei Hochgebirgspunkten mit der unendlichen Bouguerschen Platte entschieden zuviel abgezogen und (I) stellt ein Minimum dar. Niethammer<sup>5)</sup> hat übrigens bereits selbst gezeigt, wie diesem Mangel abgeholfen werden kann, indem man unter Berücksichtigung der Erdkrümmung drei weitere Zonen bis zum Grenzkreis 188 km in die topographische Reduktion einbezieht.

Weitaus bequemer ist es aber, für die außerhalb des Grenzkreises der topographischen Reduktion liegenden Kontinentalmassen ein anderes lineares Modell zu wählen, das in einheitlicher Weise dem natürlichen Geländeabfall Rechnung trägt. Wird im vorhergehenden Falle ein Minimum erzielt, so gewinnt man ein Maximum, wenn man statt der unendlichen Platte nur die Wirkung einer endlichen Platte abzieht, deren Radius durch den Grenzkreis der topographischen Korrektur bestimmt ist. Dies heißt aber, daß die außerhalb liegenden Massen in ihrer Wirkung auf den laufenden Punkt unverändert bleiben sollen, d. h. gleichsam mit in die Tiefe genommen werden. Man erhält dann mit Mader eine sehr gute Approximation des Durchschnittswertes, wenn man das arithmetische Mittel aus diesen beiden Extremfällen bildet, also statt der unendlichen Platte die halbe Summe aus dieser und der endlichen Platte von 30 km Radius abzieht:

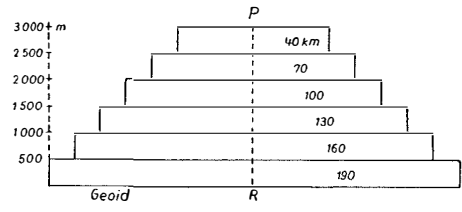
$$\begin{array}{r} g_P = 980.160,49 \text{ cm sec}^{-2} \\ 0,1543 H_m = + 386,37 \\ \frac{1}{2} \text{ unendl. Platte} = - 141,78 \\ \frac{1}{2} \text{ endl. Platte} = - 135,96 \\ \hline \text{Top. Korr.} = + 15,59 \\ \hline g = 980.284,71 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 21,89 \\ \hline 980.291,01. \end{array} \quad \dots \quad (II)$$

Der links stehende Wert ist genau nach Mader berechnet; die Änderung des Modelles kompensiert sich zufällig fast ganz mit dem Fehler der topographischen Korrektur.

5) Th. Niethammer: Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard, Astr.-geod. Arbeiten in der Schweiz, Band 20, Bern, 1939.

Der rechtsstehende Endwert ist mit der topographischen Korrektur nach Niethammer gewonnen; im Vergleich dieses Wertes mit (I) kommt der Einfluß des geänderten Modelles voll zur Geltung.

Wie in der unter (I) zitierten Arbeit näher ausgeführt wurde, läßt sich die Formel Maders auf ein fiktives Modell zurückführen, das demnach gewisse gedankliche Schwierigkeiten bietet. Um diese zu umgehen, andererseits aber doch der natürlichen



Basisverbreiterung möglichst gerecht zu werden, wurde dort ein anderes lineares Modell in Vorschlag gebracht, bei dem sich das Gelände aus 500 m dicken sphärischen Scheiben zusammensetzt, deren Radien, an der Oberfläche mit 40 km beginnend, stufenweise um je 30 km zu-

nehmen (Fig. 3). Wird die zugehörige Modellschwere wieder mit  $g''$  bezeichnet, so erhält man zunächst für das idealisierte Gelände die Formel:

$$\bar{g}' = g_{P'} + 0,1543 H_m \text{ mgal} - \frac{1}{2} (g_{P''} - g_{0''}) \quad \dots (14)$$

Sobald man aber nicht mit der unendlichen Platte operiert, muß man im Durchschnittswert der Schwere auch die geänderte Wirkung der innerhalb des Geoides liegenden negativen Kompensationsmassen berücksichtigen. Hierzu wurde im 4. Abschnitt der erwähnten Arbeit die Pratt-Hayfordsche Isostasië in ihrer einfachsten Form nach Baeschlin<sup>6)</sup> zugrunde gelegt; es wird angenommen, daß die Kompensation bei einer einheitlichen Tiefe von 100 km im Geoid beginnt. Für die Kompensationsmasse wurde ein Kreiszyylinder von 100 km Höhe mit dem Radius

$$R = \left[ 40 + 30 (H_{km} - 0,5) \right] \text{ km} \quad \dots (15)$$

angesetzt, wobei die Dichte  $-0,027 H_{km}$  ist. In Tabelle 7 ist die verstärkte negative Wirkung der Kompensation auf den Geoidpunkt berechnet. Ihr halber Betrag tritt als isostatische Kompensation  $\Delta g$  zu (14) hinzu und man kann aus den Tabellen 4 und 7 die gesamte Korrektur des Durchschnittswertes  $g'$  aufaddieren:

$$C = 0,1543 H_m - \frac{1}{2} (g_{P''} - g_{0''}) + \Delta g \quad \dots (16)$$

So findet man:

$H$	$+ 0,1543 H$	$- \frac{1}{2} (g_{P''} - g_{0''})$	$+ \Delta g$	$=$	$C$	$\Delta C$
500 m	$+ 77,150$	$- 56,266$	$- 0,131$	$+ 20,753$		$+ 20,928$
1000	$+ 154,300$	$- 112,128$	$- 0,491$	$+ 41,681$		$+ 20,969$
1500	$+ 231,450$	$- 167,767$	$- 1,023$	$+ 62,650$		$+ 20,990$
2000	$+ 308,600$	$- 223,254$	$- 1,706$	$+ 83,640$		$+ 21,012$
2500	$+ 385,750$	$- 278,625$	$- 2,473$	$+ 104,652$		$+ 21,040$
3000	$+ 462,900$	$- 333,903$	$- 3,305$	$+ 125,692$		

<sup>6)</sup> C. F. Baeschlin: Lehrbuch der Geodäsie, Zürich 1948, Seite 328.

Da die Korrekturen  $C$  nur geringfügig von einem linearen Verlauf abweichen, kann man einen mittleren Gradienten bilden, indem man die Summe der  $C$  durch 10 500 dividiert:  $+ 0,041816 H_m$  mgal.

Durch die isostatische Reduktion wird mithin das neue Modell wieder dem alten Modell der unendlichen Platte angenähert; denn für letztere entfällt bekanntlich eine isostatische Korrektur, weil die Wirkung einer unendlichen Platte von der Höhe des Aufpunktes über ihrer Oberfläche unabhängig ist. Mithin besteht der ganze Unterschied gegenüber der klassischen Methode von Helmert und Niethammer darin, daß sich der Koeffizient der Helmert-Reduktion um 0,0007 erhöht, was für 1000 m Meereshöhe erst 0,7 mgal ausmacht; an Stelle von (7) tritt:

$$\bar{g}' = g_P' + 0,0418 H_m \text{ mgal} . \quad . . . (17)$$

Dennoch dürfte das Ergebnis nicht wertlos sein: die an sich unbefriedigende Fiktion der unendlichen Platte ist durch ein plausibles Modell ersetzt worden, ohne daß sich die Rechnung im geringsten komplizierter gestaltet. Auch ist zu bedenken, daß sich die Differenz in der wahren Schwere auf dem Geoid doppelt auswirkt.

Da wir der obersten Platte in Fig. 3 den Radius 40 km erteilt haben, muß auch die topographische Reduktion des Durchschnittswertes für diesen Radius berechnet werden. Wir verwenden daher in unserem Beispiel die volle Reduktion nach Niethammer, die bis 42 km geht. Es ist  $T_P = + 7,33$  mgal,  $\bar{T} = - 15,45$  mgal und somit:

Unendliche Platte:	Modell Fig. 3:
$g_P = 980.160,49 \text{ cm sec}^{-2}$	$g_P = 980.160,49$
$0,0411 H_m = + 102,91$	$0,0418 H_m = + 104,67$
$T_P - \bar{T} = + 22,78$	$T_P - \bar{T} = + 22,78$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
$\bar{g} = 980.286,18$	$\bar{g} = 980.287,94,$

(III)

während die Helmert-Reduktion auf  $\bar{g} = 980.263,40$  bzw.  $980.265,16$  führt.

Mit  $\gamma_{45} = 980.635$  finden wir nach (8) folgende vertikale dynamische Korrekturen:

Unendliche Platte:

Helmert:	$- 0,000 3789 H_m = - 0,9488 \text{ m}$	58,1 mm
Niethammer:	$- 0,000 3557 H_m = - 0,8907 \text{ m}$	

Modell Fig. 3:

Helmert:	$- 0,000 3771 H_m = - 0,9443 \text{ m}$	58,1 mm
Niethammer:	$- 0,000 3539 H_m = - 0,8862 \text{ m}$	

Wegen der Gleichheit der topographischen Reduktion ist der Fehler der Helmert-Reduktion beidemal gleich, und zwar 58,1 mm. Zu beachten ist noch, daß die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen mit den Meereshöhen erfolgen sollte, während aus dem künftigen Netzausgleich die in unserem Beispiel um rund 9 dm größere dynamische Höhe hervorgeht. Der Fehler, der hier nur etwa 0,35 mm beträgt, kann allgemein durch eine zweite Approximation getilgt werden.

Es wurde eingangs betont, daß derzeit 2,67 als bester Wert für die Krustendichte gilt und der frühere Wert 2,70 hier nur zwecks besserer Vergleichsmöglichkeit bei-

behalten wurde. Mit  $\vartheta = 2,67$  verringern sich aber alle  $g''$ -Beträge und alle topographischen Korrekturen fast genau um 1%. Damit geht vor allem der Koeffizient in (17):  $0,0418 = 0,1543 - 0,1125$  über in:  $0,1543 - 0,1114 = 0,0429$  und die Helmer tischen Durchschnittswerte der Schwere in den Lotlinien berechnen sich aus:

$$\bar{g}' = g_P' + 0,0429 H_m \text{ mgal.} \quad . . . (18)$$

Sie sind also um  $0,0015 H_m$  mgal größer als die bisher mit dem Koeffizienten  $0,0414$  berechneten Werte und bewirken in den vertikalen dynamischen Korrekturen eine Änderung von nur  $0,0015 H_m$  mm!

*Anmerkung der Redaktion:* Vorstehende Arbeit, die auf der Tagung der Internationalen Kommission für das Europäische Höhennetz, Florenz, Mai 1955, in einer beschränkten Anzahl von Exemplaren zur Verteilung gelangte, wurde hier über wiederholtes Verlangen vollständig wortgetreu zum Abdruck gebracht.

## Die analytische Lösung der Probleme von Snellius und Hansen mit Hilfe der Transformation durch reziproke Radien

Von L. Starkl, Wels

Eine neue Behandlung dieser beiden klassischen geodätischen Aufgaben mag in jüngster Gegenwart geradezu als Anachronismus erscheinen, da über diesen Problemkreis bereits eine sehr umfangreiche Literatur vorhanden ist. In diesem Zusammenhang soll besonders auf die interessante Studie „Beiträge zur Berechnung des Rückwärtseinschnittes“ im Sonderheft 14 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen, Festschrift Eduard Doležal, von Herrn Prof. Dr. A. Tarczy-Hornoch hingewiesen werden, welcher dort die verschiedenen bisherigen Lösungen einer kritischen Betrachtung unterzogen und selbst vereinfachte Herleitungen der Delambreschen Gleichung angegeben hat.

Im Sinne eines besonders in der letzten Zeit betonten ökonomischen Prinzipes in den technischen Wissenschaften soll in der vorliegenden Studie den bekannten und teilweise recht umständlichen Ableitungen eine elegante und durchsichtige Lösung der beiden Probleme hinzugefügt werden.

Die Anwendung der Transformation durch reziproke Radien bzw. einer Inversion bei der Lösung dieser Aufgaben ergibt vergleichsweise eine außergewöhnlich einfache Herleitung der zum Teil bekannten Gebrauchsformeln. Stellt

$$r = r(\varphi) \quad . . . (1)$$

eine in Polarkoordinaten gegebene Kurve dar, so vermittelt die Beziehung

$$\rho = 1/r \quad . . . (2)$$

eine Transformation der Kurve (1) durch reziproke Radien oder eine Inversion bzw. eine Spiegelung am Einheitskreis. Eine solche Abbildung ist kreis- und winkeltreu. Kreise und Gerade (Kreise der Krümmung Null), die nicht durch den Transformationsnullpunkt gehen, werden in Kreise verwandelt.

$$\text{Kreise und Gerade, die durch den Transformationsnullpunkt gehen, verwandeln sich in Gerade.} \quad . . . (3)$$

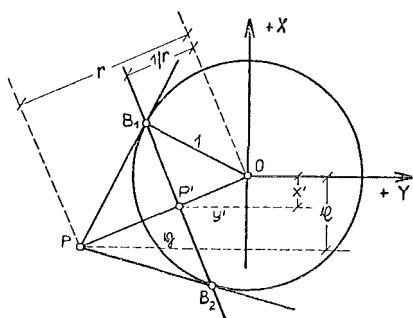


Abb. 1

Die letztere Tatsache bildet den Ausgangspunkt für die mitzuteilenden Entwicklungen. Der Vollständigkeit halber soll die bekannte Konstruktion von  $1/r$  angegeben werden: Wenn vom Punkt  $P(x, y)$  an den Einheitskreis um den Transformationsnullpunkt die Tangenten gezogen werden, dann trifft die Verbindungsgerade der Berührungspunkte  $B_1$  und  $B_2$  den Radiusvektor in dem zu  $P(x, y)$  inversen Punkt  $P'(x', y')$ .

Die wechselseitigen Beziehungen zwischen den Koordinaten der Punkte  $P(x, y)$  und  $P'(x', y')$  werden durch die Formelgruppe

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{x^2 + y^2} & y' &= \frac{y}{x^2 + y^2} \\ x &= \frac{x'}{x'^2 + y'^2} & y &= \frac{y'}{x'^2 + y'^2} \end{aligned} \quad \dots \quad (4)$$

hergestellt.

Das Snellius'sche und das Hansen'sche Problem sind eng verwandt, da es sich hierbei um die Lösung von Vierecksaufgaben handelt, wobei jeweils 5 unabhängige Bestimmungsstücke bekannt sind. Aus diesem Grunde wird die Abb. 2 der Behandlung beider Probleme zugrunde gelegt. Beim Snellius'schen Problem sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  im Neupunkt 4 gemessen, während beim Hansen'schen Problem z. B. die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$  im Neupunkt 1 sowie die Winkel  $\epsilon$  und  $\varphi$  im Neupunkt 3 gemessen sind. Die geometrische Lösung der Aufgabe des Rückwärtseinschnittes hat davon auszugehen, daß der Neupunkt 4 im Schnitt zweier Kreise  $K_1$  und  $K_2$  liegt, welche über den Sehnen  $\overline{12}$  bzw.  $\overline{23}$  die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  als Peripheriewinkel enthalten. Diese beiden Kreise, welche auch als Kreise mit den Peripheriewinkeln  $(\gamma + \delta)$  bzw.  $(\epsilon + \varphi)$  über der Sehne  $\overline{24}$  aufgefaßt werden können, stellen gleichzeitig beim Hansen'schen Problem zwei erste geometrische Örter für die Lage der Neupunkte 1 und 3 dar. Durch Antragen der Winkel  $\varphi$  und  $\delta$  bei 2 und der Winkel  $\epsilon$  und  $\gamma$  bei 4 gegen die Strecke  $\overline{24}$  ergeben sich die beiden Collins'schen Hilfspunkte  $C_1$  und  $C_2$ . Wie in der Folge gezeigt wird, ist es für die analytische Darstellung am günstigsten, wenn als weitere geometrischen Örter für die Lage der Neupunkte 1 und 3 die beiden Kreise  $K_3$  und  $K_4$  gewählt werden, welche über den Sehnen  $\overline{2C_1}$  und  $\overline{2C_2}$  die Peripheriewinkel  $\gamma$  bzw.  $\epsilon$  enthalten. Man erhält auf diese Weise ein Kreisbündel durch den in beiden Fällen als Festpunkt anzusehenden Punkt 2.

Wird der Festpunkt 2 als Inversionszentrum gewählt, dann wird dieses Kreisbündel gemäß der Beziehung (3) in einzelne Gerade transformiert, wobei sich je 2 Gerade in den inversen Hilfspunkten  $4'$  bzw.  $1'$  und  $3'$  schneiden. Durch reziproke Spiegelung dieser Hilfspunkte am Einheitskreis werden unmittelbar die gesuchten Neupunkte 4 bzw. 1 und 3 erhalten. Die Kreise  $K_1$  bis  $K_4$  schneiden den Einheitskreis um den Festpunkt 2 in je zwei transformationsinvarianten Schnittpunkten, deren Verbindungslinien die durch die Inversion erzeugten Geraden darstellen.

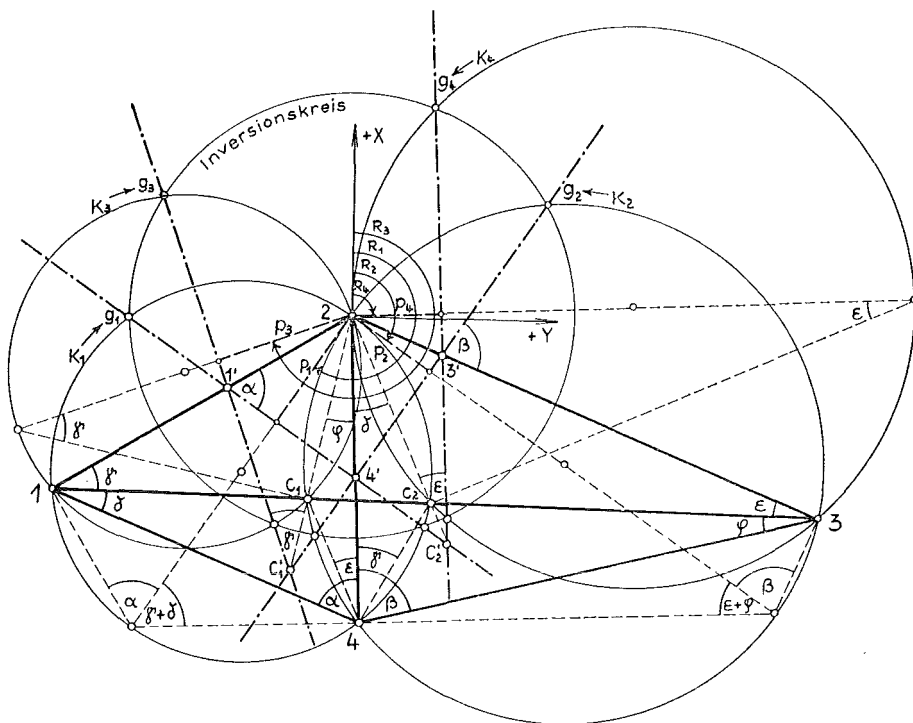


Abb. 2

Die Gleichungen dieser Geraden  $g_n$  sind in bezug auf ein geodätisches Koordinatensystem im Inversionszentrum 2 allgemein durch

$$x' \cdot \cos R_n + y' \cdot \sin R_n - p_n = 0 \quad \dots (5)$$

gegeben, wenn  $R_n$  die Richtungswinkel der vom Festpunkt 2 auf die Geraden  $g_n$  gefällten Perpendikel  $p_n$  darstellt.

Die Richtungswinkel  $R_n$  sind aus der Abb. 2 unmittelbar zu entnehmen mit

$$\begin{aligned} R_1 &= \nu_{21} - (90 - \alpha) = \nu_{24} + [90 - (\gamma + \delta)] \\ R_2 &= \nu_{23} + (90 - \beta) = \nu_{24} - [90 - (\epsilon + \varphi)] \\ R_3 &= \nu_{24} + [90 - (\gamma - \varphi)] \\ R_4 &= \nu_{24} - [90 - (\epsilon - \delta)] \end{aligned} \quad \dots (6)$$

Unter Beachtung der Reziprozitätsbeziehungen in Abb. 2 erhält man für die Strecken

$$\overline{21'} = 1/s_{12}, \quad \overline{23'} = 1/s_{23}, \quad \overline{24'} = 1/s_{24}, \quad \overline{2 C_1'} = 1/2 C_1, \quad \overline{2 C_2'} = 1/2 C_2 \quad \dots (7)$$

Für die Strecken  $\overline{2 C_1}$  und  $\overline{2 C_2}$  werden mit dem Sinussatz aus den Dreiecken  $\triangle 2 C_1 4$  und  $\triangle 2 C_2 4$  die Werte

$$\overline{2 C_1} = \frac{\sin \epsilon \cdot s_{24}}{\sin (\epsilon + \varphi)} \quad \overline{2 C_2} = \frac{\sin \gamma \cdot s_{24}}{\sin (\gamma + \delta)} \quad \dots (8)$$

erhalten. Die Winkelbeziehungen in Abb. 2 ergeben mit den Strecken unter (7)

$$\begin{aligned} p_1 &= \overline{21'} \cdot \sin \alpha = \overline{24'} \cdot \sin (\gamma + \delta), & p_2 &= \overline{23'} \cdot \sin \beta = \overline{24'} \cdot \sin (\epsilon + \varphi) \\ p_3 &= \overline{2 C_1'} \cdot \sin \gamma & p_4 &= \overline{2 C_2'} \cdot \sin \epsilon \end{aligned} \quad \dots (9)$$



Mit (7) und (8) resultiert aus (9) die endgültige formelmäßige Darstellung der Perpendikel  $p_n$ :

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{\sin \alpha}{s_{12}} = \frac{\sin (\gamma + \delta)}{s_{24}} & p_2 &= \frac{\sin \beta}{s_{23}} = \frac{\sin (\varepsilon + \varphi)}{s_{24}} & \dots & (10) \\
 p_3 &= \frac{\sin \gamma \cdot \sin (\varepsilon + \varphi)}{\sin \varepsilon \cdot s_{24}} & p_4 &= \frac{\sin \varepsilon \cdot \sin (\gamma + \delta)}{\sin \gamma \cdot s_{24}}
 \end{aligned}$$

Mit (6) und (10) ergeben sich nach (5) die Gleichungen der Geraden  $g_n$ , wobei für  $g_1$  und  $g_2$  je zwei Gleichungen erhalten werden, deren erste Gruppe dem Snelliusschen Problem zugeordnet ist, während die zweite Gruppe bei der analytischen Lösung der Hansen'schen Aufgabe verwendet wird.

Snellius: (11)

$$\begin{aligned}
 g_1 : x' (\cos v_{21} \sin \alpha + \sin v_{21} \cos \alpha) + y' (\sin v_{21} \sin \alpha - \cos v_{21} \cos \alpha) - \frac{\sin \alpha}{s_{12}} &= 0 \\
 g_2 : x' (\cos v_{23} \sin \beta - \sin v_{23} \cos \beta) + y' (\sin v_{23} \sin \beta + \cos v_{23} \cos \beta) - \frac{\sin \beta}{s_{23}} &= 0
 \end{aligned}$$

Hansen: (12)

$$\begin{aligned}
 g_1 : x' [\cos v_{24} \sin (\gamma + \delta) - \sin v_{24} \cos (\gamma + \delta)] + & \\
 + y' [\sin v_{24} \sin (\gamma + \delta) + \cos v_{24} \cos (\gamma + \delta)] - \frac{\sin (\gamma + \delta)}{s_{24}} &= 0 \\
 g_2 : x' [\cos v_{24} \sin (\varepsilon + \varphi) + \sin v_{24} \cos (\varepsilon + \varphi)] + & \\
 + y' [\sin v_{24} \sin (\varepsilon + \varphi) - \cos v_{24} \cos (\varepsilon + \varphi)] - \frac{\sin (\varepsilon + \varphi)}{s_{24}} &= 0 \\
 g_3 : x' [\cos v_{24} \sin (\gamma - \varphi) - \sin v_{24} \cos (\gamma - \varphi)] + & \\
 + y' [\sin v_{24} \sin (\gamma - \varphi) + \cos v_{24} \cos (\gamma - \varphi)] - \frac{\sin \gamma \sin (\varepsilon + \varphi)}{s_{24} \cdot \sin \varepsilon} &= 0 \\
 g_4 : x' [\cos v_{24} \sin (\varepsilon - \delta) + \sin v_{24} \cos (\varepsilon - \delta)] + & \\
 + y' [\sin v_{24} \sin (\varepsilon - \delta) - \cos v_{24} \cos (\varepsilon - \delta)] - \frac{\sin \varepsilon \sin (\gamma + \delta)}{s_{24} \cdot \sin \gamma} &= 0
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen (11) werden der Reihe nach mit

$$s_{12}/\sin \alpha, \quad s_{23}/\sin \beta$$

und die Gleichungen (12) ebenso mit

$$s_{24}/\sin (\gamma + \delta), \quad s_{24}/\sin (\varepsilon + \varphi), \quad s_{24}/\sin (\gamma - \varphi), \quad s_{24}/\sin (\varepsilon - \delta)$$

multipliziert. Die derart erhaltenen linearen Glieder der Geradengleichungen  $g_3$  und  $g_4$  sind außerdem im Zähler und Nenner durch

$$\sin \gamma \sin \varepsilon \sin \varphi \quad \text{bzw.} \quad \sin \gamma \sin \varepsilon \sin \delta$$

zu dividieren. Die Gleichungen (11) und (12) gewinnen durch diese einfache Umformung folgende Gestalt:

$$\begin{aligned}
 g_1 : x' (\mathfrak{x}_{21} + \mathfrak{y}_{21} \cot \alpha) + y' (\mathfrak{y}_{21} - \mathfrak{x}_{21} \cot \alpha) - 1 &= 0 & \dots & (13) \\
 g_2 : x' (\mathfrak{x}_{23} - \mathfrak{y}_{23} \cot \beta) + y' (\mathfrak{y}_{23} + \mathfrak{x}_{23} \cot \beta) - 1 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_1 &: x' [\varepsilon_{24} - y_{24} \cot(\gamma + \delta)] + y' [y_{24} + \varepsilon_{24} \cot(\gamma + \delta)] - 1 = 0 \quad \dots (14) \\
 g_2 &: x' [\varepsilon_{24} + y_{24} \cot(\varepsilon + \varphi)] + y' [y_{24} - \varepsilon_{24} \cot(\varepsilon + \varphi)] - 1 = 0 \\
 g_3 &: x' [\varepsilon_{24} - y_{24} \cot(\gamma - \varphi)] + y' [y_{24} + \varepsilon_{24} \cot(\gamma - \varphi)] - \frac{\cot \varphi + \cot \varepsilon}{\cot \varphi - \cot \gamma} = 0 \\
 g_4 &: x' [\varepsilon_{24} + y_{24} \cot(\varepsilon - \delta)] + y' [y_{24} - \varepsilon_{24} \cot(\varepsilon - \delta)] - \frac{\cot \delta + \cot \gamma}{\cot \delta - \cot \varepsilon} = 0
 \end{aligned}$$

Die Diskussion der Gleichungsgruppen (13) und (14) wird anschließend getrennt nach Rückwärtseinschneiden und Punktpaarbestimmung weitergeführt.

a) Rückwärtseinschneiden

Mit Einführung der allgemein gebräuchlichen Bezeichnungen  $M_1, N_1, M_2, N_2$  für die Koeffizienten der Unbekannten in den Gleichungen (13) erhält man

$$\begin{aligned}
 x' \cdot M_1 + y' \cdot N_1 - 1 &= 0 \\
 x' \cdot M_2 + y' \cdot N_2 - 1 &= 0 \quad \dots (15)
 \end{aligned}$$

Die Auflösung nach Determinanten ergibt für die Koordinaten des inversen Hilfspunktes 4' die Werte

$$x_{4'} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & N_1 \\ 1 & N_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} M_1 & N_1 \\ M_2 & N_2 \end{vmatrix}} = \frac{D_x}{D} \qquad y_{4'} = \frac{\begin{vmatrix} M_1 & 1 \\ M_2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} M_1 & N_1 \\ M_2 & N_2 \end{vmatrix}} = \frac{D_y}{D} \quad \dots (16)$$

Mit der zweiten Gleichungsgruppe aus (4) resultieren sofort die Koordinaten des Neupunktes 4 zu

$$\varepsilon_{24} = \frac{D_x \cdot D}{D_x^2 + D_y^2} = Q \cdot D_x \qquad y_{24} = \frac{D_y \cdot D}{D_x^2 + D_y^2} = Q \cdot D_y \quad (17)$$

Diese neue Auffassung führt das Rückwärtseinschneiden unmittelbar auf einen einzigen Vorwärtsschnitt zurück, während das Problem nach der Collins'schen Lösung auf zwei Vorwärtsschnitte bzw. einen Vorwärts- und einen Seitwärtsschnitt und nach der Cassini'schen Lösung auf zwei Vorwärtsschnitte und das Fällen eines Lotes zurückgeführt erscheint.

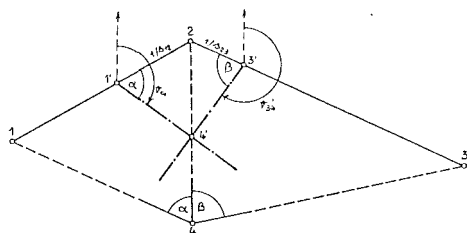


Abb. 3

Der inverse Hilfspunkt 4' wird von den mittels (4) gerechneten, inversen Hilfspunkten 1' und 3' aus, mit den Richtungswinkeln

$$\begin{aligned}
 \nu_{14'} &= \nu_{12} + \alpha \\
 \nu_{34'} &= \nu_{32} - \beta
 \end{aligned}$$

vorwärtseingeschnitten und dann reziprok transformiert.

b) Punktpaarbestimmung

Die Gleichungsgruppe (14) wird mit Benützung der Additionstheoreme für die Cotangenten der Summe bzw. der Differenz von zwei Winkeln umgeformt. Man erhält auf diese Weise bei gleichzeitigem Verzicht auf die Indexschreibung bei den Koordinatendifferenzen  $\varepsilon_{24}$  und  $y_{24}$  die Gleichungen (18)

$$\begin{aligned}
& x' [\mathfrak{x} (\cot \delta + \cot \gamma) - \mathfrak{y} (\cot \gamma \cot \delta - 1)] + \\
& \quad + y' [\mathfrak{y} (\cot \delta + \cot \gamma) + \mathfrak{x} (\cot \gamma \cot \delta - 1)] - (\cot \delta + \cot \gamma) = 0 \\
& x' [\mathfrak{x} (\cot \varphi + \cot \varepsilon) + \mathfrak{y} (\cot \varepsilon \cot \varphi - 1)] + \\
& \quad + y' [\mathfrak{y} (\cot \varphi + \cot \varepsilon) - \mathfrak{x} (\cot \varepsilon \cot \varphi - 1)] - (\cot \varphi + \cot \varepsilon) = 0 \\
& x' [\mathfrak{x} (\cot \varphi - \cot \gamma) - \mathfrak{y} (\cot \gamma \cot \varphi + 1)] + \\
& \quad + y' [\mathfrak{y} (\cot \varphi - \cot \gamma) + \mathfrak{x} (\cot \gamma \cot \varphi + 1)] - (\cot \varphi + \cot \varepsilon) = 0 \\
& x' [\mathfrak{x} (\cot \delta - \cot \varepsilon) + \mathfrak{y} (\cot \varepsilon \cot \delta + 1)] + \\
& \quad + y' [\mathfrak{y} (\cot \delta - \cot \varepsilon) - \mathfrak{x} (\cot \varepsilon \cot \delta + 1)] - (\cot \delta + \cot \gamma) = 0
\end{aligned}$$

Durch zweckmäßige Zusammenfassung der Glieder in den Koeffizienten der Unbekannten findet man

$$\begin{aligned}
& x' [(\mathfrak{y} + \mathfrak{x} \cot \delta) + (\mathfrak{x} - \mathfrak{y} \cot \delta) \cot \gamma] + \\
& \quad + y' [-(\mathfrak{x} - \mathfrak{y} \cot \delta) + (\mathfrak{y} + \mathfrak{x} \cot \delta) \cot \gamma] - (\cot \delta + \cot \gamma) = 0 \\
& x' [-(\mathfrak{y} - \mathfrak{x} \cot \varphi) + (\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \cot \varphi) \cot \varepsilon] + \\
& \quad + y' [(\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \cot \varphi) + (\mathfrak{y} - \mathfrak{x} \cot \varphi) \cot \varepsilon] - (\cot \varphi + \cot \varepsilon) = 0 \\
& x' [-(\mathfrak{y} - \mathfrak{x} \cot \varphi) - (\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \cot \varphi) \cot \gamma] + \\
& \quad + y' [(\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \cot \varphi) - (\mathfrak{y} - \mathfrak{x} \cot \varphi) \cot \gamma] - (\cot \varphi + \cot \varepsilon) = 0 \\
& x' [(\mathfrak{y} + \mathfrak{x} \cot \delta) - (\mathfrak{x} - \mathfrak{y} \cot \delta) \cot \varepsilon] + \\
& \quad + y' [-(\mathfrak{x} - \mathfrak{y} \cot \delta) - (\mathfrak{y} + \mathfrak{x} \cot \delta) \cot \varepsilon] - (\cot \delta + \cot \gamma) = 0 \\
& \quad \quad \quad \dots (19)
\end{aligned}$$

Setzt man in (19)

$$\begin{aligned}
& (\mathfrak{y} + \mathfrak{x} \cot \delta) = a_1 & - (\mathfrak{y} - \mathfrak{x} \cot \varphi) = a_2 \\
& - (\mathfrak{x} - \mathfrak{y} \cot \delta) = b_1 & (\mathfrak{x} + \mathfrak{y} \cot \varphi) = b_2 & \dots (20) \\
& (\cot \delta + \cot \gamma) = c_1 & (\cot \varphi + \cot \varepsilon) = c_2
\end{aligned}$$

und weiter

$$\begin{aligned}
& \frac{a_1}{c_1} = \mathfrak{A}_1 & \frac{a_2}{c_2} = \mathfrak{A}_2 \\
& \frac{b_1}{c_1} = \mathfrak{B}_1 & \frac{b_2}{c_2} = \mathfrak{B}_2 & \dots (21)
\end{aligned}$$

dann können die Geradengleichungen in der Form

$$\begin{aligned}
& x' (\mathfrak{A}_1 - \mathfrak{B}_1 \cot \gamma) + y' (\mathfrak{B}_1 + \mathfrak{A}_1 \cot \gamma) - 1 = 0 \\
& x' (\mathfrak{A}_2 + \mathfrak{B}_2 \cot \varepsilon) + y' (\mathfrak{B}_2 - \mathfrak{A}_2 \cot \varepsilon) - 1 = 0 \\
& x' (\mathfrak{A}_2 - \mathfrak{B}_2 \cot \gamma) + y' (\mathfrak{B}_2 + \mathfrak{A}_2 \cot \gamma) - 1 = 0 & \dots (22) \\
& x' (\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{B}_1 \cot \varepsilon) + y' (\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{A}_1 \cot \varepsilon) - 1 = 0
\end{aligned}$$

geschrieben werden. Für die Koeffizienten der Unbekannten werden die abkürzenden Bezeichnungen  $A_n$  und  $B_n$  gewählt, wodurch die Gleichungen der Geraden  $g_1$  bis  $g_4$  in der allgemeinen Form erscheinen.

$$\begin{aligned}
g_1: & A_1 \cdot x' + B_1 \cdot y' - 1 = 0 \\
g_2: & A_2 \cdot x' + B_2 \cdot y' - 1 = 0 \\
g_3: & A_3 \cdot x' + B_3 \cdot y' - 1 = 0 & \dots (23) \\
g_4: & A_4 \cdot x' + B_4 \cdot y' - 1 = 0
\end{aligned}$$

Die inversen Hilfspunkte 1' bzw. 3' werden als Schnitte der Geraden  $g_1$  und  $g_3$  bzw.  $g_2$  und  $g_4$  erhalten. Für die Koordinaten dieser Hilfspunkte resultieren somit aus (23) die Werte

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & B_1 \\ 1 & B_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} = \frac{D_1}{C_3} & y_1' &= \frac{\begin{vmatrix} A_1 & 1 \\ A_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_3 & B_3 \end{vmatrix}} = \frac{D_2}{C_3} \\ x_3' &= \frac{\begin{vmatrix} 1 & B_2 \\ 1 & B_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_4 & B_4 \end{vmatrix}} = \frac{D_3}{C_4} & y_3' &= \frac{\begin{vmatrix} A_2 & 1 \\ A_4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ A_4 & B_4 \end{vmatrix}} = \frac{D_4}{C_4} \end{aligned} \quad \dots (24)$$

Vermöge der zweiten Gleichungsgruppe (4) liefert die Inversion von (24) die Koordinaten der beiden Neupunkte mit

$$\begin{aligned} \varkappa_{21} &= \frac{D_1 \cdot C_3}{D_1^2 + D_2^2} = Q_1 \cdot D_1 & \varkappa_{21} &= \frac{D_2 \cdot C_3}{D_1^2 + D_2^2} = Q_1 \cdot D_2 \\ \varkappa_{23} &= \frac{D_3 \cdot C_4}{D_3^2 + D_4^2} = Q_2 \cdot D_3 & \varkappa_{23} &= \frac{D_4 \cdot C_4}{D_3^2 + D_4^2} = Q_2 \cdot D_4 \end{aligned} \quad \dots (25)$$

Mit den Formeln (20) bis (25) findet auch das Hansen'sche Problem seine geschlossene analytische Lösung, welche besonders für die Maschinenrechnung geeignet erscheint. Die Koordinaten der beiden Neupunkte sind in Funktion der Koordinatendifferenzen beider Festpunkte und der Cotangenten der vier gemessenen Winkel ausgedrückt.

## Ein optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden

Von Dr. K. Killian

In vorliegender Veröffentlichung ist ein meines Wissens nach neues optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden behandelt. Es gestattet, Höhenunterschiede zwischen dem Standpunkt und den Neupunkten zu messen. Horizontale Visuren werden dabei nicht vorausgesetzt, dennoch können die Entfernungen zu den Neupunkten unbekannt sein und werden nicht gebraucht. Nur zur Berücksichtigung der Refraktion und der Erdkrümmung ist eine genäherte Kenntnis der Entfernungen notwendig. Sieht man zunächst von Refraktion und Erdkrümmung ab, so besteht nämlich nach der unten beschriebenen Art der Messung kein funktioneller Zusammenhang zwischen Höhenunterschied und Entfernung. Beim trigonometrischen Höhenmessen hingegen ergibt sich der Höhenunterschied bekanntlich direkt proportional der Entfernung. Das genannte Gerät wird zweckmäßig Verwendung finden zur terrestrischen Höhenbestimmung von Punkten, wenn die Horizontal-Koordinaten aus Luftbildern bestimmt werden, sowie zur höhenmäßigen Ergänzung von Katasterplänen und anderen speziellen geodätischen Aufgaben.

### Grundgedanke

Zur Beschreibung der Idee, die dem Aufbau des Gerätes zugrundeliegt, gehen wir zunächst von zwei im Gelände gegebenen Beobachtungsstandpunkten  $A$  und  $B$

(Fig. 1) aus. Sie bilden die Basis, die wir später in das Gerät verlegen. In Fig. 1 sind die punktierten Linien zunächst wegzudenken; sie stellen die Verhältnisse bei Beobachtung der Refraktion dar.  $P$  ist ein Neupunkt, dessen Höhenunterschiede in bezug auf  $A$  und  $B$  bestimmt werden sollen. Dies könnte auf bekannte Weise erfolgen: Messung der Horizontal- und Vertikalwinkel und darauffolgende Berechnung von mindestens einer Horizontalentfernung  $A P_0$  oder  $B_0 P_0$  und Verwendung des zugeordneten Vertikalwinkels. In der Folge wird ein anderer Weg beschritten: Wir denken uns einen Theodoliten, dessen Horizontalkreis un verwendbar ist. Dafür möge er eine Einrichtung besitzen, die es ermöglicht, die orthogonalen Projektionen  $\beta'_a$  und  $\beta'_b$  (Projektionsebene = vertikale Ebene durch  $A B$ ) der Vertikalwinkel  $\beta_a$  bzw.  $\beta_b$  zu messen. Diese Einrichtung ist ein Spiegel, der vor dem Fernrohr objektiv des Theodoliten angebracht wird, und der um eine Achse drehbar ist, die die Visierlinie senkrecht schneidet und überdies die Fernrohrkippsachse normal kreuzt. Der Theodolit wird in  $A$  zentrisch und horizontal aufgestellt, und  $B$  wird angezielt. (Um den Grundgedanken nicht mit unwesentlichen Dingen zu überlagern, bleiben Instrumenten- und Zielhöhe unbeachtet.) Dies geschieht entweder bei abgenommener Spiegereinrichtung oder es wird bei aufgesetzter Spiegereinrichtung der Spiegel um die genannte Achse so gedreht, daß seine Ebene mit der Visierlinie zusammenfällt. Ist die Visur fertig, so steht — abgesehen vom Collimationsfehler — die Fernrohrkippsachse  $xx$  normal zur Vertikalebene  $A B P'$ . Bei geklemmter Alhidade wird nun der Höhenwinkel des Fernrohres systematisch so weit verändert und der Spiegel um die genannte Achse so lange gedreht, bis der Punkt  $P$  im Fadenkreuz erscheint. Der am Theodoliten sodann abgelesene Höhenwinkel entspricht der orthogonalen Projektion  $\beta'_a$  des Vertikalwinkels  $\beta_a$ . Eine darauffolgende Beobachtung mit durchgeschlagenem Fernrohr eliminiert die Wirkung des Collimationsfehlers sowie Fehler der Spiegereinrichtung. Analog könnte die Messung der Projektion des Vertikalwinkels  $\beta_b$  erfolgen. Die Berechnung der gesuchten Höhenunterschiede zwischen  $P$  und  $A$  bzw.  $P$  und  $B$  könnte somit lediglich aus Größen erfolgen, die der Vertikalebene durch  $A$  und  $B$  angehören. Keine der Raum- oder Horizontalentfernungen der Standpunkte vom Neupunkt kommt also bei dieser Berechnung vor. Bemerkenswert ist, daß alle Punkte, die in der Geraden durch  $P P'$  liegen, sogar dieselben Elemente  $\beta'_a$  und  $\beta'_b$  zur Bestimmung der gesuchten Höhenunterschiede aufweisen. Auf dieser Überlegung beruht die konstruktive Einrichtung des im folgenden beschriebenen Gerätes.

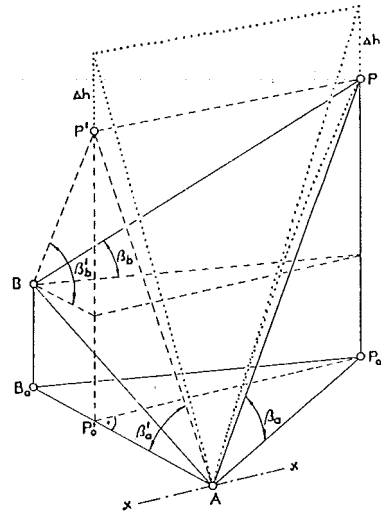


Fig. 1

### Das Gerät

Würde man entsprechend Fig. 1 ein Gerät bauen, so würde es aus 2 Fernrohren bestehen, die in den Endpunkten einer festen Basis so angeordnet sind, daß sie sich

in der durch die Basis gehenden Vertikalebene kippen lassen und die vor den Objektiven je einen um eine Achse (diese normal zur Ziellinie und die Kippachse normal kreuzend) drehbaren Spiegel aufweisen. Zur Vereinfachung der Konstruktion und zur einfachen Bestimmung der Höhenunterschiede gehen wir von einem Sonderfall aus: Wir lassen in Fig. 1 den Basisendpunkt  $B$  mit  $P_0'$  zusammenfallen, d. h. wir legen die Basis horizontal und richten sie azimuthal so, daß die Vertikalebene, die durch den Basisendpunkt  $B = P_0'$  geht und außerdem normal zur Basis steht, den Neupunkt  $P$  enthält. Um dies zu erreichen, muß das Gerät azimuthal drehbar gelagert werden und das Fernrohr des linken Basisendpunktes muß so angeordnet werden, daß seine Visierebene normal zur horizontalen Basis liegt. Die azimuthale Drehung des Gerätes muß um eine vertikale Stehachse erfolgen. Diese kann rein geometrisch gesehen, in bezug auf die Basisendpunkte völlig beliebig angeordnet werden. Man wird sie aus Gründen der Gewichtsverteilung etwa in die Mitte des Gerätes verlegen.

In Fig. 2 ist ein beispielewiser Aufbau eines solchen Gerätes schematisch dargestellt. Objektiv  $O_1$  und das Okular  $K$  ergeben das eine, Objektiv  $O_2$  und das gleiche Okular  $K$  ergeben das andere Fernrohr. Das erste Fernrohr wird horizontal gelagert und azimuthal so eingestellt, daß bei entsprechender Kippung des Spiegels  $S_1$  der Neu-

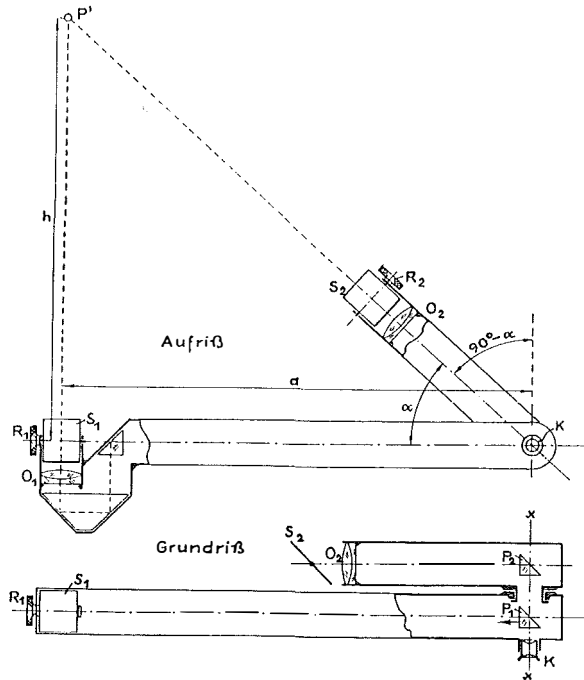


Fig. 2

punkt angezielt erscheint. Das zweite Fernrohr wird um die Achse  $xx$  kippbar gelagert. Bei Verwendung des horizontal gelagerten Fernrohres geht das Licht zuerst durch das Objektiv  $O_1$  und durch die  $O_1$  nahen Prismen, dann in das Prisma  $P_1$  und in das Okular  $K$ . Am Tubus dieses Fernrohres sind Kreuzlibellen angebracht (in der Figur nicht dargestellt). Sie dienen zur Horizontierung der Visierlinie dieses Fernrohres und der  $x$ - $y$ -Achse. Im Grundriß (Fig. 2) ist das kippbare Fernrohr in horizon-

taler Lage dargestellt. Das Prisma  $P_1$  kann, wie im Grundriß der Pfeil andeutet, nach links verschoben werden. Durch diese Verschiebung wird eine Öffnung freigegeben, durch welche die vom Objektiv  $O_2$  kommenden und im Prisma  $P_2$  reflektierten Lichtstrahlen gehen und in das Okular gelangen. Die Mitte des Spiegels  $S_1$  und die Mitte des Okulares  $K$  entsprechen den Punkten  $P_0'$  und  $A$  (Fig. 1). Jener von  $P$  ausgehende Lichtstrahl, der durch die Mitte des Spiegels  $S_2$  geht, ist zwar nicht identisch mit der Geraden durch  $P$  und  $A$ . Er liegt aber ebenfalls in der durch  $PP'$  und  $A$  bestimmten Ebene, die mit der horizontalen Ebene den Winkel  $\alpha$  (in Fig. 1 mit  $\beta_a'$  bezeichnet) einschließt.

Da die Basis  $a$  (Fig. 2) konstant ist, ist der zu messende Höhenunterschied  $h$  lediglich vom Kippwinkel  $\alpha$  abhängig:  $h = a \cdot \tan \alpha$ . Wird  $\alpha$  am Vertikalkreis des kippbaren Fernrohres abgelesen, so kann also  $h$  berechnet oder einer angelegten Tabelle entnommen werden. Zur Messung von kleinen Winkeldifferenzen  $90^\circ - \alpha$  können optische Mikrometer verwendet werden, die aus Telemeterkonstruktionen bekannt sind. Wenn es sich nur um die Messung kleiner Höhenunterschiede handelt, kann man etwa am Rande des Blickfeldes des Okulars eine mikrophotographische Skala anbringen, die es gestattet, direkt den gewünschten Höhenunterschied  $h$  abzulesen.

Für die Kippung des zweiten Fernrohres ist Grobklemme und Feintrieb vorgesehen. Die Schwenkung des Spiegels  $S_1$  und  $S_2$  erfolgt, wie in Fig. 2 schematisch dargestellt ist, mit den Rändelscheiben  $R_1$  und  $R_2$ . Bei der praktischen Ausführung eines solchen Gerätes wird man zweckmäßig einen einfachen Bewegungsmechanismus für die Spiegel anbringen, dessen Bedienungs-Rändelscheiben in einer geeigneten Entfernung vom Feintrieb für die Kippung angebracht werden. Ferner wird man zur raschen Grobeinstellung des kippbaren Fernrohres ein Diopter anbringen, dessen Visierebene parallel zur Ziellinie des Fernrohres und normal zur Kippachse des Spiegels  $S_2$  steht. Bei einer beliebigen Kippung des Fernrohres werden sodann jene Punkte in der Visierebene des Diopters liegen, deren optische Bilder infolge Kippung des Spiegels  $S_2$  durch den Mittelpunkt des Fadenkreuzes gehen. Will man die optischen Vergrößerungen des horizontalen und des kippbaren Fernrohres gleich groß erhalten, so kann man in dem die Basis bildenden langen Tubus des ersteren Fernrohres ein bei Periskopen verwendetes optisches System anbringen.

Die mit dem Gerät erreichte Meßgenauigkeit wird etwa der eines monokularen Telemeters von gleicher Basislänge entsprechen. Bezüglich der Verwendbarkeit des Gerätes ist zu beachten, daß die Höhenunterschiede im allgemeinen bedeutend kleiner sind als die Entfernungen.

Beachtet man in Fig. 1 die punktierten Linien, so erkennt man, daß die Berücksichtigung der Refraktion genau so wie beim trigonometrischen Höhenmessen zu erfolgen hat. (Dazu muß die Entfernung vom Neupunkt näherungsweise bekannt sein.) Denn liegt Refraktion vor, so erfolgt die Beobachtung ebenfalls in einer durch die  $xx$ -Achse gehenden Ebene, die die Vertikalebene durch  $PP'$  in einer horizontalen Geraden, also in einer Parallelen zu  $PP'$  schneidet.

Beachtenswert ist der geometrische Zusammenhang des unter „Grundgedanke“ Gesagten mit bekannten photogrammetrischen Beziehungen (K. Killian: Ermittlung von Schichtenlinien in terrestrischen Photogrammen, Photographische Korrespondenz, Bd. 83, Nr. 1–2).

## Toleranzen in der Nomographie

Von Godfried Oliwa, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

In allen technischen Wissenschaften gibt es Toleranzbestimmungen. In der Geodäsie treten sie unter dem Namen „Fehlergrenzen“ in Erscheinung. Im folgenden wird im Punkt 1 ein Problem der Nomographie erörtert und in den Punkten 2 bis 5 seine Anwendung auf die geodätische Praxis gebracht. Auf diese Art können die Fehlergrenztabelle in Nomogramme verwandelt werden. Als spezielles Beispiel wird die Tabelle der „Fehlergrenzen für die doppelte Flächenbestimmung (Planimetrierung)“ (Tabelle 11a der Dienstvorschrift 14) näher betrachtet.

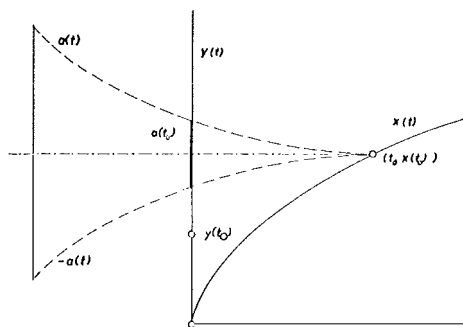
1. Die folgende Aufgabe liegt oft zur numerischen Auswertung vor:

*Angenommen, es liegt ein Größenbereich  $t$  vor. Dieser steht mit  $x$  und  $y$  in einem funktionellen Zusammenhang, etwa  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ . (Es sei vorausgesetzt, daß  $x$  und  $y$  stetig in einem gemeinsamen  $t$ -Bereich sind.)*

*Weiterhin sei eine Funktion  $a(t)$  definiert, so daß für bestimmte  $t$  abs.  $(x(t) - y(t)) \leq a(t)$  gilt.*

*Stehen  $x$  und  $y$  in keiner weiteren Abhängigkeit, so wird nach jenen Werten  $t_0$  gesucht, für die die Differenz  $x - y$  kleiner als  $a(t)$  ist.*

Diese Fragen, die des öfteren auftreten, sind in der Praxis oft mit umständlichen, daher unangenehmen Rechenarbeiten verbunden. Es liegt nun der Gedanke nahe, diese Arbeiten mit nomographischen Methoden durchzuführen; bei immer wiederkehrenden Auswertungen von technischen Formeln, die sehr oft umständlich zu berechnen sind, leisten Nomogramme hervorragende Dienste<sup>1)</sup>.



Figur 1

Dann gilt folgende Handhabungsregel (siehe Figur 1):

Es wird für einen bestimmten Wert  $t_0$  für  $t$  gewählt. Es soll nun festgestellt werden, ob  $x(t_0) - y(t_0) \leq a(t_0)$  ist.

Im vorliegenden Fall ist die Lösung sehr einfach. Es wird  $x(t)$  als Kurve in der  $(x, t)$ -Ebene dargestellt,  $y(t)$  als Funktionsleiter in der  $x$ -Achse  $a(t)$  und  $-a(t)$  werden als Kurven in der (transparenten)  $(a, t)$ -Ebene dargestellt.  $-a(t)$  ist die zur  $t$ -Achse symmetrische Kurve zu  $a(t)$ . Man nennt die  $(a, t)$ -Ebene mit den Kurven mitunter auch Wanderkurvenblatt. Im allgemeinen wird  $a(0) = 0$  sein. Die Zeicheneinheit für  $x$ ,  $y$  und  $a$  möge dieselbe sein.

<sup>1)</sup> z. B. in der Astronomie: Abhängigkeit des Sonnenaufganges und -unterganges sowie Beginn und Ende der astronomischen und bürgerlichen Dämmerung von der geographischen Breite des Beobachtungsortes (s. etwa: Pirani/Fischer, Graphische Darstellung in Wissenschaft und Technik, Berlin 1957, p. 95).

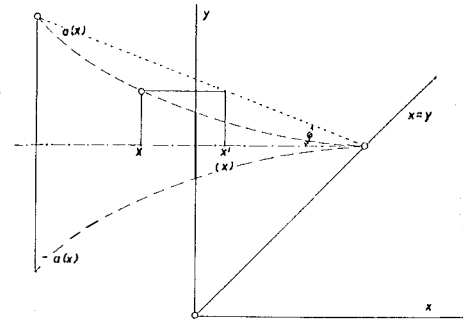


Der Ursprung der  $a$ -Kurven wird in jenen Punkt der  $x$ -Kurve gelegt, der die Koordinaten  $(t_0, x(t_0))$  hat.

Weiterhin wird die  $t$ -Achse der  $(a, t)$ -Ebene parallel zur  $t$ -Achse der  $(x, t)$ -Ebene gerichtet. Dann schneiden die  $a$ -Kurven auf der  $y$ -Leiter einen Abschnitt  $2a(t_0)$  aus. Wird nun auf der  $y$ -Leiter der Wert  $y(t_0)$  aufgesucht, so ist leicht zu sehen, ob dieser Punkt innerhalb, am Rand oder außerhalb des Abschnittes liegt<sup>2)</sup>. (In der Figur 1 liegt  $y(t_0)$  außerhalb.) Der Abschnitt  $2a(t_0)$  ist also der Toleranzabschnitt. Im dualen Fall, wenn  $y(t)$  als Netztafel dargestellt wird, ergibt sich ein Toleranzfeld<sup>3)</sup>.

2. Die obigen Ergebnisse sollen nun auf die geodätische Praxis angewendet werden. Es sei der Sollwert und  $y$  ein Istwert; Soll-Ist ist an Bedingungen (eben an Fehlergrenzen) geknüpft. In diesem Falle ist  $x = t$ . Die Kurve artet in eine Gerade aus, die zur  $y$ -Achse  $45^\circ$  geneigt ist; die  $y$ -Skala ist eine arithmetische. Die  $x$ - und  $a$ -Achse der  $(a, x)$ -Ebene sind ebenfalls arithmetisch geteilt. Dann sind die  $a$ -Kurven im allgemeinen gekrümmt. In der Geodäsie sind diese Kurven fast immer Parabeln.

3. Da Gerade eine einfachere und genauere Ablesung gestatten, wird man trachten, die  $a$ -Kurven in Gerade zu transformieren. Dies ist nicht nur bei Parabeln sondern auch bei einer Reihe komplizierter Funktionen<sup>4)</sup> möglich. Der Schönheitsfehler, daß die  $a$ -Kurven gekrümmt sind, läßt sich durch die sogenannte „Streckung von Kurven“ beheben. Dieses Prinzip besteht bekanntlich in folgendem: die Punkte der  $(a, x)$ -Ebene und damit auch die  $a$ -Kurven werden durch die Koordinaten der arithmetisch geteilten  $a$ - und  $x$ -Achse bestimmt. Werden eine oder beide Achsen nicht arithmetisch geteilt, so kann bei geeigneter Wahl der Teilung die Streckung des Funktionsbildes erreicht werden<sup>5)</sup> (siehe Figur 2).



Figur 2

4. Es sei speziell  $x$  eine aus Originalzahlen oder Koordinaten berechnete Fläche,  $y$  hingegen sei das durch Planimetrierung erstellte Ergebnis. Dann ist  $a = \alpha x + \beta \sqrt{x}$ <sup>6)</sup>.

Die folgenden Überlegungen führen zum Teilungsgesetz der  $x$ -Achse. Den Punkten der  $x$ -Achse, mit den arithmetischen Koordinaten  $x' = a(x) \cdot \cos \varphi(1)$ ,

<sup>2)</sup> Die reine Nomographie verwendet als Ablesevorrichtung bei Fluchtlinientafeln meistens Gerade. Werden  $x(t)$ ,  $y(t)$  und  $a(t)$  als Fluchtlinientafeln dargestellt, so erhält man dieselben Ergebnisse wie beschrieben, jedoch müssen zwei Lesungen für  $a(t_0)$  und  $-a(t_0)$  vorgenommen werden.

<sup>3)</sup> s. Pirani/Fischer, p. 97. Hier wird auch darauf hingewiesen, daß diese Toleranzen zur mechanischen Steuerung verwendet werden können.

<sup>4)</sup> Eine ausführliche Tabelle von streckbaren Funktionen befindet sich in Pirani/Fischer, p. 48-49.

<sup>5)</sup> Einer der bekanntesten Beispiele dafür ist die Streckung der Multiplikationstafel. Soll  $x \cdot y = z$  dargestellt werden, so sind sämtliche Kurven  $z = \text{const.}$  Hyperbeln, mit der  $x$ - und  $y$ -Achse als Asymptoten. Beim Übergang zu Logarithmen ergibt sich  $\log x + \log y = \log z$ . Setzt man  $\log x = \xi$  und  $\log y = \eta$  d. h. wird für  $x$  und  $y$  ein doppelt logarithmisches Netz benutzt, so werden die Kurven  $z = \text{const.}$  im  $(\xi, \eta)$ -System gerade Linien, die unter  $45^\circ$  abwärts geneigt sind.

<sup>6)</sup> laut D. V. 14, Tab. 1 la ist z. B. für 1:2000  $\alpha = 0,001$ ,  $\beta = 0,4$ .

werden die Zahlen ( $x$ ) zugeordnet. Da  $a(x)$  im vorliegenden Fall eine quadratische Parabel ist, wird die Teilung zufolge der Gleichung (1) eine quadratische sein. Die  $a$ -Achse bleibt arithmetisch geteilt. Der Winkel  $\varphi$  ist der Anstieg der nunmehr gestreckten  $a$ -Kurve im neuen Netz.  $\varphi$  ist frei wählbar. Man wird diesen Wert so wählen, daß das Kurvenblatt praktisch zu gebrauchen ist und darauf Rücksicht nehmen, daß schon bestehende Tabellen leicht transformiert werden können.

5. Für die Praxis wird es von Vorteil sein, einen Quadratmeter einem Millimeter für das  $y$  und  $a$  entsprechen zu lassen. ( $y$  kann ein Lineal mit Millimeterteilung sein.) Aus den Werten der D. V. 14, Tab. 11 a wird man leicht, wenn man etwa  $\cot \varphi = 2$  setzt, die  $x$ -Skala des Wanderkurvenblattes (hier ein gleichschenkeliges Dreieck) berechnen können. Zwecks besserer Interpolationsmöglichkeit<sup>7)</sup> wird das Wanderkurvenblatt auf einem Millimeterpapier dargestellt. Der Gebrauch dieser Einrichtung ist bei Massenarbeiten einfach und wie bei allen Nomogrammen zeitsparend.

---

<sup>7)</sup> Über Interpolation von nichtarithmetischen Leitern siehe etwa Kießler, Angewandte Nomographie, Essen 1952, Teil I, p. 41ff.

## Die Erfindung der Photogrammetrie und ihre Entwicklung in Österreich bis zur Gründung der österreichischen photogrammetrischen Gesellschaft

(Zum 100jährigen Jubiläum ihrer Erfindung, zur 200jährigen Wiederkehr der Aufstellung ihrer Prinzipien und zum 50jährigen Bestand der österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie)

Von K. Lego

### 1. Einleitung

Im Jahre 1959 sind es 100 Jahre, daß der französische Oberst Aimé Laussedat unter Kontrolle der französischen Akademie der Wissenschaften den ersten gelungenen Versuch machte, nach seiner Methode, die er Métrophotographie nannte, topographische Aufnahmen mit Hilfe der Photographie durchzuführen. 1859 ist daher als das Geburtsjahr dieser jungen Wissenschaft anzusehen, deren Prinzipien aber vor genau 200 Jahren von dem hervorragenden Mathematiker, Physiker und Astronom J. H. Lambert in seinem klassischen Werk über die „Freie Perspektive“<sup>1)</sup> entwickelt worden waren.

Am 5. Mai 1957 waren es 50 Jahre, daß die „Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie“, die erste dieser Art, zur Pflege, Förderung und Verbreitung dieser neuen Wissenschaft von Eduard Doležal gegründet wurde. Er konnte bereits im Mai 1908 als Organ seiner Gesellschaft die für die Fortschritte der Photogrammetrie so bedeutungsvolle Fachzeitschrift „Internationales Archiv für Photogrammetrie“ herausgeben, das in kluger Voraussicht schon mehrsprachig geführt wurde. Da die Österreichische Gesellschaft viele ausländische Mitglieder hatte, auch durch ihr Fachorgan auf internationalem Boden stand und da die in Deutschland in Bildung begriffene Gesellschaft gleicher Fachrichtung engeren Anschluß

---

<sup>1)</sup> Näheres in Fußnote 9).

an die Österreichische Gesellschaft suchte, wurde über Doležals Antrag in der Versammlung am 4. Juli 1910 die „Internationale Gesellschaft für Photogrammetrie“ gegründet, worauf sich die Österreichische Gesellschaft, als ihre erste Landesgesellschaft, als Sektion „Österreich“ konstituierte.

In Deutschland schlossen sich die Interessenten unter Führung des bekannten Photogrammeters Dr. Max Gasser im Jahre 1911 zur Sektion „Deutschland“ der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie zusammen [I, S. 18; IV, 2. Bd. S. 316, 317].

Anlässlich des 25jährigen Bestandes der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie haben Hofrat Prof. Dr. E. Doležal in einem ausführlichen Aufsatz „Fünfundzwanzig Jahre Österreichische Gesellschaft für Photogrammetrie“ [I] und Dozent Prof. Dr. H. Dock in seiner Festrede „Die Entwicklung der Photogrammetrie in den letzten 25 Jahren“ [II] geschildert, was in diesem Vierteljahrhundert in Österreich und in der Welt für die Weiterentwicklung der Photogrammetrie geleistet wurde. Als Ergänzung hiezu wird im Folgenden anlässlich des 50jährigen Jubiläums dieser Gesellschaft die Entwicklung der Photogrammetrie von ihren Anfängen in Österreich bis zur Gründung der Österreichischen Gesellschaft im Jahre 1907 gebracht<sup>2)</sup>.

Zum 100jährigen Jubiläum der Erfindung der Photogrammetrie wird in einem eigenen Abschnitt der zielbewußten und ausdauernden Tätigkeit Laussedat's gedacht, der seit 1851 von dem Gedanken beherrscht war, daß die Photographie jene Stufe der Vollkommenheit erreichen werde, die sie für Meßzwecke verwendbar macht.

Wenn auch Österreich in der ersten Zeit nach der Erfindung abseits von der Photogrammetrie stand, so hat es doch für die Entwicklung der photographischen Objektive wertvolle Forscherarbeit geleistet und dadurch seinen Beitrag zur Verwendung der Photographie für Meßzwecke geleistet, was ebenfalls in einem eigenen Abschnitt gewürdigt werden mußte.

## *2. Österreichs Anteil an der Vervollkommnung der Photographie in den ersten Jahren nach ihrer Erfindung*

Der 19. August 1839, der Tag der Geburt der Photographie, war für Paris ein großes Ereignis, dem die Bevölkerung mit Spannung und unbeschreiblicher Aufregung entgegensah. Hatte doch der berühmte Gelehrte Arago am 7. Jänner 1839 der Akademie der Wissenschaften in Paris mitgeteilt, daß nunmehr eine Erfindung des Pariser Malers Louis Jacques Daguerre und des ehemaligen Offiziers und Chemikers Joseph Nicéphore Niepce<sup>3)</sup> es ermögliche, durch die Macht des

<sup>2)</sup> Wohl hat M. Weiß in seiner „Geschichtlichen Entwicklung der Photogrammetrie und Begründung ihrer Verwendbarkeit für Meß- und Konstruktionszwecke“ (Strecker und Schröder, Stuttgart 1913) einen Überblick über die Geschichte der Photogrammetrie in Österreich bis ca. 1909 gebracht. Seine Ausführungen sind jedoch bei dem umfangreichen Material, das er bearbeiten mußte, begreiflicherweise unvollständig und müssen vielfach ergänzt und teilweise richtiggestellt werden.

<sup>3)</sup> J. N. Niepce (geb. 7. März 1765, gest. 3. Juli 1833) gelang es schon 1824, Bilder der Camera obscura auf polierten Zinnplatten, die mit einer lichtempfindlichen Asphaltsschicht überzogen waren,

Lichtes Bilder in 4 bis 5 Minuten zu schaffen, welche die Natur mit mathematischer Genauigkeit und einer vorher nie geahnten Zartheit wiedergeben.

Die französische Regierung hatte diese Erfindung erworben und durch Gesetz vom 15. Juni 1839 Daguerre eine jährliche Pension von 6000 Fr und dem Sohn des 1833 verstorbenen Niepce eine solche von 4000 Fr als Vergütung zuerkannt. Alle Tagesblätter und Zeitschriften waren voll von Berichten über dieses hochinteressante Ereignis und in ungeheurer Erregung strömte am 19. August alles zu der feierlichen Sitzung der Akademie der Wissenschaften, zu der auch zahlreiche Vertreter des Auslandes kamen, um Näheres über diese Erfindung zu erfahren.

Arago brachte in dieser Sitzung vor aller Öffentlichkeit ausführliche Angaben über das ans Zauberhafte grenzende, bisher geheimgehaltene Verfahren, wie man die flüchtigen Bilder der Camera obscura dauernd festhalten könne, und machte dadurch diese für viele Wissensgebiete wichtige Erfindung namens der französischen Regierung zum Allgemeingut der ganzen Welt [III, S. 153 u. f.].

Die „Daguerreotypie“ genannte Erfindung verbreitete sich in kurzer Zeit über die Alte und Neue Welt und erweckte überall einen Taumel der Begeisterung. Fachleute und Amateure bemühten sich um die Vervollkommnung dieser neuen Kunst.

Gerade zur Zeit der öffentlichen Verlautbarung der Erfindung der Photographie weilte der Physikprofessor der Wiener Universität Dr. Andreas Freiherr von Ettingshausen in Paris. Er hatte die Methode Daguerres von diesem selbst kennen gelernt und brachte sie noch im Jahre 1839 nach Wien. Nachdem er nähere Beschreibungen des photographischen Verfahrens in Journalen veröffentlicht hatte, bildete sich in Wien ein Kreis von Interessenten, der sich mit der Anfertigung von Daguerreotypen befaßte und dessen werktätigstes Mitglied der Assistent an der Lehrkanzel für Physik am Wiener Polytechnikum Anton Martin<sup>4)</sup> war. Auch der Direktor des Polytechnischen Institutes J. J. von Prechtel beschäftigte sich mit photographischen Versuchen [III, S. 198, Va, S. 192 u. 194].

Von größter Bedeutung für die Verbreitung der Photographie in Österreich war aber, daß Kaiser Ferdinand I. besonderes Interesse für diese neue Erfindung bekundete. Er hatte schon 1839 eine der ersten Aufnahmen Daguerres als Geschenk bekommen und sich vom Staatskanzler Fürst Metternich, der die kommende Bedeutung der Photographie sofort erkannte, einen Vortrag darüber halten lassen. Es ist interessant, daß dieser Vortrag schon am 24. August 1839, also 5 Tage nach der öffentlichen Bekanntmachung in Paris erfolgte. Der Kaiser ließ Daguerre

---

aufzufangen und durch Behandlung mit Ölen zu fixieren. Er ätzte sie in die Metallplatte und konnte dann davon Abzüge machen. Er ist somit nicht nur der Erfinder des ersten photographischen, sondern auch photomechanischen Verfahrens. Mit diesem Erfolg noch nicht zufrieden, verband er sich 1829 mit Daguerre, der an demselben Problem arbeitete.

L. J. Daguerre (geb. 18. November 1787, gest. 10. Juli 1851) brachte 1838 diese Versuche, welche er seit dem Tode von Niepce allein weiterführen mußte, zu einem befriedigenden Abschluß. Auf jodierten, versilberten Kupferplatten wurden die Bilder der Camera obscura aufgefangen und in Quecksilberdämpfen entwickelt.

<sup>4)</sup> Martin, einer der ersten Amateurphotographen in Österreich, wurde 1843 Bibliothekar der Wiener Polytechnik. 1846 gab er das „Repertorium der Photographie“ heraus, das erste in deutscher Sprache erschienene Buch über diesen Wissenszweig.

eine „große goldene Künstlermedaille“ und eine goldene, mit Brillanten geschmückte „Chiffredose“ im Wert von 1200 fl CM als Gegengeschenk überreichen. Dies war eine Auszeichnung, wie sie sonst nur ganz hervorragenden Künstlern zuteil wurde, und sie beweist, wie außerordentlich hoch man am Wiener Hof die Erfindung Daguerres schätzte [III, S. 199].

Ein ganz hervorragendes Verdienst um die Entwicklung der Photographie, speziell auch zu Meßzwecken, hat sich Österreich auf dem Gebiet der photographischen Optik erworben. Im Erstlingsstadium der Daguerreotypie war man infolge der lichtarmen Objektive, die nur aus einfachen Linsen bestanden, und der geringen Lichtempfindlichkeit der verwendeten Jodsilberschicht auf lange Belichtungszeiten angewiesen, die Porträtaufnahmen unmöglich machten, obgleich in der ganzen Welt diesbezügliche Versuche angestellt wurden. Selbst Daguerre beschränkte sich auf Landschafts- und Architekturaufnahmen, also auf unbelebte Gegenstände.

Noch im Jahre 1839 begann der Mathematikprofessor der Wiener Universität Dr. Josef Petzval, angeregt von seinem Kollegen Prof. Ettingshausen, sich mit der Aufgabe zu beschäftigen, ein photographisches Objektiv zu konstruieren, das eine maximale Helligkeit hat und von Linsenfehlern möglichst frei ist. Er hatte erkannt, daß die bis dahin als unvermeidlich angesehenen Linsenfehler durch Zusammensetzen von mehreren Linsen mit verschiedenen optischen Eigenschaften zu kompensieren seien. Er war auch der erste, der die Lösung dieser Aufgabe auf rechnerischem Wege versuchte und schon im Frühjahr 1840 waren seine Bemühungen von bestem Erfolg gekrönt. Nach seinen auf Grund umfangreicher, genialer Berechnungen gefundenen Angaben konnte der Wiener Optiker Friedrich Voigtländer noch im Herbst 1840 das mit großer Präzision erzeugte Objektiv liefern<sup>5)</sup>. Es bestand aus zwei Linsenpaaren, von denen jedes aus einer Kron- und einer Flintglaslinse zusammengesetzt war. Die störenden Linsenfehler, speziell die sphärische und chromatische Abweichung, waren auf ein Minimum herabgesetzt und — was das Wichtigste war — das Objektiv war vierzigmal lichtstärker als die besten der bis dahin bekannten und verwendeten Linsen photographischer Apparate. Dieses Petzvalsche „Porträtobjektiv“ ermöglichte nunmehr die Porträtaufnahme.

Petzval hatte im Jahre 1840 neben seinem Porträtobjektiv auch ein für Landschaftsaufnahmen und Reproduktionen geeignetes photographisches Objektiv berechnet, das aber leider erst 1856 ausgeführt wurde und unter dem Namen Orthoskop in den Handel kam. Es galt zu jener Zeit als das beste Objektiv für solche Zwecke.

Der Erfolg der Petzvalschen Objektive war außerordentlich. Sie fanden in der ganzen Welt Verbreitung und mußten in Tausenden von Exemplaren erzeugt werden. Auch heute ist das Porträtobjektiv wegen seiner großen Lichtstärke noch häufig zu finden, wohl nicht mehr für Porträtaufnahmen, da hiezu heute Anastigmaten verwendet werden, sondern für Projektionszwecke [III, S. 220 u. f.; VII, S. 113].

---

<sup>5)</sup> Petzval sagte in seinem Bericht über die Ergebnisse einiger dioptrischer Untersuchungen (1843, S. 26) in der ihn charakterisierenden Ausdrucksweise: „Linsenverbindungen sind ganz launenhafte und widerhaarige Gebilde, die bei gewissen Anordnungen, infolge bestehender allgemeiner, meist im Bau komplizierter Funktionen tief versteckter Gesetze bald gar kein gutes Bild, bald ein unvermeidlich gekrümmtes oder verzogenes geben ... Nur in enger Verbindung mit der Wissenschaft wird der praktische Optiker den Gipfel der Kunst ersteigen“ [III, S. 222].

Petzval<sup>6)</sup>, dessen Tätigkeit auf dem Gebiete der modernen photographischen Optik als bahnbrechend zu bezeichnen ist, gilt mit Recht als der Vater dieser Wissenschaft. Die Wiener Photographische Gesellschaft hat ihm im Arkadenhof der Wiener Universität ein Denkmal errichtet. Eine von einem Lorbeerzweig überdeckte optische Linse, die unter dem Relief des Gelehrten angebracht ist, erinnert an eine der denkwürdigsten Leistungen auf dem Gebiete der Optik. Die Ausführung dieser Objektive hat Voigtländer<sup>7)</sup> mit einer Sachkenntnis und Ausdauer betrieben, die der Bedeutung dieser Erfindung entsprach, und hat auch immer an ihrer Verbesserung und Modernisierung gearbeitet, wodurch er ihren Weltruf aufrecht erhielt.

Die Verkürzung der Belichtungszeit wird aber nicht nur durch die Erhöhung der Lichtstärke des photographischen Objectives, sondern auch durch die Vergrößerung der Lichtempfindlichkeit der photographischen Schicht erreicht.

Auch in dieser Hinsicht wurden von österreichischen Erfindern Verbesserungen erzielt. Der Wiener Beamte Kratochwila fand anfangs Oktober 1840, daß man mit einer Mischung von Jod mit Brom und Chlor lichtempfindlichere Daguerreotypplatten erhalte als mit Jod allein. Er führte diese Entdeckung gleich seinem Bekanntenkreis vor, veröffentlichte sie aber erst am 19. Jänner 1841 in der „Wiener Zeitung“. Leider hatte schon vorher, am 12. Dezember 1840, der Engländer John

---

<sup>6)</sup> Josef Max Petzval wurde am 6. Jänner 1807 als Sohn eines Volksschullehrers in Bela, einem kleinen Ort unweit Käsmark, der Hauptstadt der Zipser deutschen Sprachinsel, geboren. Nach Absolvierung des Gymnasiums ging er 1826 an die damals deutsche Universität in Budapest, wo er nach zwei Jahren das Ingenieurdiplom erwarb und Wasserbauingenieur wurde. Gleichzeitig studierte er, der schon von Kindheit an eine außergewöhnliche mathematische Begabung hatte, an der Universität weiter und promovierte zum Dr. phil. 1832 wurde er an ihr a. o. und 1835 o. Professor der Mathematik. Zwei Jahre später erhielt er die gleiche Professur an der Wiener Universität, als Nachfolger Ettिंगshausens, der den Lehrstuhl für Physik übernommen hatte. 1849 erfolgte seine Wahl zum ord. Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien.

Nach seinen gelungenen Berechnungen photographischer Objektive wandte er sich der Berechnung von Linsensystemen für größere Fernrohre, für Feldstecher und Mikroskope zu. Seine besonders leistungsfähigen Feldstecher wurden sogar von der englischen Marine für die Ausrüstung der gesamten Flotte bestellt.

Daß Petzval die ungeheure Rechenarbeit, die mit diesen Linsenberechnungen verbunden war, zu einer Zeit, die noch kein maschinelles Rechnen kannte, leisten konnte, war nur dadurch möglich, daß ihm hiefür 2 Oberfeuerwerker und 8 im Rechnen geübte Bombardiere des k. k. Bombardierkorps durch mehrere Jahre zugeteilt waren.

Auch die Mathematik hat er durch viele Arbeiten bereichert, besonders auf dem Gebiete der Differentialgleichungen. Mit 71 Jahren wurde er emeritiert und am 17. September 1891 starb er in Wien im hohen Alter von 85 Jahren [VI, S. 133].

<sup>7)</sup> Friedrich Ritter von Voigtländer (geb. 1812 in Wien, gest. 1878) stammt aus einer alten deutschen Familie, die sich auf optischem Gebiet über ein Jahrhundert erfolgreich betätigt hat. Schon sein Vater Johann Friedrich war in Wien geboren und hatte hier ein optisches Unternehmen. Der junge Friedrich studierte am Wiener Polytechnischen Institut und übernahm 1835 das väterliche Geschäft. Er befaßte sich speziell mit der Berechnung der Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse der Glasmassen, was ihm bei der Ausführung des Petzval-Objectives sehr zu statten kam. Wegen des großen Absatzes dieser Objektive errichtete er 1849 eine zweite Fabrik in Braunschweig. Auf der Pariser Weltausstellung im Jahre 1867 fanden diese Objektive die vollste Anerkennung und Voigtländer erhielt von Kaiser Franz Josef I. den Orden der Eisernen Krone und wurde in den Ritterstand erhoben. 1868 zog er sich zurück und gab die Wiener Fabrik auf, während sein Sohn Friedrich die Leitung der Braunschweiger Fabrik übernahm.

Frederick Goddard die von ihm gemachte Entdeckung der Steigerung der Lichtempfindlichkeit durch Zugabe von Brom zum Jod in der „Literary Gazette“ in London publiziert und damit die Ehre der Erstveröffentlichung errungen.

Eine noch größere Steigerung der Lichtempfindlichkeit gelang den Brüdern Johann und Josef Natterer<sup>8)</sup> in Wien durch Anwendung eines Gemisches von Jod und Chlor allein, so daß sie bei Verwendung eines Petzvalobjektives Lichtbilder bei einer Belichtungszeit von weniger als einer Sekunde herstellen konnten. Sie machten die ersten Aufnahmen von Straßenszenen, also die ersten Momentaufnahmen. Das Verfahren wurde in der Wiener Zeitung vom 21. März 1841 veröffentlicht [III, S. 216—219].

### 3. Die Erfindung der Photogrammetrie durch Oberst Aimé Laussedat

Es wurde schon in der Einleitung die bekannte Tatsache erwähnt, daß die Bildmessung älter als die Photographie ist. So hatte im Jahre 1835, also vier Jahre vor der öffentlichen Verkündigung der Photographie, der französische Admiral Beautemps-Beaupré in seiner Instruktion für die Weltreise der Fregatte „Bonite“ empfohlen, zur topographischen Aufnahme von Küsten oder unzugänglichen Gebieten perspektivische Handzeichnungen des aufzunehmenden Gebietes von den Endpunkten einer Basis von bekannter Länge zu machen und sie durch je einen in den Basisendpunkten zu messenden Winkel zwischen der Basis und einem auf den Bildern dargestellten, markanten Terrainpunkt zu orientieren, woraus sich die Karte mit einfachen geometrischen Konstruktionen herstellen läßt. Dieses Verfahren hatte Beautemps-Beaupré zum erstenmal auf seiner Weltreise (1791 bis 1793) mit Erfolg angewendet<sup>9)</sup>.

Es sollte auch beim französischen Geniekorps eingeführt werden, fand aber wegen seiner geringen Genauigkeit keine Verbreitung.

In den Jahren 1846—48 war der damals zum Genie-Hauptmann ernannte Aimé Laussedat<sup>10)</sup> mit topographischen Aufnahmen in den westlichen Pyrenäen

<sup>8)</sup> Der eine der Brüder, Dr. med. Johann Natterer (1821—1900), ist der in der Geschichte der Chemie wohlbekannte Erfinder der Kompressionspumpe zur Verflüssigung der Kohlensäure.

<sup>9)</sup> Beautemps-Beaupré war nicht der erste, der perspektivische Ansichten zur Herstellung von Karten verwendete. 1726 hat der Luzerner Arzt M. A. Capperer eine Karte des Pilatus aus perspektivischen Ansichten hergestellt und in einer Eingabe an die Luzerner Kantonalregierung einige Angaben über diese Erfindung gemacht. Er sagte, daß er glaube, daß dies die letzte Erfindung sei, „die man zum Landverzeichnen erdenken könne“, und daß sie eine zehnmal größere Geschwindigkeit als jedes andere topographische Verfahren gewährleistet [IV, 3. Bd., S. 289].

Die Regeln von der „Umkehrung der Perspektive“ erstmalig zusammenhängend dargestellt und begründet zu haben, ist das Verdienst des Mathematikers J. H. Lambert (geb. 1728, Mülhausen/Elsaß, gest. 1777 in Berlin), der in seinem Werk „Freye Perspektive oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriß von freyen Stücken und ohne Grundriß zu verfertigen“ (Zürich 1759), auch die umgekehrte Aufgabe löste, aus der Perspektive die Stellung des Auges und die Dimensionen des dargestellten Körpers zu bestimmen.

<sup>10)</sup> Aimé Laussedat, franz. Oberst, wurde am 19. April 1819 in Moulins (Allier) geboren und starb am 18. März 1907 in Paris. Er studierte von 1838 bis 1840 an der École Polytechnique in Paris und kam als Militäringenieur zur Genietruppe. 1846 wurde er zum Geniehauptmann ernannt, 1851 mit der Abhaltung von Übungen aus Astronomie und Geodäsie an der École Polytechnique betraut und 1856 zum ordentl. Professor dieser Schule ernannt. 1864 erhielt er auch

beschäftigt. Auf der Suche nach einem für dieses Gebirge geeigneten Aufnahmeverfahren kam er auf die Methode von Beaumont-Delessier. Ihr Grundgedanke gefiel ihm, aber er sah auch ihre großen Mängel, vor allem ihre Ungenauigkeit, die daher kam, daß man ohne Hilfsmittel eine Landschaft nicht perspektivisch richtig abzeichnen konnte. Er nahm sich vor, ein Verfahren zu finden, das perspektivische Bilder rascher und präziser liefert.

Es ist naheliegend, daß er bald an die Verwendung der Photographie dachte. Hatte doch Gay-Lussac schon im Jahre 1839 die photographischen Bilder als mathematisch genaue Perspektiven bezeichnet und Arago auf ihre künftige Verwendung für vermessungstechnische Zwecke hingewiesen [X, Bl. 3]. Zu dieser Zeit war der damals 20jährige Laussedat Hörer an der Ecole Polytechnique, an der Arago und Gay-Lussac seine Professoren waren, der eine für Physik, der andere für Chemie. Außerdem trat Laussedat nach 1846 in nähere Beziehung zu Arago, der auch Direktor der Sternwarte war, an der Laussedat in seiner freien Zeit arbeitete und in späteren Jahren Arago bei der Abhaltung der astronomischen Vorlesungen vertrat.

Wenn sich nun Laussedat trotz seiner Beziehungen zu diesem großen Förderer der Photographie entschloß, statt der Photographie die Camera lucida<sup>11)</sup> zur Herstellung von perspektivischen Landschaftsbildern zu verwenden, dürfte der Grund hierfür in der damaligen Unvollkommenheit der Photographie gelegen sein, sowohl in optischer als auch photochemischer Hinsicht. Laussedat machte ab 1850 mit einer für geodätische Meßzwecke von ihm umgebauten Camera lucida Aufnahmen von architektonischen und militärischen Objekten und erzielte gute Erfolge. Das Verfahren nannte er Ikonometrie, d. h. Bildmessung.

---

die Stelle eines Supplenten und 1873 eines ordentl. Professors am Conservatoire des Arts et Métiers, an der Abteilung für Angewandte Geometrie. 1879—1881 war er Studiendirektor an der École Polytechnique und 1881—1900 Direktor des Conservatoire des Arts et Métiers, und wurde nach seinem Rücktritt mit dem Titel Directeur honoraire ausgezeichnet. Er hatte in seinem langen arbeits- und erfolgreichen Leben eine dreifache Betätigung: Professor und Gelehrter, Geodät und Militär-Ingenieur.

Sein Hauptverdienst ist, als erster die Photographie für vermessungstechnische Zwecke verwendet zu haben. Er machte aber auch Erfindungen auf optischem, astronomischem und anderen Gebieten. In seinen letzten Lebensjahren ersann er einen optisch-mechanischen Transformator für die Umbildung einer photographischen Aufnahme von geneigter auf horizontale Bildebene. Von seinen vielen hohen Auszeichnungen sei nur seine Ernennung zum Membre de l'Institut und zum Kommandeur der Ehrenlegion erwähnt.

<sup>11)</sup> Die *Camera obscura* ist die bei der Daguerreotypie und noch heute bei den älteren photographischen Apparaten verwendete Kammer, die ein verkehrtes Bild auf der an der Rückseite des Apparates angebrachten Mattscheibe gibt. Um dieses Bild, zur Zeit wo die Photographie noch nicht erfunden war, leichter nachzeichnen zu können, schaltete man in den Strahlengang einen unter 45° geneigten Spiegel so ein, daß die vom abzuzeichnenden Gegenstand kommenden Lichtstrahlen nach oben oder nach unten gebrochen wurden und ein Bild auf einer an der oberen Kamera wand angebrachten Mattscheibe oder auf einem am Boden der Kamera angebrachten Zeichenpapier entwarfen. Dies nannte man die *Camera clara*. Bei der *Camera lucida*, auch Camera clara von Wollaston genannt, werden die Lichtstrahlen durch ein Wollaston'sches Prisma in das ober dem Prisma über einem Schloch befindliche Auge des Beobachters gebrochen, dem das Bild des Gegenstandes in der Verlängerung des gebrochenen Lichtstrahles auf einem unter dem Prisma befindlichen Zeichenpapier erscheint. (Ähnlich unserem heutigen Luftbildumzeichner.)



Die 1850 erfolgte Einführung von photographischen, mit Albumin präparierten Platten veranlaßte Laussedat, mit einer vom Militär zur Verfügung gestellten Kamera die Herstellung perspektivischer Bilder auf photographischem Weg zu versuchen. Nachdem er den photographischen Apparat durch Anbringung einer Libelle, von Horizontal- und Vertikalmarken und von einer Bussole zwecks Orientierung der Bilder zu einem geodätischen Meßinstrument umgestaltet hatte, machte er im Jahre 1851 damit Probeaufnahmen. Leider waren die Ergebnisse unbefriedigend. Das Objektiv bestand nur aus einer einfachen Linse mit zu kleinem Gesichtsfeld, das Instrument war zu wenig stabil und die Bilder unscharf und ungenau [VIII, S. 5 u. 6]. Aber er war sich über die Konstruktion des photographischen Bildmeßapparates und über den Arbeitsvorgang im klaren und war nun überzeugt von der „*utilisation des images enregistrées par les plaques photographiques pour l'exécution de toutes les opérations topographiques, quelles qu'elles soient*“ (Nutzbarmachung der auf photographischen Platten dargestellten Bilder für die Ausführung aller topographischen Operationen, welche immer sie auch seien), wie er 1851 schrieb [XIV, S. 238].

Wohl mußte er noch eine Zeitlang warten und mit seinen Ikonographen arbeiten. Es war aber immerhin eine gute Schulung für die kommenden photogrammetrischen Aufnahmen, denn der Vorgang war ähnlich. Er veröffentlichte auch 1854 über das ikonometrische Verfahren einen ausführlichen Bericht<sup>12)</sup>, der schon die Grundsätze der Photogrammetrie enthält. Als aber das photographische Kollodiumverfahren bekannt wurde und sich einbürgerte und er 1858 von dem jungen Optiker Bertaud ein selbst angefertigtes Objektiv von 50 cm Brennweite und 30° Gesichtsfeld erhielt, ließ er bei dem bekannten Mechaniker Brunner nach seinen Angaben eine photographische Bildmeßkammer, einen „*photo-théodolite*“, bauen, der noch im Jahre 1859 fertiggestellt wurde. Der photographische Apparat war auf der Alhidade eines 7 zölligen Theodolits angebracht, der ca. 15'' Horizontalkreisablesung hatte. Auf der einen Seitenwand der Bildkammer war, also exzentrisch, ein Fernrohr mit sehr empfindlicher Libelle und Höhenkreis montiert, auf der anderen Seitenwand befand sich ein Gegengewicht. Ein Markenrahmen bezeichnete den Bildhorizont und die Vertikallinie [VIII, S. 5 u. 6].

Laussedat überreichte noch im Jahr 1859 eine Abschrift seines „*Mémoire sur l'emploi de la photographie dans le lever des plans et spécialement dans les reconnaissances militaires*“, das er im Sekretariat des Komitees für Fortification deponiert hatte, der Pariser Akademie der Wissenschaften. Eine Kommission, bestehend aus den Akademikern Daussy und Laugier, wurde mit der Überprüfung seiner Erfindung betraut. Noch im Jahre 1859 machte Laussedat in ihrer Gegenwart eine photogrammetrische Aufnahme von zwei Standpunkten im Stadtgebiet von Paris. Da der Apparat von Brunner zu dieser Zeit noch nicht fertig war, arbeitete er mit der photographischen Kammer eines Freundes, die ein gutes Objektiv hatte. Die Aufnahme fiel gut aus. Die Überprüfung der ausgearbeiteten Pläne ergab befriedigende Resultate. Die Akademie stellte in ihrer Sitzung vom 25. Juni 1860 dem photographischen Meßverfahren das beste Zeugnis aus.

<sup>12)</sup> Laussedat: „*Mémoire sur l'emploi de la chambre claire dans les reconnaissances topographiques*“, in *Mémorial de l'officier du Génie*, Paris 1854.

Unter dem Eindruck der günstigen Äußerung der Akademie ordnete nun auch der Kriegsminister im Jahre 1861 eine Probeaufnahme an, welche bereits mit dem Laussedat'schen Phototheodolit ausgeführt werden konnte. Sie fand bei dem Dorfe Buc in der Nähe von Paris statt. Die Feldaufnahmen dauerten mit allen geodätischen Vorbereitungen 4 Stunden und die Herstellung des Planes mit Schichtenlinien 4 Tage. Die Probeaufnahme war glänzend gelungen; die neue Methode und der neue Apparat hatten sich bestens bewährt [VIII, S. 5–7].

Diese beiden Vermessungen, in Gegenwart offizieller Kommissionen ausgeführt, sind in die Geschichte eingegangen und stellen den Beginn einer neuen Periode im Vermessungswesen dar.

Es waren zu dieser Zeit auch in anderen Staaten Versuche im Gange, die Photographie für Vermessungszwecke zu verwenden. In Italien befaßte sich der bekannte Professor vom Polytechnischen Institut in Mailand Porro (1701–1775) nahezu gleichzeitig mit Laussedat mit diesem Problem, konstruierte eine Kamera mit Kugelobjektiv, dürfte aber bei dem damaligen Stand der Photographie keine brauchbaren Resultate erzielt und die Versuche nicht wieder aufgenommen haben. In Deutschland war der nachmalige Geheimrat Dr. A. Meydenbauer der erste, der sich mit der Bildmessung befaßte. Im Juli 1858 kam er beim Ausmessen des Domes von Wetzlar, wobei ihn nur ein Zufall vor einem gefährlichen Absturz bewahrte, unabhängig von allen Vorgängern auf den Gedanken, statt direkter Ausmessung das Lichtbild zum Ausmessen von Baudenkmalern zu verwenden, und befaßte sich seither mit diesem Problem. 1867 veröffentlichte er seine erste Publikation „Über die Verwendung der Photographie zu Architektur- und Terrainaufnahmen“ (Erbkams Zeitschrift für Bauwesen, Berlin 1867) [IV, Bd. 6, S. 13–21].

Auf jeden Fall gebührt Laussedat die Priorität der Erfindung, was auch von keiner Seite angezweifelt wird. (Schluß folgt.)

## Literaturbericht

### Buchbesprechungen

J. M. Tienstra: „**Theory of the adjustment of normally distributed observations.**“ 9 Kapitel auf 232 Seiten mit 44 Figuren und zahlreichen Tabellen im Text. „Argus“-Verlag Amsterdam 1956. Preis geb. hfl. 31.50 (ca. S 240.—).

Das vorliegende Werk ist 1956, 5 Jahre nach dem Tod des Autors, erschienen. Zwei neue Mitarbeiter, Frl. M. A. Spanjaard und Herr F. J. Doyle, derzeit Professor an der Staatsuniversität von Ohio in Columbus, besorgten die Übersetzung holländischer Vorlesungsmanuskripte und einiger Notizen ins Englische und deren Veröffentlichung in Buchform.

Tienstra ist in diesem Buch einen, im Vergleich zu den bisherigen Lehrbüchern der Ausgleichsrechnung, vollkommen neuen Weg gegangen. Sowohl hinsichtlich der Darstellung und Lösung der Probleme der Ausgleichsrechnung, als auch hinsichtlich der Schaffung klarer Bezeichnungen ist dieses Werk als großer Fortschritt zu bezeichnen.

Im 1. Kapitel werden einige Grundsätze der mathematischen Statistik, wie ein- und mehrdimensionale Verteilungen besprochen. Im 2. Kapitel werden die gewonnenen Erkenntnisse auf das Studium von Beobachtungsreihen angewendet. Hier wird auch der Begriff der „normalen Verteilung“ von Beobachtungen festgelegt. Sie wird als Treppenkurve dargestellt, deren Approximation die Gauß'sche Glockenkurve ist, ohne daß jedoch im Text vorerst darauf hingewiesen wird. Außerdem

wird auch der Begriff des „Modulus“, als Hilfsmittel zum Vergleich von verschiedenen Beobachtungsreihen, eingeführt. Er entspricht in vielen Fällen dem mittleren (quadratischen) Fehler.

Im 3. Kapitel werden die zusammengesetzten korrelationsfreien (unabhängigen) normalen Verteilungen behandelt. Unter anderem gelangt der Verfasser zu einer wichtigen Feststellung, die für die Ableitung der Gauß'schen Glockenkurve im 9. Kapitel von größter Bedeutung ist, nämlich der, daß in einer zweidimensionalen korrelationsfreien Normalverteilung, die von zwei eindimensionalen Normalverteilungen herrührt, die geometrischen Örter der Punkte mit gleicher relativer Häufigkeit *konzentrische Kreise* sind. Dieser wichtige Satz ist auch sinngemäß auf n-dimensionale korrelationsfreie Normalverteilungen anwendbar.

Das 4. Kapitel bringt den Übergang von korrelationsfreien Normalverteilungen zu korrelierten Normalverteilungen mit Hilfe von Lineartransformationen. In diesem Kapitel werden zur Vereinfachung der Bezeichnungen die des „Ricci Kalküls“ in sehr klarer Form angewendet.

Das 5. Kapitel ist mit „Methode der kleinsten Quadrate“ überschrieben. Hier ist als Grundproblem das der bedingten korrelationsfreien Beobachtungen mit linearen Bedingungsgleichungen behandelt. Eine sehr schöne geometrische Illustration dieses Problems beendet dieses Kapitel. Diese geometrische Darstellung ist umso wirkungsvoller, als sie den Unterschied von nicht korrelierten und korrelierten Beobachtungen nur durch den Übergang von einem rechtwinkligen dreiachsigen in ein schiefwinkliges dreiachsiges Koordinatensystem deutlich macht.

Im 6. Kapitel werden u. a. die Grundaufgaben I und II behandelt, worunter die Ausgleichung nach bedingten und vermittelnden Beobachtungen zu verstehen ist. Eine Anzahl von numerischen Beispielen beschließt dieses Kapitel.

Das 7. Kapitel schließlich bringt die Entwicklung für die Ausgleichung von korrelierten, also nicht unabhängigen Beobachtungen. Im einzelnen wurden hier 5 Grundaufgaben behandelt.

Die I. und II. Grundaufgabe behandelt wieder die bedingten bzw. die vermittelnden Beobachtungen. Die III. Grundaufgabe behandelt die „Vermittelnden Beobachtungen mit Nebenbedingungen“, die IV. Grundaufgabe die „Bedingten Beobachtungen mit Unbekannten“ und die V. Grundaufgabe schließlich ist eine Zusammenfassung der III. und IV. Grundaufgabe und betrifft die „Bedingten Beobachtungen mit Unbekannten und deren Nebenbedingungen“. Dieses letzte Problem kommt in der Praxis kaum vor. Eine größere Anzahl von numerischen Beispielen zeigt die Anwendung des oft nicht einfachen Formelapparates. Leider hat der Autor nur klassische Beispiele aus der Ausgleichsrechnung gewählt, die in zwei Schritten aufgelöst, das Problem der korrelierten Beobachtungen klar werden lassen. Der Umfang der Rechenarbeit ist dadurch größer geworden als nach den bekannten klassischen Methoden, was aber zu keinen falschen Schlüssen hinsichtlich der Anwendung der Methode korrelierter Beobachtungen führen darf.

Das kurze 8. Kapitel behandelt die Lösungsmethode von Normalgleichungen in knapper Form.

Im 9. und letzten Kapitel wird schließlich die Ableitung der Gauß'schen Exponentialfunktion aus einem Satz des 3. Kapitels über die relative Häufigkeit in origineller Weise gezeigt. Es ist verwunderlich, daß die graphischen Zusammenhänge des mittleren und des durchschnittlichen Fehlers mit der Fehlerkurve mit keinem Wort Erwähnung finden. Ebenso ist der wahrscheinliche Fehler und seine Zusammenhänge mit den übrigen in diesem Buch nicht besprochen worden.

Anschließend soll noch die Kritik Tienstras an der klassischen Entwicklung kurz wiedergegeben werden:

1. Es ist falsch, von „Fehlern“ als Anfangspunkt auszugehen. Wir können erst von „Fehlern“ sprechen, wenn wir einen „Referenzwert“ definiert haben, der wieder nur eine Funktion der Beobachtungen sein kann. Daher kann nur die Beobachtung der Ausgangspunkt der Theorie sein.
2. Die Bezeichnungen „wahrer Wert“ und „wahrer Fehler“ sind absolute Fiktionen und physikalische Unmöglichkeiten.
3. Es ist unexakt, von einem „zufälligen Fehler“ als einer streng definierten Größe zu sprechen, da man nie weiß, wann die systematischen Fehler restlos eliminiert sind.
4. Der Begriff „systematischer Fehler“ ist am meisten irreführend. In der klassischen Theorie ist „Fehler“ immer mit „Beobachtung“ im Zusammenhang. Die Tatsache, daß systematische Fehler lediglich die Unvollkommenheit des mathematischen Modelles aufzeigen, wird durch den irreführenden Namen verwischt.

Bei kritischem Studium dieser vier Feststellungen muß man dem Autor voll und ganz beipflichten. Es ist eine weitere und bedeutende Originalität, daß er bei den Ableitungen in diesem Lehrbuch *keinen* dieser zweifelhaften Begriffe aus der klassischen Theorie übernommen hat. Zwei Beispiele über Doppelpunkteinschaltungen, für die wieder das bei der Besprechung des 7. Kapitels Gesagte gilt, beschließen das neuartige Werk der Ausgleichrechnung.

Dieses Buch soll jeder studiert haben, der sich mit den Problemen der Ausgleichung von Beobachtungen beschäftigt, da die in ihm enthaltenen Erkenntnisse für die Behandlung vieler Aufgaben von größter Bedeutung sind, weshalb eine deutsche Übersetzung wünschenswert wäre.

*Dr. Schmid*

**Dr. Ing. Walter Brucklacher: Beitrag zur Planung, Vorbereitung und Durchführung photogrammetrischer Bildflüge.** Veröffentlichung der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Reihe C: Dissertationen — Heft Nr. 25. München 1957. DIN A 4, 65 Seiten, 27 Abbildungen, 11 Tabellen.

Diese Arbeit ist vom Praktiker für die Praxis geschrieben und zeigt dem flugplanenden Photogrammeter klar und übersichtlich alle Fragen auf, mit denen er sich bei seiner Arbeit auseinandersetzen muß. Die Veröffentlichung bietet aber auch dem auftraggebenden Nichtphotogrammeter die Möglichkeit, mit diesen Grundfragen vertraut zu werden, aus deren Nichtkenntnis heraus oft und oft Unmögliches vom Photogrammeter verlangt wird oder Mögliches unausgenützt bleibt.

So wird vom Verfasser zur Wahl des Bildmaßstabes u. a. das Auflösungsvermögen der Objektivs, die mittlere Meßgenauigkeit an den Auswertegeräten für verschiedene Maßstäbe behandelt. Dabei wird als durchschnittliche Genauigkeitsforderung an ein Kartenwerk 1:50.000 als Mittel aus 8 Ländern  $\pm 15$  m für die Lage,  $\pm 2$  m für die Höhe angegeben. In Anlehnung an die von Otto v. Gruber 1937 nach den damaligen Verhältnissen aufgestellte Formel  $m_b = 130 m_k$  für die Beziehung Bildmaßstab — Kartierungsmaßstab wird die neue Formel  $m_b = 200 m_k$  bei Verwendung von Hochleistungsobjektiven gefunden. Brucklacher betont, daß großmaßstäbliche Aufnahmen nur nach vorher erfolgter Signalisierung ausgeführt werden können und gibt die Signalgrößen für die gebräuchlichen Maßstäbe an. — Im weiteren werden die verschiedenen Kammertypen und deren Leistungsvermögen, das Problem „Film oder Platte“ und die verschiedenen Hilfsregistrierungen besprochen. Es werden die wesentlichen Merkmale für brauchbare Bildflugzeuge angegeben, wobei als oberste Grundsätze die Bequemlichkeit der Bedienung und die Zuverlässigkeit genannt werden.

Bei der Flugwegplanung ist auf die Blatteinteilung und die Ausrichtung der herzustellenden Karten, bei Anaglyphenkarten auf die Betrachtungsrichtung Rücksicht zu nehmen. Es wird ausführlich auf die Navigationsfragen eingegangen: Für großmaßstäbliche Projekte wird meist mit Sichtnavigation geflogen. Bei Großflächenflügen jedoch gewähren Autopilotanlagen nicht nur die Geradlinigkeit der Streifen, wie sie mit Handsteuerung niemals erreicht werden kann, sondern bieten gleichzeitig die Möglichkeit, die Streifenabstände zuverlässig zu erfüllen. Es werden statt gezielter Aufnahmen durch Sichtnavigation Aufnahmen in schneller Bildfolge (mit z. B. 90% Längsüberdeckung) vorgeschlagen und die Verwendungsmöglichkeiten dieses Verfahrens untersucht. Besonders aufschlußreich ist die Diskussion der Lichtverhältnisse. Die Verteilung von Licht und Schatten bei Zentralperspektive und einseitiger Beleuchtung, die Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke von Jahres- und Tageszeit werden u. a. an Hand einer Wetterstatistik und eines Jahresstundenplanes für Bildflüge besprochen. Zum Ausgleich großer Beleuchtungsdifferenzen innerhalb eines Bildes werden Tips angegeben, insbesondere auch die Verwendung der Methode der unscharfen Masken. Ein ausführliches Literaturverzeichnis beschließt die Arbeit. *P. Waldhäusl*

### Zeitschriftenschau

Allgemeine Vermessungsnachrichten, Berlin-Wilmersdorf 1958: Nr. 8. Seifers, Vorstufen vollautomatischen Rechnens. — Schneider, Zum wirtschaftlichen Winkelmessen. — Rodenkirchen, Die Rechengenauigkeit mit Funktionstafeln und die Genauigkeit der vierstelligen

Polygonzugberechnung. — Lorke, Ein neuer Lichttisch „Lumenta“. — *Nr. 9.* Seifers, Programmgesteuertes Rechnen im Vermessungswesen. — Schneider, Zum wirtschaftlichen Winkel messen. — Reuß, Rechentafeln zur Wertberechnung im Flurbereinigungsverfahren. — Steuer, Flurbereinigung — ein europäisches Problem. — Draheim, Bemerkung zur Verwendung des Tellurometers bei Punkteinschaltungen. — *Nr. 10.* Mühlig, Die Definition der Zeitskala. — Romunde, Literaturdokumentation bei den kommunalen Vermessungs- und Liegenschaftsämtern. — Meier, Gruppenweise Umformung von Soldner-Koordinaten der preußischen Katastersysteme in Gauß-Krüger-Koordinaten und umgekehrt mit der Brunsviga. — Steuer, Die Flurbereinigung in Frankreich.

Bildmessung und Luftbildwesen, Berlin-Wilmersdorf 1958: *Nr. 3.* Hofmann, Bestimmung von Gletschergeschwindigkeiten aus Luftbildern. — Belzner, Die Luftaufnahmetätigkeit in der Bundesrepublik. — Burkhardt, Eine genaue Formel für die Bildverschiebung beim perspektiven Entzerren. — Schermerhorn, I. T. C.-Hothmer Stereophotosammlung photogrammetrischer Instrumente. — Müller, Analytische Aerotriangulation.

Der Fluchtstab, Düsseldorf 1958. *Nr. 7/8.* Weber, Die Berechnung langer geodätischer Linien auf dem Rotationsellipsoid (Schluß). — Heyink, Erkundungsarbeiten für die polygonometrische Bestimmung von TP(A). — *Nr. 9/10.* Peters, Die Bücher des Marcus Vitruvius Pollio über die Baukunst und ihre Bedeutung für die Geschichte der Ingenieurvermessung. — Knoth, Die Bewertung eines Erbbaugrundstückes.

Geodetický a kartografický obzor, Praha 1958: *Nr. 8.* Petráš, Ein neues Gerät für die terrestrische Photogrammetrie, der Stereoautograph-Zeiss 1318. — Cimbálník, Berechnung der Reduktionen beobachteter Richtungen auf das Erdellipsoid. — Plachý, Entwurf eines Lichtsatzgerätes für die Kartographie. — Hnatuk, Ausgleichung eines Seitenviereckes. — *Nr. 9.* Chrástil, Grundsätze und Aufgaben der Perspektivplanung in der tschechoslowakischen Geodäsie und Kartographie. — Kouba, Langfristige Perspektive der wissenschaftlichen Forschungsarbeiten im Ressort der Zentralverwaltung Geodäsie und Kartographie.

Geodezja i Kartografia, Warszawa 1958: *Nr. 2.* Szpetkowski, Analyse de l'exactitude du rattachement par la méthode excentrique. — Senisson, Erreur moyenne d'un point d'un polygone rectiligne et équilatéral rattaché par deux extrémités, en tenant compte de la longueur des côtés de rattachement et des erreurs moyennes des coordonnées de rattachement. — Perkal, Essai d'une généralisation objective.

Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltung, Hannover 1958: *Nr. 3.* Meyer-Wehlack, Der Grenzstein. — Roesler, Maßstab und Maßstabsprünge bei Katasterrahmenkarten. — Harms, Alte und neue Wege zur Fortführung des Liegenschaftskatasters und des Grundbuchs beim Ausbau von Wasserläufen. — Behrendt, Kritische Betrachtung der Polygonierungsregeln im Hinblick auf eine Steigerung der Streckenmeßgenauigkeit.

Photogrammetric Engineering, Washington 1958: *Nr. 3.* Rosenberg, Earth Satellite Photogrammetry. — Cameron, History from the Air. — Whitmore, The Role of Photogrammetry in an „Open Skies“ Program. — Nelson, An application of Models and Stereo Images to Teaching Photographic Geometry. — Funk, Photogrammetric Map Accuracy. — Carnahan, Photogrammetry and Road Location in the U. S. Forest Service. — Meritt, Design of a Family of Telephoto Optical Systems. — Miller and Laflamme, The Digital Terrain Model — Theory & Application. — Southard, Jr., Orthophotography — Its Techniques and Applications. — Mahan, The Photo Contour Map. — Kosofsky, Investigation of an Integrated Mapping System. — Thompson, Photogrammetric Mapping of Sand Beds in a Hydraulic Test Flume.

Przegląd geodezyjny, Warszawa 1958: *Nr. 7.* Lukaszewicz, Das staatliche Koordinatensystem (Schluß in *Nr. 8.*) — Butowtt, Die Verdichtung des Geodäsiepunktnetzes mittels Photopolygonalmethode. — Rogozinski, Geodätische Vermessungen zur Bodenklassifikation. — Janusz, Bemerkungen zur Analyse der ökonomischen Lösung von Triangulierungsnetzen. — *Nr. 8.* Walerowicz, Stereoprojektor SPR-2. — Szpetkowski, Einige Methoden zur Durchführung und Berechnung von Anschlußvermessungen mit Anwendung des Spiegels. — Janusz, Das Auffinden im Gelände von Punkten mit bekannten Koordinaten mittels Rückwärtseinschnitt. — Miecznikowski, Verbesserte Tabellen zum Zwecke der Zuwachsberechnungen.

Revue des Géomètres-Experts et Topographes Français, Paris 1958: *Nr. 8–9.* Lafosse, Méthode semi-graphique de calcul des mesurages.

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie, Winterthur 1958: Nr. 8. Ausbildungsfragen. Beiträge von den Herren Schneider, Weber, Byrde, Härry, Spindler und Zahnd.

Vermessungstechnik, Berlin 1958: Nr. 6. Schilling, Die topographischen Kartenwerke der Deutschen Demokratischen Republik. — Bahnert, Vom Distanzstab zur Invarbasislatte. — Mohr, Beseitigung des Neigungsfehlers der Zielachse eines Feinnivellierinstrumentes. — Dimoff, Beitrag zum Abschluß kleiner Nivellements- und Triangulierungsnetze. — Bartels, Vereinfachte Grundbuch- und Katasterberichtigung bei Teilabschreibungen. — Paul, Dokumentationsdienst Geodäsie und Literaturkarteien. — Ziemer, Hilfsmittel bei der Anwendung des Schichtgravurverfahrens auf Glas. — Nr. 7. Gerlach, Richtungsfehler in Radialpunkten wenig geneigter Luftaufnahmen. — Svoboda und Sestak, Erfahrungen mit der Herstellung von plastischen Karten, Reliefs und Modellen in der CSR. — Klein, Über die Anwendung einiger Näherungsformeln.

Vermessungstechnische Rundschau, Hamburg 1958: Nr. 8. Heyll, Einsatz elektronischer Rechengерäte im Markscheidewesen. — Lix, Grundzüge der Druckfarbenherstellung. — Steuer, Flurbereinigung — ein europäisches Problem. — Wittke, Elektronische Schreib- und Kartiermaschinen (Schluß Nr. 9). — Schramek, Kreisrechenschieber. — Nr. 9. Heyll, Einsatz elektronischer Rechengерäte im Markscheidewesen. — Neugebauer, Neuere Entwicklung der Lichtpaustechnik. — Diltthey, Einsprüche gegen Nivellierlatten.

Zeitschrift für Vermessungswesen, Stuttgart 1958: Nr. 8. Ledersteger, Internationale Bezugsflächen und einheitliche Weltprojektion. — Heitz, Zur Instrumenten-Ermittlung bei Gezeitenregistrierung. — Knorr, Die Luftfahrtkarte 1:500.000 von Deutschland. — Wolf, Die Ausgleichung weltweiter Triangulationen. — Nr. 9. Merkel, Seismometrische Beobachtungen und Forschungen. — Stegmann, Probleme und Aufgaben der Flurbereinigung in Baden-Württemberg. — Heckmann-Joerges, Das kommunale Vermessungs- und Liegenschaftswesen in Baden-Württemberg. — Beck, Die Generalisierung ländlicher und städtischer Siedlungen in topographischen Karten. — Klietsch, Die Lochkartenmaschinen. — Scholze, Noch einmal „Flurnamen und Katastervermessung in Baden“. — Pinkwart, Richtungs- und Querfehler der Polygonzüge in Theorie und Praxis. — Hofmann, Die freie Diagonalen-Viereckskette mit direkt gemessenen Strecken.

Abgeschlossen am 30. September 1958.

Zeitschriftenschau zusammengestellt im amtlichen Auftrag  
von Bibliotheksleiter K. Gartner.

*Die hier genannten Zeitschriften liegen, wenn nicht anders vermerkt, in der Bibliothek des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen auf.*

#### Contents:

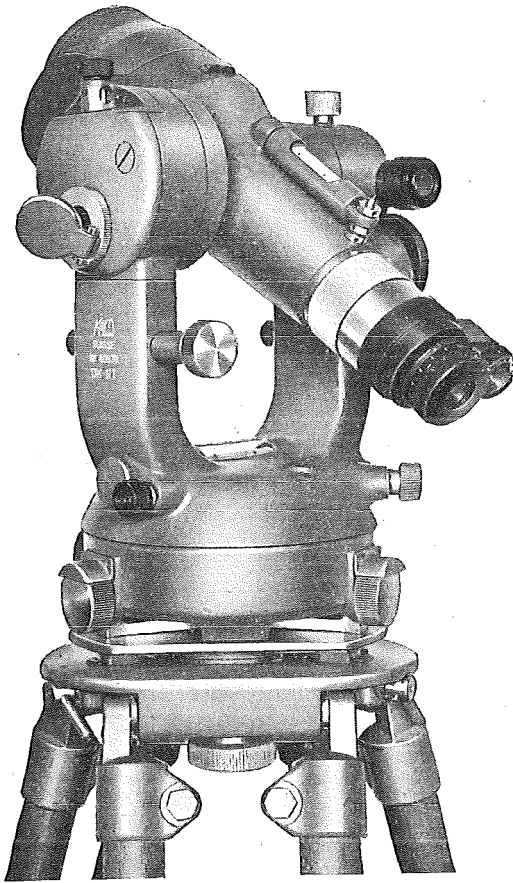
K. Ledersteger: The calculation of the vertical dynamic corrections. — L. Starkl: The analytical solution of the problems of Snellius and Hansen by transformation with inverse radii. — K. Killian: An optical instrument for measuring of height-differences. — G. Oliva: Tolerances in Nomography. — K. Lego: The invention of photogrammetry and its development in Austria.

#### Sommaire:

K. Ledersteger: Le calcul des corrections dynamiques verticales. — L. Starkl: La résolution analytique des problèmes de Snellius et Hansen à l'aide d'une transformation de rayons inverses. — K. Killian: Un instrumentoptique pour la mesure des différences de niveau. — G. Oliva: Les tolérances dans la nomographie. — K. Lego: L'invention de la photogrammétrie et son développement en Autriche.

#### Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes:

o. Prof. Dr. K. Ledersteger: Technische Hochschule Wien 4, Karlsplatz 13.  
Dipl.-Ing. Dr. L. Starkl: Wels, OÖ., Heimstättenring 17.  
Dipl.-Ing. Dr. K. Killian: Wien 14, Hadikgasse 40.  
Dr. phil. G. Oliva: Wien 8, Friedrich Schmidtplatz 3, Abtlg. f. Erdmessung.  
Präs. i. R. Dipl.-Ing. K. Lego: Wien 1, Hohenstaufengasse 17.



## Doppelkreis- Reduktions- Tachymeter DK-RT

Leichter Präzisions-Tachymeter, besonders geeignet für Katastervermessungen nach der Polarkoordinaten-Methode.

Sehr helles Doppelbild-Fernrohr mit absoluter Bildtrennung, ergibt automatisch Horizontaldistanzen.

Neue einfache Lattenablesung:

An der horizontalen Latte mit 2-cm-Teilung werden am Doppelindex die ganzen m, an der Mikrometertrommel die cm abgelesen.

Erreichbare Genauigkeit bei ruhiger Luft  $\frac{1}{10.000}$  der Horizontaldistanz. Sehr einfache und klare Kreisablesung nach dem patentierten Doppelkreissystem, wobei jede Ablesung das arithmetische Mittel aus zwei diametralen Kreisstellen darstellt.

Vergütete Optik (AR-Belag).

Gewicht des Instrumentes ohne Verpackung 4.6 kg.

## Kern & Co. A. G., Aarau

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik  
Gegründet 1819

Verlangen Sie Prospekte von der

Vertretung für Österreich:

**Dipl. Ing. Richard Möckli**

Wien V/65 · Kriehubergasse 10

Telephon U 49-5-99

Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien VIII., Friedrich Schmidt-Platz 3

I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948, Preis S 18.—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 2: Lego (Herausgeber), *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24.—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 3: Ledersteger, *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: Zaar, *Zweimedienphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: Rinner, *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18.—.
- Sonderheft 6: Hauer, *Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten. 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: Ledersteger, *Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59+22 Seiten, 1949. Preis S 25.—.
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22.—.
- Sonderheft 11: Mader, *Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25.—.
- Sonderheft 12: Ledersteger, *Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoids und der absoluten Lage der Landstriangulationen.* 140 Seiten, 1951. Preis S 35.—.
- Sonderheft 13: Hubeny, *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoids.* 208 Seiten, 1953. Preis S 60.—.
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120.—.
- Sonderheft 15: Mader, *Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivelllements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28.—.
- Sonderheft 16: *Theodor Scheimpflug — Festschrift.* Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich. 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln. Preis S 60.—.
- Sonderheft 17: Ulbrich, *Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken.* 72 Seiten mit 40 Abbildungen und einer Luftkarten-Beilage. Preis S 48.—.
- Sonderheft 18: Brandstätter, *Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung.* 94 Seiten mit 49 Abb. und Karten und 2 Kartenbeilagen, 1957. Preis S 80.— (DM. 14.—).
- Sonderheft 19: *Vorträge aus Anlaß der 150-Jahr-Feier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich, 4. bis 9. Juni 1956.*
- Teil 1: *Über das staatliche Vermessungswesen,* 24 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 2: *Über Höhere Geodäsie,* 28 Seiten, 1957. Preis S 34.—.
- Teil 3: *Vermessungsarbeiten anderer Behörden,* 22 Seiten, 1957. Preis S 28.—.
- Teil 4: *Der Sachverständige — Das k. u. k. Militärgeographische Institut.* 18 Seiten, 1958. Preis S 20.—.
- Teil 5: *Über besondere photogrammetrische Arbeiten.* 38 Seiten, 1958. Preis S 40.—.
- Teil 6: *Markscheidewesen und Probleme der Angewandten Geodäsie.* 42 Seiten, 1958. Preis S 42.—.



## II. Dienstvorschriften

- Nr. 1: *Benennungen, Zeichen und Abkürzungen im staatlichen Vermessungsdienst.* 44 Seiten, 2. Auflage, 1956. Preis S 10.—. (Vergriffen.)
- Nr. 2: *Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Vordrucke und sonstige Drucksorten.* 56 Seiten, 2. Auflage, 1957. Preis S 10.—.
- Nr. 8: *Die österreichischen Meridianstreifen.* 62 Seiten, 1949. Preis S 12.—.
- Nr. 14: *Fehlergrenzen für Neuvermessungen.* 4. Auflage, 1952, 27 Seiten. Preis S 10.—. (Vergriffen.)
- Nr. 15: *Hilfstabellen für Neuvermessungen.* 34 Seiten, 1949. Preis S 7.—. (Vergriffen.)
- Dienstvorschrift Nr. 35 (Feldarbeiten der Vermessungstechnik bei der Bodenschätzung).* Wien, 1950. 100 Seiten, Preis S 25.—.
- Nr. 46: *Zeichenschlüssel der Österreichischen Karte 1:25.000 samt Erläuterungen.* 88 Seiten, 1950. Preis S 18.—.
- Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters.* Wien, 1932. Preis S 25.—.
- Liegenschaftsteilungsgesetz 1932.* (Sonderdruck des B. A. aus dem Bundesgesetzblatt.) Preis S 1.—.

## III. Weitere Publikationen

- Prof. Dr. Rohrer, *Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung.* Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10.—.
- Der österreichische Grundkataster.* 66 Seiten, 1948. Preis S 15.—.
- Behelf für die Fachprüfung der österreichischen Vermessungsingenieure* (herausgegeben 1949).
- Heft 1: Fortführung 1. Teil, 55 Seiten, Preis S 11.—
- Heft 2: Fortführung 2. Teil, 46 Seiten, Preis S 10.—
- Heft 3: *Höhere Geodäsie*, 81 Seiten, Preis S 16.—
- Heft 4: *Triangulierung*, 46 Seiten, Preis S 9.—
- Heft 5: *Neuvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme.* 104 Seiten, Preis S 20.—
- Heft 6: *Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik.* 70 Seiten, Preis S 15.—

**KRIECHBAUM-SCHIRME**

ERZEUGUNG ALLER ARTEN

**VERMESSUNGS-**

RUCKSACK- und

**GARTEN-SCHIRME**

Hauptbetrieb:

WIEN 16

Neulerchenfelderstr. 40

Telephon B 40-8-27

## **Neuwertige Doppelrechenmaschinen**

Brunsviga D 13 Z/1 und 2, D 13 Z-18 sowie Thales GEO

**für etwa die Hälfte des Neuwertes lieferbar**

Gewährleistung 1 Jahr. Günstige Angebote in Vorführmaschinen!  
*Neuer Wertzolltarif 5%!*

**F. H. FLASDIECK, Wuppertal-Barmen, Hebbelstraße 3, Deutschland**

## **Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme**

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen  
in Wien VIII., Krotenthallergasse 3 / Tel. 33-46-31

Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

### **Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik**

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der  
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000  
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die  
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000  
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000  
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000  
Plan von Salzburg 1:15.000  
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich  
Ortsgemeindegrenzenkarten von allen Bundesländern 1:500.000  
Politische Karte der Republik Österreich 1:500.000

### **Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen**

Karte der Republik Österreich 1:850.000  
Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index  
Karte der Republik Österreich 1:500.000, hypsometrische Ausgabe  
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000

### **Für Auto-Touren**

die Straßenkarte von Österreich 1:500.000 in zwei Blättern,  
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

### **sowie für Motorrad- und Radfahrer**

die Straßenübersichtskarte von Österreich 1:850.000 in Form  
eines praktischen Handbüchleins

### **Für Wanderungen**

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII., Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.

# Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

## Österreichische Karte 1:25.000

93/4 Hoher Göll	165/3 Eggersdorf bei Graz
95/3 Abtenau	169/1 Gargellen
121/2 Kirchberg in Tirol	177/4 Kalkstein
121/3 Salzachgeier	189/1 Ligist
122/4 Mittersill	189/2 Stainz
164/3 Graz	189/3 Schwanberg

## Österreichische Karte 1:50.000

58 Baden	124 Saalfelden am	175 Sterzing
59 Wien	Steinernen Meer	189 Deutschlandsberg
65 Mondsee	125 Bischofshofen	203 Maria Saal
72 Mariazell	126 Radstadt	204 Völkermarkt
82 Bregenz	127 Schladming	210 Aßling
122 Kitzbühel	161 Knittelfeld	211 Windisch Bleiberg

## Berichtigt erschienen sind:

### Österreichische Karte 1:25.000

95/4 Gosau	164/1 Deutschfeistritz
96/1 Bad Ischl	198/3 Hochwipfel
96/3 Hallstatt	199/3 Egg

## Preise der Kartenwerke:

je Blatt S

### Österreichische Karte 1:25.000

Dieses Kartenwerk wird insgesamt ca. 746 1/4 Blätter (Halbsektionen) umfassen.

Davon sind bisher erschienen:

32 1/8 Blätter (Aufnahmsblätter) . . . . .	7.—
187 1/4 Blätter (Halbsektionen) . . . . .	10.—
Zeichenerklärung 1:25.000 . . . . .	2.—
Österreichische Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung . . . . .	7.50
Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) . . . . .	8.50
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung . . . . .	4.—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte) . . . . .	5.—

Dieses Kartenwerk umfaßt insgesamt 213 Blattnummern.

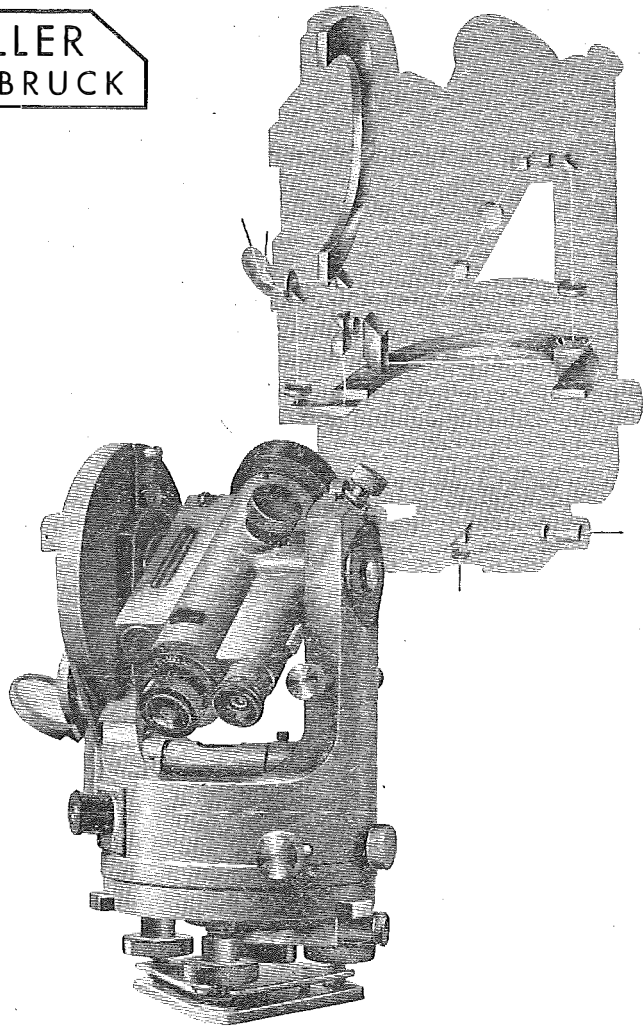
Hievon sind bisher erschienen:

37 Blätter Österreichische Karte 1:50.000 mit Schichten in Mehrfarbendruck sowie 174 Blätter als Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000 in Zweifarbendruck (schwarz mit grünem Waldaufdruck).

Die Blätter 39, 40, 41, 42, 57, 59, 60, 105, 106 sind mit Schichtenlinien und Schummierung, alle anderen Blätter mit Schichtenlinien und Schraffen versehen. Das Blatt 27 ist auf dem Blatte 45, das Blatt 194 auf dem Blatte 168 als Übergreif ohne Auslandsdarstellungen aufgedruckt.

*Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien 8, Krotenthallergasse 3*

MILLER  
INNSBRUCK



# OPTISCHE THEODOLITE

NIVELLIERINSTRUMENTE