

Österreichische Zeitschrift für **Vermessungswesen**

REDAKTION:

Dipl.-Ing. Dr. techn. **Hans Rohrer**

emer. o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh.

Karl Ledersteger

o. Professor
der Technischen Hochschule Wien

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Karl Levasseur

Vorstand der Triangulierungsabteilung
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1961

49. Jg.

INHALT:

Präsident Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann † E. Bayerl u. W. Kamenik

Abhandlungen:

Bemerkungen und Formeln zur Berechnung langer geodätischer Strecken..... K. Hubeny

Über die Konvergenz der Kugelfunktionsentwicklung für das Außenraumpotential

an der Erdoberfläche H. Moritz

Beitrag zur Rationalisierung im Katasterwesen durch Einsatz von Projektoren L. Avanzini

Referat:

Bericht über den 45. Deutschen Geodätentag in Bremen K. Ulbrich

Mitteilungen, engl.-franz. Inhaltsverzeichnis

Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“,
redigiert von ORdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger



Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1961

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

Für die Redaktion der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Redaktionsmitglieder zu richten:

Redakteure:

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Rohrer, Wien IV, Technische Hochschule

o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. Karl Ledersteger, Wien IV, Technische Hochschule

ORdVD. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Levasseur, Wien VIII, Friedr.-Schmidt-Platz 3

Redaktionsbeirat:

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Alois Barvir, Wien IV, Technische Hochschule

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Friedrich Hauer, Wien IV, Technische Hochschule

o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny, Graz, Technische Hochschule, Rehbauerstraße 12

Ing. Dr. techn. eh. Karl Neumaier, Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3

Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann, Präs. i. R., Wien VIII, Krotenthallerg. 3

Redakteur des Annoncentheiles: *Rat dVD. Dipl.-Ing. Manfred Schenk*, Wien VIII, Krotenthallergasse 3

Für die Redaktion des Mitteilungsblattes bestimmte Zuschriften sind an *ORdVD. Dipl.-Ing. Rudolf Arenberger*, Wien XVIII, Schopenhauerstraße 32, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken.

Die Zeitschrift erscheint sechsmal jährlich, u. zw. Ende jedes geraden Monats.

Redaktionsschluß: jeweils Ende des Vormonats.

Bezugsbedingungen: pro Jahr:

Mitgliedsbeitrag für den Verein oder die Österr. Gesellschaft

für Photogrammetrie S 50,—

für beide Vereinigungen zusammen S 60,—

Abonnementgebühr für das Inland S 72,— und Porto

Abonnementgebühr für Deutschland DM 15,— und Porto

Abonnementgebühr für das übrige Ausland sfr 15,— und Porto

Postcheck-Konto Nr. 119.093

Telephon: 45 92 83

WIR LIEFERN FÜR KANZLEIBEDARF:

COORAPID Rechengerät
Pantographen
Koordinatographen
Polar-Kartiergeräte
Planimeter
Transporteure
Lineale
Schablonen
Maßstäbe
Reißzeuge
Rechenschieber



Rudolf & August Rost

Vermessungsinstrumente

Wien XV, Märzstraße 7

Telefon 92-32-31

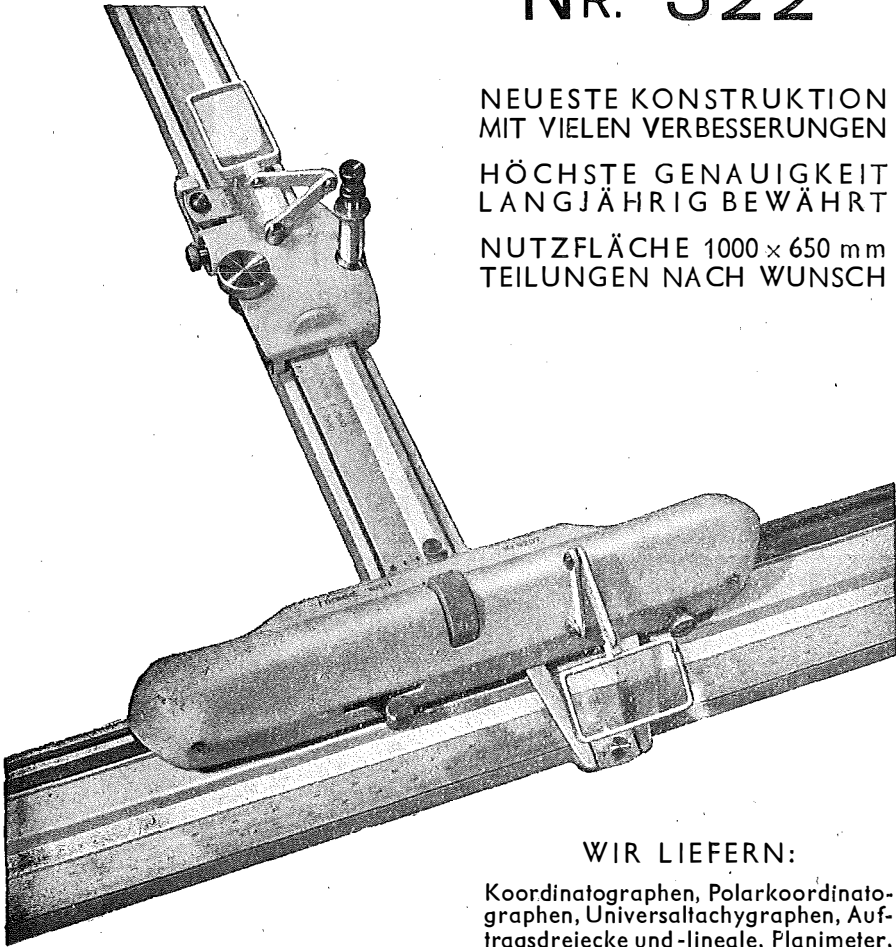
WIR LIEFERN FÜR FELDBEDARF:

Theodolite
Nivellierinstrumente
Nivellierlatten
Fluchtstäbe
Winkelprismen
Gefällsmesser
Höhenmesser
Kompass
Stahlbandmaße
Libellen
Senkel

Wir empfehlen Ihnen:

FROMME^s

PRÄZISIONS- KOORDINATOGRAPH Nr. 322



NEUESTE KONSTRUKTION
MIT VIELEN VERBESSERUNGEN

HÖCHSTE GENAUIGKEIT
LANGJÄHRIG BEWÄHRT

NUTZFLÄCHE 1000 × 650 mm
TEILUNGEN NACH WUNSCH

WIR LIEFERN:

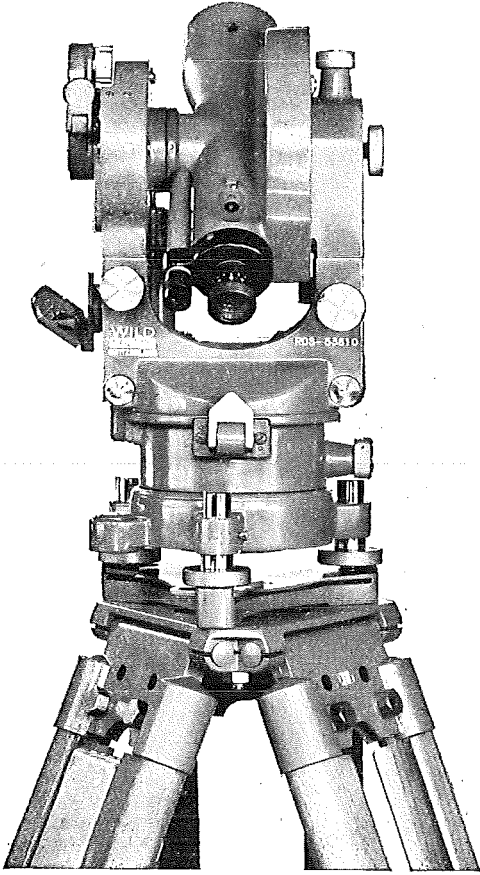
Koordinatographen, Polarkoordinatographen, Universaltachygraphen, Auftragsdreiecke und -lineale, Planimeter, Gefällsmesser, Hypsometer, Schichteneinschalter, Winkelprismen, Nivellierlatten, Meßbänder, Numerierschlegel, Maßstäbe, Reißzeuge usw.

REPARATUREN VON
INSTRUMENTEN U. GERÄTEN

Prospekte und Angebote kostenlos

ING. ADOLF FROMME

Geodätische und kartographische Instrumente, Fabrik für Zeichenmaschinen
Gegr. 1835 WIEN 18, HERBECKSTRASSE 27 Tel. 33-74-94



RDH \Rightarrow

**Reduktions-Distanz- und Höhenmesser
für waagrechte Latte**

Genauigkeit:

Distanzmessung 1–2 cm auf 100 m
Höhenmessung 4–5 cm auf 100 m

Rasche Kreisablesung durch Skalenmikroskop

WILD
HEERBRUGG

WILD
HEERBRUGG

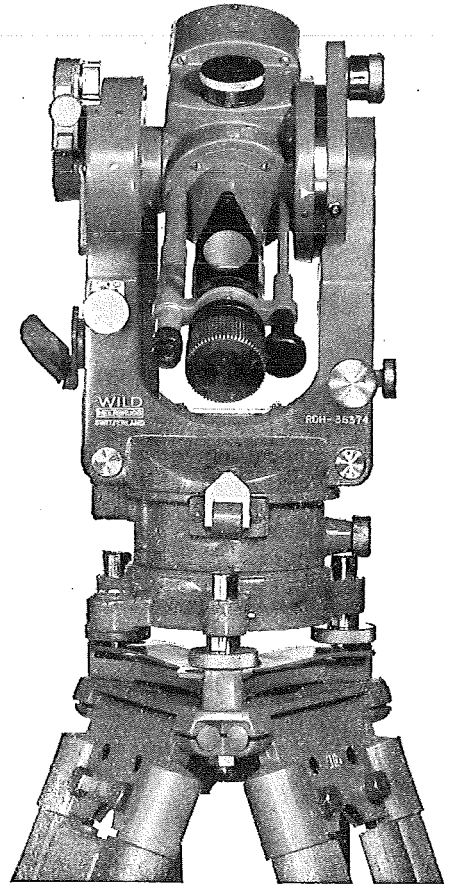
\Leftarrow RDS

**Reduktions-Tachymeter
für senkrechte Latte**

Genauigkeit:

Distanzmessung 10–20 cm auf 100 m
Höhenmessung 5–20 cm auf 100 m

Rasche Kreisablesung durch Skalenmikroskop



Verlangen Sie Offert bei der Alleinvertretung für Österreich:

RUDOLF & AUGUST ROST

Vermessungsinstrumente und Zubehör - Reparaturdienst

WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7, TEL.: (0222) 92 53 53, 92 32 31, TELEGR.: GEOROST-WIEN

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Levasseur

Nr. 1

Baden bei Wien, Ende Februar 1961

49. Jg.

Präsident Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann †

Präsident *Dr. Schiffmann* hat noch am Abend des 24. Jänner 1961 an einem Vortrag in voller Frische teilgenommen. Nach seiner Heimkehr wurde er von starken Herzschmerzen befallen und am folgenden Tag über Anordnung seines Hausarztes in das Rudolfsspital gebracht, wo er trotz bester ärztlicher Betreuung noch am selben Abend um 19.30 Uhr einem Herzinfarkt erlegen ist. Ein Leben, das nur der Arbeit gewidmet war, voll von Güte und Fürsorge für seine Nächsten, voll von Plänen für die Zukunft, war zu Ende gegangen.

Der Lebensweg des teuren Verblichenen, seine Erfolge und Verdienste während seiner 45jährigen Tätigkeit im öffentlichen Dienst wurden bereits anlässlich seines Übertrittes in den dauernden Ruhestand vor knapp einem Jahr ausführlich gewürdigt*).

Auch nach der Pensionierung nahm Schiffmann regen Anteil an sämtlichen Belangen unseres Fachgebietes und der Kollegenschaft. Mit großem Eifer widmete er sich den Arbeiten für die Fédération Internationale des Géomètres (FIG). So leitete er in vorbildlicher Weise ihre Sitzungen im Juni des Vorjahres in Brüssel, in denen er wertvolle Anregungen für die Entwicklung des Vermessungswesens gab. Einen breiten Raum seiner Tätigkeit beanspruchten die Vorbereitungsarbeiten für den X. Kongreß der FIG 1962 in Wien.

Zur Beisetzung des lieben Toten hatte sich in der Dr.-Karl-Lueger-Gedächtniskirche eine große Trauergemeinde eingefunden. Dem überreich mit Blumen und Kränzen geschmückten Sarge folgten die nächsten Verwandten und Freunde des Verewigten; ihnen schlossen sich die Abordnung des Bundesministeriums für Handel und Wiederaufbau, Vertreter der Bundesministerien für Inneres, für Land- und Forstwirtschaft und für Landesverteidigung, weiters der Niederösterreichischen Landes-

*) *Neumaier Karl*: Präsident Dipl.-Ing. Dr. jur. Franz Schiffmann und die Entwicklung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen unter seiner Leitung von 1953 bis 1959. ÖZV., 48 (1960), Nr. 2, S. 33–38.

regierung, der Stadt Wien, der Technischen Hochschule Wien, der Hochschule für Bodenkultur, der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und der Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen an. Den Abschluß des Trauerzuges bildeten die Beamten und Angestellten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, die ihrem verehrten Altpräsidenten das Geleit zu seiner letzten Ruhestätte gaben. Unter den Trauergästen befanden sich auch der Nestor der österreichischen Dichter, der fast 90jährige Professor *Franz Karl Ginzkey* und seine Gemahlin, bei deren Diamantenen Hochzeit am 8. November 1960 im Dom zu St. Stefan Dr. Schiffmann Trauzeuge gewesen war.

Nach der kirchlichen Einsegnung verabschiedete sich am offenen Grabe der Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, *Dr. Neumaier*, von seinem Amtsvorgänger. Er schildert den Verstorbenen als Menschen von liebenswerter Art, entgegenkommend, aufgeschlossen für alles Schöne; mit der Güte eines edlen Herzens und sich in seiner bescheidenen Art um die Idealforderung nach Rechtlichkeit stets bemühend. Seine Tür stand für jeden von uns offen. Er, der selbst keine eigene Familie hatte, war der väterliche Freund aller seiner Mitarbeiter.

Nach ihm ergriff der Vizepräsident der Fédération Internationale des Géomètres (FIG), Ingenieurkonsulent *Dipl.-Ing. Höllhuber*, das Wort. Er verwies auf die zahlreichen Leistungen und Erfolge Schiffmanns im Rahmen der FIG und erwähnte, daß es seine persönlichen Eigenschaften, vor allem seine gewinnende Art war, die ihm auch im Auslande viele Freunde erworben hatten.

Professor *Dr. Barvir* würdigte Schiffmanns Verdienste um den Österreichischen Verein für Vermessungswesen sowie seine langjährige Lehrtätigkeit als Honorardozent an der Technischen Hochschule in Wien. Namens der Hochschule für Bodenkultur und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie gedachte Professor *Dr. Ackerl* des Verstorbenen in warmen Worten. Für die Ingenieurkonsulenten für Vermessungswesen sprach *Dipl.-Ing. Dr. Meixner*. Als letzter Redner nahm Wirklicher Hofrat *Dr. Bernhard*, Vertreter der Arbeitsgemeinschaft der Diplomingenieure im Bundesvermessungsdienst, in bewegten Worten Abschied von dem Verstorbenen.

Zur Ehrung des Heimgegangenen sind zahlreiche Blumengrüße und Beileidskundgebungen eingegangen, unter anderen vom Bundesminister für Handel und Wiederaufbau, vom Fürstlich Liechtensteinschen Regierungschef, von der Fédération Internationale des Géomètres, von den Technischen Hochschulen in Berlin, Delft, Hannover, München, Prag, Sopron und Wien, vom Geodätischen Institut in Potsdam, vom Institut für Angewandte Geodäsie in Frankfurt (Main), von der Deutschen Geodätischen Kommission, von der Akademie der Wissenschaften in Krakau, vom Deutschen Verein für Vermessungswesen, vom Schweizerischen Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik sowie vom Comité National Français de Géodésie et Géophysique.

Die Vermessungsverwaltungen in Bulgarien, Deutschland, Polen, der Schweiz und der Tschechoslowakei sowie viele Freunde aus dem In- und Auslande haben des Verstorbenen in ehrenden Worten gedacht.

Walter Kamenik

Erich Bayerl

Bemerkungen und Formeln zur Berechnung langer geodätischer Strecken

Von *Karl Hubeny*, Graz

Das lineare Maß einer langen geodätischen Strecke beginnt mit etwa 1000 Kilometern, einem Betrag, der außerhalb oder zumindest am äußeren Rande jenes Bereiches liegt, in den man die größten Bogenlängen (Netzdiagonalen) der klassischen Triangulation einordnen kann. Dem eben gebrauchten Begriff „lange geodätische Strecke“ liegt die üblich gewordene Unterscheidung zwischen kurzen, mittleren und langen geodätischen Strecken zugrunde, der man — nebenbei bemerkt — eigentlich eine Begründung geben müßte, wenn diese drei Begriffe ein eindeutiges Ordnungsprinzip darstellen sollen. Eine solche läßt sich auch tatsächlich finden; man kann dazu entweder auf Größenordnungen der Triangulation oder auf die Dimensionen der Bezugsfläche zurückgreifen. Im ersten Falle wäre das Element das Dreieck erster Ordnung, die nächste Größenordnung das Landesnetz, dem wieder das einen Kontinent überdeckende Dreiecksnetz überzuordnen ist. Man kann nun als „kurze“ geodätische Strecke etwa die Dreiecksseite erster Ordnung einschließlich der noch möglichen Extrema nach oben hin ansprechen und gelangt so zu einem Bereich bis um 100 km, vielleicht noch etwas mehr, wobei der Schwerpunkt zwischen 30 und 50 km liegt. Wesentlich dehnbare wird der Begriff der „mittleren“ Strecke, wenn man sie mit den Diagonalen eines Landesnetzes in Verbindung bringt; bezieht man ihn aber auf Teile von Triangulationsnetzen, wie sie im Rahmen einer Netzausgleichung als Einheiten entstehen können, so könnte die Länge der Diagonalen etwa beim zehnfachen des früheren Betrages, also etwa bei 300 bis 500 km, liegen, welcher Betrag sich aber auch bis 1000 km und vielleicht noch mehr ausweiten kann. Darüber hinaus wäre der Bereich der „langen“ geodätischen Strecken anzunehmen. Diese Einteilung paßt sich, zum mindesten für die obere Grenze der Schwerpunktbildungen innerhalb der beiden ersten Begriffe, einigermaßen den Größenordnungen von 0,01 und 0,1 des mittleren Erdradius an, so daß man Bogenlängen bis 0,02 des Erdradius als kurze, von 0,02 bis 0,2 als mittlere und über 0,2 des Erdradius als lange geodätische Strecken ansprechen könnte.

Fast möchte es scheinen, es seien beim Entstehen dieser Begriffe nicht allein derartige Überlegungen Pate gestanden, sondern sie seien auch von anderen, recht trivialen Gegebenheiten her beeinflußt worden: Die erwähnten und einigermaßen plausibel begründeten Bereiche decken sich nämlich ziemlich gut mit jenen, die — einschließlich der möglichen Abwandlungen — mit den *Legendreschen* Potenzreihen (kurze geodätische Strecken) und mit den daraus hervorgehenden Mittelbreitenformeln (mittlere Bogenlängen) überstrichen werden können. Die über den Geltungsbereich dieser letzteren Formeln hinausgehenden Bogenlängen wären demnach in den Bereich der langen geodätischen Strecken einzureihen.

Für die Lösung der Hauptaufgaben steht eine Fülle von Formelsystemen zur Verfügung, in deren Gesamtheit sich bekanntlich zwei tragende Gedanken abzeichnen: Die Entwicklung von *Legendre* und die Zuordnung eines sphärischen Dreiecks nach *Bessel*. Während die erste Gruppe einschließlich ihrer vielen Varianten auf die Bereiche der kurzen und der mittleren Bogenlängen beschränkt bleibt und auch, be-

gründet durch die Natur ihrer Ansätze, bleiben muß, ist die *Besselsche* Lösung mit ihren Abwandlungen keiner Begrenzung der Bogenlänge unterworfen. Zwischen diesen beiden Möglichkeiten liegt in einer bemerkenswerten Mittelstellung die *Jordan-Besselsche* Lösung der Hauptaufgaben mit maximalen Bogenlängen von etwa 3500 km.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Lösungsgruppen zeichnet sich im übrigen auch in rechentechnischer Hinsicht ab. Viele der auf die *Legendreschen* Entwicklungen zurückgehenden Lösungen sind nämlich mit Hilfe geeigneter Tafeln gut und einfach schematisierbar und können in aufeinanderfolgende Multiplikationen und Additionen aufgelöst werden; diese Bemerkung gilt auch für die *Jordan-Besselsche* Lösung. Im Gegensatz hiezu erweisen sich Formelsysteme auf der Grundlage des *Besselschen* Gedankens etwas spröde in bezug auf ihre rechnerische Auswertung, wobei als Begründung nicht nur der Lösungsweg an sich angeführt werden muß, sondern bis zu einem gewissen Grad auch die Form, die man den Formelsystemen gibt. Als Endziel soll doch ein Formelsystem von klarer und möglichst einfacher Struktur mit festen Zahlenkoeffizienten angestrebt werden. Allein schon die Einführung abkürzender Hilfsfunktionen, etwa in der Form $u = u(v(x))$ stört bereits beträchtlich die Übersichtlichkeit des Rechenganges. Grundsätzlich ist ferner zu bemerken, daß die schematisierte Maschinenrechnung einem Iterationsverfahren längst nicht mehr jene Unbequemlichkeiten rechnerischer Natur anhaften läßt, als dies einstmals der Fall war. Ein klar vorgezeichneter Iterationsvorgang auf der Grundlage eines einfachen Formelsystems ist meist rascher zu bewältigen und damit wirtschaftlicher als eine direkte Rechnung mittels Formeln komplizierter Natur. Zieht man ferner noch den Aufbau mancher Formelsysteme mit in Betracht, so gewinnt man ein wenig den Eindruck, die Loslösung von der logarithmischen Rechnung sei nicht immer völlig gelungen, wobei noch andere, nur Erschwerungen mit sich bringende und anscheinend festes Traditionsgut darstellende Gepflogenheiten vielfach konsequent beibehalten werden. Mit der letzten Bemerkung ist die Behandlung der immer auftretenden *Wallisschen* Integrale von der Form $\int_0^x \sin^{2n} x \, dx$ gemeint; meist werden sie durch Überführung von $\sin^{2n} x$ in eine die Kosinus der Winkelvielfachen enthaltende Funktion umgeformt, wodurch nach der Integration an Stelle der Potenzen die Sinus der Winkelvielfachen treten. Es ist nun schwer einzusehen, warum — auch bei logarithmischer Rechnung — die Werte $\sin 2x$, $\sin 4x$, $\sin 6x$, ... leichter zu berechnen sein sollten als die Werte von $\sin^2 x$, $\sin^4 x$, $\sin^6 x$, ...; im Gegenteil, es werden nach der Bildung von $2x$, $4x$, $6x$, ... neue Funktionsaufschlagen notwendig, wobei überdies Varianten in der Vorzeichenfolge auftreten können.

Diese Bemerkungen, mögen sie auch etwas kritisch klingen, sollen nicht etwa den Wert des Vorhandenen schmälern; sie sollen lediglich Möglichkeiten der Vereinfachung aufzeigen, und sie mögen auch die Begründung für den in der vorliegenden Arbeit in dieser Richtung hin unternommenen Versuch geben. *Wir stellen uns die Aufgabe, auf einem möglichst einfachen Wege zu einem einzigen Formelpaar für die Lösung der beiden Hauptaufgaben über beliebig lange geodätische Strecken zu gelangen, wobei wir noch die Bedingung stellen, daß einfache, mit der Rechenmaschine leicht zu bewältigende Formeln entstehen sollen, deren Koeffizienten aus festen Ausgangs-*

werten schematisch ermittelt, oder besser, mit einem einzigen Argument tabelliert werden können.

Wie alle das Thema betreffenden Formelentwicklungen stellen wir die beiden Differentialgleichungen

$$ds = \frac{a}{V} d\sigma \quad , \quad dl = \frac{1}{V} d\lambda \quad \dots (1a, 1b)$$

an die Spitze unserer Überlegungen. Hierin beziehen sich die mit den lateinischen Buchstaben s, l bezeichneten Größen auf das Ellipsoid, die mit den griechischen Buchstaben σ, λ benannten Größen auf das *Besselsche* Hilfsdreieck der Kugel mit dem Radius a . In (1) ist V die aus $V^2 = 1 + e'^2 \cos^2 \varphi$ gebildete Hilfsfunktion; die ellipsoidische Strecke s ist im linearen, die sphärische Seite σ im Bogenmaß einzuführen. Ersetzt man in der Hilfsfunktion V die zweite Exzentrizität e' nach

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$$

durch die erste Exzentrizität e und die ellipsoidische Breite φ durch die ihr nach $\operatorname{tg}^2 \beta = (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \varphi$ zugeordnete, als reduzierte Breite bezeichnete Kugelbreite β , so ergibt sich

$$\frac{1}{V} = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \beta}, \quad \dots (2)$$

womit die Differentialgleichungen (1) in

$$ds = a \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \beta} d\sigma \quad , \quad dl = \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \beta} d\lambda \quad \dots (3a, 3b)$$

übergehen. Wie man leicht zeigen kann, führen sie zu elliptischen Integralen. Wir lassen jedoch diese Lösungsmöglichkeit beiseite und entwickeln die rechten Gleichungsseiten nach dem binomischen Satz, was zu den wegen der Größenordnung e^2 rasch konvergierenden Ausdrücken

$$ds = a \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{8} e^4 \cos^4 \beta - \frac{1}{16} e^6 \cos^6 \beta - \dots \right) d\sigma \quad \dots (4a)$$

$$dl = \left(1 - \frac{1}{2} e^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{8} e^4 \cos^4 \beta - \frac{1}{16} e^6 \cos^6 \beta - \dots \right) d\lambda \quad \dots (4b)$$

führt.

Im Gegensatz zu einer Reihe anderer Entwicklungen betrachten wir den Verlauf der geodätischen Kurve nicht mit einem der Punkte $\alpha = \frac{1}{2} \pi$ als Ausgangspunkt; wir wählen statt dessen — siehe auch *Levallois* und *Dupuy* — hierfür einen ihrer Schnittpunkte mit dem Äquator. Den so gewählten Ausgangspunkt bezeichnen wir mit P_0 und erteilen allen auf ihn bezogenen Größen den Index Null. Den auf der geodätischen Kurve bewegten Punkt bezeichnen wir mit P , wobei wir die auf seine Lage bezogenen Größen ohne Index einführen. Das sphärische Hilfsdreieck auf der Kugel mit dem Radius a ergibt sich dann nach Abb. 1; für die weitere Rechnung benützen wir demnach nicht das Polardreieck, sondern das rechtwinkelige sphärische Dreieck P_0PP' .

Wir gehen von der Differentialgleichung (4a) aus und entnehmen dem eben erwähnten rechtwinkligen sphärischen Dreieck P_0PP' $\sin \beta = \cos \alpha_0 \sin \sigma$, woraus

sich $\cos^{2n} \beta = (1 - \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \sigma)^n$ ergibt. Die letztere Beziehung führen wir in (4a) ein und erhalten

$$ds = (A_s + B_s \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \sigma + C_s \cos^4 \alpha_0 \sin^4 \sigma + D_s \cos^6 \alpha_0 \sin^6 \sigma + E_s \cos^8 \alpha_0 \sin^8 \sigma + \dots) d\sigma, \quad \dots (5)$$

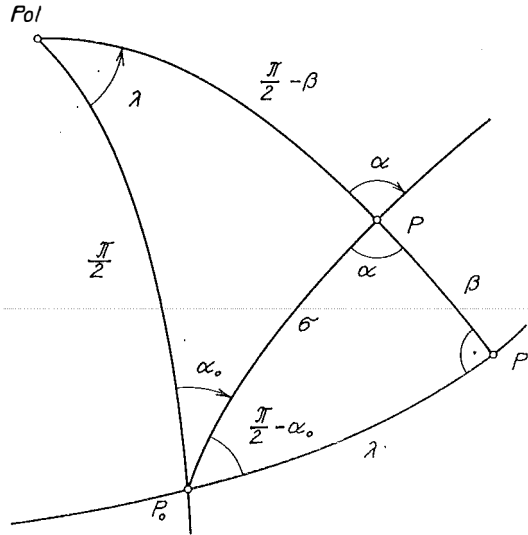


Abbildung 1

worin die Größen A_s, B_s usw. nach

$$\left. \begin{aligned} A_s &= a \left(1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 - \frac{1}{16} e^6 - \frac{5}{128} e^8 - \dots \right) = a \sqrt{1 - e^2} = b \\ B_s &= a \left(\frac{1}{2} e^2 + \frac{2}{8} e^4 + \frac{3}{16} e^6 + \frac{20}{128} e^8 + \dots \right) \\ C_s &= a \left(-\frac{1}{8} e^4 - \frac{3}{16} e^6 - \frac{30}{128} e^8 - \dots \right) \\ D_s &= a \left(\frac{1}{16} e^6 + \frac{20}{128} e^8 + \dots \right) \\ E_s &= a \left(-\frac{5}{128} e^8 - \dots \right) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

zu berechnen sind. Sie sind für ein bestimmtes Ellipsoid konstante Zahlen, deren Summe, wie man sieht, den Betrag a ergeben muß.

Die nunmehr auszuführende Integration von (5) führt zu Integralen von der Form

$$\int_0^{\sigma} \sin^{2n} \sigma \, d\sigma,$$

die man als *Wallissche Integrale* bezeichnet und nach

$$\int_0^{\sigma} \sin^{2n} \sigma d\sigma = -\frac{1}{2n} \cos \sigma \sin^{2n-1} \sigma + \frac{2n-1}{2n} \int_0^{\sigma} \sin^{2n-2} \sigma d\sigma \quad \dots (7)$$

zu berechnen sind. Man findet für $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\int_0^{\sigma} \sin^2 \sigma d\sigma = \frac{1}{2} \sigma - \frac{1}{2} \cos \sigma \sin \sigma,$$

$$\int_0^{\sigma} \sin^4 \sigma d\sigma = \frac{3}{8} \sigma - \frac{3}{8} \cos \sigma \sin \sigma - \frac{1}{4} \cos \sigma \sin^3 \sigma,$$

$$\int_0^{\sigma} \sin^6 \sigma d\sigma = \frac{5}{16} \sigma - \frac{5}{16} \cos \sigma \sin \sigma - \frac{5}{24} \cos \sigma \sin^3 \sigma - \frac{1}{6} \cos \sigma \sin^5 \sigma \text{ usw.,}$$

womit sich aus (5) ergibt

$$\begin{aligned} s = & \left(A_s + \frac{1}{2} B_s \cos^2 \alpha_0 + \frac{3}{8} C_s \cos^4 \alpha_0 + \frac{5}{16} D_s \cos^6 \alpha_0 + \frac{35}{128} E_s \cos^8 \alpha_0 + \dots \right) \sigma + \\ & + \left(-\frac{1}{2} B_s \cos^2 \alpha_0 - \frac{3}{8} C_s \cos^4 \alpha_0 - \frac{5}{16} D_s \cos^6 \alpha_0 - \frac{35}{128} E_s \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \cos \sigma \sin \sigma + \\ & + \left(\qquad \qquad \qquad -\frac{1}{4} C_s \cos^4 \alpha_0 - \frac{5}{24} D_s \cos^6 \alpha_0 - \frac{35}{192} E_s \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \cos \sigma \sin^3 \sigma + \\ & + \left(\qquad \qquad \qquad -\frac{1}{6} D_s \cos^6 \alpha_0 - \frac{7}{48} E_s \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \cos \sigma \sin^5 \sigma + \\ & + \left(\qquad \qquad \qquad -\frac{1}{8} E_s \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \cos \sigma \sin^7 \sigma + \dots \\ & \qquad \qquad \qquad \dots (9) \end{aligned}$$

Da die Werte A_s, B_s, C_s usw. für ein bestimmtes Ellipsoid nach (6) fest vorgegebene Zahlen sind, sind es natürlich auch deren in den Klammern vor den Produkten $\cos \sigma \sin \sigma, \cos \sigma \sin^3 \sigma, \dots$ stehenden Bruchteile. Schreibt man die Klammerausdrücke mit vereinfachten Bezeichnungen, so erhält man

$$s = [A_s] \sigma + [B_s] \cos \sigma \sin \sigma + [C_s] \cos \sigma \sin^3 \sigma + [D_s] \cos \sigma \sin^5 \sigma + [E_s] \cos \sigma \sin^7 \sigma + \dots, \quad \dots (10)$$

wobei sich die Bedeutung der mit eingeklammerten Buchstaben bezeichneten Koeffizienten durch Vergleichung mit (9) ergibt. Werden die Parameter der Ellipsoide von *Bessel*, *Hayford* und *Krassowsky* eingeführt, so ergeben sich die Koeffizienten von (10) aus

$$\left. \begin{aligned}
 [A_s] &= + \left\{ \begin{array}{l} 110\,934,505\,418 \\ 110\,949,043\,719 \\ 110\,948,189\,779 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 186,348\,30 \\ 187,730\,50 \\ 186,906\,80 \end{array} \right\} \cos^2 \alpha_0 - \\
 &\quad - \left\{ \begin{array}{l} 0,234\,77 \\ 0,238\,24 \\ 0,236\,15 \end{array} \right\} \cos^4 \alpha_0 + \left\{ \begin{array}{l} 0,000\,66 \\ 0,000\,67 \\ 0,000\,66 \end{array} \right\} \cos^6 \alpha_0 - 0,000\,002 \cos^8 \alpha_0 + \dots \\
 [B_s] &= - \left\{ \begin{array}{l} 10\,676,9713 \\ 10\,756,1655 \\ 10\,708,9708 \end{array} \right\} \cos^2 \alpha_0 + \left\{ \begin{array}{l} 13,4514 \\ 13,6499 \\ 13,5305 \end{array} \right\} \cos^4 \alpha_0 - \\
 &\quad - \left\{ \begin{array}{l} 0,0377 \\ 0,0385 \\ 0,0380 \end{array} \right\} \cos^6 \alpha_0 + 0,0001 \cos^8 \alpha_0 - \dots \\
 [C_s] &= + \left\{ \begin{array}{l} 8,9676 \\ 9,1000 \\ 9,0203 \end{array} \right\} \cos^4 \alpha_0 - \left\{ \begin{array}{l} 0,0251 \\ 0,0257 \\ 0,0253 \end{array} \right\} \cos^6 \alpha_0 + 0,0001 \cos^8 \alpha_0 + \dots \\
 [D_s] &= - \left\{ \begin{array}{l} 0,0201 \\ 0,0205 \\ 0,0203 \end{array} \right\} \cos^6 \alpha_0 + 0,0001 \cos^8 \alpha_0 - \dots \\
 [E_s] &= + 0,000\,06 \cos^8 \alpha_0 - \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Die jeweils oberste Zahl bezieht sich auf das Ellipsoid von *Bessel*, die mittlere auf das von *Hayford* und die unterste auf das Ellipsoid von *Krassowsky*. Der Ausdruck $[A_s]$ ist hiebei mit $(\rho^0)^{-1}$ multipliziert, so daß der sphärische Bogen σ in Graden alter Teilung eingeführt werden kann.

Die den Übergang von der sphärischen auf die ellipsoidische Bogenlänge vermittelnde Formel (10) ist mit der Rechenmaschine leicht zu berechnen. Für eine vorgegebene geodätische Kurve ist das äquatoriale Azimut α_0 bekannt; durch Aufschlagen einer einzigen Winkelfunktion $\cos \alpha_0$ können die Potenzen $\cos^{2n} \alpha_0$ gebildet werden, die mit (11) die Werte der Koeffizienten in (10) ergeben. Auf die Anwendung von (10) im Rahmen der Hauptaufgaben werden wir später zurückkommen.

In ähnlicher Weise integrieren wir die Differentialgleichung (4b). Wir schreiben sie zuvor in der Form

$$d\lambda = d\lambda + \left(-\frac{1}{2} e^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{8} e^4 \cos^4 \beta - \frac{1}{16} e^6 \cos^6 \beta - \dots \right) d\lambda \quad \dots (12)$$

und substituieren im zweiten Teil der rechten Gleichungsseite, indem wir aus dem Dreieck P_0PP' (Abb. 1) die Beziehung $\operatorname{tg} \lambda = \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \sigma$ entnehmen und daraus

$$d\lambda = \sin \alpha_0 \frac{\cos^2 \lambda}{\cos^2 \sigma} d\sigma \quad \dots (13)$$

bilden. Diesem Dreieck entnehmen wir weiter $\cos^2 \sigma = \cos^2 \lambda \cos^2 \beta$, womit (13) in

$$d\lambda = \frac{\sin \alpha_0}{\cos^2 \beta} d\sigma \quad \dots (14)$$

übergeht. Die Substitution mit (14) ergibt zunächst

$$dl = d\lambda + \sin \alpha_0 \left(-\frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 \cos^2 \beta - \frac{1}{16} e^6 \cos^4 \beta - \dots \right) d\sigma, \quad \dots (15)$$

worin wir in weiterer Folge mit der schon benützten Beziehung

$$\cos^{2n} \beta = (1 - \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \sigma)^n$$

die Veränderliche σ einführen. Wir erhalten schließlich aus (12)

$$\begin{aligned} dl = d\lambda + & \left[\left(-\frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{8} e^4 - \frac{1}{16} e^6 - \frac{5}{128} e^8 - \dots \right) \sin \alpha_0 + \right. \\ & + \left(\quad + \frac{1}{8} e^4 + \frac{2}{16} e^6 + \frac{15}{128} e^8 + \dots \right) \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \sigma + \\ & + \left(\quad - \frac{1}{16} e^6 - \frac{15}{128} e^8 - \dots \right) \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 \sin^4 \sigma + \\ & \left. + \left(\quad + \frac{5}{128} e^8 + \dots \right) \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 \sin^6 \sigma + \dots \right] d\sigma, \end{aligned} \quad \dots (16)$$

welchen Ausdruck wir mit vereinfachter Bezeichnung der Koeffizienten in

$$dl = d\lambda + [A_l \sin \alpha_0 + B_l \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \sigma + C_l \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 \sin^4 \sigma + D_l \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 \sin^6 \sigma + \dots] d\sigma \quad \dots (17)$$

umschreiben. Die Bedeutung der nur von der benützten Bezugsfläche abhängigen Koeffizienten A_l , B_l usw. ergibt sich durch Vergleichung mit (16); ihre Summe ist

$$-\frac{1}{2} e^2. \text{ Bei der Integration treten wieder die Wallisschen Integrale auf, mit deren}$$

Lösungen wir schließlich aus (17) erhalten:

$$\begin{aligned} l = \lambda + & \left(A_l \sin \alpha_0 + \frac{1}{2} B_l \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 + \frac{3}{8} C_l \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 + \right. \\ & \left. + \frac{5}{16} D_l \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 + \frac{35}{128} E_l \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 + \dots \right) \sigma + \\ & + \left(-\frac{1}{2} B_l \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 - \frac{3}{8} C_l \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 - \frac{5}{16} D_l \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 - \right. \\ & \quad \left. - \frac{35}{128} E_l \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \cos \sigma \sin \sigma + \\ & + \left(-\frac{1}{4} C_l \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 - \frac{5}{24} D_l \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 - \right. \\ & \quad \left. - \frac{35}{192} E_l \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \cos \sigma \sin^3 \sigma + \\ & + \left(\quad - \frac{1}{6} D_l \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 - \frac{7}{48} E_l \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \cdot \\ & \quad \cos \sigma \sin^5 \sigma + \\ & + \left(\quad \quad - \frac{1}{8} E_l \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 - \dots \right) \\ & \quad \cos \sigma \sin^7 \sigma + \dots \end{aligned} \quad \dots (18)$$

Schreibt man auch diesen Ausdruck mit vereinfachter Bezeichnung der Koeffizienten, so ist

$$l = \lambda + [A_l] \sigma + [B_l] \cos \sigma \sin \sigma + [C_l] \cos \sigma \sin^3 \sigma + \\ + [D_l] \cos \sigma \sin^5 \sigma + [E_l] \cos \sigma \sin^7 \sigma + \dots \quad \dots (19)$$

Die Koeffizienten von (19) sind, ähnlich wie früher, für die Ellipsoide von *Bessel*, *Hayford* und *Krassowsky* zu berechnen aus

$$[A_l] = - \left. \begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} 0,003\,342\,773\,182 \\ 0,003\,367\,003\,367 \\ 0,003\,352\,329\,869 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 + \left\{ \begin{array}{l} 0,000\,002\,802\,903 \\ 0,000\,002\,843\,753 \\ 0,000\,002\,818\,979 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 - \\ &\left\{ \begin{array}{l} 0,000\,000\,007\,057 \\ 0,000\,000\,007\,212 \\ 0,000\,000\,007\,117 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 + 0,000\,000\,000\,025 \\ &\qquad \qquad \qquad \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 - Gl_{\cos^8 \alpha_0} + \dots \end{aligned} \right| \\ [B_l] = - \left. \begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} 0,000\,160\,5945 \\ 0,000\,162\,9350 \\ 0,000\,161\,5156 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 \cos^2 \alpha_0 + \left\{ \begin{array}{l} 0,000\,000\,4043 \\ 0,000\,000\,4132 \\ 0,000\,000\,4078 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 - \\ &0,000\,000\,0014 \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 + Gl_{\cos^8 \alpha_0} - \dots \end{aligned} \right| (20) \\ [C_l] = + \left. \begin{aligned} &\left\{ \begin{array}{l} 0,000\,000\,2695 \\ 0,000\,000\,2755 \\ 0,000\,000\,2719 \end{array} \right\} \sin \alpha_0 \cos^4 \alpha_0 - 0,000\,000\,0010 \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 + \\ &\qquad \qquad \qquad + Gl_{\cos^8 \alpha_0} - \dots \end{aligned} \right| \\ [D_l] = - 0,000\,000\,0008 \sin \alpha_0 \cos^6 \alpha_0 + Gl_{\cos^8 \alpha_0} - \dots \\ [E_l] = + 0,000\,000\,000\,003 \sin \alpha_0 \cos^8 \alpha_0 - \dots \end{aligned}$$

Da man den ellipsoidischen Längenunterschied in der Regel in Graden alter Teilung zu erhalten wünscht, ist in den beiden ersten Termen von (19) der sphärische Längenunterschied λ und der Großkreisbogen σ im selben Maße, d. h. in Graden alter Teilung, einzuführen; den weiteren Koeffizienten $[B_l]$ bis $[E_l]$ ist die in Graden alter Teilung ausgedrückte Umwandlungszahl ρ^0 bereits beigelegt.

Setzen wir in (19) $\lambda = \sigma = \pi$, so erhalten wir die halbe Umlaufperiode einer geodätischen Kurve, die sich zufolge $\sin \sigma = 0$ für $\sigma = \pi$ aus (19)

$$l = \pi (1 + [A_l]) \quad \dots (21)$$

ergibt, woraus natürlich für die ganze Umlaufperiode

$$l = 2 \pi (1 + [A_l]) \quad \dots (22)$$

folgt. Die Umlaufperiode einer geodätischen Kurve ist, da bei der in Eurasien gebräuchlichen Zählung von Azimut und Länge das Vorzeichen von $\sin \alpha_0$ stets mit dem von λ und l übereinstimmt und daher — siehe (20) — der Absolutwert des Klammerausdruckes in (21) oder (22) im allgemeinen kleiner als die Einheit sein muß, bekanntlich stets kleiner als 2π . Sie liegt innerhalb der durch $\sin \alpha_0 \rightarrow 0$ (Meridiane) und $\sin \alpha_0 \rightarrow 1$ (Äquator) gegebenen Grenzen, also zwischen

$$l = 2 \pi \quad \text{und} \quad l = 2 \pi \sqrt{1 - e^2}. \quad \dots (23)$$

(Schluß folgt.)

Über die Konvergenz der Kugelfunktionsentwicklung für das Außenraumpotential an der Erdoberfläche

Von *Helmut Moritz, Graz*

I

Das Anziehungspotential im Außenraum der Erde läßt sich bekanntlich in eine Reihe nach Kugelfunktionen entwickeln, die im Äußeren der kleinsten Kugel um den Koordinatenursprung (Erdschwerpunkt), welche die Erde ganz umschließt, überall konvergiert. Die Konvergenz der Reihe an der Erdoberfläche ist sehr umstritten; manche Autoren betrachten sie dort als konvergent, die meisten aber als divergent. Ein einwandfreier Beweis, der darüber entschieden hätte, ist dem Verfasser nicht bekannt. Es wird daher hier ein allgemeines Konvergenzkriterium für derartige Fälle angegeben. Die Verallgemeinerung auf das gesamte Schwerepotential, also die Berücksichtigung der Fliehkraft, wird natürlich keine Schwierigkeiten bieten. Mit Hilfe des Konvergenzkriteriums wird schließlich die Divergenz der genannten Reihe an der Erdoberfläche bewiesen.

Zunächst die Problemstellung, wobei wir kurz an Bekanntes erinnern. Wir betrachten der Allgemeinheit wegen anstatt der Erde einen beliebigen Körper S und gehen von der üblichen Formel für das Anziehungspotential

$$V = f \int \frac{dm}{l} \quad \dots (1)$$

aus, in der f die Gravitationskonstante, dm das Massenelement des Körpers und l der Abstand von dm vom Aufpunkt P ist; die Integration ist über den ganzen Körper zu erstrecken. Nun ist mit den Bezeichnungen der Abb. 1 $l^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \gamma$ und daher

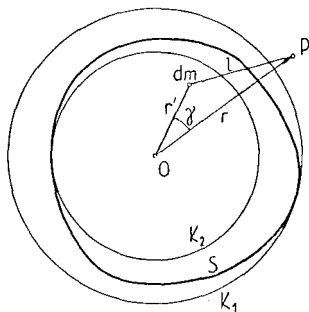


Abb. 1

$$\frac{r}{l} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \frac{r'}{r} \cos \gamma + \left(\frac{r'}{r}\right)^2}}$$

Dieser Ausdruck kann in eine nach Potenzen von $\frac{r'}{r}$ fortschreitende Reihe entwickelt werden:

$$\frac{r}{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^n P_n(\cos \gamma),$$

worin die $P_n(\cos \gamma)$ die *Legendreschen* Polynome bedeuten. Es wird also

$$\frac{1}{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r'^n}{r^{n+1}} P_n(\cos \gamma). \quad \dots (2)$$

Diese Reihe kann man in (1) einsetzen und gliedweise integrieren. r ist für die Integration als Konstante zu betrachten, so daß die Potenzen $\frac{1}{r^{n+1}}$ vor das Integralzeichen gezogen werden dürfen. Wir finden

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n}{r^{n+1}} \text{ mit } Y_n = f \int r'^n P_n(\cos \gamma) dm. \quad \dots (3)$$

Voraussetzung für die gliedweise Integration ist nun die Konvergenz der Reihe (2). Diese konvergiert, wie sich zeigen läßt, nur für $\frac{r'}{r} < 1$), d. h. beständig nur für einen Aufpunkt P im Äußeren der Kugel K_1 . Liegt P im Inneren von K_1 , so gibt es Punkte mit $r' > r$, in denen der Integrand divergiert, so daß die gliedweise Integration dort strenggenommen unzulässig ist.

Daraus glaubte man manchmal schließen zu dürfen, daß die Reihe (3) im Inneren von K_1 und damit auf der Körperoberfläche ebenfalls divergieren müsse. Nun weiß man aber, daß man durch rein formale gliedweise Integration einer divergenten Reihe sehr wohl eine konvergente erhalten kann. Der Schluß von der Divergenz von (2) auf die von (3) ist daher nicht richtig.

II

Ein sehr instruktives Beispiel dafür, daß die Reihe (3) auf der ganzen Körperoberfläche konvergieren kann, verdanken wir *K. Jung* [3]. Wir betrachten ein homogenes abgeplattetes Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a , b und der Masse M

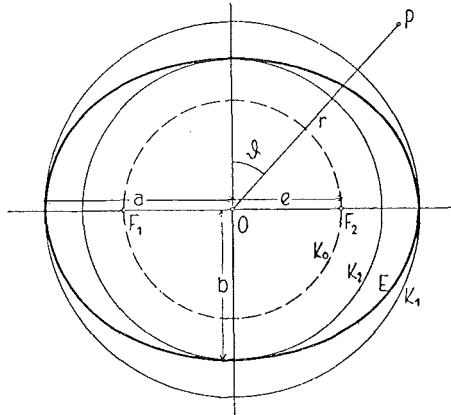


Abb. 2

(s. Abb. 2). Die Kugelfunktionsentwicklung für dessen Außenraumpotential lautet

$$V = \frac{fM}{r} + 3fM \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (a^2 - b^2)^k}{(2k+1)(2k+3)} \cdot \frac{P_{2k}(\cos \vartheta)}{r^{2k+1}} \dots (3a)$$

(vgl. z. B. auch [2], S. 300). Diese Reihe konvergiert für $r > \sqrt{a^2 - b^2} = e$ (mit $2e = \overline{F_1 F_2}$), wie man durch Anwendung der Majorantenmethode (es ist stets $P_n(\cos \vartheta) \leq 1$) und des Quotientenkriteriums leicht erkennt. Sie konvergiert also überall außerhalb der Kugelfläche K_0 , auf der die beiden Brennpunkte F_1 und F_2 liegen. Liegt diese Kugel ganz im Inneren des Ellipsoides, was bei nicht allzustarker Abplattung $\left(\alpha = \frac{a-b}{a} < 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \doteq \frac{1}{3,4}\right)$ zutrifft, so konvergiert die Reihe (3a) auf der ganzen Oberfläche des Ellipsoides.

1) Genauer ausgedrückt: ihr Konvergenzradius ist $\frac{r'}{r} = 1$.

Aber sie konvergiert nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im Inneren des Ellipsoides, soweit es außerhalb K_0 liegt. Daraus darf man jedoch nicht etwa schließen, daß sie dort das Innenraumpotential darstellt. Eine Kugelfunktionsreihe kann nämlich nur eine harmonische Funktion, d. h. eine Lösung der *Laplaceschen* Gleichung $\Delta V = 0$, sein, während das Innenraumpotential bekanntlich die *Poissonsche* Gleichung $\Delta V = -4 \pi f \rho$ (ρ . . . Massendichte) erfüllt. Die Reihe (3a) (und natürlich auch die allgemeine Form (3)) liefert daher im Masseninneren die sogenannte analytische Fortsetzung des Außenraumpotentials (vgl. [4]), die wie das Außenraumpotential selbst eine harmonische Funktion ist. Für später sei erwähnt, daß beim homogenen Ellipsoid diese analytische Fortsetzung im Raume zwischen K_0 und E überall regulär ist, aber in den beiden Brennpunkten F_1, F_2 singuläre Punkte hat (was ersichtlich mit der Divergenz von (3a) innerhalb K_0 zusammenhängt).

Formel (3a) zeigt noch folgenden bemerkenswerten Umstand. Sie enthält die beiden Halbachsen a, b nur in Form der Differenz $a^2 - b^2 = e^2$. Die Schar der Rotationsellipsoide, für die diese Differenz und damit die lineare Exzentrizität e gleich ist und deren Mittelpunkt und Rotationsachsen zusammenfallen, heißen bekanntlich konfokale Ellipsoide. Man sieht also, daß alle homogenen konfokalen Rotationsellipsoide mit gleicher Gesamtmasse M dasselbe Außenraumpotential haben — ein bekannter Satz der Potentialtheorie. Man kann daher das gegebene Rotationsellipsoid durch ein kleineres konfokales von gleicher Masse ersetzen, ohne daß sich das Potential im Außenraum ändert.

III

Nach diesem Beispiel kommen wir zur Lösung des Konvergenzproblems. Wie wir eben gesehen haben, ist der Körper, der das betrachtete Außenraumpotential erzeugt, gar nicht so wesentlich — ein Ellipsoid kann durch ein kleineres konfokales ersetzt werden (oder z. B., wie man weiß, eine Kugel durch einen Massenpunkt). Damit ist indirekt die Unmöglichkeit eines Konvergenzkriteriums bewiesen, das explizit von der Gestalt des Körpers abhängt — wie eben etwa Konvergenz außerhalb der kleinsten, den Körper ganz umschließenden Kugel K_1 , Divergenz innerhalb. Aus dem gleichen Grund ist auch die Art der Herstellung der Kugelfunktionsentwicklung (3) durch Integration von (2) nicht wesentlich — (3) kann ja auch auf anderen Wegen erhalten werden, welche die Integration einer divergenten Reihe vermeiden.

Was für die Kugelfunktionsentwicklung und damit für Konvergenzbetrachtungen allein von Bedeutung ist, ist die harmonische Funktion, die aus dem Außenraumpotential zusammen mit seiner analytischen Fortsetzung ins Masseninnere besteht. Eine im Äußeren einer Kugel überall reguläre harmonische Funktion — und nur eine solche — kann nämlich, wie die Potentialtheorie lehrt, stets in eine außerhalb dieser Kugel konvergente Reihe nach Kugelfunktionen entwickelt werden. Um also die Konvergenz einer solchen Reihe für das Außenraumpotential an der Körperoberfläche zu untersuchen, müssen wir es mindestens bis zur Kugel K_2 , der größten Kugel um 0, die noch ganz im Inneren des Körpers liegt (vgl. Abb. 1 u. 2, man beachte den Unterschied gegenüber K_1 !), analytisch fortsetzen. Ist diese Fortsetzung überall regulär, so konvergiert die Reihe (3) außerhalb K_2 und stellt im

Äußeren und an der Oberfläche des Körpers das Außenraumpotential, im Inneren aber, soweit sie konvergiert, die analytische Fortsetzung des Außenraumpotentials dar. Wir fassen also zu folgendem Satz zusammen:

Die Kugelfunktionsentwicklung mit dem Ursprung 0 für das Außenraumpotential eines Körpers konvergiert dann und nur dann im ganzen Außenraum und an der Körperoberfläche, wenn das Außenraumpotential bis zur größten Kugel um 0, die noch ganz im Inneren des Körpers liegt, überall regulär analytisch fortsetzbar ist²⁾.

Dieser Satz gilt zunächst nur für das reine Anziehungspotential. Um das gesamte Schwerepotential W zu erhalten, haben wir noch das Fliehkraftpotential $\frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$ — die z -Achse sei Drehachse — hinzuzufügen:

$$W = V + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2).$$

In den bereits verwendeten Koordinaten r, ϑ ist $x^2 + y^2 = r^2 \sin^2 \vartheta$; daher erhalten wir mit (3)

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n}{r^{n+1}} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \vartheta.$$

Da in Kugelfunktionen ausgedrückt

$$\sin^2 \vartheta = \frac{2}{3} \left[1 - P_2(\cos \vartheta) \right]$$

ist, so wird schließlich

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n}{r^{n+1}} + \frac{\omega^2 r^2}{3} \left[1 - P_2(\cos \vartheta) \right] \quad \dots (4)$$

die Kugelfunktionsentwicklung³⁾ von W . Das Fliehkraftpotential ist aber in jedem Punkt des Raumes regulär. Es fügt daher zu (3) keine neue Singularität hinzu und (4) konvergiert genau dann, wenn auch (3) konvergent ist⁴⁾. Wenn wir als analytische Fortsetzung des äußeren Schwerepotentials ins Massennere die Summe aus der analytischen Fortsetzung des Anziehungspotentials und aus dem Fliehkraftpotential definieren, so gilt unser Satz wörtlich auch dann, wenn darin unter Außenraumpotential das ganze Schwerepotential verstanden wird, also nicht nur für die Entwicklung (3), sondern auch für (4). Umgekehrt kann man sich für die Konvergenzuntersuchung von (4) auf die Betrachtung des reinen Anziehungspotentials (3) beschränken.

2) Auf unser Beispiel, das homogene Rotationsellipsoid, angewendet, bedeutet das: Konvergenz auf der ganzen Oberfläche, wenn die Kugel K_2 die Brennpunkte (die singulären Punkte der analytischen Fortsetzung) in ihrem Inneren enthält, also die Kugel K_0 (s. Abb. 2) umschließt. Das ist dann der Fall, wenn K_0 ganz im Inneren des Ellipsoides liegt.

3) Die übliche Bezeichnung von (4) als Kugelfunktionsentwicklung läßt sich daraus erklären, daß diese Gleichung für $r = 1$ eine nach Kugelflächenfunktionen entwickelte Funktion auf der Oberfläche der Einheitskugel darstellt; sie ist insofern nicht ganz richtig, als der vom Fliehkraftpotential herrührende Teil von (4) nicht harmonisch ist (es ist deshalb $\Delta W = 2 \omega^2$) und daher nicht aus (räumlichen) Kugelfunktionen im eigentlichen Sinne besteht.

4) Allerdings reicht im Gegensatz zu V der Definitionsbereich von W aus physikalischen Gründen nur bis zu jener Grenzniveaufäche, an derem Äquator die Schwerkraft verschwindet (vgl. [5], S. 396).

IV

Nun wenden wir schließlich unser allgemeines Konvergenzkriterium auf die Erde an, die uns in erster Linie interessiert. Hier ist aber die reguläre Fortsetzbarkeit des Außenraumpotentials keineswegs selbstverständlich, wie man vielleicht intuitiv annehmen könnte. Um das zu erkennen, wollen wir zunächst das Problem ganz vereinfachen. Wir betrachten die Erde als homogene Kugel K , der ein einziger

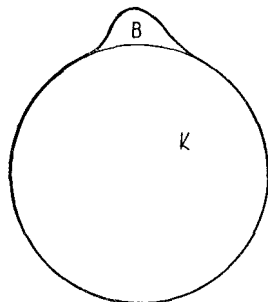


Abb. 3

Berg B von der gleichen Dichte aufgesetzt ist (s. Abb. 3). Das Anziehungspotential V — auf das wir uns ja beschränken dürfen — setzt sich also zusammen aus dem der Kugel V_K und dem des Berges V_B : $V = V_K + V_B$. Betrachten wir nun die Fortsetzbarkeit von V ins Innere des Berges. Für V_K ist dieses Gebiet Außenraum, es ist also dort regulär. V_B hingegen ist ins Berginnere nicht überall regulär fortsetzbar, da nach einem Satz der Potentialtheorie die analytische Fortsetzung des Außenraumpotentials (hier V_B) ins Masseninnere (hier Innere des Berges) stets irgendwo eine Singularität haben muß⁵⁾.

Daher ist auch die analytische Fortsetzung von $V = V_K + V_B$ im Berginneren irgendwo singulär. Da aber die Erde mit ihren vielen Bergen und Massenunregelmäßigkeiten noch ungleich komplizierter ist als dieses einfache Beispiel, so ist die Unmöglichkeit der regulären analytischen Fortsetzung des Außenraumpotentials bis zur größten ganz im Erdinneren liegenden Kugel K_2 um den Koordinatenursprung (Erdschwerpunkt) ersichtlich, woraus nach unserem Satz die Divergenz der Reihen (3) und (4) auf der Erdoberfläche folgt. Wäre die Erde jedoch ein homogenes Rotationsellipsoid oder auch eines mit konzentrischer Schichtung nach *Clairaut*, so wären diese Entwicklungen konvergent.

Herrn Prof. *Ledersteger* ist der Verfasser für viele wertvolle Anregungen und Hinweise zu besonderem Dank verpflichtet.

Literatur:

- [1] *C. F. Baeschlin*: Lehrbuch der Geodäsie, Zürich 1948.
- [2] *F. Hopfner*: Physikalische Geodäsie, Leipzig 1933.
- [3] *K. Jimg*: Ein Beispiel zur Entwicklung des Raumpotentials nach Kugelfunktionen, Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 29 (1931), S. 346, und Handbuch der Physik, Bd. 47, Berlin 1956, S. 543.
- [4] *O. D. Kellogg*: Foundations of Potential Theory, Berlin 1929.
- [5] *Jordan-Eggert-Kneißl*: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. V, bearbeitet von *K. Ledersteger*, Stuttgart 1956 und 1959.

⁵⁾ Ist z. B. der Körper eine homogene Kugel, so wird diese analytische Fortsetzung im Mittelpunkt unendlich.

Beitrag zur Rationalisierung im Katasterwesen durch Einsatz von Projektoren

Von *Leander Avanzini*, Innsbruck

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

Die Arbeit beinhaltet einen Beitrag zur Rationalisierung im Katasterwesen durch Einsatz von Projektoren mit Vorrichtungen zur affinen Entzerrung der durch verschieden große Papiereingänge verursachten Verzerrungen bei der Einpassung großräumiger Kartierungen und Luftbilder in Katasterdarstellungen.

Allgemeines zur Einpassung

1. Die Eigenheiten der Meßtischmappe [1] und die Eigenschaften der Anbindepunkte verlangen zur Erreichung einer möglichst sicheren und wahrscheinlichen Einpassung viele Anbindepunkte. Zur Einpassung z. B. eines Polygonnetzes, das den Raum eines Mappenblattes oder eines großen Teiles davon bedeckt, sind je nach den mappentechnischen Gegebenheiten 100 bis 300 Anbindepunkte zweckmäßig, die sich auf das ganze Mappenblatt verteilen sollen. Dieser katastertechnischen Forderung steht bei der rechnerischen Einpassung nach der Technischen Anleitung [2] entgegen, daß der dafür notwendige Arbeitsaufwand, der mit der Anzahl der Anbindepunkte sehr stark ansteigt, so groß wird, daß er wirtschaftlich nur für Sonderfälle, nicht aber für die allgemeine Praxis tragbar erscheint. Dazu kommt noch der Nachteil, daß die übliche rechnerische Einpassung nur die meistens spärlich vorhandenen identen Eckpunkte der Grundstücke, aber nicht die häufig in großer Anzahl erfaßbaren identen Läuferpunkte als Anbindepunkte verwertet.

Optische Einpassung bei Grundteilungen

2. Während bei den Einpassungen der üblichen Grundteilungen mit optisch-mechanischen Hilfsmitteln [3], [4] in die Katasterdarstellung die Unterschiede der oft in der Ost-West- und Nord-Süd-Richtung der Meßtischblätter verschieden großen Papiereingänge in den meisten Fällen nur Bruchteile eines Millimeters betragen und daher vernachlässigt oder näherungsweise durch Kippung der Projektionsebene ausgeglichen werden können, ist ein solcher Vorgang bei großräumigen Kartierungen nicht mehr vertretbar.

Rationalisierung der Einpassungen

3. Um den in 1. aufgezeigten großen Arbeitsaufwand bei der rechnerischen Einpassung großer Kartierungen beachtlich, unter Steigerung der Qualität der Einpassungen sogar auf mehr als den zehnten Teil herabsetzen zu können und zugleich den Vorgang der Einpassungen übersichtlicher zu gestalten, hat der Verfasser nachstehend abgebildete Projektoren mit einer Vorrichtung zur Entzerrung der durch verschieden große Papiereingänge verursachten Darstellungsverzerrung entwickelt und gebaut bzw. umgebaut.

Beschreibung des Projektors mit Vorrichtung zur Entzerrung in einer Richtung für Projektionen im Maßstab $1 : 1 \pm 0,02$

4. Der in Abb. 1 dargestellte Projektor ist ein selbstangefertigtes Spezialgerät, um Projektionen in der Größe eines Meßtischblattes im Maßstab $1 : 1$ und durch

Papiereingänge geringfügig verändertem Maßstab auf einfache Art und ohne umständliche Verstellung der Optik durchzuführen. Mit Hilfe einer an das Objektiv angeschlossenen Vorrichtung können die projizierten Bilder in einer Richtung gedehnt oder zusammengedrückt werden.

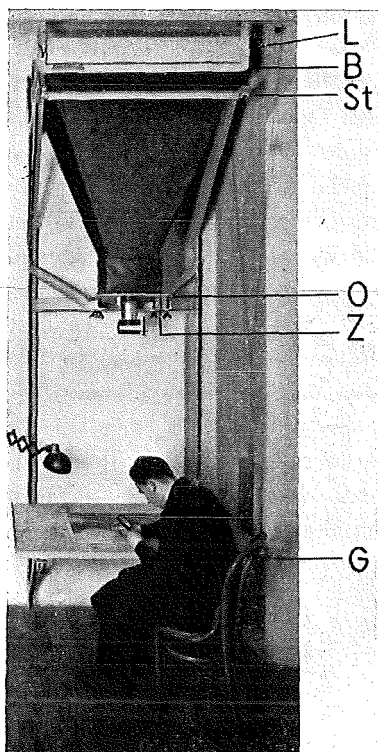


Abb. 1

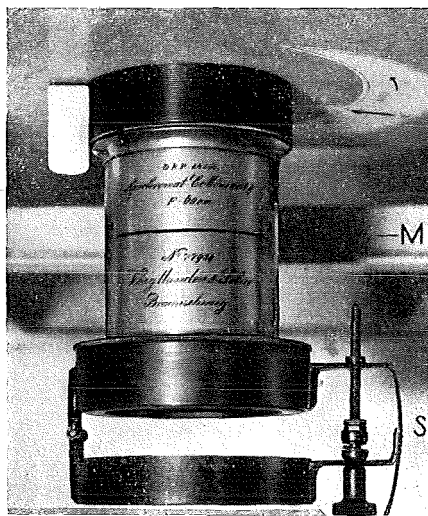


Abb. 2

a) Abb. 1 zeigt den vertikal aufgestellten Projektor mit vertikaler optischer Achse und einer an das Objektiv angeschlossenen Vorrichtung zur Entzerrung der durch verschieden großen Papiereingänge in einer Richtung verzerrten Darstellung.

b) Zwei nur an der Wand befestigte Winkeleisen tragen den von ihr senkrecht abstehenden Träger der Bildebene B , der Stahlplatte O mit dem Objektiv und der Projektionsebene G . Die Bildebene liegt horizontal zwischen zwei planen Kristallglasplatten im Ausmaße von je $100 \times 72 \times 0,7$ cm, die in einem Winkeleisenrahmen lagern. Darüber befindet sich ein prismatischer Blechkasten, der die Beleuchtungsanlage L , bestehend aus zehn nebeneinandergereihten aktinischen Philips-Leuchtstoffröhren TL 25 W/5 mit den Vorschaltgeräten für 220 V enthält. Die Beleuchtungsanlage wird nach unten von der oberen frei hängenden Kristallglasplatte abgeschlossen und kann mit dem Blechkasten mit Hilfe eines über Rollen laufenden Seilzuges mit Gegengewicht von der Bildebene abgehoben werden.

c) Das in den Abb. 1 und 2 wiedergegebene Objektiv ist ein Voigtländer Apochromat-Collinear mit der Brennweite $f = 60$ cm und dem Blendenöffnungsverhältnis

nis. 1 : 9. Für Projektionen im Maßstab 1 : 1 in der Größe eines Meßtischblattes ist es mit einer Genauigkeit von 0,05 mm zeichnungsfrei. Es ist mit einem 70 mm hohen Feingewindestutzen in eine Stahlplatte eingeschraubt und längs der optischen Achse verstellbar. Das Maß der Verstellung kann mit Hilfe zweier Skalen gemessen werden. An der Unterseite des Objektivs ist die Vorrichtung *S* zur Entzerrung der durch verschiedenen große Papiereingänge verursachten Darstellungsverzerrungen angebracht.

d) Diese Vorrichtung (Abb. 3) besteht im wesentlichen aus zwei gleichen, kreisrunden optischen Keilen nach *Amici* [5] mit einem Durchmesser von 110 mm und einem Keilwinkel $\alpha = 50^\circ$. Die Keile wurden aus der Glassorte BAK 4 der Jenaer Glaswerke Schott & Gen. in Mainz mit dem Brechungsindex $n = 1,5688$ von den Werken Swarovski-Optik in Absam (Tirol) gefertigt und kostenlos zur Verfügung gestellt. Deshalb und aus konstruktiven Gründen wurden Keile und nicht andere optische Hilfsmittel, wie Zylinderlinsen, geteilte Linsen oder Zylinderflächenspiegel, verwendet. Die gegenseitige Neigung der Keile ist veränderlich. Jeder Keil ist in einem Metallzylinder gelagert. Diese Zylinder sind durch ein Gelenk und durch eine Schraube mit Mutter und Gegenfeder so verbunden, daß die Neigungsänderung der Keile gemessen werden kann. Der obere Metallzylinder ist mittels einer Überwurfmutter am unteren Rand des Objektivs so angeordnet, daß die Vorrichtung um die optische Achse drehbar, verstellbar und feststellbar ist. Die Oberfläche der Projektionstischebene *G* ist die Gegenstandsebene. Sie hat das Ausmaß 130×90 cm.

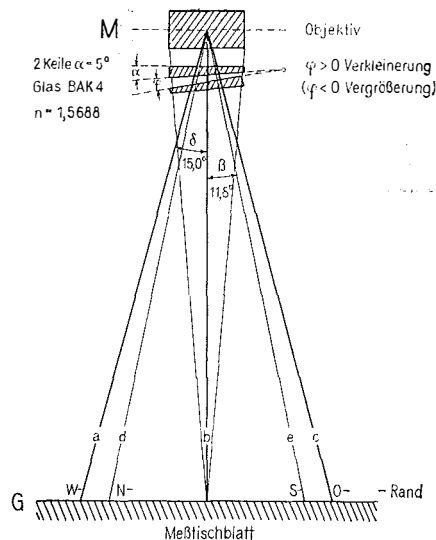


Abb. 3

e) Der Winkeleisenrahmen, worin sich die Bildebene *B* und die zur optischen Achse senkrecht stehende Stahlplatte *O* befinden, in die der Gewindestutzen der Optik eingeschraubt ist, sowie die Projektionstischebene *G* sind durch je vier Stützschaubenelemente *St* von den Trägern aus im Raum in je zwei Richtungen kippbar und längs der optischen Achse verstellbar. Die Horizontalstellung der Ebenen *B*, *O* und *G* wird mit je zwei Meßtischlibellen erreicht und mit je zwei von den Trägern ausgehenden Zugschrauben *Z* stabilisiert.

Justierung und Prüfung des Projektors und der Vorrichtung zur einseitigen Entzerrung

5. a) Nach der Stahlplatte O werden die Bildebene B und die Projektionstischebene G im Abstand der doppelten Brennweite, so genau als dies nach den Angaben der Brennweite f möglich ist, horizontal, also senkrecht zur optischen Achse, eingerichtet. Die doppelte Brennweite wird von der Mittelebene M aus gemessen.

b) Die Feinjustierung des Projektors wird mittels Prüfplatten durchgeführt. Als Prüfplatten werden zweckmäßig eine Glasplatte Tg und ein Zeichenblatt Ts , das mit einer 0,75 mm dicken Aluminiumfolieneinlage in der Größe 62×75 cm verbunden ist, verwendet, auf denen Marken angeordnet sind. Es ist vorteilhaft, die Gitternetzmarken der einen Prüfplatte als dünne Kreuze mit einer Balkenlänge von 1 mm und die der anderen als dünne zentrische Kreise mit einem Radius von 1 mm auszubilden. Solche auf der Unterseite der Glasplatte befindlichen Gitternetzmarken können mit denen des Zeichenblattes mit einer Genauigkeit von $\pm 0,05$ mm zur Deckung gebracht werden.

c) Die Testplatte aus Glas Tg wird mit den Gitternetzmarken auf die Bildebene B gelegt und die Beleuchtungsanlage mit Hilfe des Seilzuges herabgesenkt. Die an der Beleuchtungsanlage freihängend angeordnete Kristallglasplatte liegt auf der Testplatte auf. Die Testplatte Ts befindet sich auf der Projektionstischebene G .

d) Unter Beachtung der Folgerungen aus der Linsengleichung [5] $\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$ und der *Scheimpflug*-Bedingung [6] über die Scharfeinstellung, gemäß der sich die Bildebene B , die Mittelebene M der Optik und die Gegenstandsebene G in einer Geraden schneiden müssen, wird das von der Bildebene aus projizierte Bild der Gitternetzmarken der Testplatte Tg mit den Gitternetzmarken der auf der Projektionstischebene liegenden Testplatte Ts in Übereinstimmung gebracht. Die Mittelebene M stellt eine Ersatzebene der zwei Hauptebenen des Objektivs dar [6]. In der Linsengleichung bedeuten b die Bild-, g die Gegenstands- und f die Brennweite. Bei diesem Projektor mit vertikaler optischer Achse sind im Normalfall die Bildebene B , die Mittelebene M und die Projektionstischebene G horizontal und schneiden sich im Unendlichen. Die Scharfeinstellung und die Übereinstimmung der projizierten Gitternetzmarken der Testplatte Tg mit denen der Testplatte Ts auf der Gegenstandsebene G werden zur Ermittlung des Optimums an erreichbarer Schärfe und Übereinstimmung durch geringfügige Veränderung der Bild- und Gegenstandsweite bewirkt. Nach Erreichen der Scharfeinstellung und der Übereinstimmung mit der vorher angegebenen Genauigkeit wird die Stellung der Bildebene und der Projektionstischebene mittels der von den Trägern ausgehenden Zugschrauben festgehalten.

e) Veränderungen im Maßstabe der Projektion bis zu 2% durch auftretende Papiereingänge können, wie die nachstehend angeführten Berechnungen und Untersuchungen zeigen, innerhalb der Summe der Bild- und Gegenstandsweite $b + g$ für die Einstellung im Maßstab 1 : 1 lediglich durch Änderung der Stellung des Objektivs längs seiner optischen Achse bewirkt werden, ohne an der Schärfe des projizierten Bildes eine störende Einbuße zu erleiden.

Die Berechnungen ergaben nach *Jordan* [7] mit $b = f + \frac{s \cdot f}{t}$ bzw. $g = f + \frac{t \cdot f}{s}$, wobei s die Bild- und t die Gegenstandsgröße bedeuten, in Zentimetern:

Papierengang Papierausgang	b	g	$b + g$
+ 2,0%	121,224	118,800	240,024
+ 1,5%	120,914	119,100	240,014
+ 1,0%	120,606	119,400	240,006
+ 0,5%	120,302	119,700	240,002
0,0%	120,000	120,000	240,000
- 0,5%	119,702	120,300	240,002
- 1,0%	119,406	120,600	240,006
- 1,5%	119,114	120,900	240,014
- 2,0%	118,824	121,200	240,024

Daraus ist ersichtlich, daß die Summe der Bild- und Gegenstandsweite in dem üblichen Bereich bis zu $\pm 1,5\%$ linearem Papierengang höchstens um 0,14 mm von der Einstellung für den Maßstab 1 : 1 abweicht. Die durch Papiergänge verursachten Maßstabsänderungen können demnach ohne Änderung der Stellung der Bild- bzw. Gegenstandsebene durch geringfügige Verdrehungen des Gewindestützens bewerkstelligt werden. Diese Verdrehungen sind einfach auszuführen und ermöglichen nicht nur eine sehr genaue Übereinstimmung der projizierten Bilder mit den Darstellungen in der Gegenstandsebene, sondern auch eine sehr genaue Wiederholung des Vorganges, wenn die Einstellungen vorgemerkt werden.

f) Die Justierung der Vorrichtung zur einseitigen Entzerrung wird ebenfalls mit Hilfe der beiden Prüfplatten Tg und Ts vorgenommen. Die durch Einschaltung der beiden Keile in den Strahlengang verursachte Änderung in der Scharfeinstellung und im Maßstabe der projizierten Bilder kann auch durch die Verstellung des Objektivs längs seiner optischen Achse ohne störende Unschärfe beseitigt werden. Auch diese Stellung, die als Ausgangsstellung des Objektivs bei Verwendung der Keile anzusehen ist, wird durch Marken festgelegt. Bei der Lagerung der beiden Keile in ihren Metallzylindern wurde darauf geachtet, daß die Keilflächen bis auf wenige Bogenminuten genau parallel zur Drehachse des Gelenkes sind und die Innenflächen beider Keile miteinander den Einstellwinkel φ bilden. Es ist zweckmäßig, Marken anzulegen, die die Richtung der Entzerrung, die senkrecht zu den beiden Keilschneiden erfolgt, mit gleicher Genauigkeit kennzeichnen. Da die Richtung der Entzerrung nicht nur von den beiden Keilen, sondern auch von der Stellung des Bildes und des Gegenstandes abhängt, wurden die Lagen der Blattecken auf der Bildebene und des Gegenstandes, hier eines Meßtischblattes, auf der Projektionsebene angemerkt.

Stehen die Keilinnenflächen und auch die Keilaußenflächen zueinander parallel, so ist $\varphi = 0$ und die beiden Keile bewirken keine Verzerrung. Die dem Objektiv am nächsten liegende Keilfläche kann, aber muß nicht senkrecht zur optischen Achse sein. Die Nullstellung der Keile wird durch eine Marke kenntlich gemacht. Abb. 3 zeigt noch, daß die Strahlenbüschel a und c , die zum westlichen bzw. öst-

lichen Sektionsrand eines Meßtischblattes gehen, mit dem Zentralstrahlenbüschel b den Winkel $\delta = 15,00$ und die Strahlenbüschel d und e , die zum nördlichen bzw. südlichen Sektionsrand gerichtet sind, den Winkel $\beta = 11,80$ einschließen.

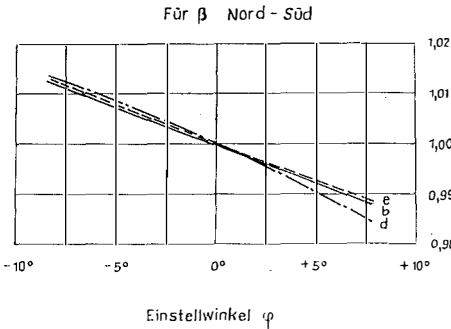


Abb. 4

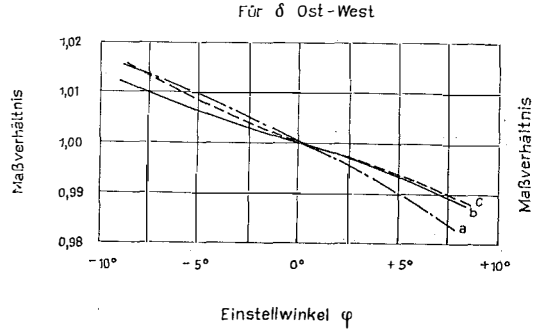


Abb. 5

g) Die in den Abb. 4 und 5 enthaltenen Diagramme wurden von Universitätsdozenten *Dr. Harald Fischer* der Swarovski-Optik berechnet. Sie zeigen die von den einzelnen Strahlenbüscheln bewirkten Projektionsmaßstäbe. Abb. 4 bringt das Diagramm für die Entzerrung in der NS-Richtung bezogen auf die Längeneinheit.

Vergrößerung $\varphi < 0$ Verkleinerung $\varphi > 0$	d	b	e	$d-b$	$e-b$
- 7,50	1,0123	1,0109	1,0124	+ 0,0014	+ 0,0015
- 5,00	1,0084	1,0072	1,0080	+ 0,0012	+ 0,0008
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000
+ 5,00	0,9915	0,9926	0,9926	- 0,0011	0,0000
+ 7,50	0,9851	0,9887	0,9881	- 0,0036	- 0,0006

Abb. 5 stellt das Diagramm für eine Verzerrung in der OW-Richtung eines Meßtischblattes dar.

Da die Unterschiede in den linearen Papiereingängen der Meßtischblätter in beiden Richtungen in den meisten Fällen 0,5% nicht überschreiten, die Berechnungen aber für wesentlich größere Werte erfolgten, sind zur Ermittlung der benötigten Werte Interpolationen notwendig.

Die Tabelle und die Diagramme der Abb. 4 und 5 ergeben sonach für den erforderlichen Bereich, daß Verkleinerungen günstiger sind als Vergrößerungen, die Gleichmäßigkeit der Entzerrung mit abnehmendem Winkel φ wächst, und es daher günstiger ist, die Meßtischblätter in der NS-Richtung zu entzerren. Aus der Tabelle kann ferner entnommen werden, daß im praktisch auftretenden Bereich bei Verkleinerungen überhaupt keine Abweichungen des Projektionsmaßstabes des Achsenstrahlenbüschels gegenüber den Strahlenbüscheln d und e feststellbar sind und sich bei Dehnungen nicht mehr als 0,0004, das sind etwa 0,2 mm auf der Mappe, ergeben.

Graphische Prüfung der Abbildungstreue nach Einschaltung der Keile

6. Es ist bekannt, daß in den Strahlengang nach dem Objektiv eingeschaltete

Glasprismen vom Keilwinkel und seiner Lage abhängige Verzeichnungen der Abbildungen verursachen [10]. Diese Verzeichnungen können insbesondere durch die Wahl kleiner Keilwinkel, wie nachfolgende graphische Prüfung der Abbildungstreue zeigt, in solchen Grenzen gehalten werden, daß sie kleiner als die Zeichengenauigkeit bleiben.

Die Prüfung wurde mit zwei gleich großen Gitternetzen in der Größe der Mapenblätter vorgenommen. Die Gitter hatten den Linienabstand 5 cm. Ein Gitternetz war auf durchsichtiger, maßhaltender Unterlage und das andere auf einem Zeichenblatt aufgetragen. Das Gitternetz auf durchsichtiger Unterlage wurde zuerst in der Nullstellung der Keile und dann mit den Verschwenkungen für Vergrößerung und Verkleinerung um ein halbes Prozent auf das Zeichenblatt projiziert. Es konnte festgestellt werden, daß die Gitterlinien für den zu erfüllenden Zweck ohne störende Verzeichnungen abgebildet werden und die Abstände an den Rändern von denen in der Mittellinie ebenfalls nicht störend abweichen. Daher wurden die folgenden Messungen nur in der Mittellinie und vom Mittelpunkt des projizierten Bildes aus nach den vier Himmelsrichtungen durchgeführt. Die graphische Prüfung entspricht somit dem Gang der Berechnungen gemäß der Tabelle in 5. g). Für die Gitterabstände 125, 225, 325 und 100, 200, 250 mm wurden die Vergrößerungen und Verkleinerungen um 0,5 % berechnet und auf dem Zeichenblatt kartiert. Dann wurden die Keile so verschwenkt, daß die jeweils äußeren Gitterlinien mit den jeweils äußeren kartierten Punkten übereinstimmten. Die anderen projizierten, dazwischen liegenden Gitterlinien zeigten nachfolgende durch Messungen mit Abschiebedreiecken festgestellte Istwerte gegenüber den gerechneten Sollwerten in Millimeter.

Richtung	Soll	Ist	Soll	Ist	Soll	Ist
W	125,0	125,1	225,0	224,9	325,0	325,0
O	125,0	124,9	225,0	224,9	325,0	325,0
W + 0,5%	125,6	125,7	226,1	226,1	326,6	326,6
O + 0,5%	125,6	125,5	226,1	226,0	326,6	326,6
W - 0,5%	124,4	124,3	223,9	223,8	323,4	323,4
O - 0,5%	124,4	124,3	223,9	223,7	323,4	323,4
N	100,0	99,8	200,0	199,9	250,0	250,0
S	100,0	99,8	200,0	200,1	250,0	250,0
N + 0,5%	100,5	100,7	201,0	200,9	251,2	251,3
S + 0,5%	100,5	100,3	201,0	200,8	251,2	251,3
N - 0,5%	99,5	99,4	199,0	198,9	248,8	248,7
S - 0,5%	99,5	99,6	199,0	198,8	248,8	248,7

Der Vergleich zeigt, daß die Vorrichtung eine einseitige, affine Entzerrung für die in Frage kommenden Prozentsätze mit der ausreichenden Genauigkeit von $\pm 0,2$ mm im ganzen Bereich des Meßtischblattes sowohl in der OW- als auch in der NS-Richtung gleichmäßig vornimmt.

Projektor für Vergrößerungen und Verkleinerungen von 3 : 1 bis 1 : 3

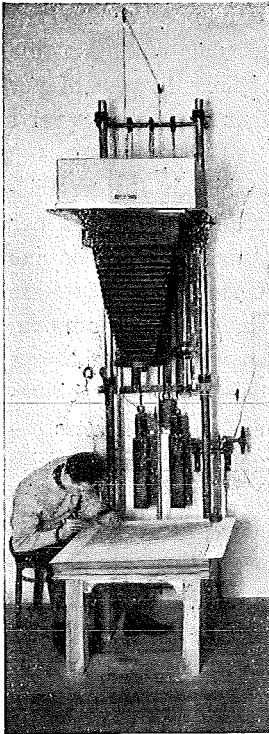


Abb. 6

7. a) Abb. 6 zeigt einen Projektor mit vertikaler optischer Achse, dessen Abstände der Bildebene und des Objektivs von der Projektionstischiebene so verändert werden können, daß Vergrößerungen je nach der verwendeten Optik im Verhältnis bis 3 : 1 und Verkleinerungen im Verhältnis bis 1 : 3 möglich sind. Die in Punkt 4. d) beschriebene Vorrichtung zur einseitigen Entzerrung kann an die Objektive dieses Gerätes angeschlossen werden. Die Konstruktion des Projektors wurde so wie beim vorher beschriebenen Gerät unter Beachtung der dort erwähnten optischen Bedingungen durchgeführt. Dieser Projektor wird unter anderem hauptsächlich für nachfolgend angeführte Arbeiten verwendet.

b) für die Einpassung von Kartierungen auf durchsichtigen Unterlagen im Maßstab 1 : 500 bzw. 1 : 1000 in die Meßtischmappe 1 : 2880.

c) Zur Herstellung von Vergrößerungen von Darstellungen auf durchsichtigen Unterlagen, wie Kartierungen oder Mutterpausen, im Maßstab 1 : 2880 auf 1 : 1000 oder 1 : 500 durch Nachzeichnen der Projektionen oder durch photographische Verfahren.

d) Durchführung des Vergleiches wenig gekippter Luftbilder mit den Darstellungen in den Mappen und Einkizzierung der festgestellten Veränderungen.

e) Durchführung einzelner, besonders günstig gelagerter Fälle optischer Einpassungen von wenig gekippten Luftbildern in die Mappendarstellungen.

Kartierung

8. Die Kartierung der überwiegend in Gauß-Krüger-Koordinaten vorliegenden 1123 Aufnahmepunkte, die sich auf den ganzen Raum des Meßtischblattes verteilen, wurde mit einem rechtwinkeligen Koordinatographen im Maßstab 1 : 2880 ohne Berücksichtigung des Papiereinganges auf einer möglichst maßhaltenden, durchsichtigen Unterlage ausgeführt.

Vorgang bei der optischen Einpassung

9. Die Arbeiten anlässlich der optischen Einpassung wurden der Reihe nach durchgeführt:

a) Näherungsweise wurden mit dem Blatteingangslinial die Papiereingänge 1,2 bzw. 0,8% in der OW- bzw. NS-Richtung sowohl des Original-Meßtischblattes als auch des im Gebrauch befindlichen Fortführungs-Mappenblattes ermittelt und bei beiden Blättern in der OW-Richtung um 0,4% größere Papiereingänge als in der NS-Richtung festgestellt. Die Blatteingangsdifferenz betrug demnach über 2,5 mm, das sind etwa 7,2m in der OW-Richtung, und durfte nicht mehr vernachlässigt werden.

b) Mit Hilfe der Marken wurde der Gewindestutzen des Objektivs für eine Ver-

kleinerung um 1,2% eingestellt und die in 8. beschriebene Kartierung auf durchsichtiger Unterlage unter Beachtung der Randmarken in die Bildebene eingelegt. Die zuerst im Original-Meßtischblatt und dann in der Fortführungsmappe auf der Projektionstischebene vorläufig durchgeführte Einpassung zeigte, daß nicht nur die Sektionsränder, sondern auch die Grundstückdarstellungen beider Mappenblätter — durch die Papiereingangsunterschiede verursacht — in einer Richtung verzerrt waren.

c) Daher wurde die Vorrichtung mit den Keilen an das Objektiv für die Entzerrung in der NS-Richtung angeschraubt und der Gewindestutzen mittels der Marken vorerst für eine Verkleinerung um 1,2% und die Neigung der Keile für eine Vergrößerung um 0,4% eingestellt. Um die Identität der kartierten Anbindepunkte zu prüfen, wurde die Einpassung zuerst auf dem Originalmappenblatt vorgenommen, indem die Untersuchung der Übereinstimmung der projizierten Anbindepunkte mit denen der Mappendarstellung bei den am weitesten auseinanderliegenden Anbindepunkten in der Nähe der Sektionsränder begonnen und in der Mitte des Blattes beendet worden ist. Die Projektionsmaßstäbe wurden in der bereits bekannten Weise mit Hilfe des Gewindestutzens und der Neigung der Keile solange um geringfügige Werte verändert, bis insbesondere die großen Abweichungen weitgehend beseitigt waren und bei den meisten Abweichungen ein Wechsel des Vorzeichens unmittelbar bevorstand. Von den 434 mitkartierten Anbindepunkten konnten im Originalmappenblatt nur 160 verwendet werden. Die übrigen wurden ausgeschieden, weil sie erst nachträglich durch die Fortführung der Mappe entstanden sind oder außerordentlich große Abweichungen zeigten. Damit die bereits in der Originalmappe erreichte Einpassung auf das Fortführungsmappenblatt übertragen werden konnte, wurde eine Reihe Anbindepunkte, die sich auf das Originalmappenblatt verteilen und dort besonders gut übereinstimmten, vorgemerkt und der Einpassungsvorgang mit ihnen im Fortführungsmappenblatt wiederholt und so ergänzt, daß er unter Beachtung der Grundsätze der Ausgleichsrechnung durchgeführt wurde. Dazu wurden folgende Voraussetzungen getroffen.

d) Die Darstellung auf dem Originalmappenblatt zeigt landwirtschaftlich genutzte Grundstücke und Häuser in einer aufgelockerten Bauweise in einem sonst übersichtlichen Gelände. Es durfte daher angenommen werden, daß auch die Häuser, wenn man von der bekannten Unsicherheit der Dachvorsprünge absieht, mit gleicher Genauigkeit wie die übrigen Grundstücke vermessen worden sind.

e) Die Genauigkeit, mit der also seinerzeit alle Punkte, somit auch die Anbindepunkte, vermessen worden sind, dürfte gleich sein. Die Einführung von Gewichten bei der Ausgleichung der Einpassung ist in diesem Falle mit der Einschränkung nicht notwendig, daß die Hausecken eines Hauses nur im Zusammenhang unter Beachtung der etwa vorhandenen Dachvorsprünge zur Einpassung verwendet werden.

f) Obwohl die Lage der Anbindepunkte sicherlich auch mit regelmäßigen Fehlern behaftet ist, deren Größe und Wirkungsweise aber nicht ohne weiteres festgestellt werden konnte, wurde, weil das Auftreten der Fehler willkürlich erschien, ein so starkes Überwiegen der unregelmäßigen Fehler angenommen, daß sie hier gemeinsam als unregelmäßig behandelt werden dürfen.

g) Die günstigste Einpassung der Projektion wurde mit Hilfe einer vorläufigen

Einpassung durchgeführt, indem die vorläufigen Abweichungen v_x' und v_y' der Anbindepunkte der Mappe von den projizierten Punkten in der Richtung der Koordinatenachsen gemessen wurden. Nach Bildung der Summen der vorläufigen Abweichungen v_x' und v_y' wurden unter Bedachtnahme auf die Bedingungen, wonach die Quadratsumme der Abweichungen ein Minimum und damit diese Summen gleich null sein sollen, die endgültigen Abweichungen v_x und v_y berechnet. Nachdem bei einigen markanten und zweckmäßig gelegenen Anbindepunkten $v_x = v_x' + \Delta x$ und $v_y = v_y' + \Delta y$ in der Mappe aufgetragen worden waren, wurde die Lage des Mappenblattes und, wenn erforderlich, auch der Projektionsmaßstab geringfügig so geändert, daß die projizierten Anbindepunkte gegenüber denen in der Mappe nur diese Verbesserungen aufwiesen. Aus den vorläufigen v_x' und v_y' können außer den endgültigen Abweichungen v_x und v_y eine etwa erforderliche geringfügige Änderung des Projektionsmaßstabes und Verdrehung berechnet werden. Auch die Läuferpunkte können unter Beachtung ihrer senkrechten Abweichung vom Grenzverlauf sowohl zur Ermittlung der günstigsten Einpassung als auch des günstigsten Projektionsmaßstabes herangezogen werden [11]. Es wird betont, daß die Einbeziehung der meistens zahlreich auftretenden Läuferpunkte bei der Einpassung sehr wichtig ist. Da die Lage der Einpassung nicht nur von den obigen rechnerischen Bedingungen, sondern auch von der Anzahl, Verteilung und Verlässlichkeit der einbezogenen Anbindepunkte abhängig ist, kann man sich bei der Ermittlung der Abweichungen v_x' und v_y' anstatt der Messung der Schätzung bedienen.

h) Die Einzeichnung der zu pikierenden Punkte wurde mit den Blattecken und Gitternetzpunkten begonnen.

Genauigkeit der Nadelung entspricht der Kartiergenauigkeit

10. Die Genauigkeit der Pikierung oder Nadelung der eingepaßten Punkte wurde ermittelt, indem 100 Punkte, deren Koordinaten bekannt waren, mit einem Gitternetz auf durchsichtiger Unterlage kartiert, auf ein Zeichenblatt projiziert und pikiert wurden. Die Ausmessung der Koordinaten der so pikierten Punkte erfolgte mittels Abschiebedreiecke in bezug auf die Gitterlinien. Der Vergleich der so ermittelten Istwerte mit den Sollwerten hat einen Lagefehler von $\pm 0,1$ mm ergeben, der dem unvermeidlichen Kartierfehler entspricht. Durch eine gewissenhaft durchgeführte Nadelung werden demnach keine über die sonst üblichen Kartierfehler hinausgehenden Lagefehler verursacht.

Genauigkeit der Einzeichnung gegenüber den Anbindepunkten

11. a) Der mittlere Fehler [9], das ist die mittlere Abweichung eines Anbindepunktes von der über das ganze Mappenblatt homogen durchgeführten Einzeichnung, beträgt bei Verwendung der 160 über das ganze Mappenblatt verteilten Anbindepunkte

$$m_{160} = \sqrt{\frac{[v_x^2] + [v_y^2]}{160 - 2}} = \pm 1,05 \text{ m.}$$

Die auf dem ganzen Mappenblatt homogen eingezeichneten Gitternetz- oder Kreuzmarken, Polygon- und Aufnahmepunkte stehen demnach mit einem mittleren Fehler von $\pm 1,05$ m der übrigen originalen Grundstücksdarstellung gegenüber.

Die Einbeziehung der vielen Läuferpunkte in die Einpassung und Ausgleichung würde wahrscheinlich einen noch günstigeren mittleren Fehler ergeben, weil in der Praxis häufig festgestellt werden kann, daß die Lage der Läuferpunkte verhältnismäßig genau ist [11].

b) Der mittlere Fehler der günstigsten Einpassung, also der Einzeichnung beträgt $M_{160} = \frac{m_{160}}{\sqrt{160}} = \pm 0,08$ m. Auf Grund der vielen Anbindepunkte ist die

Genauigkeit der Lage der Einpassung beachtlich groß. Dabei ist erwähnenswert, daß nachträglich durchgeführte Messungen und Berechnungen der günstigsten Einpassungen ergeben haben, daß Einpassungen, die von mit der Einpassung großer Räume vertrauten Bearbeitern unter Verwendung vieler Anbindepunkte durch gewissenhafte Schätzung der v_x' und v_y' oder direkt nach Schätzung der Einpassung selbst vorgenommen worden sind, nur um 0,1 bis 0,25 mm auf der Mappe von der Berechnung abwichen.

Zusammenfassung

12. Geeignete Projektoren sind in der Lage, mit hinreichender Genauigkeit wesentliche katastertechnische Arbeiten, und zwar Einpassungen, Umzeichnungen in einen anderen Maßstab und Bildvergleiche wesentlich wirtschaftlicher und besser als mit den bisher üblichen Hilfsmitteln durchzuführen.

Die durch die geschilderten Einpassungen erzielten kataster- und mappentechnischen Vorteile wurden vom Verfasser bereits im Mitteilungsblatt zur Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen zusammengestellt [11].

Schrifttum

[1] *L. Avanzini*: Die Erneuerung der österreichischen Katastralmappe im Maßstab 1 : 2880 durch Auswertung der Fortführungsmessungen.

Mitteilungsblatt d. ÖZV 43 (1955), Nr. 1 und 2.

[2] *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen*: Technische Anleitung für die Fortführung des Grundkatasters, Wien 1932.

[3] *E. Meixner*: Optisch-mechanische Einpassung örtlicher Aufnahmen in die Katasterdarstellung. 2. Festschrift Eduard Doležal, Wien 1952, S. 513—525.

[4] *R. Eder* und *J. Bobretzky-Arvenau*: Optische Einpassung mit einfachen Hilfsmitteln. Mitteilungsblatt d. ÖZV 43 (1955), Nr. 3.

[5] *A. König*: Geometrische Optik, Leipzig 1929 (Handbuch der Experimentalphysik, Band 20, 2. Teil).

[6] *K. Schwidofsky*: Grundriß der Photogrammetrie, Stuttgart 1954.

[7] *W. Jordan* und *O. Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde, Band II/1, Stuttgart 1931, S. 295—296.

[8] *L. Avanzini*: Beschreibung der Einzeichnung von EP-Netzen. Rundschreiben der Abteilung „Fortführung des Grundkatasters“ im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien 1955.

[9] *F. Ackerl*: Geodäsie und Photogrammetrie, 1. Teil, Wien 1950.

[10] *A. Soldat*: Über die Abbildung durch Objektive bei Einschaltung von Glasprismen (Diss.), Graz 1931.

[11] *L. Avanzini*: Beitrag zum Thema Aufbaumappe. Mitteilungsblatt d. ÖZV 48 (1960), Nr. 5 und 6.

Referat

Bericht über den 45. Deutschen Geodätentag in Bremen

Von *Karl Ulbrich*, Wien

Der 45. Deutsche Geodätentag wurde in Bremen vom 21. bis 24. September 1960 abgehalten. Seit vielen Jahren nahmen an diesen Geodätentagen offizielle Vertreter des Bundesministeriums für Handel und Wiederaufbau und des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen teil. Infolge von Sparmaßnahmen war es diesmal leider nicht möglich, diese Tradition fortzusetzen, weshalb aus Österreich nur eine zahlenmäßig schwache Teilnehmergruppe erschienen war: Präsident a. D. *Dr. Schiffmann* als derzeitiger Präsident der FIG, Professor *Dr. Ackerl* (Hochschule für Bodenkultur) und Professor *Dr. Barvir* (Technische Hochschule Wien) als Vertreter der Hochschulen und der Berichterstatter als Vorsitzender des Österreichischen Normenausschusses für „Vermessungsgeräte“, der in diesem Zusammenhang auch tagte.

Die Deutschen Geodätentage zeigen von Jahr zu Jahr eine zunehmende Teilnehmeranzahl. Infolge der geographischen Randlage von Bremen rechnete man 1960 mit einem Rückgang. Mit über 1200 Teilnehmern wurde aber ein neuer Teilnehmerrekord aufgestellt, was die Beliebtheit und die fachliche Anziehungskraft des Deutschen Geodätentages unterstreicht.

Für die Durchführung der Geodätentage hat sich im Laufe der Jahre ein bewährtes Standardprogramm herausgebildet, das in Bremen zur Zufriedenheit aller Teilnehmer hervorragend abgewickelt wurde.

Am 21. September wurde vormittags die Firmenausstellung eröffnet, wobei die deutschen Firmen ihre beachtlichen geodätischen Erzeugnisse und die neuesten Instrumententypen der Fachwelt zeigten. Es ist hier nicht möglich, die Ausstellung entsprechend zu würdigen. Von Bedeutung erscheint das neue Stromübergangsgerät mit zwei Zeiss-Ni-2-Instrumenten auf einem Stativ, weil in Österreich die nivellitische Überschreitung des Donaustromes öfter aktuell ist¹⁾.

Anschließend wurde der Geodätentag durch den Vorsitzenden *Dr. Röhrs* eröffnet. Reg.-Dir. *Dr. Röhrs* ist den österreichischen Fachkollegen bestens bekannt²⁾.

In der Begrüßungsansprache wurde vom bremischen Finanzsenator *Dr. Nolting-Hauff* bemerkt, daß die Geodäsie bereits auf dem berühmten Gemälde von *Giorgione* „Die drei Feldmesser“, auch „Die drei Mathematiker“ genannt, auf sehr vornehme Art dargestellt sei, das im Kunsthistorischen Museum in *Wien* gezeigt wird³⁾.

Präsident *Dr. Schiffmann* sprach den Dank der ausländischen Teilnehmer für den gastlichen Empfang aus. Ferner hielt er ein Referat über die Aufgaben und Ziele der FIG und lud die Zuhörer zum nächsten FIG-Kongreß ein, der 1962 in Wien stattfinden wird. Seine Ausführungen fanden großes Interesse.

Den Festvortrag über „Vermessungswesen und Technik“ hielt Professor *Dr. Schwidofsky* (Technische Hochschule Karlsruhe)⁴⁾.

Am 22. September hielt Ministerialrat Professor *Dr. Nittinger* (Hannover) den Vortrag „Zur Lage im behördlichen Vermessungswesen“, der starken Beifall fand⁵⁾. Vieles, insbesondere die Sorgen der Arbeitsüberlastung, der Mangel an Nachwuchs, haben auch für Österreich Geltung. Besonders bemerkenswert für Österreich ist die Feststellung *Nittingers*, daß sich die sogenannte „Aufbau- und Karte“ in Deutschland nicht bewährt habe. Diese Feststellung fand einen derartig lebhaften Beifall der Zuhörer, daß man sich Gedanken über die Zweckmäßigkeit dieser Methode machen sollte.

¹⁾ *Seeger, H.*: Die Fachausstellung auf dem 45. Deutschen Geodätentag, ZfV 85 (1960), H. 11, S. 457–458.

Drodowsky, Martin: Stromübergangsnivellement mit dem Zeiss-Nivellier Ni 2, ZfV 85 (1960), H. 7, S. 227–235.

²⁾ *Lego, Karl*: Der Vorsitzende des DVW Dr. phil. H. Röhrs — 60 Jahre, ÖZV 48 (1960), Nr. 2, S. 60.

³⁾ Das sehr allgemein gehaltene Gemälde ist unter der Bezeichnung „Die drei Philosophen“ ausgestellt. Es hat im Laufe der Jahrhunderte vielfache Deutungen erfahren, darunter auch „Die drei Geometer“ (Anmerkung der Schriftleitung).

⁴⁾ ZfV 85 (1960), H. 11, S. 405–416.

⁵⁾ ZfV 85 (1960), H. 11, S. 416–430.

Oberregierungs- und -vermessungsrat *Oldenhage* (Hannover) sprach über das Thema „Das Agrarland Niedersachsen, seine landwirtschaftlichen und agrarstrukturellen Probleme unter besonderer Berücksichtigung des Emsland- und Küstenplanes“⁶⁾.

Am 23. September sprach als ausländischer Vortragender der Niederländische Katasterdirektor *Ir. S. M. Meelker*, der über „Aufbau und soziale Bedeutung des niederländischen Katasters“⁷⁾ berichtete.

Den letzten Vortrag hielt Oberregierungs- und -vermessungsrat *Dr. Höpcke* über „Elektronische Verfahren für die Vermessungspraxis“. Im besonderen wurde das Tellurometer und das Geodimeter besprochen. Als Ergebnis zeigte sich, daß das Geodimeter 4 mit Vorteil bis 5 km (mit einer Genauigkeit von ± 1 bis 2 cm) und darüber hinaus das Tellurometer einzusetzen wäre, um optimale Genauigkeiten zu erhalten⁸⁾.

Im Anschluß an die Hauptversammlung des DVW wurden einige Kurzreferate gehalten⁹⁾. Es sprachen Regierungsdirektor *Stegmann* (Ludwigsburg) über „Die Lage in der Flurbereinigung“ und Professor *Dr. Hunger* (Berlin) „Zur Lage in der Wissenschaft“¹⁰⁾. Das Kurzreferat von Professor *Dr. Peschel* (Dresden) über „Normung im Vermessungswesen“ mußte wegen Erkrankung des Vortragenden entfallen.

Seit vielen Jahren ist es üblich, im Zusammenhange mit dem Deutschen Geodätentag auch den Deutschen Fachnormenausschuß „Geodätische Instrumente und Geräte“ einzuberufen. Am 20. September fanden zwei Arbeitssitzungen statt. Bemerkenswert ist, daß an diesen Sitzungen Vertreter sowohl aus der BRD als auch aus der DDR einvernehmlich legal teilnehmen und Beschlüsse fassen können. Mehrere Normblätter für Vermessungswesen wurden verabschiedet, die nach den vorgeschriebenen Einspruchsfristen veröffentlicht werden.

Das fachliche und gesellschaftliche Rahmenprogramm brachte einen großen fachlichen und ideellen Gewinn. Die Fachexkursionen waren überfüllt und zeigten die Bedeutung des Vermessungswesens. Die österreichischen Teilnehmer waren mit den Spitzen des Deutschen Vermessungswesens in kleinem Rahmen am 21. September Gäste des Bremer Stadtsenates im Kaminsaal des Rathauses.

Der Deutsche Verein für Vermessungswesen hielt als Kernpunkt der Tagung am 22. September seine ordentliche Hauptversammlung ab, wobei als nächstjähriger Tagungsort des Deutschen Geodätentages *München* festgelegt wurde. Es ist zu erwarten, daß bei dieser Tagung wieder eine größere Anzahl österreichischer Teilnehmer zu verzeichnen sein wird.

Die herrliche Hansestadt Bremen mit ihren architektonischen Schätzen, verbunden mit dem Leben einer weltweiten Handelsstadt gab einen idealen Rahmen für die Tagung, die im Hause der „Glocke“, Saalbau am Dom, stattfand, das infolge seiner geräumigen Säle, seiner guten Ausstattung und zentralen Lage allgemeine Anerkennung fand. Hervorgehoben sei auch der ausgezeichnete Tagungskatalog.

Bemerkenswert ist, daß die meisten Teilnehmer aus eigenem gekommen waren. Der Deutsche Verein für Vermessungswesen ist zu solcher Treue seiner Mitglieder zu beglückwünschen.

Mitteilungen

Vermessungsdirektor Dipl.-Ing. Dr. h. c. Hans Härry — Rücktritt

Der eidgenössische Vermessungsdirektor *Dipl.-Ing. Dr. h. c. Hans Härry*, Ehrenmitglied des Österr. Vereins für Vermessungswesen, ist mit 31. Dezember 1960 von seiner Stellung infolge Erreichung der Altersgrenze zurückgetreten.

Härry ist als Leiter der Schweizerischen Grundbuchvermessung am 25. Jänner 1949 als Nachfolger von *Dr. h. c. J. Baltensperger* bestellt worden. Wir haben darüber im Heft 5/6 1949 berichtet und dort auch einen kurzen Lebenslauf *Härrys* veröffentlicht, in welchem seine bisherige Tätigkeit gewürdigt wurde, und ihn als neuen eidgenössischen Vermessungsdirektor herzlich begrüßt.

⁶⁾ ZfV 85 (1960), H. 11, S. 430—438.

⁷⁾ ZfV 85 (1960), H. 11, S. 438—447.

⁸⁾ *Grothenn, D.*: 45. Deutscher Geodätentag. ZfV 85 (1960), H. 11, S. 451—453.

⁹⁾ *Ahrens, H.*: Hauptversammlung des DVW am 22. 9. 1960 in Bremen, ZfV 85 (1960), H. 11, S. 453—457.

¹⁰⁾ ZfV 85 (1960), H. 11, S. 447—451.

Härry war immer ein aufrichtiger Freund der österr. Vermessungsingenieure und hat diese und das österr. staatliche Vermessungswesen in hervorragender Weise unterstützt. Er hat in Österreich wiederholt Vorträge in Fachkreisen über die in der Schweiz mit luftphotogrammetrischen Aufnahmen erzielten Ergebnisse gehalten. Der Österr. Verein für Vermessungswesen hat *Härry* wegen seiner großen Verdienste um das Vermessungswesen und um die österr. Vermessungsingenieure in seiner 17. ordentlichen Hauptversammlung am 11. April 1950 zum Ehrenmitglied ernannt. Eines der großen Verdienste *Härrys* als Leiter der Schweizerischen Grundbuchvermessung besteht darin, daß er die Luftphotogrammetrie, die bisher für die Aufnahme der Gemeinde-Übersichtspläne diente, auch für die Aufnahme von Katasterplänen in den Instruktionsgebieten II und III angewendet hat. In Anerkennung seiner Verdienste um die Photogrammetrie verlieh ihm 1953 die Universität in Lausanne das Ehrendoktorat. Im gleichen Jahr hat ihn auch der Deutsche Verein für Vermessungswesen durch Verleihung der Ehrenmitgliedschaft geehrt. Außerdem ist *Härry* Vorstandsmitglied der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie und Mitglied des Comité directeur der Organisation européenne d'études photogrammétriques expérimentales.

Anläßlich seines 60. Geburtsfestes haben wir *Härrys* fachliche Leistungen und seine unvergleichlichen menschlichen Qualitäten in der Zeitschrift*) gewürdigt und auch sein Bild gebracht.

Wohl ist *Härry* jetzt aus dem Amte geschieden, doch erscheint es uns undenkbar, daß diese energiegeladene Persönlichkeit nicht auch weiterhin, nunmehr in aller Ruhe, an jenen Problemen weiterarbeiten wird, die sie bisher beschäftigt haben.

Der Österr. Verein für Vermessungswesen bringt seinem Ehrenmitglied die größten Sympathien entgegen und wünscht ihm von ganzem Herzen einen erfolgreichen, langen und unbeschwerten Lebensabend.

Rohrer

Wirklicher Hofrat Ing. Josef Wessely — Übertritt in den Ruhestand



Der Vorstand der Gruppe „Grundlagen des Vermessungswesens und Kataster“ im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wirklicher Hofrat *Ing. Josef Wessely*, schied mit Jahresende 1960 nach Erreichung der Altersgrenze aus dem aktiven Dienst.

Mit ihm verliert der Bundesvermessungsdienst die letzte jener Persönlichkeiten, die vor vier Jahrzehnten einer zeitgemäßen Reform den Weg bereiteten und die Vorteile einer zusammenfassenden Zentralstelle erkannt hatten.

Geboren am 2. Jänner 1895 in Wien, besuchte *Wessely* nach der Volksschule die Staatsoberrealschule in Wien XVIII, legte im Juli 1913 die Reifeprüfung und nach Absolvierung des zweijährigen Kurses zur Heranbildung von Vermessungsgeometern an der Technischen Hochschule in Wien am 18. Februar 1918 die Staatsprüfung ab.

Am 16. November 1915 als Einjährig-Freiwilliger zum Kriegsdienst einberufen, fand er nach schwerer Erkrankung in der Astronomischen Abteilung des K. u. k. Militär-Geographischen Institutes im Zeitdienst und bei Basismessungen Verwendung und schied am 31. Jänner 1919 als Technischer Assistent der Reserve aus dem vorgenannten Institut.

Die damalige Aufnahmesperre verhinderte den Übertritt in den Bundesvermessungsdienst und so

begann *Wessely* am 6. Februar 1919 bei der staatlichen Unterhaltslandeskommision seinen Dienst und war anschließend bei der Invaliden-Entschädigungskommission Wien tätig.

*) Ö. Z. f. V. Nr. 6/1955, S. 184–185.

Am 7. Februar 1921 trat *Wessely* als Evidenzhaltungseleve in den Staatsdienst ein und wurde am 7. Juni 1924 zum Leiter des Vermessungsamtes in Zistersdorf ernannt. Am 4. November 1932 zum Katastralmappenarchiv nach Wien versetzt, wurde er bereits am 29. Mai 1933 wegen seiner ausgezeichneten Diktion als Sachbearbeiter in die Abteilung V 1 berufen und am 22. April 1941 mit der Leitung des Vermessungsamtes Wien betraut. Im zweiten Weltkrieg wurde er mit dem Kriegsverdienstkreuz II. Klasse ausgezeichnet und auf Grund seiner umfassenden Kenntnisse und Erfahrungen auf dem Gebiete des Katasters am 7. März 1950 zum Vorstand der Abteilung „Fortführung des Katasters“ bestellt.

Als Wirklicher Hofrat seit 1. März 1952 nahm *Wessely* am 1. Juni 1954 als Vorstand der Gruppe „Grundlagen des Vermessungswesens und Kataster“ die Geschicke des stärksten und bedeutungsvollsten Sektors im Bundesvermessungsdienst in seine Hände. Gleichzeitig wurde er mit der Leitung der Abteilung K 4 „Katastrale Bearbeitung agrarischer Operationen“ bis 31. Mai 1957 betraut, um an ihrer Stelle vom 20. November 1957 bis 8. Juli 1959 die Leitungsgeschäfte der Abteilung K 1 „Erdmessung“ zu führen.

Ausgestattet mit der Kenntnis fast aller einschlägigen Abteilungen brachte er als Gruppenvorstand alle Voraussetzungen mit, die vielseitigen und außerordentlich bedeutungsvollen Aufgaben des Vermessungswesens auf technischem wie administrativem Gebiet fortzuführen und den Erfordernissen einer ständigen Entwicklung anzugleichen.

Auf organisatorischem Gebiete wirkte *Wessely* bei der Neueinteilung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen im Jahre 1955 mit, die eine Umwandlung der Hauptabteilungen in die Gruppen „Eichwesen“, „Grundlagen des Vermessungswesens und Kataster“ und „Landesaufnahme“ ergab. Weiters wurde für die „Katastrale Bearbeitung der agrarischen Operationen“ eine eigene Abteilung geschaffen sowie die „Katasterdienststellen für die Bodenschätzung“ in Graz und Innsbruck gegründet. Als neue Dienststellen wurde das Vermessungsamt in Güssing und die Zweigstellen des Vermessungsamtes St. Johann im Pongau in Tamsweg sowie des Vermessungsamtes Waidhofen an der Ybbs in Scheibbs eröffnet. Besonders hervorzuheben ist die Verlegung vieler Vermessungsämter in bessere Unterkünfte und vielfach in bundeseigene Gebäude.

Die Gründung der Abteilung für die „Katastrale Bearbeitung der agrarischen Operationen“ war durch den immer mehr an Bedeutung gewinnenden Zweig der Bodenreform, nämlich die Zusammenlegung landwirtschaftlicher Grundstücke, ein Gebot der Notwendigkeit geworden. Mit Hilfe der neuen Interministeriellen Vereinbarung zwischen den Bundesministerien für Handel und Wiederaufbau und für Land- und Forstwirtschaft im Jahre 1953 sicherte *Wessely* eine klaglose und fruchtbringende Zusammenarbeit zwischen den Agrarbehörden und dem Bundesvermessungsdienst. Auf Grund dieses Abkommens werden die Arbeitsgebiete der agrarischen Operationen vor Arbeitsbeginn trianguliert und die Neuaufnahmen der Agrarbehörden erfolgen entsprechend den Neuvermessungsvorschriften des Bundesamtes. Das Abkommen hat sich außerordentlich gut bewährt und spart viel Doppelarbeiten, die vorher nicht beachtet worden sind.

Die Schaffung der Katasterdienststellen für die Bodenschätzung war notwendig, um den sehr ins Gewicht fallenden Arbeitsanfall im Fortführungsdienst, entstanden durch die vermessungstechnischen Arbeiten für die vom Bundesministerium für Finanzen ausgeführten Bodenschätzungen, bewältigen zu können. Es handelt sich meist um die Erhebung und Nachführung von Kulturänderungen, die große Teile der Mappe mit der Natur in Übereinstimmung bringen sowie um die Eintragung der Schätzungsergebnisse in die Schätzungskarten.

Der österreichische Grundkataster, durch 140 Jahre in vielen Zweigen der öffentlichen Verwaltung und Wirtschaft verwurzelt, ist traditionsbedingt erstarrt und konnte 1945 seiner ständig wachsenden Arbeitsaufgabe nicht mehr gerecht werden.

Bei dem ständigen Personalmangel im Bundesvermessungsdienst war es notwendig, nicht nur die Arbeiten so weit als möglich zu rationalisieren, sondern auch allen modernen Anforderungen entsprechende Ausrüstung mit Instrumenten und Geräten und eine weitgehende Motorisierung des gesamten Vermessungsdienstes planvoll und nachhaltig zu betreiben.

Hier sei auf die Tatsache verwiesen, daß derzeit jedes Vermessungsamt bereits über ein Instrument „Wild T 16“ verfügt, eine große Anzahl von Metem-Lichtpausgeräten und Tischkoordinatographen eingestellt werden konnte und die Aufstellung eines automatischen Kartiergerätes neben der bereits bestehenden IBM-Rechenanlage bevorsteht.

Die Schaffung der „Dienststelle für Lochkartenverfahren“, auch ein Verdienst des weit vorausblickenden Gruppenvorstandes, ermöglicht es nun, die großen Arbeitsrückstände aufzuholen. So bestehen bereits für alle im Bundesvermessungsdienst gebräuchlichen Aufnahmemethoden sowie für viele wichtige geodätische Rechenprobleme elektronische Rechenverfahren, die eine Verkürzung der Kanzleiarbeit, eine teilweise Milderung der Personalnot und damit eine Verlängerung der Feldarbeitsperiode gestatten. Besonders die Umstellung des Schriftoperates auf Lochkarten erforderte genaue Überlegungen. *Wessely* achtete streng darauf, daß die bisher anerkannte hohe Qualität und ein Höchstausmaß an Sicherheit hinsichtlich der Richtigkeit der durchgeführten Veränderungen trotz der Zeit- und Personaleinsparung erhalten blieben.

Aus der Erkenntnis, daß mit der Entwicklung der Wirtschaft, der Technik und des Rechtswesens das Bedürfnis nach leistungsfähigen Katastraloperaten ständig steigt, hat *Wessely* alle Versuche zur Schaffung einer Aufbaumappe weitgehendst unterstützt und mit der Gründung des Referates für Einschaltpunkte die notwendige Voraussetzung für ein engmaschiges Grundlagentnetz auf organisatorischem Gebiete geschaffen. Wenn sich *Wessely* im Juni 1956 in seinem Vortrag anlässlich der 150-Jahrfeier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich an alle Vermessungsbefugten mit der Bitte wandte, auch in ihrem Wirkungskreis für die Benützung dieser Punkte zu sorgen, so tat er dies mit dem Ziel vor Augen, alle Mitwirkenden am österreichischen Kataster auf dem technischen Sektor zu einigen. Sein Leitmotiv war, „die Arbeitskräfte aller Vermessungsbefugten so sinn- und zweckvoll einzusetzen, daß jede Doppelarbeit vermieden und die geleistete Arbeit dauernden Wert erhalten soll“.

Von besonderer Bedeutung für den Grundkataster war der Entschluß, eine durchgreifende photogrammetrische Reambulierung der alten Mappe im Hauptmaßstab 1 : 2880 durchzuführen. Mit dem Luftbild wurde in den letzten Jahren dem Kataster ein moderens Hilfsmittel zur Verfügung gestellt und ein neuer Weg gewiesen, der schwierigen Situation, in der sich der Fortführungsdienst derzeit befindet, wirkungsvoll zu begegnen. Kein anderes Mittel verschafft so schnell und genau einen Überblick über die Differenzen zwischen Mappe und Natur und damit über die tatsächlich vorliegende Arbeitsaufgabe. Mit der Schaffung der Dienststelle für die photogrammetrische Reambulierung des Grundkatasters hat *Wessely* auch hier das Fundament geschaffen, auf dem, gestützt auf die ständig neugewonnenen Erfahrungen, weitergebaut werden kann.

Im Vermessungswesen ist der technische Fortschritt den Rechtsvorschriften weit vorausgeeilt und hat nun nicht die Möglichkeit, seinem hohen Aufwand entsprechend voll wirksam zu werden. Es besteht daher die Notwendigkeit, die Rechtsvorschriften zu erneuern. Beim vorliegenden Entwurf eines Vermessungsgesetzes hat *Wessely* als Mitarbeiter auf Grund seiner reichen Erfahrungen und besonderen Kenntnisse aller bisher bestehenden Vorschriften wesentlich mitgewirkt. Weit über die technischen Belange hinaus eingehende Studien von Gesetzesvorschriften anderer Verwaltungszweige waren erforderlich, um in mühevoller Kleinarbeit bei vielen Besprechungen die Materie zu ordnen und einen Entwurf entstehen zu lassen, der allen Anforderungen gerecht werden soll. Besonders bedacht mußte auf den Umstand genommen werden, daß neue Rechtsvorschriften nur mit Hilfe altbewährter Organisationsformen eingeführt werden können.

Wessely wurde in Würdigung seiner Tätigkeit oftmals der Dank und die Anerkennung für besondere Dienstleistungen ausgesprochen.

Einen weiteren Beweis seines prominenten Wirkens stellt eine beachtliche Reihe von Nebentätigkeiten dar: Unterricht an der Staatsgewerbeschule Mödling, Mitglied der Kommission zur Abhaltung der Ziviltechnikerprüfung, Mitglied bzw. Vorsitzender der Prüfungskommission für den Grundkatasterführerdienst, Vorsitzender der Prüfungskommission für den kartographisch-geodätischen Fachdienst, Fachgebiet Geodäsie, Mitglied bzw. Vorsitzender der Prüfungskommission für den Höheren technischen Dienst, Vorsitzender der Qualifikationskommissionen II und III und Mitglied der Disziplinarkommission beim Österreichischen Patentamt.

Als besondere Ehrung wurde ihm am 27. September 1956 mit Entschließung des Herrn Bundespräsidenten das „Große Ehrenzeichen für Verdienste um die Republik Österreich“ durch den Herrn Bundesminister überreicht und anlässlich des Übertrittes in den dauernden Ruhestand Dank und Anerkennung des Bundesministers durch den Präsidenten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen für sein 45 jähriges verdienstvolles Wirken im öffentlichen Dienst ausgesprochen.

Zum Abschluß dieses Lebensbildes sei noch besonders seine menschliche Seite hervorgehoben. In allen Lebenslagen war er stets hilfsbereit, wahrhaft kollegial, von vornehmer Gesinnung zu seinen Kollegen und Untergebenen. So kann *Wessely* mit Genugtuung nach rastloser und erfolgreicher Arbeit auf ein reiches Werk zurückblicken, das seinen Niederschlag in den Grundlagen des österreichischen Vermessungswesens gefunden hat und aus sich selbst weiterwirkt.

Möge Hofrat *Wessely* aus dem großen Schatz seiner wertvollen Erfahrungen auch weiterhin der nachkommenden Generation im Bundesamt mit Rat und Tat zur Seite stehen; möge ihn ein gütiges Geschick zum Wohle seiner Familie und zur Freude aller, die ihn kennen, noch viele Jahre gesund und schaffensfreudig erhalten!

Ferdinand Eidherr

Ehrung

Professor *Dr. phil., Dr. techn. eh. Karl Ledersteger* wurde von der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in der Gesamtsitzung vom 17. Februar 1961 zum korrespondierendem Mitglied ihrer Mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse gewählt.

4. Internationaler Geodätischer Streckenmeßkurs 1961

Unmittelbar vor dem Deutschen Geodätag 1961 wird unter der Leitung von Professor *Dr.-Ing., Dr.-Ing. eh. M. Kneißl* in der Zeit vom 4. bis 12. September 1961 der 4. Internationale Geodätische Streckenmeßkurs abgehalten. Das Thema dieses Kurses lautet: Elektronik und Automatik im Instrumentenbau. Das genaue Programm des Kurses wird in Kürze bekanntgegeben werden. Es haben bereits eine Reihe namhafter Fachvertreter aus dem In- und Ausland ihre Mitwirkung zugesagt.

Zu „Wirklicher Hofrat a. o. Professor Dr. phil. Karl Mader — 70 Jahre“

In dem in der Nr. 5 der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen 1960, Seite 171 bis 173, gebrachten Lebensbild des Jubilars ist bedauerlicherweise ein Irrtum unterlaufen. Herr Professor *Mader* war von 1953 bis Mitte 1960 nicht Sekretär, sondern Präsident der Geophysikalischen Kommission bei der Österreichischen Akademie der Wissenschaften.

Josef Mitter

Contents:

Karl Hubeny, Remarks and Formulae to the Computation of Long Geodesics.
 Helmut Moritz, On the Convergency of the Development in Spherical Harmonics for the Outer Potential on the Earth's Surface.
 Leander Avanzini, To the Rationalization of the Land Register of Assessment by Use of Projectors.

Sommaire:

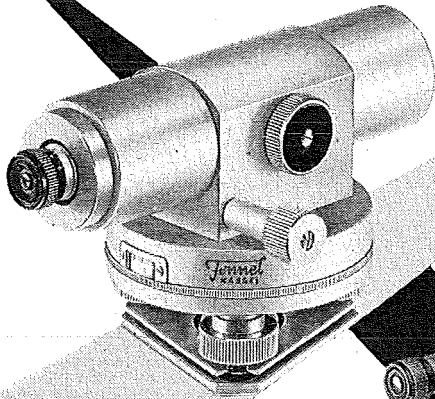
Karl Hubeny, Notes et formules concernant le calcul des géodésiques longues.
 Helmut Moritz, Sur la convergence du développement en harmoniques sphériques pour le potentiel extérieur sur la surface terrestre.
 Leander Avanzini, Sur la rationalisation du cadastre foncier par projecteurs.

Anschriften der Mitarbeiter dieses Heftes:

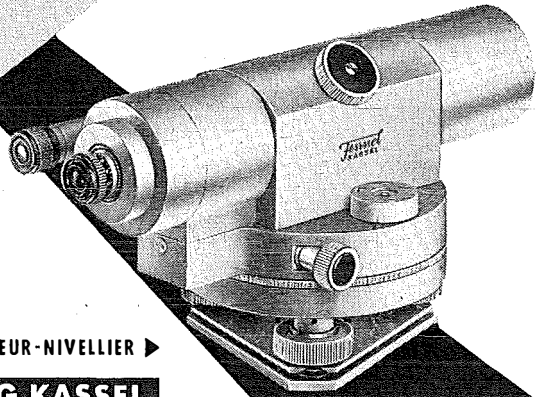
O. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Karl Hubeny, Graz, Technische Hochschule, Rechbauerstr. 12.
 Hochschuldozent Dr. Helmut Moritz, Graz, Vogelweiderstraße 27.
 ORdVD Dipl.-Ing. Leander Avanzini, Innsbruck, Viktor-Dankl-Straße 9

AUTOMATISCHE NIVELLIERE

AUTOMATISCHES BAU-NIVELLIER



Fennel
KASSEL



AUTOMATISCHES INGENIEUR-NIVELLIER

OTTO FENNEL SÖHNE KG KASSEL

VERTRETER KARL HANSON · WIEN VIII · KROTENTHALLERGASSE 10

KRIECHBAUM-SCHIRME

ERZEUGUNG ALLER ARTEN

VERMESSUNGS-

RUCKSACK- und

GARTEN-SCHIRME

Hauptbetrieb:

WIEN 16

Neulerchenfelderstr. 40

Telephon 45-19-38

Neuwertige „Brunsviga“ und „Thales GEO“

sowie

einfache Rechenmaschinen für etwa die Hälfte des Neuwertes lieferbar.

Gewährleistung 1 Jahr. Günstige Angebote in Vorführmaschinen.
Referenzen aus österreichischen Fachkreisen.

F. H. FLASDIECK, Wuppertal-Barmen, Hebbelstraße 3, Deutschland

Neuerscheinungen

von offiziellen Karten der Landesaufnahme

Österreichische Karte 1:50.000

47 Ried im Innkreis	141 Feldkirch
49 Wels	142 Schruns
50 Bad Hall	143 Sankt Anton am Arlberg
77 Eisenstadt	160 Neumarkt i. Steiermark
78 Rust	185 Straßburg
79 Neusiedl am See	193 Jennersdorf
88 Achenkirch	207 Arnsfels
89 Angath	208 Mureck
109 Pamhagen	209 Radkersburg

Preise der Kartenwerke:

je Blatt S

Österreichische Karte 1:25.000	
1/8 Blätter (Aufnahmeblätter)	7.—
1/4 Blätter (Halbsektionen)	10.—
Zeichenerklärung 1:25.000	2.—
Österreichische Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung	7.50
Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte)	8.50
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 ohne Wegmarkierung	4.—
Prov. Ausgabe der Österr. Karte 1:50.000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte)	5.—

Dieses Kartenwerk umfaßt insgesamt 213 Blattnummern.

Hievon sind bisher erschienen:

91 Blätter Österreichische Karte 1:50.000 mit Schichten in Mehrfarbendruck sowie 120 Blätter als provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000 in Zweifarbendruck (schwarz mit grünem Waldaufdruck).

Die Blätter 39, 40, 41, 42, 57, 60, 105, 106 sind mit Schichtenlinien und Schummerung, alle anderen Blätter mit Schichtenlinien und Schraffen versehen. Das Blatt 27 ist auf dem Blatte 45, das Blatt 194 auf dem Blatte 168 als Übergriff ohne Auslandsdarstellungen aufgedruckt.

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Landesaufnahme), Wien 8, Krotenthallergasse 3

Neuerscheinungen des österr. Wasserkraftkatasters

Im Zuge der Bearbeitung des neuen österr. Wasserkraftkatasters ist erschienen:

Malta, Lieser, Bregenzer Ache je S 250.—

Die bisher erschienenen Bände sind durch den Kartenverlag des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Landesaufnahme, in Wien bzw. durch den Buchhandel zu beziehen.

Offizielle österreichische amtliche Karten der Landesaufnahme

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
in Wien VIII, Krotenthallergasse 3 / Tel. 33-46-31

Es werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1:25.000, bzw. der
Alten österreichischen Landesaufnahme 1:25.000
Österreichische Karte 1:50.000, bzw. die
Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1:50.000
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200.000
Übersichtskarte von Mitteleuropa 1:750.000
Plan von Salzburg 1:15.000
Arbeitskarten 1:200.000 und 1:500.000 von Österreich
Politische Karte der Republik Österreich 1:500.000

Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen

Karte der Republik Österreich 1:500.000, mit Suchgitter und Index
Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1:600.000

Für Auto-Touren

die Straßenkarte von Österreich 1:500.000 in zwei Blättern,
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

sowie für Motorrad- und Radfahrer

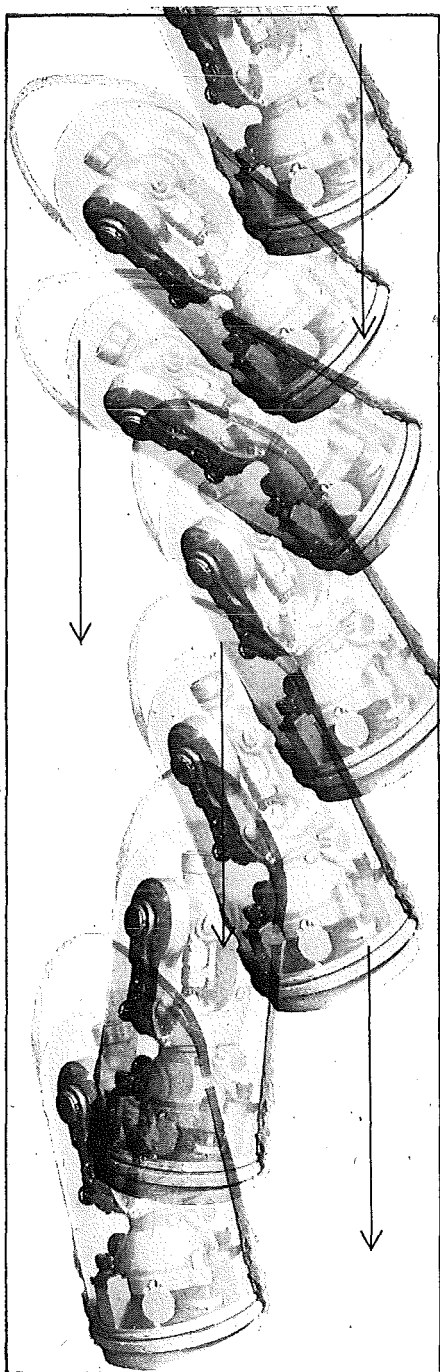
die Straßenübersichtskarte von Österreich 1:850.000 in Form
eines praktischen Handbüchleins

Für Wanderungen

die Blätter der Wanderkarte 1:50.000 mit Wegmarkierungen

Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII, Krotenthallergasse 3, erhältlich.

Auf Wunsch werden Übersichtsblätter kostenlos abgegeben.



Ein weiterer Vorteil: die robuste Bauart

Ein stabiles, überall geschlossenes Metallgehäuse schützt die empfindlichen Teile der Wild-Instrumente. Stürze vom Stativ oder über steinige Halden überstehen sie meistens ohne ernstlich beschädigt zu werden. Das bedeutet: weniger Reparaturen, weniger Verluste an Zeit und Geld!

Für hohe Ansprüche:
Wild-Vermessungsinstrumente
... ihre Präzision ist weltbekannt

WILD
HEERBRUGG

Wild Heerbrugg AG., Heerbrugg/SG

RUDOLF & AUGUST ROST

WIEN XV, MÄRZSTRASSE 7 (NÄHE WESTBAHNHOF)

TELEFON: (0222) 92 32 31, 92 53 53 TELEGRAMME: GEOROST-WIEN