

Österreichische Zeitschrift
für
Vermessungswesen
und
Photogrammetrie

SCHRIFTFLEITUNG:

W. Hofrat i. R. Dipl.-Ing. Dr. techn.

Josef Mitter

Vorstand i. R. der Abteilung Erdmessung des
Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen
a. o. Univ.-Professor an der Techn. Universität Wien

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Hans Schmid

o. Univ.-Professor
an der Techn. Universität Wien

Dr. phil.

Wolfgang Pillewizer

o. Univ.-Professor
an der Techn. Universität Wien

Dipl.-Ing. Dr. techn.

Helmut Moritz

o. Univ.-Professor
an der Techn. Universität Graz

Nr. 3/4

Juli 1977

64. Jg.

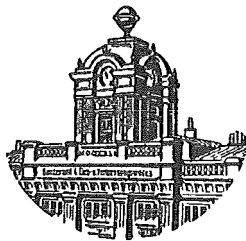
INHALT:

Abhandlungen:

- Zur Lösung geometrisch überbestimmter Probleme . . . Karl Killian und Peter Meissl
Über die Schwankung der Tageslänge und deren Einfluß
auf die Schwerkraft . . . Eckart Lindinger
Untersuchungen und Vorschläge für die Testung von Dif-
ferentialentzerrungsgeräten mit Vorrichtungen zur Kor-
rektur des Einflusses der Geländequerneigung . . . Werner Marckwardt
Johann Jakob von Marinoni (1676—1755) — Sein Leben und
Schaffen — 300 Jahre nach seiner Geburt . . . Traian Sofonea
Genauigkeitsvergleiche der am Anfang orientierten, gest-
reckten, gleichseitigen, offenen Theodolitpolygonzüge
und der Kreiselpolygonzüge bei gleicher Gesamtarbeits-
zeit und bei gleicher Wiederholungszahl der Winkel-
messungen im Theodolitpolygonzug . . . Antal Tárczy-Hornoch
Eine universelle Lösung des einfachen, räumlichen Vor-
wärtsschnittes für Kleincomputer . . . Peter Waldhäusl und
Günter Wagensommerer
Über die gefährlichen Orte bei zwei Achtpunktproble-
men und einem Fünfpunktproblem . . . Walter Wunderlich

Englisches Inhaltsverzeichnis

Mitteilungsblatt zur „Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen und Photo-
grammetrie“, redigiert von Dipl.-Ing. Erhard Erker



Herausgegeben vom

**ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN
UND PHOTOGRAMMETRIE**

Offizielles Organ

der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung

Baden bei Wien 1977

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Für die Schriftleitung der Zeitschrift bestimmte Zuschriften und Manuskripte sind an eines der nachstehenden Mitglieder zu richten:

Schriftleiter:

- a. o. Univ.-Professor W. Hofrat i. R. Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter, A 1040 Wien IV, Techn. Universität, Gußhausstraße 27 – 29
- o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Schmid, A 1040 Wien IV, Techn. Universität
- o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Helmut Moritz, A 8020 Graz, Techn. Universität, Rechbauerstraße 12
- o. Univ.-Prof. Dr. phil. Wolfgang Pillewizer, A 1040 Wien IV, Techn. Universität

Für die Schriftleitung des Mitteilungsblattes und Annoncenteeiles bestimmte Zuschriften sind an *Dipl.-Ing. Friedrich Blaschitz*, A 1082 Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, zu senden.

Die Manuskripte sind in lesbarer, druckreifer Ausfertigung, die Abbildungen auf eigenen Blättern als Reinzeichnungen in schwarzer Tusche und in möglichst großem, zur photographischen Verkleinerung geeignetem Maßstab vorzulegen. Von Photographien werden Hochglanzkopien erbeten. Es wird gebeten, jeder Arbeit eine Zusammenfassung in Englisch und eine Übersetzung des Titels in Englisch beizufügen. Ist eine Rücksendung der Manuskripte nach der Drucklegung erwünscht, so ist dies ausdrücklich zu bemerken. Bei Vorlage von Rasterklischees: Umschlag 42er Raster, Text 54er Raster.

Die Zeitschrift erscheint viermal pro Jahrgang in zwangloser Folge.

Auflage: 1210 Stück

Bezugsbedingungen: pro Jahrgang

Mitgliedsbeitrag für den Österr. Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie S 250,— Postscheckkonto Nr. 1190.933

Abonnementgebühr für das Inland S 270,—
Abonnementgebühr für das Ausland S 350,—

Einzelheft . . . S 70,— Inland bzw. ö.S 90,— Ausland

Alle Preise enthalten die Versandkosten, die für das Inland auch 8% MWSt.

Anzeigenpreis pro $\frac{1}{1}$ Seite 125 × 205 mm S 2200,— einschl. Anzeigensteuer
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{2}$ Seite 125 × 100 mm S 1320,— einschl. Anzeigensteuer
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{4}$ Seite 125 × 50 mm S 748,— einschl. Anzeigensteuer
Anzeigenpreis pro $\frac{1}{8}$ Seite 125 × 25 mm S 594,— einschl. Anzeigensteuer
Prospektbeilagen bis 4 Seiten S 1320,— einschl. Anzeigensteuer
zusätzlich 18% MWSt.

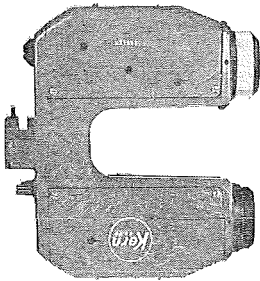
Postscheckkonto Nr. 1190.933

Telephon: (0 22 2) 57 56 55 Kl. 32 95

Zur Beachtung: Die Jahresabonnements laufen mit dem Kalenderjahr und gelten, wie im Pressewesen allgemein üblich, automatisch um ein Jahr verlängert, sofern nicht bis zum 31. 12. des laufenden Jahres die Kündigung erfolgt.

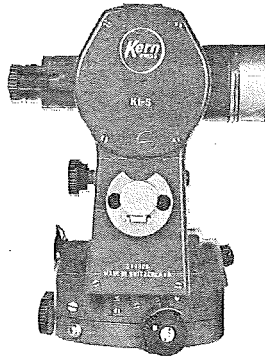
Gefördert durch das Bundesministerium für Wissenschaft und Forschung in Wien

123



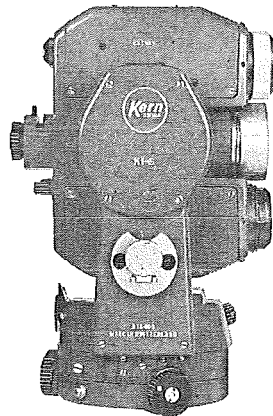
DM500

das auf das Theodolitfernrohr aufsteckbare elektrooptische Distanzmessgerät: Klein, 1,6 kg leicht und kompakt, misst es Distanzen bis 500 m und mehr auf wenige Millimeter genau. Die Messung erfolgt vollautomatisch; zur Vorbereitung sind nur drei Bedienelemente notwendig.



DKM 2-A K1-S

der erfolgreiche Sekunden-theodolit DKM 2-A mit digitalisierter Kreisablesung (direkt $2^{\circ}/1''$) oder der neue Ingenieurtheodolit K1-S mit bequemer Skalenablesung (direkt $1^{\circ}/0,5'$). Zwei moderne, leistungsfähige Kern-Theodolite mit automatischer Höhenkollimation.



DM500/DKM 2-A DM500/K1-S

Zwei unerreicht handliche elektronische Tachymeter. Eine einzige Zielung genügt für die Messung von Distanz, Höhenwinkel und Richtung. Alle Bedienungs- und Ablesorgane befinden sich in Augenhöhe des Beobachters. Das Fernrohr bleibt durchschlagbar. Und beim Stationswechsel lässt sich die gesamte Ausrüstung bequem auf dem Stativ tragen.

Dr. Wilhelm
Artaker

1052 Wien, Kettenbrückeng. 16

Telefon (0 222) 57 76 15-0

Fernschreiber: 01-2322 dr-art



Sonderheft Nr. 28
der Österreichischen Zeitschrift
für Vermessungswesen und Photogrammetrie

FESTSCHRIFT

KARL LEDERSTEGER

Wien 1970

Preis S 200,- (DM 30,-)

Zu beziehen durch den Österreichischen Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

Sonderdruck
des Österreichischen Vereines
für Vermessungswesen und Photogrammetrie
mit Genehmigung des Bundesamtes für
Eich- und Vermessungswesen

Dienstvorschrift Nr. 9
Die Schaffung der Einschaltpunkte

Wien 1974

Preis S 100,-

Zu beziehen durch den Österreichischen Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

Photogrammetrie-Auswerter

Vermessungs- und Photogrammetriebüro in Salzburg sucht zum baldmöglichsten Eintritt Auswerter mit entsprechender Erfahrung. Die Arbeiten erfolgen an Zeiss Planimat in den Maßstäben 1 : 500 bis 1 : 5000.

Leistungsgerechte Bezahlung, die üblichen Sozialleistungen sowie gesicherte Auftragslage werden geboten.

Bewerbungen bitte an

Dipl.-Ing. KLAUS WENGER-OEHN
Ingenieurkonsultent für Vermessungswesen

A-5020 SALZBURG
Bürglsteinstraße 25
Tel. 0 62 22 / 24 1 54

GEODÄSIE-SOFTWARE

Für den programmierbaren Taschenrechner HP 25

Seitenreduktionen / Polygonzüge / Polarpunkte / Punkteinrichtungen / Absteckdaten / Dreiecksberechnungen / Geradenschnitte / Schnitte / Kreisaufgaben / Spezielle Aufgaben / Transformationen (2 Pkt) / Flächenberechnung / Höhenbestimmung

Insgesamt 58 Programmdokumentationen, gedruckt und gebunden im Format DIN A 6 zum Preis von **öS 150,—**.

Für den druckenden Kleincomputer HP 97

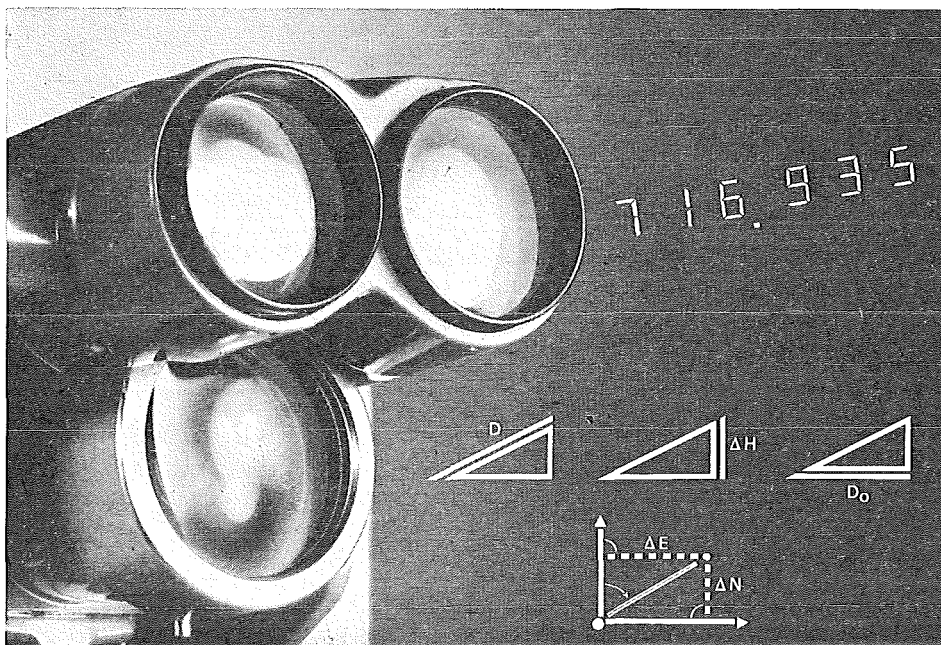
Seitenreduktionen / Polygonzüge / Polare Punktbestimmung / Absteckdaten / Punkteinrechnungen / Geradenschnitte / Schnitte / Kreisaufgaben / Flächenberechnungen / Spezielle Aufgaben / Höhenmessung / Transformationen / Trassierungsaufgaben / Dreiecksberechnungen

Insgesamt 95 Programmdokumentationen, gedruckt und gebunden im Format DIN A 5 zum Preis von **öS 450,—**.

Anfragen bzw. Bestellungen an:

Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Günter Wagensommerer
p. A. Institut für Allgemeine Geodäsie
der Technischen Universität Wien
Gußhausstraße 27—29, A-1040 Wien

Mehr Reichweite. Mehr Funktionen. Mehr Möglichkeiten.



Der Distomat DI3S.

Mit dem Einprismen-Reflektor mißt man bis 1000 m, mit 3 Prismen 1600 m und mit 9 Prismen 2000 m, und dies vollautomatisch. Die Standardabweichung σ jeder Messung wird angezeigt – das gibt dem Beobachter Sicherheit. Neben der Schrägdistanz liefert der DI3S Horizontalabstand, Höhendifferenz und sogar Koordinatenunterschiede auf Tastendruck. Beim Schalten auf Wiederholungsmessung erscheint automatisch alle 3 s die Schrägdistanz, besonders vorteilhaft für Absteckungsarbeiten.

Ablesung und Winkeingabe sind denkbar einfach: **10er-Tastatur** und Anzeige sind auf dem Meßsteil bedienungsfreundlich angeordnet. Dank **Baukastenprinzip** paßt der DI3S wie seine Vorgänger auf die Wild-Theodolite T1, T16 und T2. Bei den neuen T1/T16-Modellen ist das Fernrohr mit aufgesetztem Zielkopf durchschlagbar. Verlangen Sie den ausführlichen Prospekt (G1 329) – oder, noch besser, lassen Sie sich dieses neue System doch einmal zeigen.

Wild Heerbrugg AG
CH-9435 Heerbrugg/Schweiz

WILD
HEERBRUGG

• G 47 - 76

r-a röst

A-1161 WIEN • MÄRZSTR. 7 • TELEX: 1-3731 • TEL. 0222/92 32 31

obiges System, welches linear in den Hilfsunbekannten $\varphi_1(x, y), \dots, \varphi_n(x, y)$ ist, nach diesen Hilfsunbekannten auflösen. In einem zweiten Schritt wären dann aus einer Anzahl der Hilfsunbekannten die eigentlichen Unbekannten rückzurechnen. Dieser zweite Schritt ist manchmal nicht nötig, wenn nämlich x, y selbst unter den Hilfsunbekannten vorkommen.

Ein Beispiel möge dies verdeutlichen. Nehmen wir an, die geometrischen Örter seien Kreise und es seien drei davon vorgegeben.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + \underline{a}x + \underline{b}y + c &= 0 \\x^2 + y^2 + \overline{a}x + \overline{b}y + c &= 0 \\x^2 + y^2 + \overline{\overline{a}}x + \overline{\overline{b}}y + c &= 0\end{aligned}$$

Diese drei Kreise sollen sich in einem Punkt schneiden. Es liegt also eine Überbestimmung vor. Wenn man die Hilfsunbekannten $\varphi_1(x, y) = x^2 + y^2$, $\varphi_2(x, y) = x$, $\varphi_3(x, y) = y$ einführt, so resultiert ein lineares System in den drei Unbekannten $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Seine Auflösung liefert u. a. $\varphi_2 = x$ und $\varphi_3 = y$. Auf diese Weise könnte man etwa einen überbestimmten Bogenschnitt lösen.

Bei geschickter Wahl der Hilfsunbekannten lassen sich manchmal große Vereinfachungen erzielen. Hier sei insbesondere auf die Arbeit von K. Rinner verwiesen, in der die gegenseitige Orientierung von zwei Strahlenbündeln bei dreifacher Überbestimmung auf ein lineares System zurückgeführt wird. Seine Untersuchungen wurden von Van den Hout (1961) und Van den Hout und Stefanovic (1976) im Hinblick auf ihre Nutzenanwendung in der Photogrammetrie weiter verfolgt.

Der Weg, den K. Killian eingeschlagen hat, ist allgemeinerer Art. Er läßt im Prinzip die Lösung beliebig komplizierter algebraischer Systeme bei nur einer Überbestimmung zu. Wir wollen im folgenden diese Methode beschreiben und an einem Beispiel erläutern.

Killian hat das Verfahren an solchen Aufgabenstellungen erprobt, die sich durch eine einzige algebraische Gleichung in einer Unbekannten formulieren lassen. Sei

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

eine solche Gleichung (nach eventuellem Durchmultiplizieren mit dem Nenner). Aus der Überbestimmung folgt eine weitere Gleichung, etwa

$$\overline{a}_n x^n + \overline{a}_{n-1} x^{n-1} + \dots + \overline{a}_1 x + \overline{a}_0 = 0$$

Falls beide Gleichungen genau eine einzige Lösung ξ gemeinsam haben, so ist $(x - \xi)$ der größte gemeinsame Teiler der beiden Polynome, der sich z. B. durch Euklidische Kettendivision ermitteln läßt. Killian hat einen etwas anderen Weg beschritten. Er multipliziert die Gleichungen einmal mit $\overline{a}_n, -a_n$ und addiert (Wegschaffen der höchsten Potenz von x). Dann multipliziert er mit $\overline{a}_0, -a_0$ und addiert (Wegschaffen des konstanten Gliedes). Dividiert man die zweite der erhaltenen Gleichungen durch x , so folgen zwei neue Gleichungen.

$$\begin{aligned}\overline{b}_{n-1} x^{n-1} + \overline{b}_{n-2} x^{n-2} + \dots + \overline{b}_1 x + \overline{b}_0 &= 0 \\ \overline{\overline{b}}_{n-1} x^{n-1} + \overline{\overline{b}}_{n-2} x^{n-2} + \dots + \overline{\overline{b}}_1 x + \overline{\overline{b}}_0 &= 0\end{aligned}$$

Die Gleichungen sind im Grad um mindestens 1 niedriger und müssen die ge-

meinsame Lösung ξ haben. Daher kann man analog wie oben verfahren. Auf diese Weise gelangt man schließlich zu zwei linearen Gleichungen

$$\begin{aligned} r_1 x + r_0 &= 0 \\ \bar{r}_1 x + \bar{r}_0 &= 0 \end{aligned}$$

welche Vielfache voneinander sein müssen. I. a. liefert jede davon die Lösung

$$\xi = -r_0/r_1 = -\bar{r}_0/\bar{r}_1.$$

Das geschilderte Verfahren läßt sich ohne weiteres auf ein System von $m + 1$ Gleichungen mit m Unbekannten ausdehnen. Ein solches System ergibt sich bei einer Aufgabe mit einer einzigen überschüssigen Messung. Nehmen wir bei folgender Darstellung den Fall $m = 2$ an und ordnen wir die Gleichungen nach fallenden Potenzen von x :

$$\begin{aligned} \underline{A}_n(y) x^n + \underline{A}_{n-1}(y) x^{n-1} + \dots + \underline{A}_1(y) x + \underline{A}_0(y) &= 0 \\ \bar{\underline{A}}_n(y) x^n + \bar{\underline{A}}_{n-1}(y) x^{n-1} + \dots + \bar{\underline{A}}_1(y) x + \bar{\underline{A}}_0(y) &= 0 \\ \overline{\underline{A}}_n(y) x^n + \overline{\underline{A}}_{n-1}(y) x^{n-1} + \dots + \overline{\underline{A}}_1(y) x + \overline{\underline{A}}_0(y) &= 0 \end{aligned}$$

Dabei sind $A_j(y)$, $\bar{A}_j(y)$, $\overline{A}_j(y)$ Polynome in y . Nun führen wir entweder den Euklidischen Algorithmus durch, oder behandeln die Gleichungen analog der Killian'schen Verfahren. Im letzteren Falle können wir etwa die erste Gleichung mit $\bar{A}_n(y)$, die zweite mit $-A_{n-1}(y)$ multiplizieren und addieren (Wegschaffen der höchsten Potenz von x) und dann die erste Gleichung mit $\bar{A}_0(y)$ multiplizieren und die zweite mit $-A_0(y)$ und nach dem Addieren durch x dividieren. Wir erhalten zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} B_{n-1}(y) x^{n-1} + \dots B_1(y) x + B_0(y) &= 0 \\ \bar{B}_{n-1}(y) x^{n-1} + \dots \bar{B}_1(y) x + \bar{B}_0(y) &= 0 \end{aligned}$$

Auf diese Weise fortfahrend gelangt man schließlich zu zwei Gleichungen, die linear in x sind:

$$\begin{aligned} R_1(y) x + R_0(y) &= 0 \\ \bar{R}_1(y) x + \bar{R}_0(y) &= 0 \end{aligned}$$

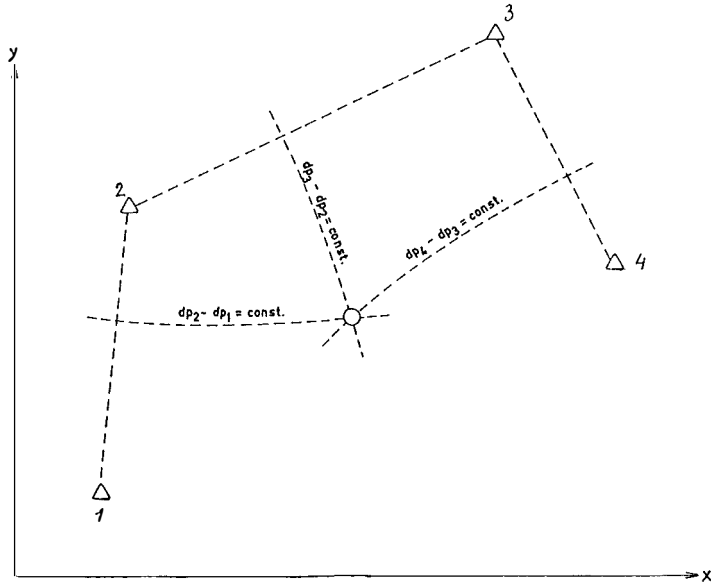
Ein weiterer Schritt liefert zwei polynomiale Gleichungen in y :

$$\begin{aligned} T(y) &= 0 \\ \bar{T}(y) &= 0 \end{aligned}$$

Davon kann man eine nehmen, bzw. auch den gemeinsamen Teiler der beiden. Sei $U(y) = 0$ die ausgewählte Gleichung.

Verfährt man analog mit zwei anderen der ursprünglichen drei Gleichungen, so erhält man eine weitere Gleichung $\bar{U}(y) = 0$ und man kann wie früher die gemeinsamen Nullstellen von $U(y)$, $\bar{U}(y)$ bestimmen.

Wir illustrieren dies am Falle von drei Kegelschnitten, welche durch einen gemeinsamen Punkt gehen. Eine solche Aufgabenstellung entsteht z. B., wenn von einem Punkt drei Streckendifferenzen nach gewissen Anschlußpunkten gemessen werden. Jede Streckendifferenz legt eine Hyperbel fest, auf der der Punkt liegen muß. Konfiguration und angenommene Meßdaten sind aus der Abbildung zu ersehen.



Messung		Anschlußpunkte		
Nr.	Wert	Nr.	x	y
1	-93,62	1	150,00	150,00
		2	200,00	650,00
2	111,81	2	200,00	650,00
		3	850,00	950,00
3	-98,14	3	850,00	950,00
		4	1050,00	550,00

$a = dp_2 - dp_1$, $b = e^2 - a^2$ gegeben. Die Gleichungen der drei Hyperbeln sind:

$$\begin{aligned}
 &0,02481071 x^2 - 0,19801980 xy - 0,95538731 y^2 + \\
 &\quad + 70,524172 x + 79,896331 y - 163848,41 = 0 \\
 &- 0,79999712 x^2 - 0,76097561 xy - 0,15121663 y^2 + \\
 &\quad + 1448,7775 x + 641,45880 y - 633838,48 = 0 \\
 &- 0,15184270 x^2 + 0,80000000 xy - 0,75184270 y^2 - \\
 &\quad - 311,49887 x + 367,76405 y + 12342,350 = 0
 \end{aligned}$$

Wir ordnen die beiden ersten Gleichungen nach Potenzen von x :

$$\begin{aligned}
 &0,02481071 x^2 + (-0,19801980 y + 70,524172) x + \\
 &\quad + (-0,95538731 y^2 + 79,896331 y - 163848,41) = 0 \\
 &- 0,79999712 x^2 + (-0,76097561 y + 1448,7775) x + \\
 &\quad + (-0,15121663 y^2 + 641,45880 y - 633838,48) = 0
 \end{aligned}$$

Nun schaffen wir einmal die höchste und einmal die niedrigste Potenz von x weg, es resultieren zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 &(0,00000000 y^2 + 0,17729562 y - 92,364333) x \\
 &\quad + (0,00000000 y^3 + 0,76805889 y^2 - 655,08340 y + 146804,24) = 0
 \end{aligned}$$

$$(-0,76805889 y^2 + 655,08340 y - 146804,24) x \\ + (-0,69708255 y^3 + 1854,4492 y^2 - 1111453,8 y + 192678950) = 0$$

Eliminiert man daraus x , so folgt:

$$0,46632477 y^4 - 613,113968 y^3 + 286302,01 y^2 - 55518221 y + 3754822000 = 0$$

Indem man die Hyperbelgleichungen 2 und 3 analog behandelt, erhält man $0,85834943 y^4 - 2010,6461 y^3 + 1750739,2 y^2 - 671132910 y + 95507074000 = 0$.

Eliminiert man aus den beiden zuletzt angeschriebenen Gleichungen einmal die höchste und einmal die niedrigste Potenz, so folgt

$$411,34806 y^3 - 570665,87 y^2 + 265311870 y - 41314365000 = 0 \\ 41314365000 y^3 - 5,1007103 \cdot 10^{13} y^2 + 2,0770154 \cdot 10^{16} y - \\ - 2,7823982 \cdot 10^{18} = 0$$

wiederholt man dies, so folgt

$$- 2,5950255 \cdot 10^{15} y^2 + 2,4174291 \cdot 10^{18} y - 5,6234267 \cdot 10^{20} = 0 \\ 5,6234267 \cdot 10^{20} y^2 - 5,1950637 \cdot 10^{23} y + 1,1990244 \cdot 10^{26} = 0$$

Nach dem nächsten Schritt erhält man zwei lineare Gleichungen, die erste davon ist

$$1,1291259 \cdot 10^{37} y - 5,0793910 \cdot 10^{39} = 0$$

Sie liefert

$$y = 449,85160$$

Setzt man in eine der obigen Gleichungen ein, welche linear in x ist, so folgt

$$x = 598,31180$$

Damit ist die gesuchte Näherungslösung gewonnen.

Es sei daran erinnert, daß man rationale Ausdrücke trigonometrischer Funktionen in mannigfacher Weise in rationale Funktionen umwandeln kann (z. B. über die Moivre'sche Formel oder über die bei der Auswertung von Integralen verwendete Transformation $u = \tan \frac{x}{2}$). Ferner sei erinnert, daß die Gleichungen vieler algebraischen Kurven im „transzendenten Gewand“ vorkommen. Jede durch Polarkoordinaten dargestellte Kurve ist algebraisch, wenn in der Gleichung

$$\rho = F(\varphi) \quad \begin{array}{l} \rho \dots \text{Radiusvektor} \\ \varphi \dots \text{Anomalie (Polarwinkel)} \end{array}$$

nur in der Form $F(\sin n\varphi, \cos m\varphi)$ auftritt.

Es soll nicht verschwiegen werden, daß die angeführten Methoden zur Bestimmung von Näherungslösungen geometrisch überbestimmter Probleme numerische Schwierigkeiten mit sich bringen können. Wenn der Grad des algebraischen Systems zu hoch ist und die Anzahl der Unbekannten zu groß ist, so kann die numerische Rechnung infolge zu großen Aufwandes oder infolge von Rundungsfehlern versagen. Außerdem ist es möglich, daß numerische Ausnahmefälle vorkommen

— sie sind nicht identisch mit den dem Problem anhaftenden gefährlichen Örtern —, die ebenfalls die numerische Rechnung unmöglich machen.

Es ist vorgesehen, in nachfolgenden Untersuchungen eine Anzahl wichtiger Probleme zu diskutieren und ihre numerischen Ausnahmefälle zu analysieren.

Literatur

Killian, K.: Über das Rückwärtseinschneiden im Raum. *ÖZfV*, 43 (1955).

Rinner, K.: Eine allgemeine analytische Lösung des Folgebildanschlusses. *ÖZfV*, 44 (1956).

Rinner, K.: Studien über eine allgemeine, voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses. Sonderheft 23 der *ÖZfV*, 1963.

Van den Hout, C. M. A.: Analytical orientation methods. *Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*. Anno XX, p. 418–427 (1961).

Van den Hout, C. M. A and *P. Stefanovic*: Efficient Analytical Relative Orientation. Paper presented at ISP Congress Helsinki 1976 (1976).

von Sanden, H.: Die Bestimmung der Kernpunkte in der Photogrammetrie. Diss. Univ. Göttingen 1908.

Über die Schwankung der Tageslänge und deren Einfluß auf die Schwerkraft

Von *Eckart Lindinger*, Schärding

Die Schweremesser, ganz gleich welcher Art, liefern den Wert

$$g = 98., \dots \dots \text{ cm sec}^{-2}.$$

Dieser Betrag setzt sich zusammen aus der Gravitation und aus der Fliehkraft. Die Gravitation wieder setzt sich zusammen aus der Anziehung der terrestrischen Massen und aus der variablen Form der extraterrestrischen Gezeitenwirkungen im Sonnensystem. Ich erinnere mich auch an einen Vortrag, der in den dreißiger Jahren von einem Wiener Geophysiker an der Universität Graz gehalten worden ist, in welchem dieser im Erdinneren Geschwindigkeiten postulierte, die an die in der Atmosphäre vorkommenden Geschwindigkeiten heranreichen, was beträchtliche Unruhe im Auditorium hervorgerufen hatte. Wenn aber Massenverlagerungen vorkommen, wie diese die Plattentheorie mit ihren Zentimetergeschwindigkeiten vorschreibt, so muß auch der Anteil der Gravitation zusammen mit den an sich variablen Gezeiten variabel sein.

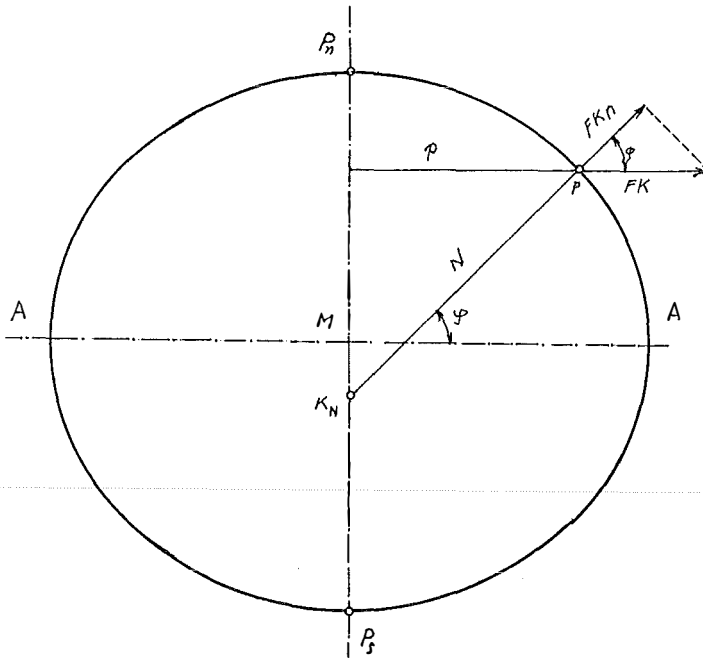
Der Anteil der Gravitation ist aber nicht Gegenstand der folgenden Untersuchungen.

Der Einfluß der Fliehkraft

Die folgende Skizze stellt den Axialschnitt durch den Erdkörper dar.

Darin ist

- p der Parallelkreisradius
- N der Normalkrümmungsradius und
- φ die Geographische Breite



mit der Beziehung

$$p = N \cdot \cos \varphi \quad \dots (1)$$

und mit der radialen Fliehkraftkomponente

$$Fk_n = Fk \cdot \cos \varphi. \quad \dots (2)$$

Die Besselschen Erddimensionen vorausgesetzt, ergeben für eine mittlere Breite $\varphi = 45^\circ$

$$p_{45} = 4517 \text{ km} = 4,517 \cdot 10^8 \text{ cm}. \quad \dots (3)$$

Die Fliehkraft

$$Fk = p \omega^2, \quad \dots (4)$$

wobei die Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{2 \pi}{t} \quad \dots (5)$$

ist und t die Umdrehungszeit im Mittelwert

$$\begin{aligned} \text{mit } t &= 86\,164,90 \text{ sec MZ} \\ &= 8,616490 \cdot 10^4 \text{ sec} \end{aligned} \quad \dots (6)$$

angesetzt wird.

Das Quadrat der Umdrehungszeit

$$t^2 = 74,222 \cdot 10^8 \text{ sec}^2 \quad \dots (7)$$

und ω^2 ergibt sich zu

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{t^2} = \frac{39,780}{74,222 \cdot 10^8} = 0,536 \cdot 10^{-8} \text{ sec}^{-2}. \quad \dots (8)$$

Mit den obigen Werten wird dann die Fliehkraft aus (3) und (8)

$$Fk = p_{45} \omega^2 = 4,517 \cdot 10^8 \cdot 0,536 \cdot 10^{-8} = 2,421 \text{ cm sec}^{-2}. \quad \dots (9)$$

Setzt man die tägliche Schwankung der Umdrehungszeit mit dt an, so erhalten wir die Schwankung der Fliehkraft zu

$$\begin{aligned} dp_{45} \omega^2 &= \frac{-p \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi^2}{t^3} dt \\ &= \frac{-4 \cdot 517 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 9,87}{6,395 \cdot 10^{14}} dt \quad \dots (10) \\ &= -5,577 \cdot 10^{-5} dt \end{aligned}$$

und die tägliche Schwankung der Radialkomponenten dFk_n nach (2)

$$dFk_n = -4,00 \cdot 10^{-5} dt \text{ cm sec}^{-2} \quad \dots (11)$$

pro Tag.

Es bleibt die Abschätzung oder die Angabe des Wertes dt , der Schwankung der Tageslänge, übrig.

Die Kenntnis dieses Wertes oder dessen Bestimmungsmöglichkeit ist seit der Einführung der Quarzuhren um 1930 die Frage oder nach und nach zu dem Problem der Zeitdienste geworden. Zur Abschätzung dieses Wertes dt muß ich auf meine Abhandlung „Eine fundamentale astronomische Längenbestimmung mit ausschließlicher Verwendung von Quarzuhren“*) zurückgreifen, in welcher diese Längenbestimmung kritisch beurteilt worden ist. Dort habe ich auf die vor 1945 schon richtig vermuteten und von den betreffenden Autoren publizierten Erscheinungen in der halbjährigen Schwankung der Dauer der Erdrotation hingewiesen und ich hebe neuerdings das mir von K. Rinner gütigst angegebene Werk “The Earth Tides” von Paul Melchior hervor. Ohne auf die Theorien, Hypothesen oder Ursachen der Zeitschwankungen eingehen zu wollen oder dies auch nur zu können, wiederhole ich die Feststellungen, die ich unter *) S. 442—447 gemacht habe, und weise besonders darauf hin, daß es sich hier nicht um halbjährliche Schwankungen, wie sie erstmalig von Scheibe und Adelsberger festgestellt worden sind, sondern um kurzfristige, ganz unregelmäßige Erscheinungen handelt, die von

drei verschiedenen Beobachtern
in zwei etwa 180 km entfernt liegenden Punkten
mit zwei verschiedenen Instrumenten
gegen neun verschiedene Uhren
zu gleicher Zeit

gemacht worden sind.

Die soeben angeführte Gleichzeitigkeit kann keine absolute sein, weil

- a) der Beobachter UK siehe *) Abb. 5, S. 445, ca. 180 km (Potsdam-Dresden) entfernt gewesen ist und weil dort andere meteorologische Bedingungen bzw. Sichtbarkeitsverhältnisse vorgeherrscht haben als bei La und Li *) Abb. 3 und Abb. 4, und
- b) weil damals der Effekt der Zeitschwankungen noch nicht so bekannt gewesen ist, daß das Programm der Längenbestimmung in dieser Absicht ausgerichtet worden wäre,

*) Festschrift Eduard Doležal zum neunzigsten Geburtstag, Sonderveröffentlichung 14 der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen, Wien 1952.

c) weil der parallel geführte Zeitdienst in Potsdam nur zur Ableitung des Längenunterschiedes und erst nach acht Jahren zur Überprüfung der Tageslänge herangezogen worden ist und

d) weil das Beobachtungsmaterial zu *) ein einmaliges Dokument zur Erhärtung der in *) gemachten Feststellungen gewesen ist.

Aus *) Abb. 4 und 5 geht für die Beobachtungszeit 1944 April 8 bis 1944 Mai 13 eine Schwankung im Ausmaß $dt \approx 2 \text{ msec}/d \approx 0,002^{-3} \text{ sec}/d$ hervor, was in (11) eingesetzt eine tägliche Schwankung der Fliehkraft und damit der Schwerkraft von

$$dFk_{45} = 4,00 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ cm sec}^{-2}/d \quad \dots (12)$$

bewirkt. Daraus ergibt sich in 35 Tagen (April 8 bis Mai 13) eine Schwerkraftänderung ($dt = 70 \text{ msec}$) und mit (11) und (12) ein

$$dFk_{35} = 8 \cdot 10^{-8} \cdot 35 = 280 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ cm sec}^{-2}. \quad \dots (13)$$

Im Intervall Mai 13 bis Mai 30 = 17 Tage ergibt sich aus der Auftragung ein $dt \approx 20 \text{ msec}$ oder ein $dFk_n = 8 \cdot 10^{-7} \text{ cm sec}^{-2}$, aber mit umgekehrten Vorzeichen.

Aus der kurzfristigen und lebhaften Schwankung der Tageslänge in den Monaten 1944 April und Mai wurde die Schwankung der Schwerkraft abgeleitet, welche Beträge annimmt, die an die Gezeitenwirkung der Sonne heranreichen.

Ob die bei der o. a. Längenbestimmung erfaßten Beträge Extremwerte darstellen, kann nicht beurteilt werden, weil ja nur ein einziges Intervall von zwei Monaten parallel mit Potsdam beobachtet worden ist.

Die Sammlung der täglichen Abendwerte der Zeitbestimmungen von hervorragenden Stationen über längere Zeit hin und deren Auswertung in der angegebenen Weise würde die Tagesschwankungen der Rotationsdauer und damit der Schwerkraft ergeben. Damit würde auch der Nachweis erbracht, daß die astronomischen Beobachtungen wesentlich genauer sind als bisher angenommen, und so würden nicht nur dem Zeitdienst an sich, sondern auch den artverwandten Wissenschaften, besonders der Geophysik, erhebliche Fortschritte ermöglicht werden.

Untersuchungen und Vorschläge für die Testung von Differentialentzerrungsgeräten mit Vorrichtungen zur Korrektur des Einflusses der Geländequerneigung

Von *Werner Marckwardt*, Jena

Summary:

Differential rectifiers equipped with devices for correcting the influence of terrain cross slope permit rectification by means of larger slit widths, with image quality improved at the same time. For testing these instruments distortions of artificial test patterns are suitable. Some results will be given which were obtained with the Topocart/Orthophot instrument combination.

1. Einleitung

Die Differentialentzerrung ist gegenwärtig ein verbreitetes Verfahren zur Auswertung von Luftbildern. Die dazu benötigten Gerätesysteme werden ständig weiter

verbessert. Neben Geräten, die das für das Orthophoto benötigte Bilddetail aus dem Meßstrahlengang eines Stereokartiergeräts ausblenden (on-line) gibt es Geräte, die ein Höhenmodell abspeichern und dann mit diesem Speicher eine Entzerrungseinrichtung steuern (off-line). Beide Verfahren bieten eine Reihe von Vorteilen. Ein Gerät, das wahlweise im on- oder off-line-Betrieb arbeiten kann, wird offenbar allen Anforderungen gerecht. Zu diesen Geräten gehört die Kombination Topocart/Orthophot aus Jena. Ein wesentliches Merkmal dieser Gerätekombination wird die Möglichkeit der Einführung einer zusätzlichen Maßstabsänderung und Bilddrehung zur Korrektur des Einflusses der Geländequerneigung sein. Die Einführung derartiger Korrekturen in Abhängigkeit von der Geländeneigung quer zur Abtastrichtung erfordert eine Zwischenspeicherung der Profile zur Gewinnung der Querneigungsinformation. Bei Differentialentzerrungsgeräten mit derartigen Korrekturmöglichkeiten ist deshalb die Informationsgewinnung (profilweises Abtasten des Modells) und die Informationsverarbeitung (Belichten des Orthophotos) entweder zeitlich (off-line) oder räumlich (on-line Anschluß eines dritten Projektors) getrennt.

Die Frage, wie ein derartiges Gerätesystem mit einer Vorrichtung zur Korrektur des Einflusses der Geländequerneigung getestet werden kann, wurde bisher in den Vorschlägen der Arbeitsgruppe II/2 der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie [1] nicht ausreichend betrachtet. Im vorliegenden Aufsatz werden Verfahren beschrieben, die in Verbindung mit dem Gerätesystem Topocart/Orthophot erprobt wurden.

2. Das Gerätesystem Topocart/Orthophot

An ein entsprechend modifiziertes Gerätesystem Topocart/Orthophot kann in Verbindung mit einer automatischen Steuerung ein Querneigungskorrektor angeschlossen werden. Das System wird dann mit digitalen Steuerdaten betrieben, die auf unterschiedlichste Weise gewonnen werden können. Die Steuerdaten bestehen aus Informationen über die Geländehöhe und die Geländequerneigung. Beide Informationen müssen so beschaffen sein, daß sich ein stetiges Querprofil ergibt (Abb. 1). Da ohne Dezentrierung der Spaltblende gearbeitet wird, erfolgt die Berechnung auf der Grundlage von je drei benachbarten Längsprofilen. Das Gelände

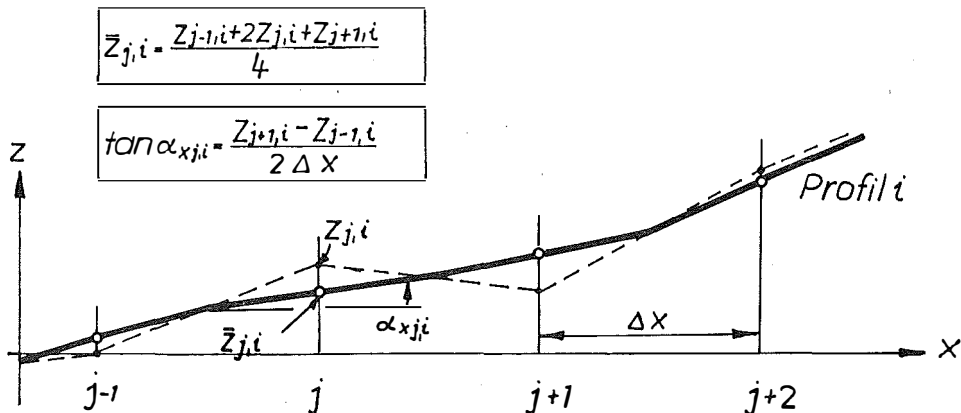


Abb. 1:

Berechnung der stetigen Hilfsfläche (Querprofil)

wird dabei durch Profile beschrieben, die jeweils durch Mittelung zweier gemessener Profile entstehen. So ergibt sich eine günstige Querglättung des Modells und die Korrelation zwischen benachbarten Steuerprofilen nimmt zu. Das bewirkt die Unterdrückung von Abtastfehlern, die ein wenig geübter Operateur verursachen kann. Bei profilweiser Datengewinnung kann so mit größeren Vorschubgeschwindigkeiten gearbeitet werden. Abb. 2 zeigt den Datenfluß, wenn die Digitalsteuereinheit über

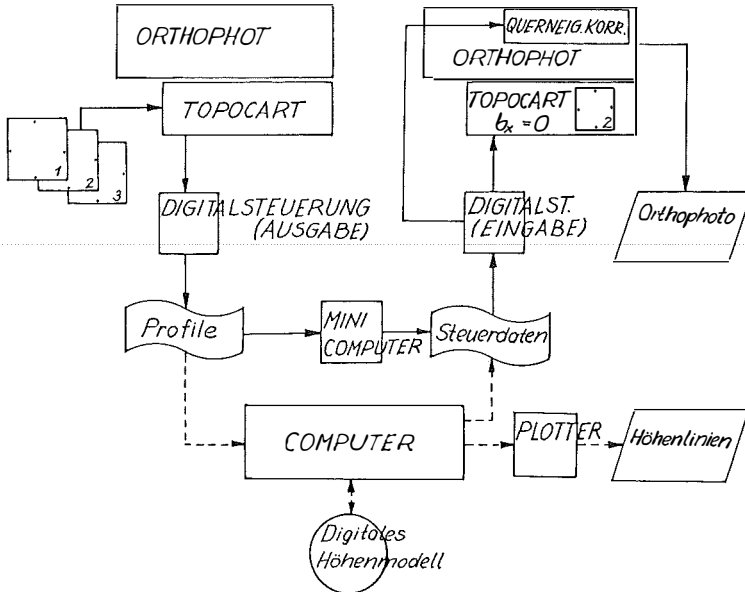


Abb. 2:

Beispiel für den Informationsfluß beim Orthophot mit Querneigungskorrektor

ihren Ausgabekanal zur Datengewinnung benutzt wird. Dieses Verfahren ermöglicht die Erfassung von parallelen Profilen eines Doppelmodells, wobei die Kantung des mittleren Bildes 2 unverändert bleiben muß (Orientierung mit b_y). Die Entzerrung des vollständigen mittleren Bildes erfolgt dann mit $b_x = 0$.

Die digitale Querneigungsinformation wird von der Digitalsteuereinheit in einen analogen Spannungswert umgewandelt und dem Querneigungskorrektor zugeführt. Der Korrektor erhält außerdem Informationen über die Modellkoordinaten, so daß die Neigung des Projektionsstrahls mit der Querneigungsinformation in einem elektronischen Analogrechner zu einem Maßstabskorrekturwert und einem Bildrehwinkel verknüpft werden kann. Zwei Regelkreise zur Maßstabskorrektur und Bildrehung (Schmidt-Prisma im parallelen Strahlengang) realisieren die berechneten Korrekturwerte. Die dadurch erzielte Verbesserung des Differentialentzerrungsverfahrens wirkt sich besonders bei größeren Geländeneigungen (Mittel- und Hochgebirge) günstig aus.

3. Genauigkeitsuntersuchungen auf der Grundlage von Testfeldern

Die bekannteste Methode zur Untersuchung der Leistungsfähigkeit eines Stereoauswertegeräts besteht in der Auswertung eines Testfeldes mit einer größeren

Anzahl signalisierter Paßpunkte, deren Koordinaten mit großer Genauigkeit bekannt sind. Die Lagekoordinaten dieser Punkte können dann in der Auswertung z. B. mit einem Präzisionskoordinatographen gemessen werden. Über eine Helmert-Transformation ergeben sich mittlere Lagefehler, die anschließend auf die Bildebene bezogen werden können. Die meisten vorhandenen Testfelder haben jedoch den Nachteil, daß sie in relativ ebenen Gebieten angelegt wurden. Sie sind deshalb für die Testung von Querneigungskorrektureinrichtungen wenig geeignet.

Zur Testung des Querneigungskorrektors für das Differentialentzerrungssystem Topocart/Orthophot dienten Entzerrungen des Testfelds Pečny (ČSSR). Die Ergebnisse sind in Abb. 3 dargestellt. Es zeigt sich, daß durch den off-line Betrieb



Abb. 3:
Mittlere Lagefehler im Orthophoto (Testfeld Pečny, 1:5000)
a) ohne Querneigungskorrektor
b) mit Querneigungskorrektor

ein geringer Genauigkeitsverlust auftritt, der jedoch bei einer bestimmten Spaltbreite durch den Querneigungskorrektor vollständig kompensiert wird. Bei einer weiteren Vergrößerung der Spaltbreite erhält man eine Genauigkeitssteigerung, die vom Geländetyp abhängt (Hochgebirge, Mittelgebirge oder Hügelland). Die Abb. 4a und 4b zeigen Ausschnitte aus Orthophotos vom Testfeld Pečny (Bildmaßstab 1:12000, Modellmaßstab 1:8000, Maßstab des Orthophotos 1:5000).

4. Gitterverzerrungen

4.1. Verzerrungen eines Quadratgitters

Die Aufgabe des Querneigungskorrektors besteht darin, sichtbare Differenzen zwischen benachbarten Streifen zu beseitigen. Der mittlere Lagefehler der Orthophotos wird dabei ebenfalls verringert. Die Differenzen treten immer nur an bestimmten Bildstellen mit größerer Geländequerneigung auf. Die Korrektur dieser störenden Differenzen ermöglicht die Verwendung breiterer Spaltblenden und größerer Bildwinkel.

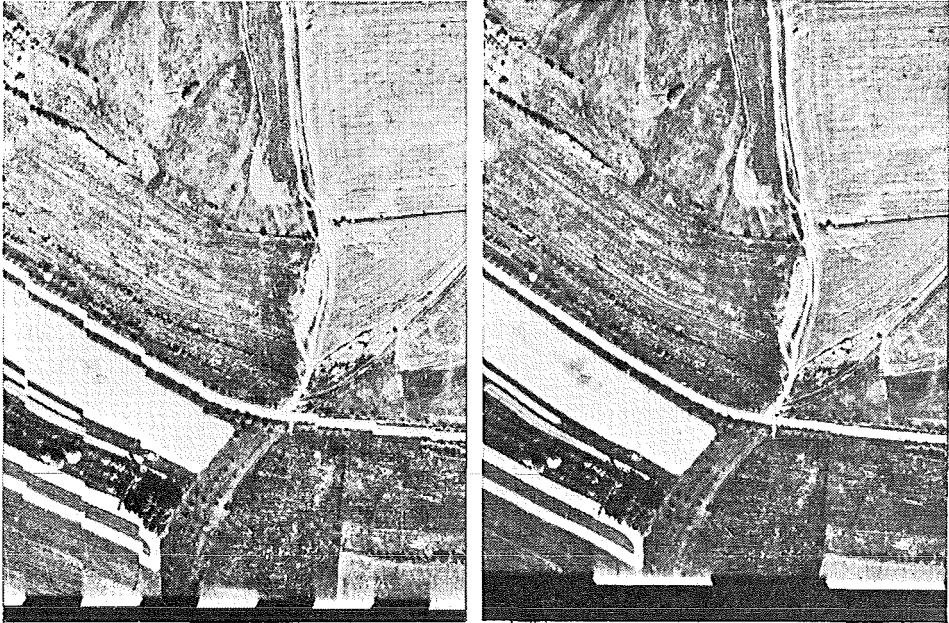


Abb. 4:

Ausschnitte aus Orthophotos (Testfeld Peřny, 1:5000)

- a) ohne Querneigungskorrektor (Spaltbreite 8 mm)
- b) mit Querneigungskorrektor (Spaltbreite 16 mm)

Es bereitet Schwierigkeiten, die Differenzen im Orthophoto zu messen. Durch eine Gitterplatte, die als Deckglasplatte für ein zu entzerrendes Diapositiv verwendet wird, lassen sich die Differenzen, die durch die Geländequerneigung und durch Abtastfehler hervorgerufen werden, besser sichtbar machen. Da beim Einsatz einer Korrekturvorrichtung eine Trennung zwischen Informationsgewinnung und -verarbeitung vorliegt, besteht die Möglichkeit, bei der Entzerrung statt eines Luftbilds nur eine Testfigur zu verwenden (z. B. eine Gitterplatte). Abb. 5 zeigt, wie eine der-

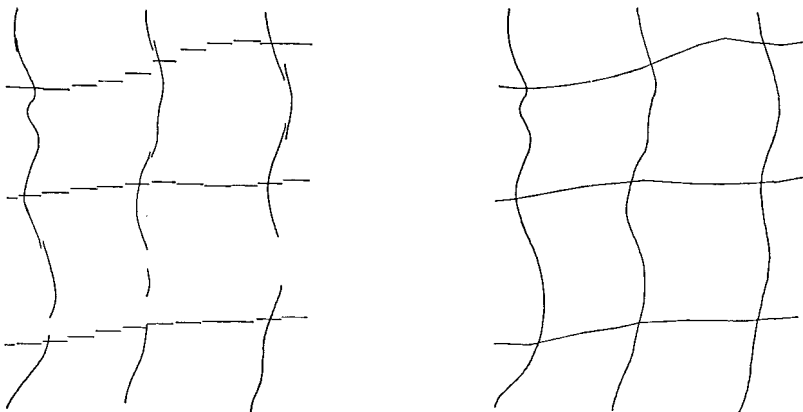


Abb. 5:

Verzerrungen einer Gitterplatte mit Daten eines Hochgebirgsmodells

- a) ohne Querneigungskorrektor
- b) mit Querneigungskorrektor

artige Gitterverzerrung die Wirkung der Querneigungskorrekturvorrichtung widerspiegelt. Verzerrungen von Gitterplatten bieten den Vorteil, daß die Komponenten Maßstabskorrektur und Bilddrehung auf einfache Weise durch Messen von x - und y -Differenzen getrennt werden können. Ein Gerätefehler läßt sich leicht lokalisieren. Ergebnisse von Gitterverzerrungen mit Daten des Testmodells Santander (Hochgebirge, Bildmaßstab 1:36000, Modell- und Kartenmaßstab 1:20000, Flughöhe 5,4 km, maximaler Höhenunterschied im Modell 1,2 km, Spaltbreite 4 mm) sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1

Ergebnisse von Gitterverzerrungen mit Daten des Doppelmodells Santander
(Hochgebirge, 1:20000, Spaltbreite 4 mm)

Querneigungskorrektor	ohne	mit
mittlere y -Differenz	$\pm 0,2$	$\pm 0,04$ mm
maximale y -Differenz	1,2	0,2 mm
maximale radiale Differenz	1,8	0,4 mm

4.2. Radialgitter

Differenzen am Rand der Streifen sind die Folge von radialen Verschiebungen von Punkten im Orthophoto. Die Genauigkeitsstruktur eines Orthophotos läßt sich deshalb besser durch Testfiguren erfassen, die aus konzentrischen Kreisen bestehen ($r' = \text{konstant}$). Derartige Verzerrungen von Radialgittern lassen besonders das Anwachsen der Differenzen bei größeren Bildwinkeln erkennen. Abb. 6 zeigt Aus-

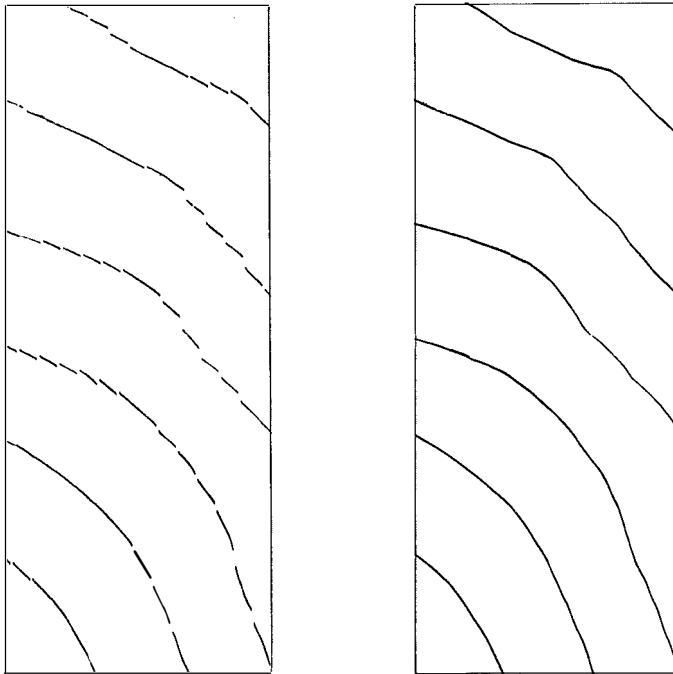


Abb. 6:

Ausschnitte aus einer Radialgitterverzerrung mit Daten des Testfelds Santander (Kolumbien)
a) ohne Querneigungskorrektor b) mit Querneigungskorrektor

schnitte aus Radialgitterverzerrungen mit Daten des Doppelmodells Santander. Zu den abgebildeten Kreisen gehören die Radien $r' = 40, 50, 60, 70, 80$ und 90 mm. Auf Abb. 7 sind die maximalen radialen Differenzen für das Doppelmodell in Abhängigkeit von r' dargestellt.

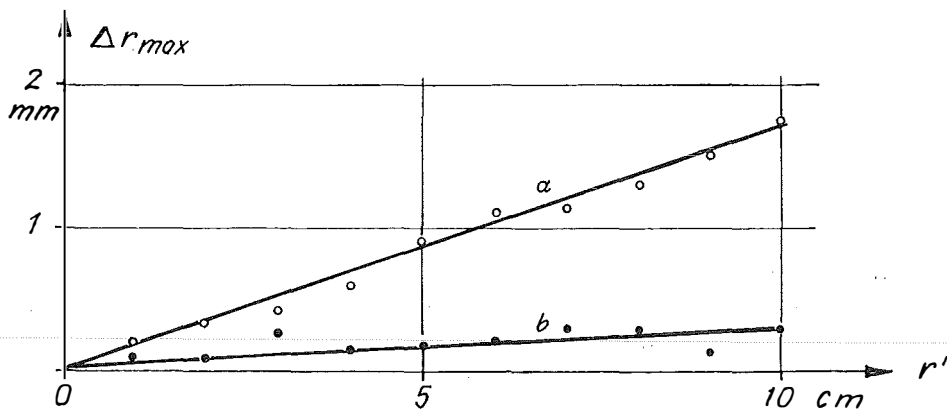


Abb. 7:

Maximale radiale Differenzen der Radialgitterverzerrung mit Daten des Doppelmodells Santander (Vergrößerung Orthophoto : Bild = 1,9, Spaltbreite 4 mm)

- a) ohne Querneigungskorrektor
- b) mit Querneigungskorrektor

4.3. Vergleichende Betrachtungen

Aus Tabelle 1 und Abb. 7 ist zu entnehmen, daß bei Entzerrungen mit Querneigungskorrektur die Differenzen um den Faktor 5...6 kleiner sind als bei Entzerrungen ohne Korrektor. Um diesen Faktor könnte die Spaltbreite vergrößert werden, wobei gleichzeitig die Zahl der möglichen Störstellen (Streifengrenzen) um den gleichen Faktor zurückgeht. Der Vergrößerung der Spaltbreite sind aber noch Grenzen durch die Geländequerkrümmung gesetzt. Die ideale Hilfsfläche, auf die projiziert wird, ist gegenüber dem Geländemodell zu sehr geglättet. Die Genauigkeit geht dadurch bei zu breiten Spaltblenden wieder etwas zurück. Es ist deshalb die Verwendung einer 3fach breiteren Spaltblende zu empfehlen.

4.4. Gleichmäßigkeit der Belichtung

Verzerrungen von Textfiguren, bei denen zusätzlich ein Graufilter, das etwa der mittleren Schwärzung eines Luftbildes entspricht, in den Strahlengang des optischen Bildübertragungssystems gebracht wird, ermöglichen Rückschlüsse auf den Einfluß der Vergrößerungskorrektur auf die Gleichmäßigkeit der Belichtung. Dieser Einfluß wird beim Orthophot durch eine in Abhängigkeit von der Vergrößerung gesteuerte Blende für den größten Teil des zur Verfügung stehenden Bereichs vollständig korrigiert, so daß in diesem Vergrößerungsbereich keine Belichtungsunterschiede in Abhängigkeit von der Geländequerneigung auftreten.

4.5. Künstliche Testmodelle für off-line Geräte

Bei off-line Differentialentzerrungsgeräten besteht die Möglichkeit, Steuerdaten auf verschiedene Weise zu gewinnen. Dadurch könnte statt eines Modells von einem Testgebiet auch ein künstliches mathematisches Modell für Gitterverzerrungen

verwendet werden. Dieses Modell braucht nicht körperlich hergestellt zu werden. Für Einzelprofile liegen Vorschläge vor [2]. Einen weiteren Vorschlag zeigt Abb. 8.

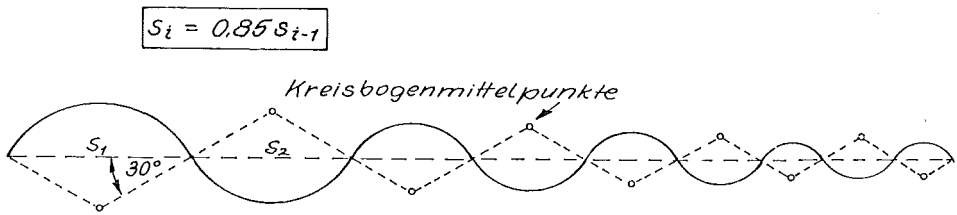


Abb. 8:
Vorschlag für ein künstliches Testprofil

Im einfachsten Fall könnte auch eine Kugelkalotte oder ein Kegelstumpf Grundlage eines künstlichen Modells sein. Derartige mathematische Modelle haben aber wenig Gemeinsames mit einem natürlichen Modell. Das trifft besonders auf die auftretenden Frequenzen zu, die in natürlichen Modellen stets gemischt sind und eine größere Bandbreite haben. Statt eines komplizierten und trotzdem nicht zu verallgemeinernden mathematischen Modells sollten deshalb besser Daten eines geeigneten Testgebiets zur Testung von Differentialenzerrungsgeräten verwendet werden.

5. Zusammenfassung

Vorrichtungen für die Korrektur des Einflusses der Geländequerneigung verbessern die Qualität der Orthophotos und ermöglichen die Verwendung breiterer Spaltblenden. Zur Testung derartiger Geräte sind Verzerrungen von Testfiguren besser geeignet als Entzerrungen von Luftbildern. Für die Verzerrungen sollten jedoch Daten eines natürlichen Testgebiets verwendet werden.

Untersuchungen des Differentialenzerrungssystems Topocart/Orthophot mit Querneigungskorrektor ergaben, daß die Differenzen am Spaltrand um den Faktor 5...6 verringert werden. Besonders in gebirgigen Gebieten ist deshalb eine beträchtliche Steigerung der Arbeitsproduktivität durch den größeren Profilabstand möglich.

Literatur:

- [1] Döhler, M. u. a.: Test-Empfehlungen für Analogauswertegeräte, Komparatoren, Entzerrungsgeräte, Orthoprojektoren, Koordinatographen. ISP Komm. II, AG 2 (Standardtests), Pres. Paper zum XII. ISP-Kongreß Ottawa 1972.
- [2] Makarovic, B.: Dynamic Performance Tests for Profiling Operation. ITC Publication A 51, Enschede 1972.
- [3] Marckwardt, W.: Digitalsteuereinheit und Querneigungskorrektor zum Differentialenzerrungssystem Topocart-Orthophot aus JENA. Vermessungsinformation Heft 33, Seite 23—27, Jena 1976.
- [4] Szangolies, K.; Mark, R.-P.; Marckwardt, W.; Zeth, U.: Die Anwendung der Standardtests für die Prüfung von Auswertegeräten aus JENA, Teil II. Kompendium Photogrammetrie XI, Seite 275—316. Leipzig 1975.
- [5] Szangolies, K.: Zur Wirtschaftlichkeit und Genauigkeit der Herstellung von Orthophotokarten. Vermessungstechnik 21, Heft 7, Seite 253—257. Berlin 1973.

Johann Jakob von Marinoni (1676—1755) — Sein Leben und Schaffen — 300 Jahre nach seiner Geburt*

Von *Traian Sofonea*, Triest

Im Jahr 1976 jährte sich zum dreihundertsten Male der Geburtstag eines der angesehensten Gelehrten seiner Zeit: Johann Jakob von Marinoni. Als Lehrer der k. k. Ingenieur-Akademie bildete er eine große Zahl von Schülern auf dem Gebiete der angewandten Mathematik und der Ingenieurwissenschaften heran, die dann in seinem Sinne weiterwirkten. Marinoni war aber auch ein ausgezeichnete Mathematiker, betätigte sich erfolgreich als Bauingenieur und erfreute sich eines guten Rufes als Astronom.

Bahnbrechend für das folgende Jahrhundert wurde er jedoch als Geometer durch die erste Katastralvermessung mit Verwendung des Meßtisches, den er hierfür zweckdienlich vervollkommnete. Von seiner Tätigkeit als Ingenieur sei auf die Trassierung zahlreicher Straßen in Niederösterreich, vor allem auf die Projektierung der ersten Semmeringstraße, hingewiesen. Schließlich machte er sich als Astronom durch die Errichtung der ersten Sternwarte in Wien verdient.

Der Ruhm seiner hervorragenden Leistungen auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften ging weit über die Grenzen Österreichs hinaus. Über ein halbes Jahrhundert stand er mit den bedeutendsten Gelehrten Europas in Briefwechsel, darunter auch mit Leibniz¹⁾, der von ihm sagte, daß seine „Correspondenz nützlich ist, als eines in der Mathesis gar wohl versirten Mannes“²⁾. Dank seines großen Ansehens in der damaligen Zeit wurde er zum Mitglied der Akademie der Wissenschaften in London, Petersburg, Berlin, Bologna und Neapel sowie anderer gelehrter Gesellschaften ernannt.

Marinoni wurde im Jahre 1676 in Udine, der Hauptstadt des Friauls, die damals zur Republik Venedig gehörte, als Sohn wohlhabender Eltern geboren. Mit siebzehn Jahren beendete der talentierte Junge das humanistische Gymnasium der Barnabiten und studierte anschließend die mathematischen Wissenschaften, für die er eine besondere Vorliebe bezeugte. Im Alter von 20 Jahren kam er, wie so viele gebildete Italiener, nach Wien, wo er nach zwei Jahren an der von den Jesuiten geleiteten Universität das Doktorat der Philosophie erwarb.

Durch die Erteilung von Mathematikunterricht und die Ausführung kartographischer Arbeiten wurde er bald ein geachteter Mann und zum Mathematikprofessor am Edelknaben-Institut ernannt, allerdings ohne Bezahlung. Wahrscheinlich verdankte er die Ernennung dem Ingenieurhauptmann Anguissola, mit dem er schon früher ein Projekt für eine Donaubebefestigung zum Schutze Wiens ausgearbeitet hatte und mit dem ihn zeitlebens eine enge Freundschaft verband.

*) Auszug aus einer umfangreicheren Arbeit über Marinoni, verfaßt von Karl Lego (†), Wien und Traian Sofonea, Triest.

1) Gothofredi Guillelm Leibnitii opera omnia Ludovici Dutens, Genf, 1768, 5. Bd., S. 536 bis 539, Lettres à Monsieur Marinoni.

2) Dr. Ilg, Eine bisher unbekannte Korrespondenz Gottfr. Wilh. Leibniz, Monatsblätter des wissenschaftlichen Clubs in Wien, IX. Jahrgang, Wien, 1888.

Bereits im Jahre 1702 wurde Marinoni zu seinem ständigen Substituten an der nö. Landschafts-Akademie bestellt, an der Anguissola Mathematik, Geometrie, Kosmographie sowie Zivil- und Militärarchitektur vortrug. 1703 verlieh ihm Kaiser Leopold I. auf Ansuchen den Titel eines Hofmathematikers, den er, von den nachfolgenden Herrschern Josef I., Karl VI. und Maria Theresia immer wieder bestätigt, bis an sein Lebensende führte. Vom Jahre 1705 an lehrte er Mathematik den jungen Erzherzogen und später auch Maria Theresia als ihr einziger weltlicher Lehrer, denn alle anderen gehörten dem Jesuitenorden an.

Seine erste Aufgabe als Hofmathematiker war die vom Prinzen Eugen beantragte Projektierung eines Befestigungswalles, um die Wiener Vorstädte gegen die Einfälle der aufständischen Ungarn zu schützen. Dieser Wall wurde 1704 errichtet und bestand bis zum Ende des 19. Jahrhunderts als sogenannter Linienwall, der dann dem Bau der Gürtelstraße weichen mußte. Heute noch erinnern die Namen Mariahilferlinie, Taborlinie und andere an dieses Werk Marinonis.

Durch das Dekret vom 15. Juli 1689 wurden die Vorstädte in den Burgfrieden und die Gerichtsbarkeit der Reichs- und Residenzstadt Wien einbezogen, wodurch sich die Notwendigkeit eines Stadtplanes von dem neuen Groß-Wien ergab.

Die hierfür eingesetzte Hofkommission, der auch Mitglieder der früheren Hofkommission für die Errichtung des Linienwalles angehörten, entschied sich für den bereits 1704 verfaßten Plan. Nach seiner Reambulierung, die sich in geringfügigen Veränderungen der Darstellung der Feldlagen der beiden Pläne auswirkte, konnte der Plan schon im Jahre 1706 auf vier Kupferplatten gestochen und vervielfältigt werden. Ein Beweis für seine hohe Wertung ist, daß man die Druckplatten nach dem Gebrauche vergoldete: Beide Pläne, der handgezeichnete vom Jahre 1704 und der vervielfältigte vom Jahre 1706, tragen die gleiche Aufschrift: *Accuratissima Viennae Austriae Ichnographica Delineatio* (Genauester ichnographischer Plan von Wien in Österreich)³⁾. Der Plan von 1706 ist dem Kaiser Josef I. gewidmet, während der vom Jahre 1704 an derselben Stelle auf den Auftrag der Hofkommission hinweist. Der Maßstab beider Pläne ist gleich und entspricht dem Verhältnis von 1 Zoll = 75 Klafter oder 1:5400.

Dieser Plan erfreute sich dank seiner Genauigkeit eines großen Ansehens unter den Zeitgenossen. Dies ist eine Folge des für die Aufnahme verwendeten Meßtisches, der, wie Marinoni erkannte, für Planaufnahmen weit geeigneter war als die damals gebräuchlichen Meßgeräte.

Bei der Vermessung von Wien hat Marinoni den mit einer größeren Tischplatte und einem stabileren Stativ gebauten prätorianischen Meßtisch zum ersten Male benützt. Seitdem verwendete er ihn ständig und bemühte sich unablässig, ihn zu vervollkommen. Schließlich gab er ihm im Jahre 1714 jene Konstruktion, mit der er die Mailänder Katastralvermessung durchführte.

Seine Verbesserungen an dem von Prätorius erfundenen Meßtisch bestanden darin, daß er die Tischplatte und dementsprechend das Diopterlineal vergrößerte und an diesem ein Bergdiopter für stark geneigte Visuren anbrachte. Außerdem

³⁾ Ichnographie bedeutet Grundriß. Marinoni verwendet diesen Ausdruck für die Darstellung eines Planes zum Unterschiede von der Ichnometrie, womit er dessen Auswertung, d. i. die Entnahme von Längen und die Berechnung von Flächen versteht.

gab er der Tischplatte eine kreisförmige und eine geradlinige Bewegung in zwei aufeinander senkrechten Richtungen.

Obgleich Marioni schon sehr angesehen war, hatte er noch keine Anstellung mit fester Besoldung. Deshalb wandte er sich, vermutlich auf Anraten und mit Unterstützung Anguissolas, mit der Bitte an die nö. Stände, ihm „die Landschafts Feldtmesser-Stöll in Gnaden zu verleihen, undt eine wenige besoldung auszuwerfen“ (N. Ö. L. A., Fasc. B 8/8 August 1708). Bald darauf wurde seiner Bitte willfahren.

Seine Tätigkeit als beedeter oder geschworener „Feldtmesser“ kommt in einer großen Zahl von Mappen zum Ausdruck, die im nö. Landesarchiv aufbewahrt sind. Sie stammen hauptsächlich aus den Jahren 1708 bis 1719, vereinzelt auch aus späterer Zeit und betreffen Mappen, die der Bereinigung von Grenzstreitigkeiten zwischen Herrschaftsgütern oder der Feststellung nö. Landesgrenzen dienen oder die Aufnahme ganzer Dominien umfassen.

Zu jener Zeit gab es in Österreich noch wenige inländische Ingenieure, Baumeister und sonstige Techniker, was auf das Fehlen geeigneter Schulen zurückzuführen war. Dies hatte die Einwanderung zahlreicher ausländischer, besonders italienischer Fachleute zur Folge, wie z. B. des Grafen Anguissola, der vorher durch fünf Jahre Militäringenieur-Wissenschaften in Parma studiert hatte.

Bei seinen Feldzügen, in denen der Kampf um Festungen oft eine bedeutende Rolle spielte, hatte Prinz Eugen den Mangel an geeigneten Ingenieur-Offizieren bitter beklagt und wiederholt verlangte er die Errichtung einer Schule zur Ausbildung von Militäringenieuren und Kriegsbaumeistern. Die Erfüllung dieser Forderung scheiterte jedoch immer wieder an der andauernd ungünstigen finanziellen Lage des Staates. Auch Anguissola hatte in den Jahren 1710–1711 in mehreren Eingaben diese Errichtung dringend befürwortet.

Aber erst in der allgemeinen Begeisterung nach dem Siege des Prinzen Eugen bei Belgrad wurde dessen Wunsch erfüllt, wenn auch in der „bescheidensten Art“, wie sich Arneth in seiner Monographie über den Prinzen Eugen äußerte.

Mit dem kaiserlichen Dekret vom 24. Dezember 1717 verfügte Karl VI., gleichsam als Weihnachtsgeschenk an seine Armee und seine Völker, die Errichtung einer Ingenieur-Akademie, die später auch „Mathematische und Ingenieur-Akademie“ benannt wurde, und tatsächlich mit Beginn des Jahres 1718 in Funktion trat.

Die Schule unterstand dem Hofkriegsrat, der auch über die Aufnahme der Bewerber zu entscheiden hatte, und wurde von einem Superintendenten überwacht. Zu ihrem Direktor ernannte dasselbe Dekret den Oberstleutnant Conte d'Anguissola und zu ihrem Subdirektor den Hofmathematiker und Landesingenieur Marinoni, in dessen Dienstwohnung der Unterricht abgehalten wurde. Anfangs meldeten sich 28 Zöglinge, die teils Oberoffiziere, teils Absolventen des humanistischen Studiums (Gymnasium) waren.

Im Herbst 1719 wurde Marinonis Tätigkeit an der Schule durch seine Berufung zur Mailänder Katastralvermessung für zwei Jahre unterbrochen. Das Herzogtum Mailand war im Jahre 1714 nach Beendigung des spanischen Erbfolgekrieges definitiv zu Österreich gekommen. Um die dort unhaltbaren Steuerverhältnisse zu verbessern, ernannte Kaiser Karl VI. mit Patent vom 7. September 1718 eine mit unbeschränkter Vollmacht ausgestattete Grundsteuer-Schätzungskommission (Giunta del Censimento

milanese generale). Sie sollte das mailändische Steuersystem, das im Bestreben der damaligen Zeit hauptsächlich den Grund und Boden belastete, neu regeln und auf gerechte Grundlagen stellen, um eine gleichmäßige Verteilung der Steuern zu bewirken. Hiezu war eine neue Grundvermessung notwendig: die Vermessung aus den Jahren 1549—1551 umfaßte nur eine Flächenmessung ohne Plandarstellung und war, abgesehen von anderen Mängeln, infolge der eingetretenen Veränderungen unbrauchbar geworden.

Marinoni vertrat die Anschauung, daß bei der bevorstehenden Vermessung eine Aufnahme mit dem von ihm verbesserten Meßtisch und eine Flächenbestimmung aus den Plänen eine bedeutende Zeit- und Kostenersparnis mit sich bringe und daß sie im gebirgigen Gelände auch genauer sei als eine numerische Aufnahme mit dem Squadro, einem Winkelkreuz zur Absteckung konstanter Winkel. Außerdem hatte er eine Verbesserung der damals bekannten planimetrischen Waage ersonnen, die diese Flächenberechnung vereinfachen sollte. Die im Jahre 1719 dem Kaiser gewidmete Beschreibung dieser Erfindung dürfte veranlaßt haben, daß der Gouverneur von Mailand, Graf Hieronymus Colloredo, natürlich mit Zustimmung des Hofkriegsrates, Marinoni nach Mailand einlud, um dort auf einer für den 14. Oktober 1719 einberufenen Konferenz Vorschläge für die Generalvermessung des Staates Mailand zu machen. Marinoni war damit einverstanden und reiste im September 1719 nach Mailand.

Auf einer unter Vorsitz des Präsidenten der Mailänder Grundsteuer-Schätzungskommission, des Grafen Don Vincenzo Miro, tagenden Versammlung legte Marinoni seine in zehn Punkten zusammengefaßten Vorschläge für die Generalversammlung des Staates Mailand vor und erläuterte sie. Seine Anregungen führten zu einer Umwälzung im damaligen Vermessungswesen und blieben richtunggebend für die hundert Jahre später in Europa einsetzenden Katastralvermessungen. Es seien daher die wesentlichsten Vorschläge kurz aufgezählt: Einführung eines einheitlichen Klaftermaßes mit dezimaler Unterteilung, Aufnahme der Meßkette und Ermittlung der Fläche der Grundstücke nach mechanischen Methoden aus ihrem Mappenbild. Außerdem sollten aus den Katastralmappen Gemeindeübersichtskarten im Maßverhältnis 1:8000 und aus diesen nach Ergänzungsmessungen und Versicherungen durch astronomische Operationen eine topographische Karte des ganzen Staates angelegt werden.

Die Mailänder Geometer waren gewohnt, nur mit dem aus der Römerzeit stammenden Squadro zu arbeiten, und lehnten daher den Meßtisch ab. Die Versammlung, der die neue Methode noch unbekannt war, faßte den Beschluß, in ebenen und gebirgigen Gebieten Versuchsaufnahmen mit dem Meßtisch und mit dem Squadro vorzunehmen, um die Vorteile beider Verfahren vergleichen zu können.

Die öffentlich durchgeführte Wettaufnahme unter behördlicher Kontrolle überzeugte die maßgebenden Personen von der Überlegenheit des Meßtisches und die Vorschläge Marinonis wurden angenommen. Er erhielt nun den Auftrag, die Arbeiten einzurichten und wenigstens in der ersten Zeit zu leiten. Wunschgemäß verblieb er mit Bewilligung des Hofkriegsrates bis September 1721 in Mailand (N. Ö. L. A. Fasc. B 8/8).

Die mit dem Meßtisch durchgeführte Katastralaufnahme des Mailändischen

Staates war in drei Jahren und die topographische Karte in weiteren sieben Jahren fertig. Beide Arbeiten erfreuten sich mit Recht großen Ansehens.

Während der Abwesenheit Marinonis hatte sich manches an der Akademie verändert. Prinz Eugen, der nicht nur der Schöpfer, sondern auch ihr ständiger Freund und Beschützer war, benützte als Präsident des Hofkriegsrates den Bericht über das erste Quartal des dritten Schuljahres (1719/20), um bei dessen Vorlage an den Kaiser die Definitiverklärung der Anstalt zu beantragen, was auch genehmigt wurde.

Leider erlitt die Akademie im Jahre 1720 durch den Tod ihres Direktors Anguisola einen schweren Schlag. Die Ernennung eines Außenseiters, des Ing. Oberstleutnants Gabriel Montani-Reglini aus Neapel, zum Nachfolger und Oberdirektor erwies sich als eine Fehlbesetzung und erweckte den Einspruch Marinonis. Um die Ungerechtigkeit auszugleichen und die ruhige Entwicklung der Schule nicht zu gefährden, verfügte Karl VI. mit Resolution vom 27. Mai 1721 seine Gleichstellung mit Montani.

Nach seiner Rückkehr aus Mailand im Herbst 1721 trat der in Akademieangelegenheiten erfahrene und hochangesehene Marinoni immer mehr in den Vordergrund; Beweis dessen, daß die Bewerber, die die Aufnahme in die Akademie anstrebten, den Hofkriegsrat oder den Superintendenten um „Admittierung in die Marinonische Schule“ baten.

Zu seinem Lehramt an der k. k. Ingenieur- und an der Ständischen Akademie sowie an beiden Edelknabeninstituten kamen noch private Arbeiten bei verschiedenen Herrschaften und sein Aufgabenkreis als nö. Landesingenieur. Zahlreiche von ihm verfaßte Mappen über Grenzfeststellungen, besonders an den Landesgrenzen, zeugen davon.

Unter der Regierung Karls VI. hatte der Straßenbau einen großen Aufschwung genommen. Wenngleich schon seine Vorgänger Versuche zur Verbesserung der noch im mittelalterlichen Zustand befindlichen Wege unternommen hatten, nahm doch erst dieser Monarch unter dem Einfluß der Lehren des Merkantilismus den Ausbau eines ordentlichen Verkehrsnetzes planmäßig in Angriff. Mit dem Bau der sogenannten „Kaiserstraßen“ wurde er zum Begründer des österreichischen Straßenwesens.

Diese schon modern anmutenden Straßenbauten mußten nach Hofdekret vom 6. April 1724 an Hand von topographischen Plänen, in denen die projektierten Straßen eingezeichnet waren, durchgeführt werden. Auf dieser Grundlage erfolgte auch die Grundablösung im Einvernehmen mit den Eigentümern und im äußersten Falle von Amts wegen.

Marinonis bedeutendste Arbeit auf diesem Gebiete ist das Projekt einer Straße über den Semmering. Karls VI. Plan war, den Levante-Handel, der bis dahin über den Brenner nach Venedig ging, über den Semmering nach den Häfen Triest und Fiume zu leiten, die die „Wurzelpunkte“ des Straßensystems bilden sollten und deshalb schon 1719 zu Freihäfen erklärt wurden. Über den Semmering führte damals nur ein schlechter Saumweg, denn man scheute den Bau von Gebirgsstraßen.

Die Verwirklichung dieser für die damalige Zeit kühnen Straßenziehung bedeutete einen ungeheuren Fortschritt in der Straßenbautechnik, wenngleich noch immer Steigungen bis 18% vorkamen. Als der Kaiser mit seiner Gemahlin im

Jahre 1728 auf seiner Reise nach Triest und Fiume über den Semmering fuhr, waren er und seine Begleiter voll des Lobes über das neue Werk. Zur Erinnerung an den Bau und die Bedeutung dieser Straße steht auf der Paßhöhe ein schönes Barockdenkmal, das von einer Weltkugel und vier Adlern gekrönt ist.

Die besondere Gunst des Kaisers gewann aber Marinoni durch den für ihn verfaßten Jagdatlas, der aus zwei Bänden besteht und die niederösterreichischen kaiserlichen Jagdreviere nördlich der Donau und teilweise auch die südlich davon umfaßt. Die einzelnen kolorierten Pläne zeigen in katastermappenähnlicher Darstellung die Grundstücke, ihre Kulturen, die Kommunikationen und Gewässer.

Der Atlas wurde in zwei Exemplaren hergestellt, die in der Nationalbibliothek von Wien aufbewahrt sind. Eines davon, ungewöhnlich prunkvoll ausgestattet und in grünem Samt gebunden, diente für den persönlichen Gebrauch des Kaisers; das andere war für das Oberstjägermeisteramt bestimmt.

Mit dem Jagdatlas ist uns ein wertvolles Kulturdokument aus der Welt Karls VI. erhalten, verkörpert es doch die erste katasterähnliche Darstellung eines großen und wichtigen niederösterreichischen Gebietes. Wie Oberhummer sagt, finden wir darin „eine reiche Quelle für den Wandel des geographischen Bildes von Niederösterreich, so die Veränderungen des Donaulaufes und seiner Verzweigungen, des Verhältnisses von Wald, Wiese und Ackerland sowie für den Stand der Siedlungen und die Schreibung der Orts- und Flußnahmen. Diese Quelle im einzelnen auszuschöpfen, muß der Spezialforschung vorbehalten bleiben“⁴⁾.

Im Jahre 1728 kaufte Marinoni ein Haus auf der Mölkerbastei. Das damals einstöckige Gebäude steht noch heute, allerdings in veränderter Gestalt und bildet mit der alten Basteimauer und den erhalten gebliebenen anmutigen Basteihäuschen ein reizendes Bild Altwiens, eine idyllische Insel zwischen den Palästen der Ringstraße und den modernen Häusern der Umgebung. Es ist unter dem Namen Marinonisches oder Pasqualatihaus bekannt und in ihm wohnte Beethoven in den Jahren 1804—1815.

Marinoni dürfte schon früher, wahrscheinlich seit 1717 oder 1718 dort als nö. Landesingenieur seine Dienstwohnung gehabt haben, jene Wohnung, die er der 1718 eröffneten k. k. Ingenieurakademie als Heim zur Verfügung stellte, so daß dieses Haus der erste Sitz der ältesten polytechnischen Anstalt Österreichs war. Sie verblieb dort bis zum Tode Marinonis.

In dem Jahre nach dem Hauskauf war Marinoni dienstlich wieder in Oberitalien, von wo er 1730 nach Wien zurückkehrte. Nun ging er daran, einen langgehegten Plan — die Errichtung einer Sternwarte — durchzuführen. Zu jener Zeit gab es in deutschen Landen noch kein derartiges Institut, das den Namen mit vollem Recht verdient hätte. Auch die Wiener Universität besaß keines, denn die Astronomie wurde nur theoretisch gelehrt.

Mit Unterstützung des Kaisers, dem Kunst und Wissenschaft sehr am Herzen lagen, stattete Marinoni die Sternwarte mit vorzüglichen Instrumenten aus. Die meisten davon wurden unter seiner Anleitung und nach seinen Angaben gebaut,

⁴⁾ Eugen Oberhummer, Ein Jagdatlas Kaiser Karls VI., Unsere Heimat, Monatsblatt des Vereins für Landeskunde und Heimatschutz von Niederösterreich und Wien, Jahrgang 6, Mai 1933, Nr. 5, S. 152—159.

wofür er Fachleute in seinem Hause beschäftigte. Andere Geräte, vor allem einzelne Uhren und Fernrohre, ließ er aus Frankreich oder England besorgen.

Mit der Errichtung dieser Privatsternwarte begann im Leben Marinonis ein neuer Abschnitt. Bisher hatte er sich neben seiner lehramtlichen Tätigkeit, der er auch weiterhin oblag, mit geodätisch-kartographischen Arbeiten befaßt. Nunmehr, im Alter von 55 Jahren, widmete er sich mit Leib und Seele den astronomischen Beobachtungen und den wissenschaftlichen Veröffentlichungen seiner reichen Erfahrungen auf astronomischem und geodätischem Gebiet.

Für den Eifer, mit dem er sich den astronomischen Beobachtungen hingab, spricht nachstehende Episode: Am 13., 14. und 15. Dezember 1741, zu einer Zeit, wo alles vor dem aus Oberösterreich vordringenden Feind flüchtete und man eine Belagerung Wiens erwartete, nahm Marinoni ein Triduum observationem astronomicarum vor, denn der Unterricht, den er sonst am Hofe, an der Akademie oder privat hielt, war abgesagt worden. Wenngleich sein auf der Bastei gelegenes Haus besonders gefährdet war, führte er in größter Ruhe und mit gewohnter Genauigkeit seine Arbeiten durch, was, wie sein zeitgenössischer Biograph Formey hervorhebt, an die Gelassenheit und Abgeklärtheit eines Archimedes erinnert.

Die Sternwarte Marinonis blieb nicht lange die einzige Wiens. Sie bildete für die Jesuiten, die damals die Universität leiteten, den Anreiz zum Bau einer eigenen Sternwarte, wobei ihnen Marinoni mit klugem Rat zur Seite stand.

An seinem Lebensabend befaßte er sich, wie bereits erwähnt, mit der Herausgabe seiner langjährigen Erfahrungen in der Astronomie und Feldmeßkunst.

Im Jahre 1745 veröffentlichte er sein der Kaiserin gewidmetes Werk: „*De astronomica specula domestica et organico apparatu astronomico*“ (Die Privatsternwarte und ihre astronomischen Instrumente), das die Krönung seiner Bemühungen auf dem astronomischen Gebiete darstellt. Es ist bei dem Hofdrucker Leopold Kaliwoda erschienen und enthält zahlreiche Kupferstiche, die es zu einem Meisterwerk der Wiener Buchdruckerkunst machen⁵⁾. Außer einer sehr genauen Beschreibung der Sternwarte und seiner Instrumente, die abgebildet sind, umfaßt es alle für deren Rektifikation und Gebrauch notwendigen Anleitungen. Wer eine ähnliche Sternwarte errichten oder leiten wollte, fand darin eine wahre Fundgrube an Erfahrung und Kenntnissen. In der Tat hatte das Werk im In- und Ausland großen Widerhall gefunden.

Einige Jahre später (1751) gab Marinoni bei der gleichen Druckerei sein zweites Werk: „*De re ichnographica cujus hodierna praxis exponitur et propriis exemplis illustratur*“ (Über die Aufnahme von Karten und Plänen, deren heutige Praxis dargelegt und an mehreren Beispielen erläutert wird) heraus. Auch dieses Buch ist mit zahlreichen Stichen und Tabellen ausgestattet. Der erste Teil ist den Meßgeräten gewidmet, wobei der Meßtisch nachdrücklich behandelt wird. Der zweite Teil beschäftigt sich mit der praktischen Feldmessung im Gelände und gibt zu mannigfachen Anregungen Anlaß.

Noch ein drittes Werk: „*De re ichnometrica veteri ac nova*“ (Alte und neue

⁵⁾ Wiener Buchdrucker-Geschichte 1482–1882, Wien, 1887, S. 27.

Ichnometrie)⁶⁾ hatte Marioni ausgearbeitet, doch wurde die kaum begonnene Drucklegung durch seinen im Jahre 1755 erfolgten Tod unterbrochen. Erst zwanzig Jahre später kam es bei dem oben genannten Hofdrucker heraus.

Es umfaßt drei Teile und behandelt zuerst die alte übliche ichnometrische Praxis, sodann die neue und schließlich die Flächenberechnungen bei großen Aufnahmen, wobei er eingehend das Verfahren der planimetrischen Meßwaage, das er wesentlich verbesserte, erörtert.

In diesem Zusammenhang ist erwähnenswert, daß er die darin angeführten neuen Verfahren bereits vor dem Jahre 1713 erdacht und u. a. dem großen Philosophen und Mathematiker G. W. Leibniz und dem damals sehr bekannten Gelehrten Chr. Wolf mitgeteilt hatte. In einem Schreiben aus Wien vom 5. August 1713 hat jener seine volle Anerkennung ausgesprochen. Das Lob des anderen ist in einem Brief aus Halle an der Saale vom 18. September 1718 niedergelegt, womit die Anklage des Plagiats, die Antonio Favaro in seinem bei Gauthier Villars 1885 erschienenen Vorlesungen über graphische Statik gegen Marinoni erhob, hinfällig wird.

Bis zuletzt unermüdlich tätig, ließ Marinoni nach seinem Tode eine Reihe von Plänen und Gedanken zurück, die unverwirklicht blieben. Infolge einer zu Weihnachten 1754 zugezogenen Erkältung verschied er am 10. Jänner 1755 im Alter von 79 Jahren in seinem Hause auf der Mülkerbastei und wurde in der nahe gelegenen Schottenkirche bestattet, doch ist kein Grabstein von ihm erhalten.

Marinoni war unverehelicht und hinterließ keine Nachkommen. Die astronomischen Instrumente, Manuskripte und etwa 40 Bände umfassenden ungedruckten astronomischen Beobachtungen vermachte er Maria Theresia, deren Lehrer in Astronomie er gewesen war. Die Kaiserin nahm das Legat an und schenkte die Instrumente der Wiener Universität, auf deren neuem Gebäude sie einen schönen Turm aufführen ließ. Der Rest des beweglichen Nachlasses wurde, wie wir aus einer Anzeige im Wiener Diarium Nr. 35 Anhang vom 30. April 1757 entnehmen, an den Meistbietenden verschleudert, während das Haus erst im Jahre 1771 durch die nö. Regierung als Verlassenschaftsbehörde an den Universalerben, den Weltpriester Blasius Freddi, übergeben wurde.

Überblicken wir das in großen Zügen umrissene Wirken Marinonis, so können wir feststellen, daß er sich hauptsächlich auf drei Gebieten hervorgetan hat: in der Kartographie und Feldmeßkunst, im Lehrfach und in der Astronomie. War seine Tätigkeit auf den zwei letzten erfolgreich, so ist sie auf dem der Geodäsie als bahnbrechend zu bezeichnen. Seine Vermessungen im Rahmen des Mailänder Katasters, der in der Folge in verschiedenen Staaten als Vorbild diente, sichern ihm für immer in der Geschichte dieser Wissenschaft einen Ruhmesplatz⁷⁾.

⁶⁾ Über die unterschiedliche Bedeutung der Bezeichnung „Ichnographie“ und „Ichnometrie“ siehe Fußnote 3.

⁷⁾ Für biographische Daten siehe:
Wurzbach, Biographisches Lexikon des Kaiserreiches, Wien, 1860.
Das Neue Gelehrte Europa, IX. Teil, 1756, S. 106 u. ff., herausgegeben von Johann Christoph Strodttmann.

Johann Georg Meusel, Lexikon der von 1750 bis 1800 verstorbenen deutschen Schriftsteller,

Abschließend wollen wir noch eines Umstandes gedenken, der in einer Zeit, wo wir um ein vereintes Europa ringen, besondere Beachtung verdient: Marinoni kann als ein typischer Vertreter des europäischen Menschen angesehen werden, der die Forderung des Universalismus der Wissenschaft in die Tat umsetzte.

Leipzig, 1808, Bd. VIII, S. 491; Galleria dei letterati ed artisti più illustri delle provincie austro-venete che fiorirono nel secolo XVIII, vol. II, Venedig 1824.

Nouvelle Biographie Générale depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours, publiés par MM. Firmin Didot Frères, Bd. XXXIII, Paris 1860.

Genauigkeitsvergleiche der am Anfang orientierten, gestreckten, gleichseitigen, offenen Theodolitpolygonzüge und der Kreiselpolygonzüge bei gleicher Gesamtarbeitszeit und bei gleicher Wiederholungszahl der Winkelmessungen im Theodolitpolygonzug

Von *Antal Tárczy-Hornoch*, Sopron

Die Kreiselinstrumente haben die Verwendung der Kreiselpolygonzüge ins Leben gerufen, zumal in diesen Zügen die Richtungswinkel der einzelnen Seiten von den vorangehenden unabhängig meßbar sind. So wird der mittlere Querfehler $\pm m_{q, n, k}$ des Endpunktes n des gestreckten Zuges (Abb. 1) infolge der günstigen

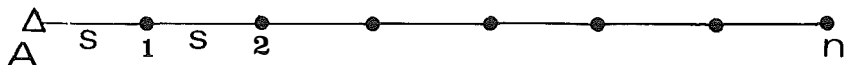


Abb. 1

Fehlerfortpflanzung bei der gleich angenommenen Seitenlänge s und n Seiten, sowie m_k mittlerem Orientierungsfehler (im Bogenmaß, also dimensionslos):

$$m_{q, n, k} = \pm m_k s \sqrt{n}. \quad \dots (1)$$

Von den regelmäßigen Fehlern sehen wir hierbei ab.

Aber auch die Theodolitpolygonzüge haben ihre Vorteile in der größeren Genauigkeit und Schnelligkeit der einzelnen Winkelmessungen. Die Orientierung am Anfang des Polygonzuges ist bei den geodätischen Messungen, aber auch beim Bergbau mit Stollen in der Regel leicht möglich. Besonders bei letzterem muß man oft mit langen Polygonzügen rechnen. Wenn wir den mittleren Querfehler des Endpunktes n des gestreckten Theodolitpolygonzuges mit $\pm m_{q, n, t}$ und den mittleren Winkelfehler (im Bogenmaß) mit $\pm m_w$ bezeichnen, so wird in guter Näherung bekanntlich (vgl. [1] S. 596)

$$m_{q, n, t} = \pm m_w \cdot s \sqrt{\frac{n^3}{3}}. \quad \dots (2)$$

Es ist nicht uninteressant und es hat eine praktische Bedeutung, die günstigsten Verwendungsbereiche der Kreiselpolygonzüge und der Theodolitpolygonzüge zu untersuchen.

Die Längsfehler können in den untersuchten Polygonzügen gleich angenommen werden, weshalb wir sie hier nicht untersuchen. Es sei hier auch sogleich bemerkt, daß die Seitenlänge s in beiden Gln. (1) und (2) möglichst lang genommen werden soll. Dies haben wir in Verbindung mit den Kreispolygonzügen in [2] S. 117–118 bereits bewiesen. Die von den Bussolen- und Kompaßzügen übernommene, in den meisten älteren Lehrbüchern enthaltene Anschauung, daß für diese Züge die kürzeren Seiten günstiger wären, hat ihre Erklärung in der unrichtigen Deutung der hier unter (1) angegebenen Gleichung. Wird nämlich an Stelle der Seite s nur der p -te Teil, also s/p genommen, so werden an Stelle von n jetzt $p \cdot n$ Seiten und es wird mithin der bei der Seitenlänge s/p auftretende mittlere Querfehler $\pm m_{q, n, k, s/p}$ des Endpunktes jetzt

$$m_{q, n, k, s/p} = \pm m_k \frac{s}{p} \sqrt{pn} = \pm m_k s \sqrt{\frac{n}{p}}. \quad \dots (1a)$$

Dieser Wert ist in der Tat kleiner als $m_{q, n, k}$ nach Gl. (1). Wir müssen aber berücksichtigen, daß wir bei der Seitenlänge s/p nicht n , sondern $p \cdot n$ Seiten haben und deshalb $p \cdot n$ Richtungen zu messen sind. Verwendet man diese Zahl der Richtungsmessungen bei der Seitenlänge s , so kann jede Seite s dann p -mal orientiert werden, so daß der mittlere Querfehler des Endpunktes bei s Seitenlänge und je p -facher Orientierung

$$m_{q, n, k, s, p} = \pm m_k s \sqrt{\frac{n}{p}} \quad \dots (1b)$$

wird. Dabei entfallen im Falle der Gl. (1b) die p -fach mehr Instrumentanaufstellungen. Mithin sind auch bei den Kreispolygonzügen möglichst lange Seiten anzustreben und sie können deshalb in gegebenen Fällen im Theodolitpolygonzug und Kreispolygonzug möglichst lang und gleich lang angenommen werden.

Ein Vergleich der Gln. (1) und (2) zeigt sofort, daß im Falle, daß die mittleren Fehler m_k der Kreiselorientierungen und m_w der Winkelmessungen gleich groß wären, man von $n > 1$ angefangen für den Kreispolygonzug den kleineren mittleren Querfehler des Endpunktes erhalten würde. Nun ist aber nach dem heutigen Stand $|m_k| > |m_w|$ und außerdem braucht eine Kreiselorientierung wesentlich mehr t_k Zeit, als t_w einer Winkelmessung. Wenn das Verhältnis

$$\frac{t_k}{t_w} = f \quad \dots (3)$$

gegeben ist, so bedeutet dies, daß während einer Kreiselorientierung f Winkelmessungen gemacht werden können. Es können folglich alle Winkel des am Anfang orientierten Theodolitpolygonzuges im Vergleich zum Kreispolygonzug f -mal gemessen werden. Man erhält mithin den mittleren Querfehler $\pm m_{q, n, t}$ dieses Theodolitpolygonzuges mit der gleichen Meßzeit wie beim Kreispolygonzug aus Gl. (3) in

$$m_{q, n, t} = \pm \frac{m_w}{\sqrt{f}} s \sqrt{\frac{n^3}{3}}. \quad \dots (4)$$

Solange dieser dem absoluten Werte nach kleiner als $|m_{q, n, k}|$ nach Gl. (1) ist,

erscheint im Sinne der vorangegangenen der Theodolitpolygonzug günstiger als der Kreiselpolygonzug. Folglich:

$$|m_w| s \sqrt{\frac{n^3}{3f}} \leq |m_k| s \sqrt{n}. \quad \dots (5)$$

Daraus:

$$n \leq \frac{|m_k|}{|m_w|} \sqrt{3f}. \quad \dots (6)$$

Die Ungleichung gibt in n die Grenze der Anzahl der Polygonpunkte für die günstige Verwendung des am Anfang orientierten Theodolitpolygonzuges an. Wenn wir z. B. annehmen, daß die Kreisorientierung fünfmal mehr Zeit in Anspruch nimmt als eine Winkelmessung, weiters $m_k = \pm 10''$ und $m_w = \pm 3''$ (beide in Altsekunden) sind, so wird aus der Beziehung (6)

$$n \leq \frac{10}{3} \sqrt{15} = \frac{10}{3} \sqrt{15} = 12,91 \doteq 13,$$

d. h. bis zu 13 Polygonpunkten ist in unserem Falle der Theodolitpolygonzug bei der gleichen Meßzeit günstiger. In der Tat ist $s = 100$ m vorausgesetzt bei $n = 12$ nach Gln. (1) und (4) noch $|m_{a,n,k}| = 16,8$ mm größer als $|m_{a,n,t}| = 15,6$ mm, während bei $n = 14$ umgekehrt $|m_{a,n,t}| = 19,7$ mm größer als $|m_{a,n,k}| = 18,1$ mm wird.

Wenn man an Stelle der Gl. (4) die streng richtige Beziehung

$$m_{a,n,t} = \pm s \frac{m_w}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{n(2n+1)(n+1)}{6}} = \pm m_w s \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{2n^2+3n+1}{6}} \quad \dots (4a)$$

verwendet, so wird an Stelle der Beziehung (5) hier

$$|m_w| s \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{f}} \sqrt{\frac{2n^2+3n+1}{6}} \leq |m_k| s \sqrt{n}$$

bzw.

$$2n^2 + 3n + 1 \leq \frac{m_k^2}{m_w^2} 6f$$

oder

$$2n^2 + 3n + 1 - \frac{m_k^2}{m_w^2} 6f \leq 0.$$

Daraus, unter Berücksichtigung, daß n nur einen positiven Wert haben kann:

$$n \leq \frac{-3 + \sqrt{9 - 8 + 48 \frac{m_k^2}{m_w^2} f}}{4} = \frac{-3 + \sqrt{48 \frac{m_k^2}{m_w^2} f + 1}}{4}. \quad \dots (6a)$$

Dies ist die strenge Beziehung für die Grenze der günstigen Verwendung des

Theodolitpolygonzuges. In unserem Beispiel mit $m_k = \pm 10''$, $m_w = \pm 3''$ und $f = 5$ wird daraus

$$n \leq \frac{-3 + \sqrt{2666,7 + 1}}{4} = 12,16$$

der strenge Wert, im Vergleich zu 12,91 nach der näherungsweise geltenden Beziehung (6). Die Abweichung ist hier 6%, wobei der strenge Wert n immer kleiner ist. Die Abweichung erscheint prozentuell (aber nur prozentuell!) größer, wenn n kleiner wird. Wenn z. B. $m_k = m_w$ und $f = 1$ sind, gibt die Beziehung (6) $n \leq 1,73$, während nach (6a) $n \leq 1$ wird. Aber auch hier ist der Unterschied zwischen dem strengen und dem Näherungswert meist zulässig.

Der Wert s der Seitenlänge hat auf n selbst keinen Einfluß. Dagegen nimmt n mit dem Verhältnis $\frac{|m_k|}{|m_w|}$ linear, mit f aber nur unter der Quadratwurzel zu. In unserem Beispiel wurden bei den gebräuchlichen Instrumenten $|m_k|$ sowie f eher zu klein und $|m_w|$ eher zu groß angenommen. Wenn z. B. m_k in $\pm 15''$, m_w in $\pm 2''$ und f in 7 angenommen werden muß, so wird $n \leq \frac{15}{2} \cdot \sqrt{3 \cdot 7} = 34,36 \doteq 34$ [oder nach (6a) $33,62 \doteq 34$]. Aber selbst wenn $f = 5$ bleibt, wächst n bis $7,5 \cdot 3,87 \doteq 29$ [oder nach (6a) $28,29$]. In beiden Fällen ist der Kreiselpolygonzug bereits sehr oft unzumutbarer als der am Anfang orientierte Theodolitpolygonzug.

Um die Brauchbarkeit der Kreiselpolygonzüge zu erweitern, soll daher der mittlere Fehler der Kreisorientierung möglichst verkleinert werden, selbst dann, wenn dadurch f sich etwas vergrößert. Diese zulässige Vergrößerung kann leicht aus der Beziehung (6) hergeleitet werden, wenn der verkleinerte neue m_k mit $m_{k,n}$ und der vergrößerte neue f mit f_n bezeichnet wird. Durch Quadrierung von (6) wird

$$n^2 \leq \frac{m_k^2}{m_w^2} 3f \geq \frac{m_{k,n}^2}{m_w^2} 3f_n \quad \dots (7)$$

und daraus

$$f_n \leq \frac{m_k^2}{m_{k,n}^2} f.$$

Denselben Wert erhalten wir aus der strengen Beziehung (6):

$$n \leq \frac{-3 + \sqrt{48 \frac{m_k^2}{m_w^2} f + 1}}{4} \geq \frac{-3 + \sqrt{48 \frac{m_{k,n}^2}{m_w^2} f_n + 1}}{4}, \quad \dots (7a)$$

daraus

$$\sqrt{48 \frac{m_k^2}{m_w^2} f + 1} \geq \sqrt{48 \frac{m_{k,n}^2}{m_w^2} f_n + 1}$$

bzw.

$$48 \frac{m_k^2}{m_w^2} f + 1 \geq 48 \frac{m_{k,n}^2}{m_w^2} f_n + 1 \quad \text{und} \quad f_n \leq \frac{m_k^2}{m_{k,n}^2} f.$$

Bei Erfüllung dieser Bedingung verkleinert sich trotz der Vergrößerung von f_n die rechte Seite der Beziehung (6) bzw. (6a) und so auch n . Und dies bedeutet die

Verkleinerung des Bereiches der günstigen Anwendung des Theodolitpolygonzuges zugunsten des Kreiselpolygonzuges.

Man kann durch die hier angegebene Berechnung auch die Zeitunterschiede des Transportes und der Aufstellung zwischen den Kreiselinstrumenten und den Theodoliten berücksichtigen. Wenn dieser Zeitunterschied bei der Kreiselmessung für je einen Standpunkt Δt_k ausmacht, so ist in Gl. (3) t_k damit zu vergrößern, um den die Messung und die Aufstellung berücksichtigenden Faktor f_{m+a} zu erhalten. Mithin:

$$f_{m+a} = \frac{t_k + \Delta t_k}{t_w} \quad \dots (3a)$$

Man kann auch die Theodolitpolygonzüge und die Kreiselpolygonzüge miteinander am einfachsten so verbinden, daß man den Polygonzug mit einem Theodolitpolygonzug beginnt und mit dem Kreiselpolygonzug fortsetzt. In diesem Falle ist aber nicht der durch die Beziehung (6) bzw. (6a) bestimmte n -Wert maßgeblich, der die Gleichheit der beiden mittleren Querfehler sichert, sondern man muß den das Minimum von $m_{q,n}^2$ gebenden Wert x verwenden.

Es sei in Abb. 2 der gestreckte gleichseitige, in A orientierte Polygonzug dargestellt. Bis zum Punkt x soll er als Theodolitpolygonzug und von x als Kreiselpolygonzug gemessen werden.

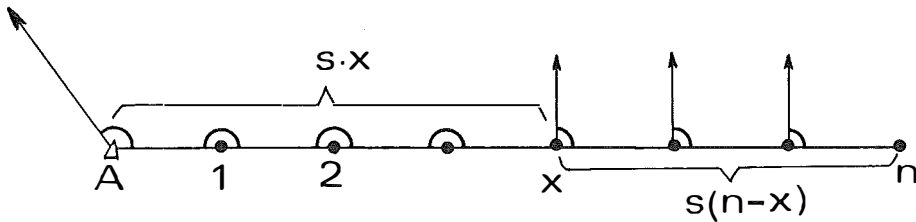


Abb. 2

Man mißt in der Regel auch den Winkel in x und gleicht die Winkel aus, wodurch der mittlere Querfehler des Endpunktes etwas herabgesetzt wird. Wir wollen hier aber davon absehen. Mit Hilfe der Gln. (1) und (4) wird dann, wenn an Stelle von n hier die zu bestimmende Unbekannte x , bzw. im Kreiselpolygonzug $n - x$ geschrieben wird,

$$m_{q,n}^2 = \frac{m_w^2}{f} s^2 \frac{x^3}{3} + m_k^2 s^2 (n - x) \quad \dots (8)$$

Um das Minimum von $m_{q,n}^2$ zu erhalten, wird der erste Differentialquotient nach x gleich Null gesetzt:

$$\frac{dm_{q,n}^2}{dx} = \frac{m_w^2}{f} s^2 x^2 - m_k^2 s^2 = 0.$$

Daraus:

$$x = \left| \frac{m_w}{m_k} \right| \sqrt{f} \quad \dots (9)$$

Bis zu diesem Punkt wird der Polygonzug vorteilhaft als Theodolitpolygonzug,

von hier als Kreiselpolygonzug gemessen. Der zweite Differentialquotient der Gl. (8) nach x zeigt, daß hier $m_{q,n}^2$ ein Minimum wird.

Wenn an Stelle von f die Winkel im Theodolitpolygonzug nur einmal gemessen werden, so erhalten wir sinngemäß

$$x = \frac{|m_k|}{|m_w|}, \quad \dots (9a)$$

also einen kleineren Wert.

Es soll hier auch ein praktisches Beispiel angeführt werden. Es sei ein Polygonzug mit $n = 20$, $m_w = \pm 3''$, $m_k = \pm 10''$, $s = 100$ m zu vermessen. f sei nach Gl. (3), bzw. (3a) hier 5.

Man erhält in diesem Falle nach Gl. (4) für den Theodolitpolygonzug

$$m_{q,n} = \pm \frac{3}{206265 \sqrt{5}} 100000 \sqrt{\frac{8000}{3}} = \pm 33,60 \text{ mm},$$

für den Kreiselpolygonzug

$$m_{q,n} = \pm \frac{10}{206265} 100000 \sqrt{20} = \pm 21,69 \text{ mm}.$$

Für den mit Theodolitpolygonzug verbundenen Kreiselpolygonzug, bei welchem nach Gl. (9) $x = 7,45 \approx 7$ ist, aus Gl. (8):

$$\begin{aligned} m_{q,n} &= \sqrt{\left(\frac{3}{206265}\right)^2 \frac{100000^2}{5} \frac{343}{3} + \left(\frac{10}{206265}\right)^2 100000^2 \cdot 13} = \\ &= 0,485 \sqrt{\frac{3 \cdot 343}{5} + 1300} = \pm 18,82 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Mit der gleichen, $20,5 = 100$ Winkelmessungen entsprechenden Zeit erreichen wir in der Tat im letzten Falle den kleinsten mittleren Querfehler des Endpunktes. Der Unterschied kann in gegebenen Fällen merklich größer sein.

Man kann den mittleren Querfehler des Endpunktes noch durch die günstigste Gewichtsverteilung der Messungen weiter herabsetzen. Hier soll nur kurz darauf hingewiesen werden.

Es sind noch andere Kombinationen der Theodolit- und Kreiselmessungen in Polygonzügen möglich, die gleichfalls günstig sein können. Hierauf soll gleichfalls in einer anderen Studie eingegangen werden.

Wenn die Seitenlängen im gestreckten Zug ungleich groß sind, so kann man in der Regel mit genügender Genauigkeit in den hier angegebenen Beziehungen die durchschnittliche Seitenlänge verwenden.

Aus den angestellten Untersuchungen geht hervor, daß man bei den Kreiselinstrumenten den mittleren Fehler m_k der einzelnen Richtungsmessungen sowie deren Meßzeit noch weiter herabsetzen muß, damit der Kreiselpolygonzug auch bei relativ kürzeren Zügen dem am Anfang orientierten Theodolitpolygonzug gleichwertig werde, ja diese übertreffe.

Zusammenfassung

Die Kreiselpolygonzüge haben eine günstige Fehlerfortpflanzung, aber in der Regel größere Richtungsfehler und längere Meßzeit; die Theodolitpolygonzüge haben entgegengesetzte Eigenschaften. Um Anhaltspunkte zu erhalten, wurden die am Anfang orientierten gestreckten gleichseitigen Polygonzüge und die Kreiselpolygonzüge auf den mittleren Querfehler des Endpunktes untersucht und es zeigt sich, daß in guter Näherung bei der gleichen Meßzeit bis zur durch die Beziehung (6) gegebenen Polygonpunktzahl n der Theodolitpolygonzug, darüber der Kreiselpolygonzug den kleineren mittleren Querfehler des Endpunktes liefert. Die strenge Beziehung hierfür ist unter (6a) angegeben. Man kann auch im Sinne der Gln. (8)–(9) vorteilhaft mit dem Theodolitpolygonzug beginnen und mit dem Kreiselpolygonzug fortsetzen.

Je größer der mittlere Fehler der Kreisrichtungen im Vergleich zu jenem der Winkelmessung ist, um so größer wird n , bzw. länger der Theodolitpolygonzugteil und umgekehrt.

Literatur

[1] *Jordan - Eggert - Berroth*: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. II (10. Aufl.). Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart (1950).

[2] *Tarczy-Hornoch, A.*: Über die mittleren Fehler des Endpunktes bei offenen Polygonzügen. Mitt. a. d. Markscheidew. Jahrg. 76 (1969). S. 115–121.

Eine universelle Lösung des einfachen, räumlichen Vorwärtsschnittes für Kleincomputer

Von *Peter Waldhäusl* und *Günter Wagensommerer*, Wien

Zusammenfassung

Die in der Geodäsie üblichen Vorwärtsschnittlösungen haben den Nachteil, in der Nähe der Lotebene durch die Basis kein Ergebnis zuzulassen. Daher wird ein auf elementarer Vektorrechnung aufgebautes, allgemein gültiges Formelsystem für einen räumlichen Vorwärtsschnitt angegeben, das einfach genug ist, um an den Kleincomputern HP 67 bzw. HP 97 und, in einer vereinfachten Version, HP 65 oder SR 52 programmiert werden zu können. Die Programme werden kurz besprochen und Beispiele demonstriert.

Summary

The solution normally used in geodesy for the intersection of rays have the disadvantage to fail in the vertical plane of the base line.

Therefore universally valid formulae are presented for the spatial intersection, which are based upon elementary vector-algebra, simple enough to allow for programming for the pocket computer HP 67 resp. HP 97 and, using a simplified version, HP 65 or SR 52. The programs are shortly discussed and examples demonstrated.

1. Die Problemstellung

Die Methode des Vorwärtsschneidens als geodätische Punktbestimmung ist als rationelles Verfahren anerkannt, zumal Fälle auftreten, die andere Methoden ausschließen. Eine Teilmenge der zu bestimmenden Punkte kann jedoch in oder nahe

der Lotebene durch die beiden Aufnahme­standpunkte liegen, sodaß die Richtungs­Schnittwinkel nahezu 0° oder 200° betragen. Für diese Punkte versagen die herkömmlichen trigonometrischen Berechnungsmethoden auch dann, wenn die Zenit­distanzen wesentlich voneinander verschieden sind, der räumliche Strahlenschnitt also durchaus definiert ist. Die heutigen Kleincomputer (HP 97, HP 67, HP 65 oder SR 52) erlauben es durchaus, auch die etwas umfangreichere Berechnung für ein allgemein gültiges Vorwärtsschnittprogramm vorzunehmen.

In der Praxis tritt der Bedarf z. B. in folgenden Fällen auf:

1. Beim indirekten Anschluß an Hochpunkte, die nicht notwendigerweise genau in der Verlängerung der Standlinie liegen (Abb. 1).

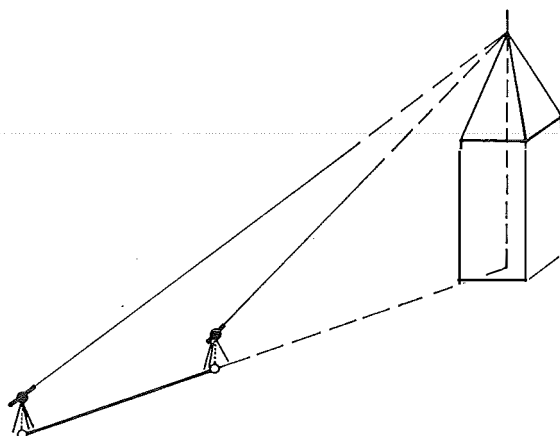


Abb. 1:

Indirekter Anschluß an Hochpunkte in der Verlängerung der Standlinie

2. Im Hochgebirge, wenn man Punkte nahe oder in der Standlinienlotebene bestimmen will, die wesentlich tiefer oder höher als die Standpunkte sind (Abb. 2).

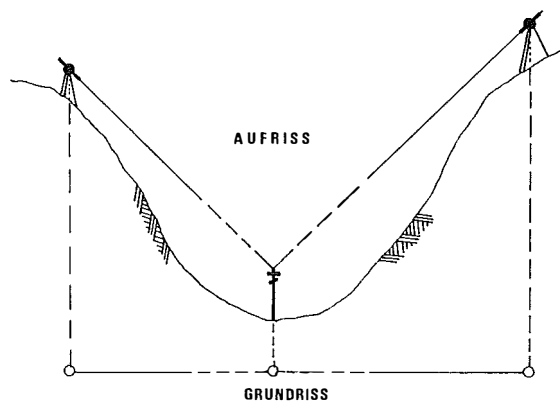


Abb. 2:

Schnitt von Talpunkten zwischen hochgelegenen Standpunkten

3. Bei der Bestimmung von Fassadenpunkten durch Vorwärtsschnitte von einer fast lotrechten Basis aus, die zwischen übereinanderliegenden Balkonen des gegenüberliegenden Hauses anzuordnen war (Abb. 3).

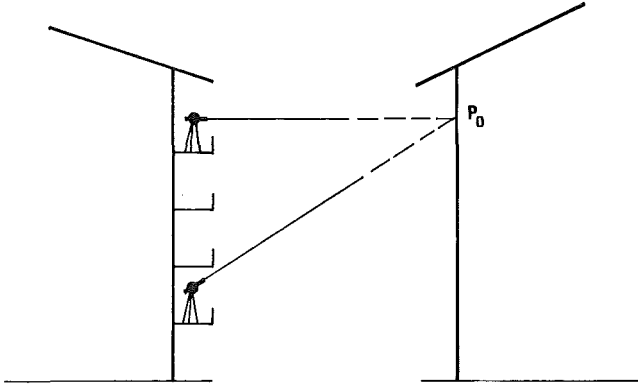


Abb. 3:
Vorwärtsschnitte von einer etwa lotrechten Basis aus

4. In Innenräumen, wenn man etwa Paßpunkte über der Standlinie zu koordinieren hat (Abb. 4).

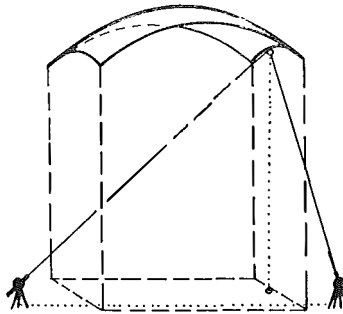


Abb. 4:
Bestimmung von Deckenpaßpunkten durch Vorwärtsschnitte

Das letzte Problem war es hauptsächlich, welches uns veranlaßte, das Problem einer Lösung zuzuführen.

2. Die theoretische Lösung

Nach Abb. 5 seien P_1 und P_2 die beiden Standpunkte mit den je drei Raumkoordinaten $(y, x, [h + i])$; i steht für die Instrumentenhöhe. Die Orientierungsgrößen o_1 bzw. o_2 seien bekannt. Gemessen werden die Richtungen und Zenitdistanzen zum Neupunkt P_0 : R_{10} , ξ_{10} , R_{20} , ξ_{20} . Gesucht werden, unter Berücksichtigung von Zielfehlern, die Koordinaten (y_0, x_0, h_0) des Zielpunktes P_0 . Die orientierten Richtungen werden wie üblich nach $v_{i0} = o_i + R_{i0}$ berechnet.

Die Raumrichtungen werden durch die Einheitsvektoren

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} \sin \xi_{i0} \sin v_{i0} \\ \sin \xi_{i0} \cos v_{i0} \\ \cos \xi_{i0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}_i \\ \hat{j}_i \\ \hat{k}_i \end{pmatrix} \quad \dots (1)$$

ausgedrückt, die aus den orientierten Richtungen und Zenitdistanzen berechnet werden. Der Standlinienvektor sei

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} y_2 - y_1 \\ x_2 - x_1 \\ (h_2 + i_2) - (h_1 + i_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta y_{12} \\ \Delta x_{12} \\ \Delta h_{12} \end{pmatrix} \quad \dots (2)$$

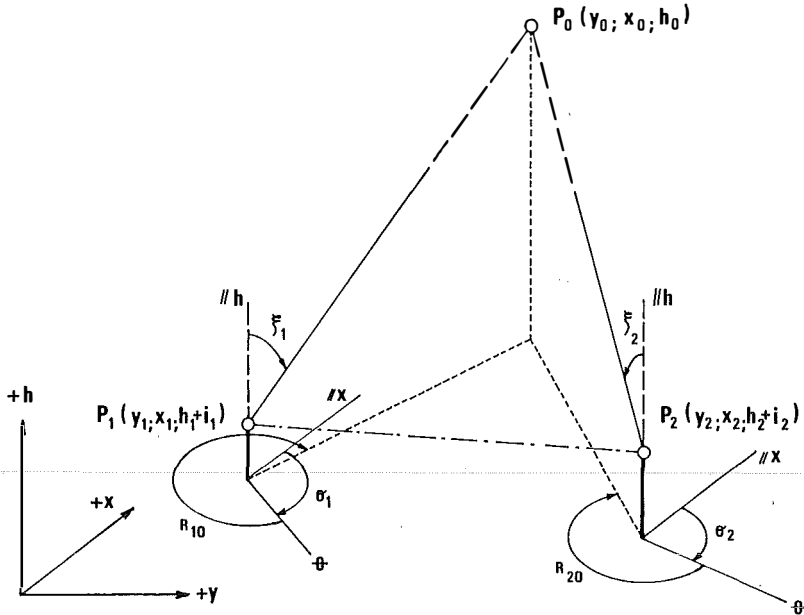


Abb. 5:
Veranschaulichung zur Theorie des räumlichen Vorwärtseinscheidens

Der Ortsvektor \mathbf{p}_0 kann nun doppelt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_0^{(1)} &= \mathbf{p}_1 + \lambda_1 \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{p}_0^{(2)} &= \mathbf{p}_2 + \lambda_2 \mathbf{r}_2 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{b} + \lambda_2 \mathbf{r}_2 \end{aligned} \quad \dots (3)$$

Die λ_i , ($i = 1, 2$), sind zunächst unbekannte Maßstabsvektoren, die numerisch gleich den Raumstrecken $\overline{P_i P_0}$ sind.

Zufolge der unvermeidbaren Zielfehler erhalten wir zwei verschiedene Ergebnisse; wir müssen einen Verbesserungsvektor \mathbf{v} einführen:

$$\mathbf{v} = \mathbf{p}_0^{(1)} - \mathbf{p}_0^{(2)} = \lambda_1 \mathbf{r}_1 - \lambda_2 \mathbf{r}_2 - \mathbf{b} \quad \dots (4)$$

In diesen Gleichungen sind λ_1 und λ_2 unbekannt; \mathbf{v} wird durch Ausgleichung nach dem Gauß'schen Minimumprinzip zum kürzestmöglichen Abstandsvektor zwischen den beiden Zielstrahlen, so daß λ_1 und λ_2 die Entfernungen $\overline{P_1 P_0^{(1)}}$ bzw. $\overline{P_2 P_0^{(2)}}$ repräsentieren (Abb. 6).

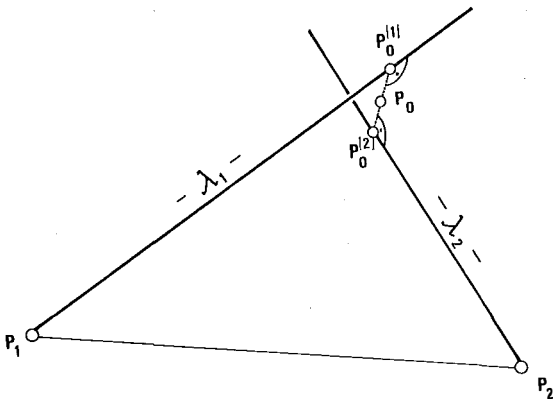


Abb. 6:
Zur Präzisierung der Lösung, falls die beiden Bestimmungsstrahlen zueinander windschief sind

Vernünftigerweise erwarten wir P_0 in der Mitte zwischen $P_0^{(1)}$ und $P_0^{(2)}$.

Die Normalgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 \lambda_1 - \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 \lambda_2 - \mathbf{r}_1^T \mathbf{b} &= 0 \\ -\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 \lambda_1 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2 \lambda_2 + \mathbf{r}_2^T \mathbf{b} &= 0 \end{aligned} \quad \dots (5a)$$

oder

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \mathbf{C} \quad \dots (5b)$$

Die skalaren Produkte $\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i$, ($i = 1, 2$), sind gleich 1.

Die gemischten inneren Produkte $\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2$ ergeben den Cosinus des bei P_0 gelegenen, der Standlinie \mathbf{b} zugekehrten Schnittwinkels σ :

$$\cos \sigma = \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = i_1 i_2 + j_1 j_2 + k_1 k_2 \quad \dots (6)$$

Analog sind die inneren Produkte $\mathbf{r}_i^T \mathbf{b}$, ($i = 1, 2$), die mit der Standlinienlänge B multiplizierten Cosinuse der zwischen Bestimmungsstrahl und Standlinie eingeschlossenen Raumwinkel α_i :

$$\begin{aligned} B \cos \alpha_1 &= \mathbf{r}_1^T \mathbf{b} = i_1 \cdot y_{12} + j_1 \cdot x_{12} + k_1 \cdot h_{12} \\ B \cos \alpha_2 &= \mathbf{r}_2^T \mathbf{b} = i_2 \cdot y_{12} + j_2 \cdot x_{12} + k_2 \cdot h_{12} \end{aligned} \quad \dots (7)$$

Die Normalgleichungen (5) lauten also ganz einfach so:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\cos \sigma \\ -\cos \sigma & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \cos \alpha_1 \\ -B \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad \dots (8)$$

und haben die Lösung:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - \cos^2 \sigma} \begin{pmatrix} 1 & \cos \sigma \\ \cos \sigma & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \cos \alpha_1 \\ -B \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad \dots (9)$$

Die Punkte $P_0^{(i)}$ ergeben sich dann aus (10):

$$\mathbf{p}_0^i = \mathbf{p}_i + \lambda_i \mathbf{r}_i \quad (i = 1, 2) \quad \dots (10)$$

Der gesuchte Neupunkt wird als Mittel berechnet:

$$\mathbf{p}_0 = \frac{1}{2} (\mathbf{p}_0^{(1)} + \mathbf{p}_0^{(2)}) \quad \dots (11)$$

Die Angabe des Differenzenvektors \mathbf{v} ermöglicht in einfacher Weise eine Beurteilung der Zielgenauigkeit.

3. Programmaufbau und praktischer Rechenvorgang mit dem Kleincomputer

3.1. HP 97

Nach dem Programmstart, der Vorbereitungsschritte (wie z. B. Wahl des Gradmaßes; Herrichten der Speicherregister, Anzeige löschen etc.) auslöst, wartet das Rechenprogramm auf die Definition der beiden Instrumentenstandpunkte, das heißt auf die Eingabe der geodätischen Koordinaten für y , x und h sowie der jeweiligen Orientierungsgröße.

Der Anwender hat die Möglichkeit, mit „Print x“ vor jedem Koordinatenausdruck eine Punktbezeichnung auf den Streifen zu drucken, kann es aber auch

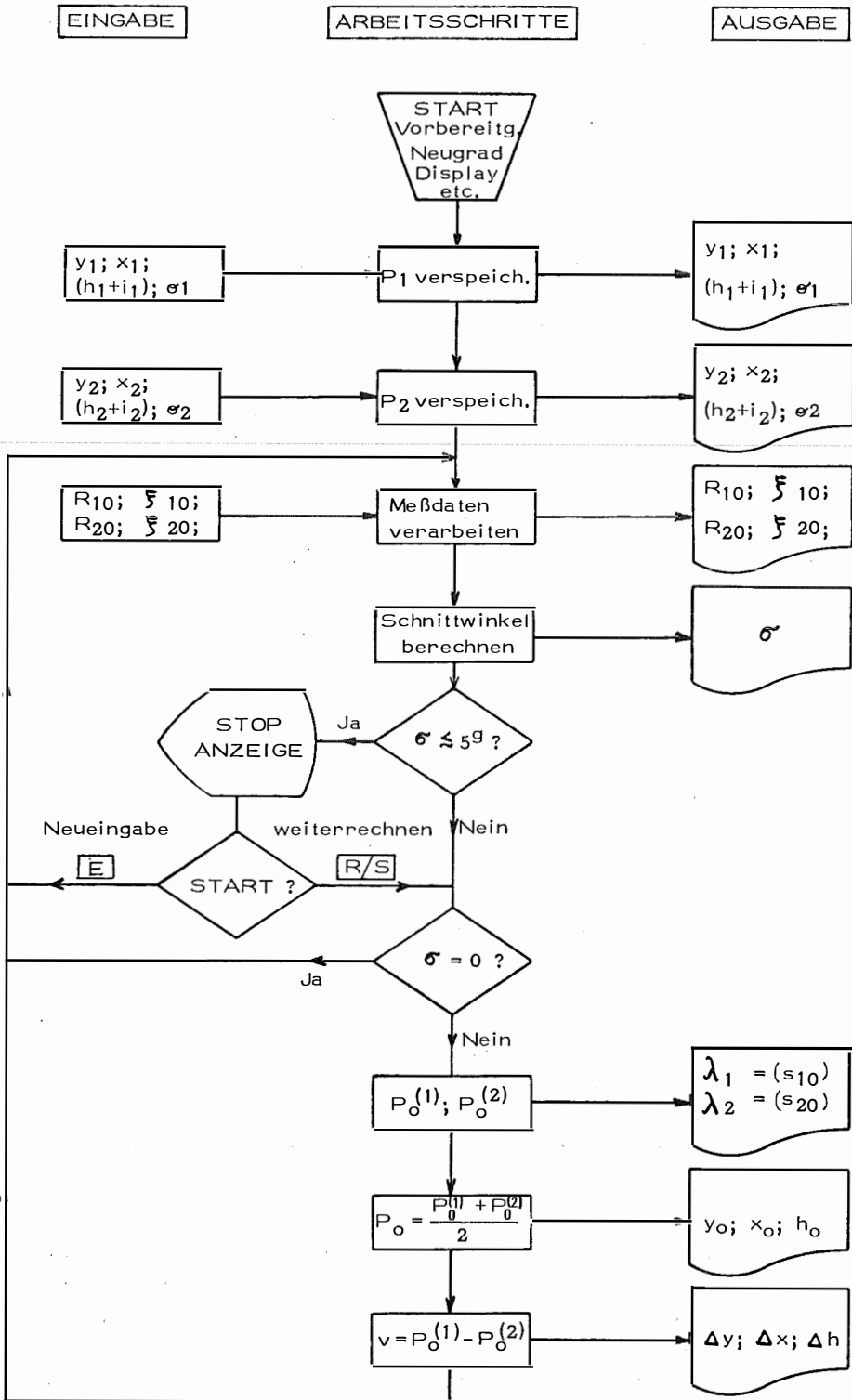


Abb. 7:

Flußdiagramm für den räumlichen Vorwärtsschnitt mit dem Kleinrechner HP 97

unterlassen. Der Ausdruck von Eingabedaten bzw. Ergebnissen erfolgt bei Koordinaten, Längen oder Höhen mit drei, bei Winkeln oder Richtungen mit vier Nachkommastellen. Die eingegebenen Werte werden standpunktweise in zwei austauschbaren Registergruppen gespeichert; d. h. einander entsprechende Werte

STEP	INSTRUCTIONS	INPUT	KEY	OUTPUT	OUTPRINT
1	START		A		
2	Eingabe: Punkt Nr. P_1	P_1	PRT x	P_1	
3	: Y_1	Y_1	ENT ↑		
4	: X_1	X_1	ENT ↑		
5	: $(H_1 + i_1)$	$H_1 + i_1$	ENT ↑		
6	: σ_1	σ_1	R/S	Y_1	100.000 ***
7				X_1	100.000 ***
8				$H_1 + i_1$	1.000 ***
9				σ_1	100.0000 ***
10	: Punkt Nr. P_2	P_2	PRT x	P_2	2. ***
11	: Y_2	Y_2	ENT ↑		150.000 ***
12	: X_2	X_2	ENT ↑		100.000 ***
13	: $(H_2 + i_2)$	$H_2 + i_2$	ENT ↑		1.500 ***
14	: σ_2	σ_2	R/S	Y_2	200.0000 ***
15				X_2	100. ***
16				$H_2 + i_2$	0.0000 ***
17				σ_2	100.0000 ***
18	Eingabe: Punkt Nr. P_i	P_i	PRT x	P_i	29.9031 ***
19	: R_{1i}	R_{1i}	ENT ↑		29.9031 ***
20	: ξ_{1i}	ξ_{1i}	ENT ↑		55.001 ***
21	: R_{2i}	R_{2i}	ENT ↑		110.455 ***
22	: ξ_{2i}	ξ_{2i}	R/S	R_{1i}	100.000 ***
23				ξ_{1i}	100.000 ***
24				R_{2i}	100.001 ***
25	↗ E → Step 18			ξ_{2i}	
26	↻ R/S → Step 27			σ	0.000 ***
27				s_{1i}	0.000 ***
28				s_{2i}	0.000 ***
29				Y_i	
30				X_i	
31				H_i	
32				ΔY	
33				ΔX	
34				ΔH	
35	weiter in Step 18				

Anm.: Ist der Raumschnittwinkel $\sigma \lesssim 5^\circ$, bleibt die Maschine in Step 26 stehen und der Anwender kann entscheiden:
a) neue Daten einzugeben → Taste [E] drücken
b) weiterzurechnen → Taste [R/S] drücken.

Abb. 8:

Bedienungsanweisungen und Beispiel zum räumlichen Vorwärtsschnitt mit dem Kleinrechner HP 97

stehen auf der gleichen Adresse, nur gewissermaßen in zwei verschiedenen Ebenen, wobei immer nur eine dieser Ebenen direkten Zugriff gestattet. Diese Speicherebenen können und müssen während der Berechnung mehrmals getauscht werden, damit die jeweilig relevanten Werte aufgerufen werden können. Weitere Details über den Programmablauf sowie ein Beispiel sind in den beiden Abbildungen 7 und 8 enthalten.

3.2. HP 65

Wegen der zu geringen Speicherkapazität kann nur ein vereinfachtes Konzept realisiert werden: Es wird unterstellt, daß

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1^T &= (0, 0, 0) \\ \mathbf{p}_2^T &= (0, \Delta x, \Delta h) = \mathbf{b}^T \\ o_1 &= o_2 = 0 \end{aligned}$$

Wir arbeiten mit orientierten Richtungen R_{i0}° in einem lokalen Koordinatensystem, dessen x -Achse in Richtung der Basis liegt (Abb. 9). Vor dem Programmstart

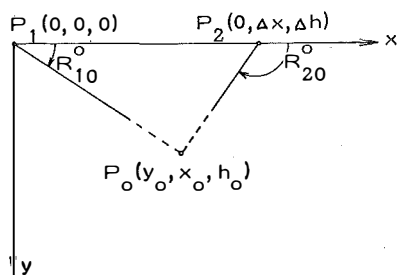


Abb. 9:
Koordinatensystem für das vereinfachte Konzept des räumlichen Vorwärtsschnitts mit dem Kleinrechner HP 65

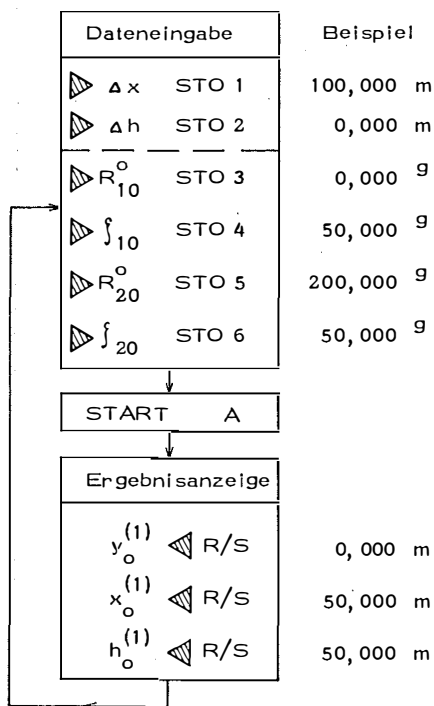


Abb. 10:
Bedienungsanweisung und Beispiel zum räumlichen Vorwärtsschnitt mit dem Kleinrechner HP 65

werden Δx , Δh sowie die Meßdaten R_{10}° , ξ_{10} , R_{20}° , ξ_{20} in die Speicherregister 1—6 eingegeben. Jeder Wert läßt sich vor dem Start ändern. Nach Drücken der Start-Taste A berechnet die Maschine nach den Gleichungen 9a und 10a nacheinander die drei Koordinaten der Punkte $P_0^{(1)}$. Will man auch $P_0^{(2)}$ und P_0 selbst berechnen, muß man die Rechnung mit vertauschten Paßpunkten wiederholen. Abb. 10 erläutert die einfache Handhabungsweise und gibt außerdem noch ein einfaches Zahlenbeispiel für einen Vorwärtsschnitt zur Berechnung eines Punktes über der Standlinienmitte.

Über die gefährlichen Örter bei zwei Achtpunktproblemen und einem Fünfpunktproblem

Von *Walter Wunderlich*, Wien

Zwei klassische, auf bloßen Winkelmessungen beruhende geodätische Aufgaben, nämlich die Achtpunktprobleme von Lambert (1765) und Clausen (1843), sind zu Unrecht fast in Vergessenheit geraten. Im Hinblick auf die bei der Suche nach unterseeischen Bodenschätzen wachsende Rolle der Meeresgeodäsie, in deren Rahmen diese Aufgaben wieder an Interesse gewinnen könnten, wird nun in der vorliegenden Untersuchung die Existenz zugehöriger gefährlicher Örter in Gestalt von speziellen Kurven 3. Ordnung nachgewiesen. Im übrigen läßt sich das neuere Fünfpunktproblem von Killian (1934), das für Vermessungen in unerforschem Hochgebirge von Bedeutung ist, zwanglos in die Betrachtungen einordnen.

1. Die Achtpunktprobleme von Lambert und Clausen

Zu vermessen seien zwei Punktgruppen, bestehend aus m „Standpunkten“ bzw. n „Zielpunkten“, und zwar in der Weise, daß aus jedem Standpunkt sämtliche Zielpunkte, aber keine Standpunkte anvisiert werden. Zu klären ist vorerst die Frage, für welche Anzahlen m und n dieser Vorgang ausreicht, um die relative Lage aller $m + n$ Punkte bestimmen zu können, abgesehen natürlich vom Maßstab, der ohne Längenmessung nicht zu erhalten ist.

Zur Behandlung dieses nach Projektion auf den Horizont im wesentlichen ebenen Problems denke man sich die Punkte von vornherein in der waagrechten Grundebene liegend und durch kartesische Koordinaten beschrieben, also die Standpunkte durch $P_i(X_i, Y_i)$ mit $i = 1, 2, \dots, m$ und die Zielpunkte durch $Q_j(x_j, y_j)$ mit $j = 1, 2, \dots, n$. Zwecks Fixierung des Koordinatensystems werde P_1 zum Ursprung und P_2 zum Einheitspunkt der Abszissenachse gemacht. Damit die gemessenen $m(m-1)$ Horizontalwinkel zur Ermittlung der restlichen $2(m+n-2)$ Koordinaten gerade ausreichen, muß die Bilanz

$$mn = 3m + 2n - 4 \text{ oder } (m-2)(n-3) = 2 \quad \dots \quad (1.1)$$

stimmen. Diese diophantische Gleichung ist leicht zu lösen, indem man das Produkt 2 in ganzzahlige Faktoren zerlegt [1]. Da negative Faktoren nur die unbrauchbaren

Lösungen $m = n = 1$ und $m = 0, n = 2$ liefern, sind bloß die Zerlegungen 2.1 und 1.2 von Belang; sie führen auf $m = n = 4$ bzw. $m = 3, n = 5$. In beiden Fällen handelt es sich also um ein „Achtpunktproblem“.

Das erste Problem ($m = n = 4$) wurde bereits von *J. H. Lambert* [6] formuliert und gelöst, der zeigen konnte, daß es im wesentlichen quadratisch ist. Er dachte dabei an die Vermessung einer Küste von einem Schiff aus, das aus vier Positionen vier markante Landpunkte anvisiert. Etwas verbesserte Lösungen der recht schwierigen Aufgabe boten später *J. A. Grunert* [2], *Th. Clausen* [1] und — in Anlehnung an letzteren — *W. Láska* [7] an.

Das zweite Problem ($m = 3, n = 5$) wurde unter Andeutung eines Lösungsweges von *Th. Clausen* [1] aufgeworfen, aber erst von *N. Herz* [3] und *M. Lagally* [5] ausführlicher behandelt. Letzterer führte es auf die Ermittlung der beiden Restschnittpunkte zweier zirkularer Kubiken zurück, von denen fünf gemeinsame eigentliche Punkte schon bekannt sind. Damit ist das Problem grundsätzlich als ebenfalls quadratisch zu erkennen, eine befriedigende Lösung steht aber immer noch aus.

In der Sprache der terrestrischen Photogrammetrie zusammengefaßt, besteht mithin der nachstehende Sachverhalt: Können in drei oder vier horizontierbaren photographischen Aufnahmen mit bekannter innerer Orientierung, die von unbekanntem Standpunkten aus gemacht wurden, fünf bzw. vier Geländepunkte identifiziert werden, so ist die Konfiguration aller acht Punkte bis auf den Maßstab bestimmt. Die Bestimmtheit ist dabei nicht unbedingt eindeutig, weil es sich um quadratische Aufgaben handelt. Insbesondere können zwei Lösungen zusammenrücken, was dann eine zumindest infinitesimale Unsicherheit bedeutet. Die Kennzeichnung solcher kritischer oder „gefährlicher“ Annahmen, die im Interesse einer klaglosen Auswertung zu vermeiden sind, ist Gegenstand der vorliegenden Note.

Eine Erhöhung der Punktezahl über acht hinaus führt auf überbestimmte Aufgaben, die in der Praxis eine Ausgleichung erfordern würden, worauf hier aber nicht eingegangen werden soll. Auch in einem solchen Fall ist die Kenntnis gefährlicher Anordnungen von Wert, weil sie durch bloße Punktvermehrung keineswegs mit Sicherheit ausgeschlossen werden können.

2. Gefährliche Zielpunkte

Eine experimentelle Lösung des zweiten Achtpunktproblems könnte man sich etwa so vorstellen: Man zeichnet für jeden der drei Standpunkte P_i auf ein eigenes Transparentblatt die den gemessenen Horizontalwinkeln entsprechenden fünf Visierlinien und beschriftet alle vom Zielpunkt Q_j herrührenden mit j . Auf dem Zeichenbrett sind dann die drei Strahlenquintupel in eine solche Lage zu bringen, daß je drei gleichbezahlte Strahlen durch einen Punkt gehen.

Ist mit einiger Geduld eine solche Position gefunden — die bei nicht erfundenen Meßdaten sicher existieren wird —, dann muß es wegen des Problemgrades 2 noch eine zweite reelle Lösungsposition geben. (Daß diese unter Umständen praktisch nicht in Frage kommt, weil von den Büschelstrahlen bloß wohldefinierte Halbstrahlen zu benutzen sind, ist hier ohne Belang.) Jedenfalls darf auf Grund der Koordinatenfestsetzung in Abschnitt 1 angenommen werden, daß beim Übergang von der ersten zur zweiten Lösung die ersten beiden Büschel bloß Verdrehungen um

ihre festen Scheitel P_1 bzw. P_2 erfahren, während beim dritten Büschel außer der Verdrehung auch noch eine Verlagerung des Scheitels P_3 zuzulassen ist.

Im Falle einer gefährlichen Annahme sind die zwei Positionen zusammengedrückt und die zugehörigen Verlagerungen sind durchwegs infinitesimal. Gibt man die differentiellen Verdrehungen $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ der Strahlbüschel in den drei Standpunkten $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 0)$ und $P_3(X, Y)$ vor, und von letzterem auch noch die Verschiebung (dX, dY) , so kann man die Frage stellen: Welche Zielpunkte $Q(x, y)$ gestatten passende Verschiebungen (dx, dy) , die mit den gegebenen Verlagerungen verträglich sind?

Für den von der positiven Abszissenachse aus gemessenen Richtungswinkel φ der Visur von einem Standpunkt $P(X, Y)$ nach einem Zielpunkt $Q(x, y)$ gilt allgemein:

$$y - Y = (x - X) \operatorname{tg} \varphi. \quad \dots (2.1)$$

Für seine durch die angenommenen Verlagerungen hervorgerufene Änderung $d\varphi$ hat man daher:

$$dy - dY = (dx - dX) \operatorname{tg} \varphi + (x - X)(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) d\varphi \quad \dots (2.2)$$

oder, nach Multiplikation mit $x - X$,

$$(x - X)(dy - dY) = (y - Y)(dx - dX) + [(x - X)^2 + (y - Y)^2] d\varphi. \quad \dots (2.3)$$

Die Spezialisierung für P_1 liefert wegen $X = Y = dX = dY = 0$ die Beziehung

$$x dy - y dx = r^2 d\alpha \text{ mit } r^2 = x^2 + y^2. \quad \dots (2.4)$$

Für P_2 ergibt sich wegen $X = 1$ und $Y = dX = dY = 0$:

$$(x - 1) dy - y dx = s^2 d\beta \text{ mit } s^2 = (x - 1)^2 + y^2. \quad \dots (2.5)$$

Für P_3 gilt hingegen fast unverändert:

$$(x - X) dy - (y - Y) dx = (x - X) dY - (y - Y) dX + t^2 d\gamma \\ \text{mit } t^2 = (x - X)^2 + (y - Y)^2. \quad \dots (2.6)$$

Die unbekanntenen Verschiebungskomponenten dx und dy müssen daher den drei linearen Gleichungen (2.4–6) genügen, für deren Verträglichkeit das Verschwinden der Koeffizientendeterminante

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & y & r^2 d\alpha \\ x - 1 & y & s^2 d\beta \\ x & X & Y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} t^2 d\gamma - (y - Y) dX + (x - X) dY \\ \dots \\ \dots \end{vmatrix} \quad \dots (2.7)$$

notwendig und hinreichend ist. Ihre Entwicklung nach der letzten Spalte liefert die zu $\Delta = 0$ äquivalente Bedingung

$$(Yx - Xy + y - Y)(x^2 + y^2) d\alpha - (Yx - Xy)(x^2 + y^2 - 2x + 1) d\beta - y(x^2 + y^2 - 2Xx - 2Yy + X^2 + Y^2) d\gamma + y(y - Y) dX - y(x - X) dY = 0. \quad \dots (2.8)$$

Die gefährlichen Zielpunkte $Q(x, y)$ erscheinen mithin vermöge (2.8) an eine die beiden absoluten Kreispunkte enthaltene Kurve 3. Ordnung, also an eine „zirkuläre Kubik“ c mit der Gleichung

$$(Ax + By)(x^2 + y^2) - (A + E)x^2 + Cxy + Dy^2 + Ex + Fy = 0 \quad \dots (2.9)$$

gebunden, ohne auf ihr ausgezeichnet zu sein. Die Koeffizienten stehen abkürzend für

$$\begin{aligned}
 A &= Y d\alpha - Y d\beta, \\
 B &= (1 - X)d\alpha + X d\beta - d\gamma, \\
 C &= -2X d\beta + 2X d\gamma - dY, \\
 D &= -Y d\alpha + 2Y dy + dX, \\
 E &= -Y d\beta, \\
 F &= X d\beta - (X^2 + Y^2)d\gamma - Y dX + X dY.
 \end{aligned}
 \quad \dots \quad (2.10)$$

Bei diesen Koeffizienten wie auch bei den Inkrementen $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, dX und dY kommt es naturgemäß bloß auf die Verhältnisse an. Man stellt leicht fest — am besten anhand der Determinante (2.7) — daß die gefährliche Kubik c auch die drei Standpunkte $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 0)$ und $P_3(X, Y)$ enthält. Die Kubik c kann im übrigen auch zerfallen, und zwar in einen beliebigen Kegelschnitt und die Ferngerade ($A = B = 0$) oder in einen Kreis und die Standlinie P_1P_2 ($A = E = 0$).

Gibt man umgekehrt durch Annahme der sechs Parameter A bis F eine beliebige der ∞^5 zirkularen Kubiken c durch P_1 und P_2 vor (die erwähnten Ausartungen eingeschlossen), und wählt man auf ihr an beliebiger Stelle den dritten Standpunkt $P_3(X, Y)$, dann lassen sich aus den ersten fünf der sechs linearen Gleichungen (2.10) die fünf Verlagerungsgrößen in der Reihenfolge $d\beta$, $d\alpha$, $d\gamma$, dX und dY leicht berechnen; sie genügen wegen $P_3 \in c$ zwangsläufig auch der sechsten Gleichung (2.10), was direkt nachgeprüft werden kann. Der dritte Standpunkt P_3 ist demnach unter den Punkten von c nicht ausgezeichnet. Da die Verschiebungen (dx, dy) der gefährlichen Zielpunkte $Q \in c$ gemäß (2.4) und (2.5) nur von $d\alpha$ und $d\beta$ abhängen, nicht aber von X und Y , so kann man auch noch einen vierten Standpunkt $P_4(X', Y') \in c$ — ja sogar beliebig viele weitere — hinzunehmen, natürlich jeweils mit entsprechenden, aus (2.10) zu entnehmenden Verlagerungsgrößen.

Damit ist die Frage nach den gefährlichen Annahmen bereits für beide Acht-punktprobleme im wesentlichen geklärt. Es gilt nämlich:

Satz 1: *Liegen beim Clausenschen oder Lambertschen Acht-punktproblem die drei bzw. vier Standpunkte zusammen mit den fünf bzw. vier Zielpunkten auf ein und derselben, eventuell zerfallenden zirkularen Kubik c (die durch sieben Punkte im allgemeinen eindeutig bestimmt ist), dann liegt eine gefährliche Annahme vor. Die Anzahl der Stand- und Zielpunkte kann im übrigen beliebig erhöht werden, ohne daß die Gefährlichkeit aufhört, sofern nur alle Punkte dem gefährlichen Ort c angehören.*

Dieser Satz bedarf noch eines wichtigen Zusatzes, der hier lediglich angedeutet werden soll: Die in Rede stehende Gefährlichkeit bedeutet keineswegs eine bloß infinitesimale Unsicherheit, wie auf Grund der Herleitung zu erwarten wäre, sondern eine weitaus höhere. Die bei der Lagallyschen Lösung des Clausenschen Problems in [5] verwendeten zwei zirkularen Kurven 3. Ordnung (vgl. Abschnitt 1) haben nämlich nicht bloß zwei Restschnittpunkte gemein, sondern wegen der angenommenen Nachbarlösung auch die Tangente in einem dieser Punkte; hieraus folgt aber, daß sie überhaupt zusammenfallen. Dies bedeutet nun, daß die Restschnittpunkte unbestimmt auf dieser Kurve ausfallen, sodaß eine stetige Schar von endlich verschiedenen Lösungen existieren wird. Auf diesen überraschenden und nicht ganz einfachen Sachverhalt, der das Auftreten von zirkularen Kubiken als gefährlichen Örtern erhärtet, soll an anderer Stelle näher eingegangen werden.

3. Konstruktion einer zirkularen Kubik

Zur Konstruktion einer durch ihre Gleichung (2.9) festgelegten zirkularen Kurve 3. Ordnung c , die im allgemeinen vom Geschlecht 1 ist, setze man

$$x^2 + y^2 - x = 2vy. \quad \dots (3.1)$$

Der dadurch mit $v = \text{const}$ erklärte Hilfskreis h durch die Standpunkte $P_1(0, 0)$ und $P_2(1, 0)$ schneidet c außer an diesen Stellen und in den beiden absoluten Kreispunkten noch in zwei weiteren Punkten, deren Verbindungsgerade g durch

$$(B + C)x + (D + E)y + F + 2v(Ax + By - E) = 0 \quad \dots (3.2)$$

beschrieben wird, wie man mittels Elimination von v aus (3.1) und (3.2) — was auf (2.9) führt — leicht nachprüft. Bei Variation von v durchläuft nun h das Kreisbüschel mit den Grundpunkten P_1 und P_2 , und g ein Strahlbüschel G . Die Kubik c entsteht solcherart als Erzeugnis der beiden Büschel, die durch den gemeinsamen Parameter v projektiv aufeinander bezogen sind: Man erhält also beliebig viele Punktepaare von c , wenn man für einzelne Werte von v den Hilfskreis h (3.1) und den Strahl g (3.2) ermittelt und h mit g schneidet (Fig. 1). Daß auch der Büschelscheitel G auf c liegt, folgt daraus, daß unter den Hilfskreisen h auch ein durch G gehender auftritt.

Im Prinzip genügen schon drei Werte, etwa $v = 0, 1$ und ∞ , um die Projektivität rein konstruktiv zu vervollständigen. Schneidet man das Büschel $G(g)$ mit einer zur reellen Asymptote der Kubik c parallelen Geraden $l(Ax + By = \text{const})$, so erhält man eine zur Reihe der Kreismittelpunkte $(x = 1/2, y = v)$ ähnliche Punktreihe. Bei passend gewähltem Abstand von l fallen die beiden Reihen sogar kongruent aus,

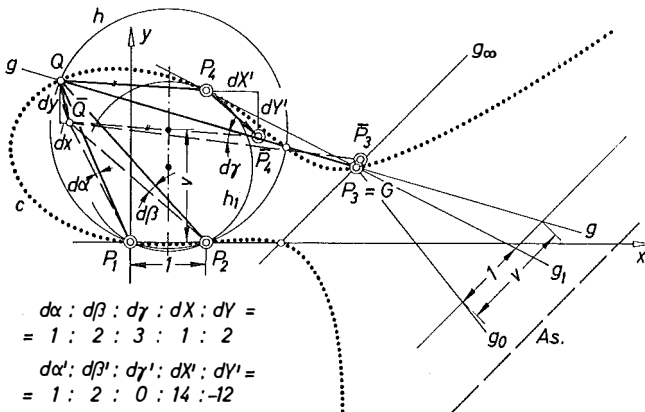


Fig. 1:
Gefährliche Kubik der Achtpunktprobleme

was die Konstruktion besonders einfach gestaltet; man hat also die zum Strahl $g_\infty(v = \infty)$ parallele Gerade l bloß so zu postieren, daß die Strahlen $g_0(v = 0)$ und $g_1(v = 1)$ auf ihr eine Strecke der Länge 1 ausschneiden.

Nach diesen Anweisungen entstand die Figur 1, der die Annahme

$$X = 3, Y = 1, d\alpha : d\beta : d\gamma : dX : dY = 1 : 2 : 3 : 1 : 2$$

zugrunde liegt. (Daß der Büschelscheitel G mit dem Standpunkt P_3 zusammenfällt,

ist ungewollter Zufall.) Die Gleichung der zugehörigen gefährlichen Kubik c lautet gemäß (2.9) und (2.10):

$$(x - y)(x^2 + y^2) - 3x^2 - 4xy - 6y^2 + 2x + 19y = 0.$$

Die Figur illustriert näherungsweise die durch kleine Inkremente bewirkte Verlagerung des Standpunktes $P_3(3, 1)$ nach \bar{P}_3 sowie eines (zu $\nu = 3/2$ gehörigen) Zielpunktes Q nach \bar{Q} . Weiters wurde noch ein vierter Standpunkt $P_4(1, 2)$ eingetragen, der mit

$$d\alpha' : d\beta' : d\gamma' : dX' : dY' = 1 : 2 : 0 : 14 : -12$$

dieselben Zielpunktverschiebungen hervorruft.

4. Der Sonderfall kollinearier Standpunkte

Bisher wurde stillschweigend angenommen, daß die drei Standpunkte $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 0)$ und $P_3(X, Y)$ nicht auf einer Geraden liegen ($Y \neq 0$). Ist dies aber doch der Fall ($Y = 0$), so reduzieren sich die Gleichungen (2.10) auf $A = E = 0$ und

$$\begin{aligned} B &= (1 - X)d\alpha + Xd\beta - d\gamma, \\ C &= -2Xd\beta + 2Xd\gamma - dY, \\ D &= dX, \\ F &= X(d\beta - Xd\gamma + dY). \end{aligned} \quad \dots (4.1)$$

Für willkürlich vorgeschriebene Verlagerungsdaten $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, dX und dY zerfällt mithin die gefährliche Kubik (2.9) in die Standlinie $y = 0$ und einen Kreis c :

$$B(x^2 + y^2) + Cx + Dy + F = 0. \quad \dots (4.2)$$

Im Grunde genommen sind jedoch sämtliche Punkte der Ebene gefährliche Zielpunkte, denn die Verlagerungsdaten lassen sich so abstimmen, daß alle Koeffizienten in (4.2) verschwinden, sodaß gefährliche Zielpunkte keiner Bedingung mehr unterliegen. Dies tritt ein für

$$d\alpha : d\beta : d\gamma : dX : dY = (X - 1) : X : (2X - 1) : 0 : 2X(X - 1). \quad \dots (4.3)$$

Es gilt mithin:

Satz 2: *Befinden sich beim Clausenschen Achtpunktproblem die drei Standpunkte auf einer Geraden, dann liegt bei beliebiger Verteilung der fünf Zielpunkte eine gefährliche Annahme vor. Die Anzahl der Zielpunkte kann übrigens beliebig vermehrt werden, ohne daß die Gefährlichkeit aufhört.*

Die Unsicherheit wird im allgemeinen — d. h. wenn die Stand- und Zielpunkte nicht auf einer zirkularen Kubik verteilt sind — tatsächlich bloß eine infinitesimale sein.

Die Anzahl der Standpunkte kann hingegen nicht vermehrt werden, wenn die Gefährlichkeit sämtlicher Zielpunkte der Ebene bestehen bleiben soll. Nach Hinzunahme eines vierten Standpunktes $P_4(X', Y')$ liegt nämlich für $Y' \neq 0$ die Annahme von Abschnitt 2 vor, welche die gefährlichen Zielpunkte auf eine zirkuläre Kubik oder deren Ausartungen einschränkt; die Annahme $Y' = 0$ würde hingegen wegen $X' \neq X$ einen Widerspruch gegenüber dem Verhältnis $d\alpha : d\beta$ aus (4.3) bedingen. Satz 2 besitzt mithin kein Seitenstück für das Lambertsche Problem.

Unter Beibehaltung dreier kollinear Standpunkte wird nun in der Ebene jedem Zielpunkt $Q(x, y)$ gemäß (2.4) und (2.5) eine bestimmte Unsicherheitsrichtung $dx : dy$ zugewiesen, die nur von Q und dem Quotienten $d\beta/d\alpha = p$ abhängt. Auf diese Weise entsteht ein Feld von Linienelementen, dessen Integralkurven eine Art von Stromlinien darstellen. Sie werden beschrieben durch die Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{(x-1)dy - y dx}{p(x dy - y dx)} = \frac{(x-1)^2 + y^2}{x^2 + y^2}, \quad \dots (4.4)$$

deren Integration formal durch Übergang zu Polarkoordinaten unschwer zu erledigen, durch geometrische Überlegung aber direkt zu erraten ist: Man lasse einen Strahl das Büschel P_1 mit der Winkelgeschwindigkeit 1 durchlaufen und einen zweiten das Büschel P_2 mit der Winkelgeschwindigkeit $p = \text{const}$; der Strahlenschnittpunkt Q beschreibt dann eine der gesuchten Integralkurven, deren Gesamtheit sich durch Veränderung der Ausgangslage ergibt. Bezeichnet man die Richtungswinkel der beiden rotierenden Strahlen mit α bzw. β , so hat man den Ansatz

$$x = \cos \alpha \sin \beta / \sin(\beta - \alpha), \quad y = \sin \alpha \sin \beta / \sin(\beta - \alpha), \quad \dots (4.5)$$

und die Lösung von (4.4) wird durch

$$\beta = p\alpha + q \quad \dots (4.6)$$

in Parameterform erhalten. Die kinematisch so erzeugten Kurven sind als „Araneiden“ (Spinnenlinien) wohlbekannt [8, S. 395].

Figur 2 illustriert den Sachverhalt bei kollinearen Standpunkten für die Annahme $X = 2$ ($d\alpha : d\beta : d\gamma : dX : dY = 1 : 2 : 3 : 0 : 4$) durch die Verlagerung dreier Zielpunkte. Die eingetragene Araneide für das Übersetzungsverhältnis $p = 2$ ist auch eine zirkuläre Kubik (Strophoide).

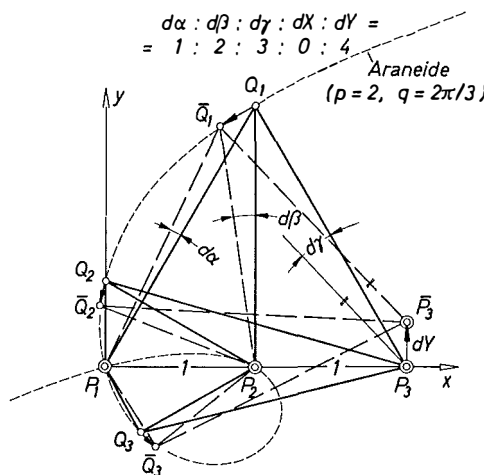


Fig. 2:
Kollineare Standpunkte

5. Das Fünfpunktproblem von Killian

Abschließend sei noch kurz auf eine bemerkenswerte Methode eingegangen, die *K. Killian* [4] für Vermessungen in unerforschtem Hochgebirge entwickelt hat. Er empfiehlt, in jedem besuchten Standpunkt ein sichtbares Mal zu hinterlassen, das dann aus jedem folgenden Standpunkt zusätzlich zu gewissen Zielpunkten anzuvizieren ist. Bei dieser Vorgangsweise kommt man mit drei Standpunkten und zwei Zielpunkten aus, sodaß ein Fünfpunktproblem vorliegt; es erweist sich gleichfalls als quadratisch.

Die Frage nach dabei zu vermeidenden gefährlichen Anordnungen, in [4] mittels fehlertheoretischer Untersuchungen beantwortet, läßt sich zwanglos mit dem in Abschnitt 2 entwickelten Konzept erledigen. Seien $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 0)$ und $P_3(X, Y)$ die drei in dieser Reihenfolge besuchten Standpunkte. Das zweite Zielstrahlbüschel P_2 ist wegen der Visur nach P_1 fest: $d\beta = 0$. Für die Verlagerungsgrößen dX , dY und $d\gamma$ des dritten Büschels P_3 gelten wegen der Visuren nach P_1 und P_2 zwei Relationen nach dem Muster (2.4) und (2.5), nämlich

$$\begin{aligned} X dY - Y dX &= (X^2 + Y^2) d\gamma, \\ (X - 1) dY - Y dX &= (X^2 + Y^2 - 2X + 1) d\gamma. \end{aligned} \quad \dots (5.1)$$

Hieraus folgt:

$$dX = \frac{X^2 - Y^2 - X}{Y} d\gamma, \quad dY = (2X - 1) d\gamma. \quad \dots (5.2)$$

Nach Ausschluß der Annahme kollinearere Standpunkte ($Y = 0$) erhält man daher als Ortslinie c gefährlicher Zielpunkte $Q(x, y)$ eine spezielle zirkulare Kubik (2.9) durch P_1, P_2, P_3 mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} A &= Y d\alpha, \\ B &= (1 - X) d\alpha - d\gamma, \\ C &= d\gamma, \\ D &= -Y d\alpha + \frac{X^2 + Y^2 - X}{Y} d\gamma, \\ E &= F = 0. \end{aligned} \quad \dots (5.3)$$

Die Besonderheit dieser Kubik besteht vor allem darin, daß sie (wegen $E = F = 0$) in P_1 einen Doppelpunkt aufweist, also rational ist (Geschlecht 0). Das Tangentenpaar in P_1 wird durch $Ax^2 - Cxy - Dy^2 = 0$ beschrieben; der Doppelpunkt ist daher ein reeller Knoten, eine Spitze oder ein Einsiedler, je nachdem ob die Diskriminante $C^2 + 4AD > 0, = 0$ oder < 0 ist.

Gibt man umgekehrt eine beliebige der ∞^3 zirkularen Kubiken c mit einem Doppelpunkt in P_1 und einem einfachen Punkt in P_2 vor, indem man die Koeffizienten A bis D vorschreibt, so lassen sich aus (5.3) die Werte von X , Y und $d\gamma/d\alpha$ bestimmen. Der dritte Standpunkt P_3 ist also nicht mehr beliebig auf c wählbar (wie in Abschnitt 2), sondern bereits durch seine Koordinaten

$$X = -\frac{A}{C} \cdot \frac{AB + BD + CD}{A^2 + (B + C)^2}, \quad Y = \frac{A}{C} \cdot \frac{A(A + D) + C(B + C)}{A^2 + (B + C)^2} \quad \dots (5.4)$$

bestimmt. Geometrisch steht dahinter, daß P_3 der Restschnitt von c mit der Tangente

in P_2 ist. Zum Nachweis berechne man den Anstieg dieser Tangente: $dy/dx = -A/(B+C) = Y/(X-1)$.

Es gilt mithin — im Einklang mit [4]:

Satz 3: *Gehören beim vorliegenden Fünfpunktproblem die drei Standpunkte P_1, P_2, P_3 mit den beiden Zielpunkten Q_1, Q_2 einer zirkularen Kubik an, welche in P_1 einen Doppelpunkt hat und in P_2 die Tangente P_2P_3 besitzt, so liegt eine gefährliche Annahme vor.*

Figur 3 veranschaulicht die Situation für die Annahme $X = 1, Y = 3/4$ unter der Voraussetzung $d\alpha : d\gamma = 4 : 3$. Der zugehörige gefährliche Ort ist eine (gespitzte) zirkuläre Kubik c mit der Gleichung $4(x-y)(x^2+y^2) = (2x-y)^2$.

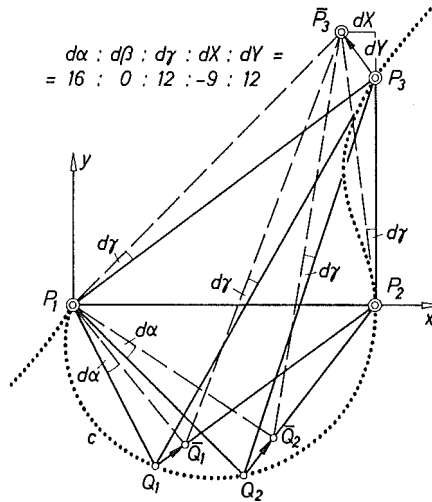


Fig. 3:
Gefährliche Annahme beim Fünfpunktproblem

Die Anzahl der Zielpunkte auf der gefährlichen Kubik von Satz 3 kann wiederum beliebig vermehrt werden, ohne daß die Gefährlichkeit aufhört, die Anzahl der Standpunkte hingegen nicht. Höhere Gefährlichkeit mit einer stetigen Schar von endlich verschiedenen Lösungen tritt ein, wenn sämtliche Stand- und Zielpunkte auf einem Kreis liegen ($A = 0$, d. h. $d\alpha = 0$); P_3 kann dann beliebig auf diesem Kreis variieren.

Literatur

- [1] Clausen, Th.: Auflösung einer geometrischen Aufgabe. *Astron. Nachr.* 20 (1843), 69–74.
- [2] Grunert, J. A.: Über eine merkwürdige Relation usw. *Archiv Math. Phys.* 1 (1841), 89–95.
- [3] Herz, N.: Eine Verallgemeinerung des Problems des Rückwärtseinschneidens; Problem der acht Punkte. *Sitzsber. Akad. Wiss. Wien (IIa)* 113 (1904), 355–379.
- [4] Killian, K.: Ein Beitrag zur Vermessung unerforschter Hochgebirge. *Allg. Verm. Nachr.* 36 (1934), 1–8.
- [5] Lagally, M.: Über eine dem Lambertschen Problem der acht Punkte verwandte Aufgabe. *Sitzsber. Bayer. Akad. Wiss.* 1912, 261–272.
- [6] Lambert, J. H.: *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, I. Berlin 1765, 186–194.

[7] *Láska, W.*: Über ein Problem der photogrammetrischen Küstenaufnahme. *Monatsh. Math. Phys.* 12 (1901), 172–176.

[8] *Loria, G.*: Spezielle algebraische und transzendente ebene Kurven, I. (Leipzig/Berlin, 2. Aufl. 1910).

Contents

Killian, K. and P. Meissl: On the solution of geometrical redundant defined problems.

Lindinger, Eckart: On the Fluctuation of the Length of Day and its Influence on Gravity.

Marckwardt, Werner: Investigations and proposals for the Test of Differential Rectifiers with equipments to correct the influence of the crossfall of the ground.

Sofonea, Traian: Johann Jakob von Marinoni (1676–1755) — his life and work — 300 years after his birth.

Tarczy-Hornoch, Antal: Comparison of the accuracy of in the beginning orientated, straight, equalsided open theodolite traverses and of gyro traverses in case of equal total operating time and equal number of angle measurements in the theodolite traverse.

Waldhäusl, P. and G. Wagensommerer: An universal solution of the simple spatial intersection for small calculators.

Wunderlich, Walter: About the dangerous positions in case of two eight-point-problems and of a five-point-problem.

Adressen der Autoren

Killian, Karl, Dipl.-Ing. Dr. techn., Univ.-Dozent, Hadikgasse 40, A-1130 Wien.

Lindinger, Eckart, Dr.-Ing., Hochschulprof. i. R., Bahnhofstraße 180, A-4780 Schärding, OÖ.

Marckwardt, Werner, Dipl.-Ing., Jenoptik JENA G. m. b. H., Carl-Zeiss-Straße 1, DDR-69 Jena.

Meissl, Peter, Dipl.-Ing., Dr. techn., o. Univ.-Prof., Vorstand des Institutes für Mathematische und Numerische Geodäsie der Technischen Universität in Graz, Technikerstraße 4, A-8010 Graz.

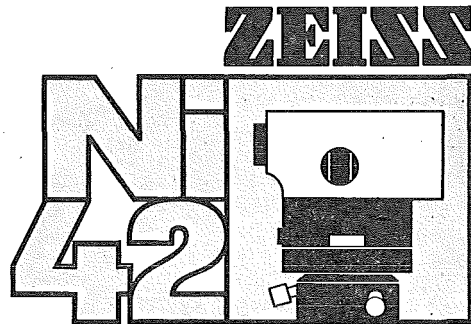
Sofonea, Traian, Dr. jur. et rer. oec., Rot. del Boschetto 1, I-34128 Trieste, Italia.

Tarczy-Hornoch, Antal, Dr. h. c. mult. Dr., Prof., H-9401 Sopron, POB 9, Hungary.

Wagensommerer, Günter, Dipl.-Ing., Univ.-Assistent, Institut für Allgemeine Geodäsie der Technischen Universität Wien, Gußhausstraße 27–29, A-1040 Wien.

Waldhäusl, Peter, Dipl.-Ing., Dr. techn., Univ.-Dozent, Institut für Photogrammetrie der Technischen Universität in Wien, Gußhausstraße 27–29, A-1040 Wien.

Wunderlich, Walter, Dipl.-Ing., Dr. techn., o. Univ.-Prof., Vorstand des II. Institutes für Geometrie der Technischen Universität Wien, Gußhausstraße 27–29, A-1040 Wien.



Einfache Bedienungselemente
Hervorragende Optik
Unverwüstliche Stabilität

Robust
und für den Bau
gebaut

Ni 42: das richtige Gerät
für einwandfreie Messungen
für problemloses Arbeiten
für harten, täglichen Gebrauch

- Automatische Ziellinienhorizontierung durch kugelgelagerten Kompensator
- Arbeitsbereich ($\pm 1^\circ$) und Funktion des Kompensators durch Zeiger im Fernrohr sichtbar
- Einfach einstellbarer Horizontalkreis mit 360° oder $400g$ Teilung
- Schnellfokussierung mit großem, handlichem Drehknopf
- Kontrastreiches, aufrechtes Fernrohrbild
- Auffällige gelbe Warnfarbe

CARL ZEISS
7082 Oberkochen
West Germany

ZEISS ÖSTERREICH GESELLSCHAFT M. B. H.

1096 WIEN, Rooseveltplatz 2 — Telefon 427525 — Fernschreiber (07) 4839
8044 GRAZ, Mariatroster Straße 172c — Telefon 031 22/36 21 23
5110 OBERNDORF bei Salzburg, Hoher-Göll-Straße 16 — Telefon 0 62 72/72 01

MONTANUNIVERSITÄT LEOBEN

An der Montanuniversität Leoben ist ab 1. Oktober 1978 die Stelle eines ordentlichen Universitätsprofessors für

ANGEWANDTE GEOMETRIE

neu zu besetzen.

Die Lehraufgabe umfaßt die Teilgebiete

DARSTELLENDEN GEOMETRIE

für alle Studienrichtungen an der Montanuniversität, einschließlich Kinematischer Geometrie für die Studienrichtung Montanmaschinenwesen, und als

GEODÄTISCHE GRUNDLAGENFÄCHER

Photogrammetrie, geodätische Abbildungssysteme und Ausgleichsrechnung für die Studienrichtung Markscheidewesen.

Habilitation oder gleichwertige wissenschaftliche Qualifikation wird erwartet. Die Bewerber werden gebeten, die üblichen Unterlagen (Lebenslauf, Publikationsliste, Angaben über Lehrtätigkeit und Arbeitsschwerpunkte u. a.) bis 15. November 1977 an die Direktion der Montanuniversität Leoben (A-8700 Leoben, Österreich) zu richten. Von dort sind auch weitere Auskünfte erhältlich.

Leoben, am 1. 4. 1977

Der Rektor:
o. Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. F. Oberhofer

NEUERSCHEINUNG

Sonderheft Nr. 31

der Österreichischen Zeitschrift
für Vermessungswesen und Photogrammetrie

F. ACKERL und H. FORAMITTI

Empfehlungen für die Anwendung der Photogrammetrie im
Denkmalschutz, in der Architektur und Archäologie

Wien 1976

Preis S 120,- (DM 18,-)

Zu beziehen durch den Österreichischen Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

Österreichische Staatskartenwerke

Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen

A-1080 Wien, Krotenthallergasse 3 Tel. 42 75 46

Österreichische Karte 1:50000 mit Wegmarkierung (Wanderkarte)	35,—
Österreichische Karte 1:50000 mit Straßenaufdruck oder ohne Straßenaufdruck	30,—
Österreichische Karte 1:200000 mit Straßenaufdruck oder ohne Straßenaufdruck	32,—
Generalkarte von Mitteleuropa 1:200000	
Blätter mit Straßenaufdruck (nur für das österr. Staatsgebiet vor- gesehen)	22,—
Gebiets- und Sonderkarten	
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, mit Namensverzeichnis, gefaltet	85,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, ohne Namensverzeichnis, flach	56,—
Namensverzeichnis allein	25,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe mit Namensverzeichnis, gefaltet	85,—
Übersichtskarte von Österreich 1:500000, Politische Ausgabe ohne Namensverzeichnis, flach	56,—
Kulturgüterschutzkarten:	
Österreichische Karte 1:50000 je Kartenblatt	S 100,—
Burgenland 1:200000	S 130,—
Katalog über Planungsunterlagen	S 200,—
Einzelblatt	S 10,—

Neuerscheinungen

Österreichische Karte 1:25000 (Vergrößerung d. Österr. Karte 1:50000) ÖK 25 V mit Wegmarkierungen	S 40,—
Blatt 32, 74, 97, 104, 115, 127, 128, 202, 203, 204	
Österreichische Karte 1:100000 (Vergrößerung d. Österr. Karte 1:200000) ÖK 100 V, Blatt 47/12	S 40,—
Österreichische Luftbildkarte 1:10000, Übersicht	S 100,—

Österreichische Karte 1:50000

4 Gratzen	174 Timmelsjoch	203 Maria Saal
115 Reutte	176 Mühlbach	204 Völkermarkt
	202 Klagenfurt	

Österreichische Karte 1:200000:

Blatt 47/12 Bruneck Blatt 47/15 Graz Blatt 47/15 Graz u. orohydr. Ausgabe
Blatt 49/16 Brunn

Umgebungs- und Sonderkarten:

Hochschwab 1:50000	Hohe Wand und Umgebung 1:50000
Hohe Tauern 1:50000	Gesäuse 1:50000

In letzter Zeit berichtigte Ausgaben der Österreichischen Karte 1:50000

32 Linz	74 Hohenberg	104 Mürrzusschlag
55 Obergrafendorf	91 St. Johann i. T.	127 Schladming
56 St. Pölten	101 Eisenerz	156 Muhr
71 Ybbsitz	102 Aflenz Kurort	169 Partenen
73 Türnitz	103 Kindberg	

Österreichischer Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie

- Sonderheft 1: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 70. Geburtstag.* 198 Seiten, Neuauflage, 1948, Preis S 18,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 2: Lego (Herausgeber), *Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.* 40 Seiten, 1935. Preis S 24,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 3: Ledersteger, *Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.* 140 Seiten, 1948. Preis S 25,—. (Vergriffen.)
- Sonderheft 4: Zaar, *Zweimedienphotogrammetrie.* 40 Seiten, 1948. Preis S 18,—.
- Sonderheft 5: Rinner, *Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie.* 45 Seiten, 1948. Preis S 18,—.
- Sonderheft 6: Hauer, *Entwicklung von Formeln zur praktischen Anwendung der flächentreuen Abbildung kleiner Bereiche des Rotationsellipsoids in die Ebene.* 31 Seiten. 1949. (Vergriffen.)
- Sonderh. 7/8: Ledersteger, *Numerische Untersuchungen über die Perioden der Polbewegung. Zur Analyse der Laplace'schen Widersprüche.* 59+22 Seiten, 1949. Preis S 25,—. (Vergriffen)
- Sonderheft 9: *Die Entwicklung und Organisation des Vermessungswesens in Österreich.* 56 Seiten, 1949. Preis S 22,—.
- Sonderheft 11: Mader, *Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung.* 74 Seiten, 1951. Preis S 25,—.
- Sonderheft 12: Ledersteger, *Die Bestimmung des mittleren Erdellipsoids und der absoluten Lage der Landstrangulationen.* 140 Seiten, 1951. Preis S 35,—.
- Sonderheft 13: Hubeny, *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoids.* 208 Seiten, 1953. (vergriffen)
- Sonderheft 14: *Festschrift Eduard Doležal. Zum 90. Geburtstag.* 764 Seiten und viele Abbildungen. 1952. Preis S 120,—.
- Sonderheft 15: Mader, *Die orthometrische Schwerekorrektion des Präzisions-Nivellements in den Hohen Tauern.* 26 Seiten und 12 Tabellen. 1954. Preis S 28,—.
- Sonderheft 16: *Theodor Scheimpflug — Festschrift.* Zum 150jährigen Bestand des staatlichen Vermessungswesens in Österreich. 90 Seiten mit 46 Abbildungen und XIV Tafeln. Preis S 60,—.
- Sonderheft 17: Ulbrich, *Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken.* 72 Seiten mit 30 Abbildungen und einer Luftkarten-Beilage. Preis S 48,—.
- Sonderheft 18: Brandstätter, *Exakte Schichtlinien und topographische Geländedarstellung.* 94 Seiten mit 49 Abb. und Karten und 2 Kartenbeilagen, 1957. Preis S 80,— (DM 14,—).
- Sonderheft 19: *Vorträge aus Anlaß der 150-Jahr-Feier des staatlichen Vermessungswesens in Österreich, 4. bis 9. Juni 1956.*
- Teil 1: *Über das staatliche Vermessungswesen,* 24 Seiten, 1957. Preis S 28,—.
- Teil 2: *Über Höhere Geodäsie,* 28 Seiten, 1957. Preis S 34,—.
- Teil 3: *Vermessungsarbeiten anderer Behörden,* 22 Seiten, 1957. Preis S 28,—.
- Teil 4: *Der Sachverständige — Das k. u. k. Militärgeographische Institut.* 18 Seiten, 1958. Preis S 20,—.
- Teil 5: *Über besondere photogrammetrische Arbeiten.* 38 Seiten, 1958. Preis S 40,—.
- Teil 6: *Markscheidewesen und Probleme der Angewandten Geodäsie.* 42 Seiten, 1958. Preis S 42,—.

Österreichischer Verein für Vermessungswesen
und Photogrammetrie

Friedrich-Schmidt-Platz 3, 1082 Wien

Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen
und Photogrammetrie

- Sonderheft 20: H. G. Jerie, *Weitere Analogien zwischen Aufgaben der Mechanik und der Ausgleichsrechnung*. 24 Seiten mit 14 Abbildungen, 1960. Preis S 32,— (DM 5,50).
- Sonderheft 21: Mader, *Die zweiten Ableitungen des Newton'schen Potentials eines Kugelsegments — Topographisch berechnete partielle Geoidhebungen. — Tabellen zur Berechnung der Gravitation unendlicher, plattenförmiger, prismatischer Körper*. 36 Seiten mit 11 Abbildungen, 1960. Preis S 42,— (DM 7,50).
- Sonderheft 22: Moritz, *Fehlertheorie der Graphisch-Mechanischen Integration — Grundzüge einer allgemeinen Fehlertheorie im Funktionenraum*. 53 Seiten mit 6 Abbildungen, 1961. Preis S 52,— (DM 9,—)
- Sonderheft 23: Rinner, *Studien über eine allgemeine, voraussetzungslose Lösung des Folgebildanschlusses*. 44 Seiten, 1960. Preis S 48,— (DM 8,—)
- Sonderheft 24: *Hundertjahrfeier der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung 23. bis 25. Oktober 1963*. 125 Seiten mit 12 Abbildungen, 1964. Preis S 120,— (DM 20,—)
- Sonderheft 25: *Proceedings of the International Symposium Figure of the Earth and Refraction*; Vienna, March 14th—17th, 1967. 342 Seiten mit 150 Abbildungen, 1967. Preis S 370,— (DM 64,—).
- Sonderheft 26: Waldhäusl, *Funktionale Modelle der Streifen- und Streifenblockausgleichung mit einfachen und Spline-Polynomen für beliebiges Gelände*. 106 Seiten, 1973. Preis S 100,— (DM 15,—).
- Sonderheft 27: Meyer, *Über die transalpine Ölleitung*, 26 Seiten, 1974. Preis S 70,— (DM 10,—)
- Sonderheft 28: *Festschrift Karl Ledersteger*. 317 Seiten, 1970, Preis S 200,— (DM 30,—)
- Sonderheft 29: Peters, *Problematik von Toleranzen bei Ingenieur- sowie Besitzgrenzvermessungen*, 227 Seiten, 1974. Preis S 120,— (DM 18,—). (Vergriffen.)
- Sonderheft 30: Bauer, *Aufsuchen oberflächennaher Hohlräume mit dem Gravimeter*, 140 Seiten, 1975. Preis S 100,— (DM 15,—)
- Sonderheft 31: Ackerl u. Foramitti, *Empfehlungen für die Anwendung der Photogrammetrie im Denkmalschutz, in der Architektur und Archäologie*. 78 Seiten, 41 Abbildungen, 1976. Preis S 120,— (DM 18,—)

Dienstvorschrift Nr. 9. *Die Schaffung der Einschaltpunkte*; Sonderdruck des österreichischen Vereins für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 129 Seiten, 1974. Preis S 100,—

PLAN-VARIOGRAPH

OPTISCHES UMZEICHENGERÄT

kann Planvorlagen

PREISGÜNSTIG

RASCH

ZEICHNERISCH

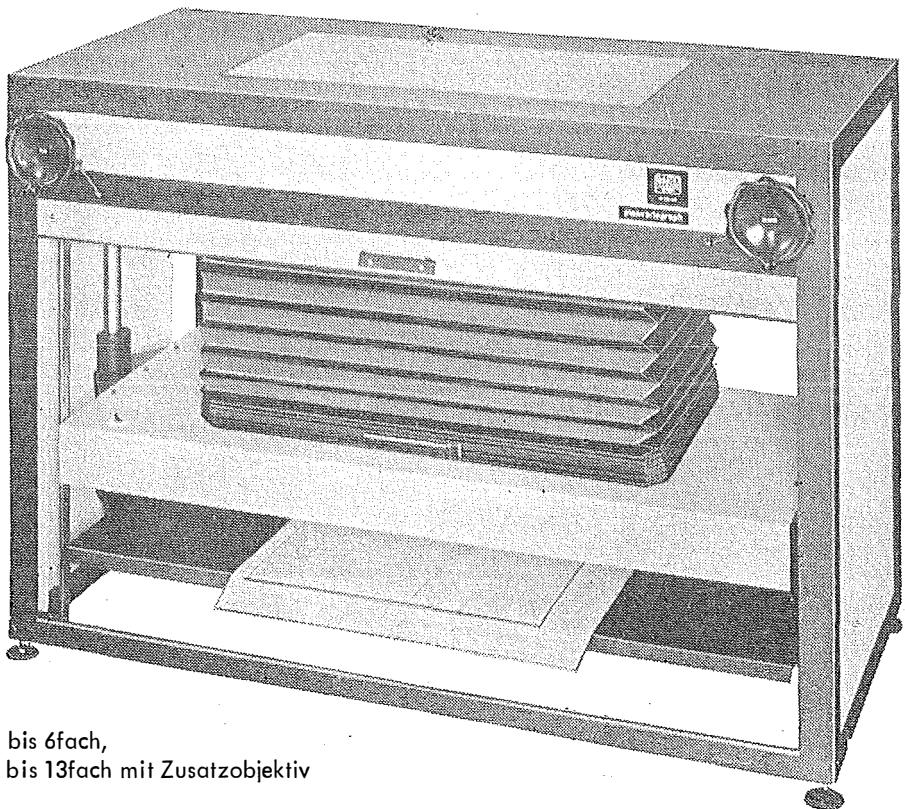
PHOTOGRAPHISCH

VERGRÖßERN*

VERKLEINERN*

UMZEICHNEN

ENTZERREN



* bis 6fach,
bis 13fach mit Zusatzobjektiv

Angebote und Prospekte direkt vom Erzeuger:

r-a rost

A-1151 WIEN • MÄRZSTR. 7 • TELEX: 1-3731 • TEL. 0222/92 32 31