ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERREICHISCHEN K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Nr. 13—14. Wien, den 1. Juli 1907. V. Jahrgang.

INHALT:

Wien 1907.

Herausgeber und Verleger: Verein der österr. k. k. Vermessungsbeamten.

Druck von Johann Wladarz in Baden.

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

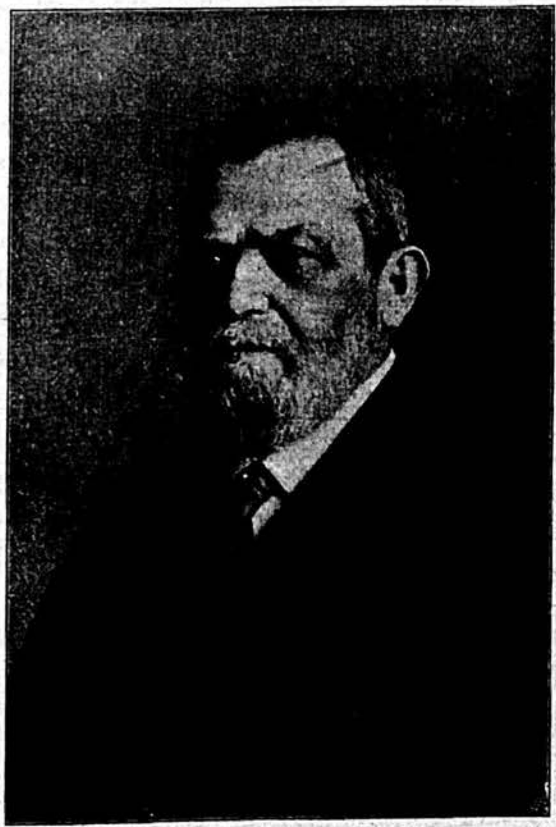
ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer L. v. Klatecki.

Doppelheft
Nr. 13—14. **Wien, am 1. Juli 1907.** V. Jahrgang.



ABRAHAM BROCH,

k. k. Hofrat,

Vorstand des k. k. Triangulierungs- und Kalkulbureaus im Finanzministerium.

Abraham Broch,

k. k. Hofrat, Vorstand des k. k. Triangulierungs- und Kalkulbureaus im Finanzministerium.

Am 29. Juni dieses Jahres vollendet Hofrat Broch sein fünfzigstes Dienstjahr. Eine lange, an Arbeit reiche und durch manchen Erfolg verschönte Beamtenlaufbahn, in der sich eine halbhundertjährige Entwicklung des österreichischen Kataster-Vermessungswesens spiegelt, liegt hinter ihm.

Seinem Schaffen durch mehr als ein Dezennium nahestehend, erachte ich es als meine Pflicht, das Bild seines Werdens und Wirkens in den folgenden Zeilen festzuhalten.

Abraham Broch wurde am 21. September 1834 zu Proßnitz in Mähren geboren. Sein Vater, ein Beamter der dortigen Gemeinde, welcher allgemein im Rufe eines guten Rechners stand, unterwies, da auch sein Sohn für das Rechnen besondere Vorliebe zeigte, diesen schon in frühester Jugend in diesem Wissenszweige.

Mit den Schulen war es zu jener Zeit in Proßnitz sowie allerorten in Österreich schlecht bestellt. Die Stadt, welche heute zwei Oberrealschulen, ein Gymnasium, eine Handelsakademie und höhere Töchterschule besitzt, hatte damals auch nicht eine öffentliche Schule. Der Unterricht wurde privat erteilt und man mußte sich, um ein staatsgiltiges Zeugnis zu erlangen, der Prüfung in einer der Nachbarstädte Olmütz, Kremsier oder Mährisch-Neustadt unterziehen.

Nachdem Broch in dieser Weise die Volksschule und den ersten und zweiten Jahrgang der damaligen Unterrealschule absolviert hatte, zog derselbe, kaum 15 Jahre alt, allein und auf sich selbst angewiesen, nach Wien, um seine Studien an der dortigen Oberrealschule fortzusetzen. Es gab damals in Wien nur eine Oberrealschule (zwei Jahrgänge), welche sich im polytechnischen Institute, der heutigen technischen Hochschule, befand, und unter der Direktion des durch seine mathematischen Schriften bekannten Josef Beskiba stand.

In jener Zeit verfaßte Broch einen Kalender für hundert Jahre (1800 bis 1900), den sein Vater drucken ließ. Der kaum sechzehnjährige Student war nicht wenig stolz darauf, neben dem üblichen Kalendarium, den beweglichen und unbeweglichen Festen, auch die Zeiten für die in Brünn, Olmütz und Proßnitz stattfindenden Märkte für hundert Jahre berechnet zu haben.

Nach im Jahre 1851 erfolgter Absolvierung der beiden Jahrgänge der Oberrealschule wollte Broch seine Studien am polytechnischen Institute in Wien fortsetzen. In demselben Jahre wurde jedoch der dritte Jahrgang der Oberrealschule kreiert und an Stelle der an der Technik bestehenden Anstalt zwei Oberrealschulen, und zwar auf der Landstraße und am Schottenfelde errichtet.

Unter diesen Umständen zog Broch es vor, seine technischen Studien in Brünn aufzunehmen, wo der dritte Jahrgang der Oberrealschule noch nicht bestand und wo derselbe in den damaligen Vorbereitungsjahrgang der Technik anstandslos aufgenommen wurde.

Zwei Jahre blieb Broch an diesem Institute, hörte daselbst elementare und höhere Mathematik, darstellende Geometrie, Physik und Naturwissenschaften. Dann kehrte er wieder nach Wien zurück und hörte am polytechnischen Institute praktische Geometrie bei Hartner, Mechanik und Maschinenlehre bei Burg und Bauwissenschaften bei Stummer.

Während seiner Studienzeit mußte Broch, da dessen Eltern nicht die Mittel besaßen, ihn ausreichend zu unterstützen, seinen Lebensunterhalt im Anfange durch Annahme von Freitischen, später durch Unterrichterteilen suchen und ob auch manche bittere Stunde seine Jugendzeit trübte, verfolgte er dennoch unentwegt sein Ziel.

Zurzeit, da Broch seine Studien vollendet hatte, waren die Aussichten der Techniker, eine Anstellung zu erlangen, keine günstigen. Broch bewarb sich daher um eine der beim Grundsteuerkataster in Ungarn ausgeschriebenen Stellen. Er erhielt eine solche, und zwar als Vermessungsadjunkt II. Klasse mit einem Adjutum von 30 Gulden und einem Quartiergelde von 5 Gulden Konventionsmünze monatlich. Es war dies eine Auszeichnung für Techniker, da Nichttechniker als Adjunkten III. Klasse mit einem monatlichen Adjutum von 20 Gulden angestellt wurden.

So kam Broch am 30. Juni 1857 zum Kataster, und zwar in das zu St. Groth im Komitate Zala stationierte Inspektorat. Hier machte sich derselbe durch sein Wissen bald bemerkbar und wurde in Würdigung desselben im Jahre 1858 der graphischen Triangulierung in den Karpathen als Adjunkt zugewiesen. In dieser Zuteilung verblieb derselbe, bis im Jahre 1860 die graphische Triangulierung durch die trigonometrische ersetzt wurde. Broch kam wieder zur Detailvermessung zurück, bei welcher er bis zum Jahre 1861 verblieb.

In diesem Jahre vollzog sich eine für die weitere Laufbahn Brochs bedeutsame Wendung. Das Triangulierungs- und Kalkulbureau wurde durch den damaligen Vermessungsreferenten, den Obersten Pechmann reorganisiert und sollte ausschließlich aus technisch gebildeten Beamten bestehen, welche sich überdies einer Prüfung aus der Geodäsie, der elementaren und der höheren Mathematik zu unterziehen hatten. Es erging eine allgemeine Aufforderung an die Katasterbeamten, Broch meldete sich sofort und war der erste, welcher im Frühjahre 1861 die vorgeschriebene Prüfung mit sehr gutem Erfolge bestand.

In Anerkennung dessen wurde Broch am 1. Juli 1861 zum Vermessungsadjunkten I. Klasse mit einem Adjutum von 42 Gulden und einem Quartiergelde von 8 Gulden monatlich befördert und in das Triangulierungs- und Kalkulbureau einberufen. Schon in diesem Jahre hatte derselbe Gelegenheit, bei der trigonometrischen Triangulierung in Slavonien, Komitat Syrmien, mitzuwirken und nach Beendigung der Feldarbeiten die Berechnung des Netzes durchzuführen.

Die folgenden Jahre 1862 bis 1865 waren für Broch die eigentlichen Lehrjahre im Studium der Geodäsie. In jener Zeit oblag dem Triangulierungs- und Kalkulbureau die Aufgabe, die Grundlagen für das trigonometrische Netz in Ungarn durch konforme Punktübertragung vom Sphäroïd auf die Kugel und von dieser mittels stereographischer Projektion in die Ebene zu schaffen. Unter der Leitung des genialen Horsky hatte Broch Gelegenheit, bei der großen Netzausgleichung*) mitzuwirken, welche zum Zwecke der Verbindung der vier Basen:

*) Die Lebensskizze Horsky, welche Broch in der österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen veröffentlichte, enthält einige Andeutungen über den Umfang dieser Aufgabe, welche eine der bedeutendsten Rechenarbeiten im Gebiete der Geodäsie darstellt.

Wiener-Neustadt, Pastyn (Galizien), Radautz (Bukowina) und St. Anna (bei Arad) nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt wurde.

Erwähnt sei hier, daß Horsky die Auflösung der Gleichungen zur Kontrolle doppelt, und zwar von verschiedenen Rechnern ausführen ließ und daß über Anregung Brochs anstatt dieser doppelten Berechnung die einfache Summen-Kontrolle, wie sie heute allgemein geübt wird, eingeführt wurde.

Eine zweite große Arbeit, welche damals das Triangulierungs- und Kalkulbureau beschäftigte, waren die Berechnungen, die Oberst Pechmann zum Zwecke der Ermittlung des Einflusses der Lotablenkung durchführen ließ, deren Ergebnisse zum Teile in den Berichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften publiziert wurden.

Am polytechnischen Institute in Wien lehrte zu dieser Zeit Professor Dr. Herz höhere Geodäsie und da dieser Wissenszweig zur Zeit, da Broch seinen Studien an dieser Anstalt oblag, noch nicht gelehrt worden war, besuchte derselbe die Vorlesungen dieses Gelehrten.

Trugen schon diese Umstände wesentlich bei, Brochs geodätische Kenntnisse zu erweitern, so wurde sein Streben nach Vervollkommnung noch unterstützt durch den persönlichen Umgang mit Horsky und mit den von gleichem Wissensdrange beseelten Kollegen, von welchen hier insbesondere Johann Marek, der nachmalige Vorstand des königlich-ungarischen Triangulierungsbureaus und spätere Professor der Mathematik und Geodäsie an der Wiener-Neustädter Militärakademie, hervorgehoben sei.

Das Frühjahr 1865 führte Broch wieder zu den praktischen Triangulierungsarbeiten. Als Trigonometer-Adjunkt, zu welchem er bereits zu Beginn des Jahres 1863 befördert worden war, beteiligte sich derselbe bis zum Jahre 1866 an den Triangulierungen in Oberungarn und 1867 an der Reambulierung des trigonometrischen Netzes in Niederösterreich.

Im Jahre 1868 wurde Broch die Leitung der Reambulierung des trigonometrischen Netzes im Küstenlande übertragen. Diese Arbeiten, an denen sich außer Broch, welcher im Mai 1869 zum Trigonometer II. Klasse befördert worden war, noch ein Trigonometer und ein Adjunkt beteiligten, wurden im Jahre 1869 zum Abschlusse gebracht. Ihr Ergebnis war die Bestimmung von über 1000 Punkten in einem Gebiete von 140 Quadratmeilen.

Im Jahre 1870 wurde Broch die Aufgabe zuteil, die Triangulierung des Gebietes der Landeshauptstadt Brünn durchzuführen. Ein Teil dieser Arbeit wurde als Beispiel in der von Broch verfaßten und im Jahre 1887 vom k. k. Finanzministerium herausgegebenen Instruktion zur Ausführung trigonometrischer Vermessungen benützt.

Die Jahre 1871 bis 1874 waren dem Kanzleidienste im Triangulierungsbureau gewidmet, dessen Hauptaufgabe nun in der Zusammenfassung der Triangulierungsergebnisse für jene Länder bestand, in welchen in den Jahren 1867 bis 1869 eine Reambulierung des trigonometrischen Netzes stattgefunden hatte. Das Niederösterreich betreffende Operat wurde im Jahre 1872 unter dem Titel «Höhendaten von Niederösterreich» in Druck gelegt.

Im Mai 1872 war Broch zum Obertrigonometer befördert worden.

Das Jahr 1875 führte denselben an die Narenta mit der Bestimmung, die Triangulierung dieses Gebietes und jene des bei Vergoraz gelegenen Jesero Sees als Vorarbeit für die Aufnahme und Regulierung des Narentaflusses zu bewirken.

Ohne Mitwirkung eines Adjunkten und ungeachtet des damals knapp an der Grenze dieses Gebietes ausgebrochenen Aufstandes in der Herzegowina führte Broch diese auf ungefähr sechs Quadratmeilen sich erstreckende Triangulierung, für deren Ausführung wegen der an der Narenta herrschenden Malaria zwei Sommerperioden in Aussicht genommen worden waren, noch in demselben Jahre und zwar in 90 Arbeitstagen durch.

Die Jahre 1876 bis 1878 waren abermals dem Kanzleidienste gewidmet. Im Jahre 1879 wurde Broch der Auftrag zuteil, das nach dem Berliner Frieden an Österreich gefallene Gebiet von Spizza unter Mitwirkung einer Anzahl dalmatinischer Geometer zu vermessen, die unter der türkischen Herrschaft bestandenen Steuerverhältnisse zu erheben und einen Gebäudekataster anzulegen.

Diese wegen der Terraingestaltung und mangels bestehender Ausgangspunkte für die zu schaffende Triangulierung an sich schwierige Arbeit wurde durch die in diesem Gebiete herrschenden völlig ungeordneten Verhältnisse noch wesentlich erschwert.

So entbehrten die Bewohner dieses aus zerstreuten Ortschaften bestehenden Gebietes, wie in den Balkanländern überhaupt, der Familiennamen. Denselben mußte, um die Katastrierung überhaupt zu ermöglichen, die Benennungen ihrer Gehöfte als Zunamen beigelegt werden, an welche sich dieselben naturgemäß nur sehr schwer gewöhnten.

Es ist wohl natürlich, daß hier auch den Bedürfnissen bescheidenster Lebensführung aus den Mitteln des Landes nicht genügt werden konnte. Nur durch die freundliche Unterstützung der Offiziere der dortigen Garnison, welche unsere Pionniere der Kultur mit dem Notwendigsten, wie Brot, Konserven, Fleisch, ja sogar mit Schuhwerk versahen, war eine Existenz überhaupt möglich.

In Würdigung der bei der Ausführung dieser Arbeiten entwickelten außergewöhnlichen Tätigkeit wurde dem Leiter derselben die Zufriedenheit des Finanzministeriums bekannt gegeben.

In den Jahren 1880 bis 1883 war Broch außer mit den Arbeiten des Triangulierungsbureaus mit Arbeiten zum Zwecke der Finalisierung der Grundsteuerregelung und mit Vorarbeiten für die Schaffung des Evidenzhaltungsgesetzes beschäftigt.

In dieser Zeit verfaßte derselbe die Tabellen zur Berechnung der Grundsteuer, und zwar der vorläufigen mit 22·1 % und der definitiven mit 22·7 % des Reinertrages.

Diese Tabellen, welche auch heute noch in Anwendung stehen, sind aus dem Grunde bemerkenswert, weil dieselben nach einem neuen Prinzipe in dem geringen Umfange von nur vier Druckseiten entworfen wurden.

Nach Erlassung des Gesetzes vom 23. Mai 1883, betreffend die Evidenzhaltung des Grundsteuerkatasters, wurde Broch in das Finanzministerium einberufen, wo demselben nebst konzeptiven Arbeiten die Verfassung einer Instruktion für Polygonalvermessungen oblag.

Diese Instruktion wurde nach deren Vollendung im Jahre 1887 vom k. k. Finanzministerium herausgegeben und ist seither in vier weiteren Auflagen erschienen.

Im März desselben Jahres wurde Broch, im 30. Dienstjahre stehend, zum Direktor des Lithographischen Institutes des Grundsteuerkatasters in der achten Rangsklasse ernannt.

In dieser Stellung verblieb derselbe bis zu der mit kaiserlicher Entschließung vom 14. April 1891 erfolgten Reorganisation des Triangulierungs- und Kalkulbureaus, an dessen Spitze Broch als Direktor in der 7. Rangsklasse trat. Mit A. h. Entschließung vom 2. März 1905 wurde Broch zum Evidenzhaltungsdirektor in der 6. Rangsklasse ernannt, im Jahre 1898 durch die Verleihung des Ordens der eisernen Krone dritter Klasse und im Jahre 1905 durch die Verleihung des Titels und Charakters eines Hofrates ausgezeichnet.

Unter der Leitung Brochs wurde von den Beamten des Triangulierungs- und Kalkulbureaus in hingebungsvoller Arbeit eine stattliche Reihe von Vermessungen nach der Polygonalmethode ausgeführt, von denen hier als die umfangreichsten jene der Gebiete von Salzburg, Graz und Pola hervorgehoben seien.

Stets bestrebt, die dem Bureau übertragenen Arbeiten zu vereinheitlichen, hat Broch für die Ausführung von Nivellements eine Instruktion verfaßt und zur Ermittlung der Höhenunterschiede aus Zenitdistanzen ein Diagramm entworfen, mittels dessen die Höhenunterschiede bis auf Zentimeter genau ermittelt werden können.

Als letztes Werk hat Broch die «Instruktion zur Ausführung von Vermessungen mit Anwendung des Meßtisches behufs Herstellung neuer Pläne für die Zwecke des Grundsteuerkatasters» verfaßt, welche mit 1. Mai 1907 an die Stelle der nicht mehr zeitgemäßen Instruktion vom Jahre 1865 getreten ist.

Außerhalb des geodätischen Gebietes war Broch auch in anderen Richtungen des Finanzwesens, so bei der Lösung vieler die Gebäudesteuer betreffenden Fragen tätig. Er verfaßte die «Anleitung zur Berechnung des zulässigen Mietzinserträgnisses hauszinssteuerpflichtiger, auf Grund des Gesetzes vom 8. Juli 1902, R.-G.-Bl. Nr. 144, steuerbegünstigter Gebäude mit gesunden und billigen Arbeiterwohnungen», welche im Jahre 1903 im Verlage der k. k. Hof- und Staatsdruckerei erschienen ist.

Auch an den Arbeiten zur Schaffung des Gesetzes über die Personaleinkommensteuer war Broch beteiligt, indem er die Formel für die Konstruktion der Personaleinkommensteuerskala aufstellte, die Wirkung verschiedener diese Skala betreffenden Abträge berechnete und die in dem Motivenberichte zu dem genannten Gesetze enthaltenen graphischen Darstellungen zur Vergleichung der Personaleinkommensteuerverhältnisse in ausländischen Staaten verfaßte. Auch hat Broch einen Valuten-Rechenschieber zur Lösung vieler die Valutaregulierung betreffenden rechnerischen Aufgaben konstruiert.

Broch's Wirksamkeit im Dienste des Grundsteuerkatasters begann zu einer Zeit, da die im Jahre 1837 begonnenen Vermessungen in den Ländern Österreichs ihrem Abschlusse entgegengingen. In den Anfang seiner Laufbahn ragen jedoch die großen geodätischen Aufgaben, welche österreichische Techniker für die Länder der ungarischen Krone gelöst. Die dieser Zeit folgende Epoche der Reambulierung der österreichischen Katastervermessung war arm an geodätischen Problemen höherer Art. Mangels entsprechender Aufgaben sank auch das Triangulierungs- und Kalkulbureau jäh von seiner erst erreichten Höhe.

Brochs unvergängliches Verdienst ist es nun, dieses Institut zu neuem Leben erweckt zu haben. Dem Zuge der Zeit folgend, welche an Stelle der graphischen Vermessung die den höheren Anforderungen entwickelteren Kulturlebens Rechnung tragende numerische Aufnahmsmethode setzte, hat derselbe der Polygonalvermessung in Österreich durch die Verfassung der Instruktion für Theodolitvermessungen die Wege geebnet und dieselbe dank der Einsicht und Förderung der maßgebenden Faktoren des k. k. Finanzministeriums zu segensreicher Entfaltung gebracht.

Diese Tat allein sichert Broch einen ehrenvollen Platz in der Geschichte des österreichischen Vermessungswesens.

Wien, im Juni 1907.

Ernst Engel,
k. k. Inspektor
im k. k. Triangulierungs- und Kalkulbureau,
Dozent an der k. k. Hochschule für Bodenkultur
in Wien.

Das Eigengewicht der Bestimmungsgleichungen.

Von Prof. **Karl Fuchs** in Preßburg.

Der Kern des vorliegenden Aufsatzes ergibt sich aus folgendem Zahlenbeispiele. Es seien drei lineare Bestimmungsgleichungen mit zwei Unbekannten gegeben:

$$+x+\frac{y}{\sqrt{3}}=10, \qquad -x+\frac{y}{\sqrt{3}}=10, \qquad o.x+1.y=o \quad . \; . \; . \; 1)$$

Geometrisch sind das die Gleichungen dreier Geraden, die ein gleichseitiges Dreieck umfassen. Auf Grund der vollkommenen Symmetrie erwarten wir als wahrscheinlichste Werte der Unbekannten die Koordinaten des Dreiecksmittelpunktes:

$$x=o, \qquad y=\frac{10}{\sqrt{3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 2)$$

Die Normalgleichungen der Methode der kleinsten Quadrate geben uns aber andere wahrscheinlichste Werte:

$$x=o, \qquad y=\frac{12}{\sqrt{3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 3)$$

Es kommt mithin den beiden ersten Gleichungen des Systemes 1) scheinbar ein größeres Gewicht zu, als der dritten Gleichung.

Wir wollen nun jede Gleichung 1) durch die algebraische Hypotenuse h ihrer Koeffizienten dividieren. Die algebraische Hypotenuse h irgendwelcher Koeffizienten a b . . . ist definiert durch:

$$h^2 = a^2 + b^2 + \ldots \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

d. h. ihr Quadrat ist die Quadratsumme der Koeffizienten. Die Hypotenusen unserer drei Gleichungen 1) sind also:

$$h_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad h_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad h_3 = 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Nach Division durch diese Hypotenusen erhalten die drei Gleichungen 1) die Formen:

$$+\frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{y}{2} = 5\sqrt{3}, \quad -\frac{x\sqrt{3}}{2} + \frac{y}{2} = 5\sqrt{3}, \quad o\,.\,x + 1\,.\,y = o \quad \ldots \quad 6)$$

Wenn wir jetzt die Normalgleichungen anwenden, dann erhalten wir auch richtig die erwarteten Wurzeln 2); die drei Gleichungen sind also augenscheinlich nach der Division durch die Hypotenusen auf gleiches Gewicht gebracht worden. Im vorliegenden Aufsatze soll in der Tat allgemein bewiesen werden:

Die gegebenen Bestimmungsgleichungen werden auf gleiches Gewicht gebracht, wenn man jede einzelne Gleichung durch die algebraische Hypotenuse ihrer Koeffizienten dividiert.

Als Folgerung wird sich dann ergeben:

Das Eigengewicht einer Bestimmungsgleichung ist durch die Quadratsumme ihrer Koeffizienten bestimmt.

1. Es sei eine Reihe von Bestimmungsgleichungen $G_1, G_2 \ldots$ gegeben:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 x + b_1 y + \ldots = l_1 \\ a_2 x + b_2 y + \ldots = l_2 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Die wahrscheinlichsten Werte $x_1, y_1 \ldots$ der Unbekannten, die die Normalgleichungen der Methode der kleinsten Quadrate versprechen, sind von der Art, daß die kleinsten Ergänzungen $\lambda_1, \lambda_2 \ldots$ der Absolutglieder $l_1, l_2 \ldots$ die Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ befriedigen. (Erste Definition.)

Die kleinsten Ergänzungen $\lambda_1, \lambda_2 \ldots$ sind bekanntlich die Ergänzungen, die die kleinste Hypotenuse λ_0 geben; es muß also gelten:

$$\lambda_0^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \ldots = \Sigma (ax + by + \ldots - l)^2 = \text{Min.} \quad \ldots \quad 8)$$

Die Minimumbedingungen dieser Gleichung sind bekanntlich eben die Normalgleichungen.

Die wahrscheinlichsten Werte $x_2, y_2 \ldots$ der Unbekannten, die wir — mit mehr oder weniger Recht — erwarten, sind von anderer Art:

Die kleinsten Ergänzungen

$$\xi_1, \eta_1 \ldots \qquad \xi_2, \eta_2 \ldots \qquad \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \quad 9)$$

der Unbekannten $x, y \ldots$ sollen die einzelnen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ befriedigen. (Zweite Definition.)

Wir wollen den Weg suchen, wie man aus den gegebenen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ die wahrscheinlichsten Werte im Sinne der zweiten Definition berechnen kann.

2. Wenn man in die Gleichung G_1 irgendwelche Werte $x_0, y_0 \ldots$ einsetzt, dann kann die Gleichung durch beliebige Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ befriedigt werden:

$$a_1 (x_0 + \xi_1) + b_1 (y_0 + \eta_1) + \ldots = l_1 \quad \ldots\ldots \quad 10)$$

Diese Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ können wir beliebig groß wählen, da wir sie bis auf eine beliebig wählen können; wir können sie aber nicht alle gleichzeitig beliebig klein annehmen. Wir wollen nun die kleinsten Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ berechnen, d. h. jene Ergänzungen, welche die kleinste Hypotenuse ρ_1 geben:

$$\rho_1^2 = \xi_1^2 + \eta_1^2 + \ldots = \text{Min.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 11)$$

Wenn wir den Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ irgendwelche Inkremente $\partial\xi_1, \partial\eta_1 \ldots$ geben wollen, ohne die Gleichheit 10) zu stören, dann müssen diese Inkremente die Bedingung erfüllen:

$$a_1 \partial\xi_1 + b_1 \partial\eta_1 + \ldots = o \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 12)$$

Wenn die Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ die kleinsten sein, also die Bedingung 11) erfüllen sollen, dann dürfen keine statthaften Inkremente $\partial\xi_1, \partial\eta_1 \ldots$ den Wert von ρ_1 verkleinern können, was nur dann der Fall ist, wenn die Inkremente den Wert von ρ_1 überhaupt nicht ändern können; das ist aber der Fall, wenn sie die folgende Bedingung erfüllen:

$$\xi_1 \partial\xi_1 + \eta_1 \partial\eta_1 + \ldots = o \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 13)$$

Die beiden Gleichungen 12), 13) können nur dann gleichzeitig erfüllt werden, wenn die Koeffizienten der Inkremente proportional sind:

$$\frac{\xi_1}{a_1} = \frac{\eta_1}{b_1} = \ldots = q = \frac{\sqrt{\xi_1^2 + \eta_1^2 + \ldots}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + \ldots}} \quad \ldots \ldots \; 14)$$

Der letzte Bruch ist aus den ersten Brüchen auf folgende Art abgeleitet: Wir quadrieren die ersten Brüche und bringen sie so auf den Wert q^2; dann addieren wir sowohl die Zähler als auch die Nenner und erhalten so wieder einen Bruch vom Werte q^2; wenn wir dann die Wurzel ziehen, dann finden wir den letzten Bruch, der somit wieder den Wert q hat. Der letzte Bruch besteht aus zwei algebraischen Hypotenusen:

$$\rho_1 = \sqrt{\xi_1^2 + \eta_1^2 + \ldots} \qquad h_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + \ldots} \quad \ldots \; 15)$$

Die Gleichung 14) zerfällt somit in folgende Teilgleichungen:

$$\frac{\xi_1}{\rho_1} = \frac{a_1}{h_1} \qquad \frac{\eta_1}{\rho_1} = \frac{b_1}{h_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \; 16)$$

Dabei gilt:

$$\left(\frac{\xi_1}{\rho_1}\right)^2 + \left(\frac{\eta_1}{\rho_1}\right)^2 + \ldots = 1 \qquad \left(\frac{a_1}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{b_1}{h_1}\right)^2 + \ldots = 1 \quad \ldots \; 17), 18)$$

Wenn G_1 die Gleichung einer Ebene E_1 wäre, dann wären $x_0, y_0 \ldots$ die Koordinaten eines außerhalb der Ebene gelegenen Punktes p_0; ρ_1 wäre der Normalabstand des Punktes p_0 von der Ebene E_1; die Gleichungen 16) würden dann sagen, daß dieses Lot ρ_1 dieselben Stellwinkel hat, wie das vom Koordinatenursprung auf die Ebene E_1 gefällte Lot; die Gleichung 18) wäre das Grundgesetz aller Stellwinkel.

Wir haben die Absicht, die kleinsten Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ zu berechnen. Um sie aus den Gleichungen 16) berechnen zu können, müssen wir erst den Wert von ρ_1 bestimmen. Wir setzen zu dem Zweck in 10) die Werte von $\xi_1, \eta_1 \ldots$

aus 16) ein und dividieren die Gleichung durch h_1. Mit Rücksicht auf 18) finden wir dann:

$$-\rho_1 = \frac{a_1 x_0 + b_1 y_0 + \ldots - l_1}{h_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

Jetzt können wir aus den Gleichungen 16) die kleinsten Ergänzungen $\xi_1, \eta_1 \ldots$ berechnen. Entsprechendes gilt auch für die übrigen Gleichungen $G_2, G_2 \ldots$

Wir suchen ursprünglich die wahrscheinlichsten Werte $x_2, y_2 \ldots$ der Unbekannten im Sinne der zweiten Definition, d. h. die kleinsten Ergänzungen 9) der Unbekannten $x_2, y_2 \ldots$ sollen die Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ befriedigen. Da genügt es offenbar, die algebraische Hypotenuse der ρ zu einem Minimum zu machen:

$$\rho_0^2 = \rho_1^2 + \rho_2^2 + \ldots = \text{Min.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

da ja jedes einzelne ρ seinerseits die Ergänzungen $\xi, \eta \ldots$ der betreffenden Gleichung G zu einem Minimum macht. Es muß also laut 20) und 19) gelten:

$$\rho_0^2 = \sum \left(\frac{a}{h} \cdot x + \frac{b}{h} \cdot y + \ldots - \frac{l}{h}\right)^2 = \text{Min.} \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

Wenn wir diese Gleichung 21) mit 8) vergleichen, dann finden wir:

Wenn wir jene wahrscheinlichsten Werte $x_2, y_2 \ldots$ suchen, die die gegebenen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ mit den kleinsten Ergänzungen $\xi, \eta \ldots$ befriedigen, dann müssen wir vor Anwendung der Normalgleichungen jede einzelne Gleichung G durch die algebraische Hypotenuse h ihrer Koeffizienten dividieren.

Das ist unser erstes Resultat. Die je durch ihre Koeffizientenhypotenuse h dividierten Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ wollen wir die reduzierten Gleichungen nennen und mit $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2 \ldots$ bezeichnen.

3. Wenn wir jede der reduzierten Gleichungen $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2 \ldots$ mit ihrer Hypotenuse h wieder multiplizieren, dann erhalten wir die ursprünglichen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ wieder zurück. Mit Bezug auf 8) können wir also schreiben:

$$\lambda = h\left(\frac{a}{h} \cdot x + \frac{b}{h} \cdot y + \ldots - \frac{l}{h}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

und Gleichung 8) selbst nimmt die Form an:

$$\lambda_0^2 = \Sigma\, h^2 \left(\frac{a}{h} \cdot y + \frac{b}{h} \cdot y + \ldots - \frac{l}{h}\right) = \text{Min.} \quad \ldots\ldots \quad 23)$$

Wenn wir diese Gleichung 23) mit 21) vergleichen, dann erkennen wir:

Wenn wir die Normalgleichungen unmittelbar auf die gegebenen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ anwenden, dann erhalten wir wahrscheinlichste Werte $x_0, y_0 \ldots$ von der Art, als hätten wir jede reduzierte Gleichung $\mathfrak{G}$ nicht einmal, sondern h^2mal angeschrieben, d. h. als hätten wir jeder reduzierten Gleichung ein Gewicht gleich der Quadratsumme h^2 ihrer Koeffizienten zugeschrieben; und das stimmt mit unserer Erfahrung am einleitenden Zahlenbeispiel überein.

Wenn wir die Normalgleichungen aber laut 21) auf die reduzierten Gleichungen $\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2 \ldots$ anwenden, dann erhalten wir wahrscheinlichste Werte $x_2, y_2 \ldots$ mit kleinsten befriedigenden Ergänzungen $\xi, \eta \ldots$, und zwar Werte von der Art, wie wir sie von Gleichungen gleichen Gewichtes erwarten.

Auf Grund dieser zwei Bemerkungen haben wir also die Sätze:

Wenn wir unter den wahrscheinlichsten Werten der Unbekannten x, y ... solche Werte verstehen, die die gegebenen Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ mit den kleinsten Ergänzungen $\xi, \eta \ldots$ befriedigen, dann haben die gegebenen Gleichungen schon von Haus aus ungleiches Gewicht. Jede Gleichung $G_1, G_2 \ldots$ hat ein Eigengewicht gleich der Quadratsumme h^2 ihrer Koeffizienten und die Gleichungen $G_1, G_2 \ldots$ werden auf gleiches Gewicht gebracht, indem man jede einzelne Gleichung durch der algebraischen Hypotenuse h ihrer Koeffizienten dividiert.

Das aber sollte bewiesen werden.

Theoretische und historische Betrachtungen über die Ausgleichungsrechnung.

Von Oberingenieur **S. Wellisch.**

(Fortsetzung).

Eine andere Erklärung wäre folgende:

Dividiert man alle Gewichte durch ihr arithmetisches Mittel

$$\frac{[p]}{n} = k,$$

was ja zulässig ist, da die Gewichte nur Verhältniszahlen sind, so erhält man die neuen, auf eine andere Einheit bezogenen Gewichte:

$$g_1 = \frac{p_1}{k} \qquad g_2 = \frac{p_2}{k} \qquad \ldots,\ g_n = \frac{p_n}{k}$$

welche die Eigenschaft haben, daß deren arithmetisches Mittel gleich der Einheit ist, denn man hat:

$$\frac{[g]}{n} = \frac{\left[\frac{p}{k}\right]}{n} = 1 \quad \text{und } [g] = n.$$

Bildet man das mittlere Fehlerquadrat nach dem allgemeinen arithmetischen Mittel, nämlich

$$m_*^2 = \frac{[p\varepsilon\varepsilon]}{[p]},$$

so kann man hiefür auch setzen:

$$m_*^2 = \frac{[g\varepsilon\varepsilon]}{[g]} = \frac{[g\varepsilon\varepsilon]}{n}.$$

Damit erscheint der mittlere Fehler der Gewichtseinheit bei Zugrundelegung einer ganz bestimmten Gewichtseinheit mit dem allgemeinen arithmethischen Mittel in Einklang gebracht. Eine nähere Beziehung zwischen m und m_* erhält man, wenn im Nenner für $[p] = nk$ substituiert wird, und zwar:

$$m_*^2 = \frac{1}{k}\frac{[p\varepsilon\varepsilon]}{n} = \frac{m^2}{k}$$

oder:

$$m = m_* \sqrt{k} = m_* \sqrt{\frac{[p]}{n}}$$

Um den mittleren Fehler der Gewichtseinheit durch eine Formel auszudrücken, welche nicht die unbekannten wahren Fehler, sondern die berechenbaren scheinbaren Fehler enthält, bilde man die Produkte $p \varepsilon \varepsilon$ aus den Gleichungen $\varepsilon = v + \xi$ und addiere sie, so folgt unter Berücksichtigung, daß für das arithmetische Mittel $[p v] = o$ sein muß:

$$[p \varepsilon \varepsilon] = [p v v] + [p] \xi^2.$$

Setzt man hierin für ξ den mittleren Fehler des arithmetischen Mittels

$$M = \frac{m}{\sqrt{[p]}}$$

und für $[p \varepsilon \varepsilon] = n\, m^2$, so ergibt sich

$$n\, m^2 = [p v v] + m^2$$

und hieraus:

$$m = \sqrt{\frac{[p v v]}{n-1}} \quad \text{und} \quad M = \sqrt{\frac{[p v v]}{[p](n-1)}}.$$

Setzt man aber für ξ den Wert $M = \frac{m}{\sqrt{[p]}} = \frac{m_*}{\sqrt{n}}$ und für $[p \varepsilon \varepsilon] = [p]\, m_*^2$, so resultiert:

$$[p]\, m_*^2 = [p v v] + \frac{m_*^2}{n} [p]$$

und hieraus:

$$m_* = \sqrt{\frac{[p v v]}{[p] - k}} = \sqrt{\frac{[p v v]}{[p]} \cdot \frac{n}{n-1}} \quad \text{und} \quad M = \sqrt{\frac{[p v v]}{[p]\,(n-1)}}$$

oder unter Einführung der reduzierten Gewichte

$$m_* = \sqrt{\frac{[g v v]}{[g]-1}} = \sqrt{\frac{[g v v]}{n-1}} \quad \text{und} \quad M = \sqrt{\frac{[g v v]}{n\,(n-1)}}.$$

Obgleich die mittleren Fehler der Gewichtseinheit m und m_* von einander verschieden sind, bleiben die mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen und des arithmetischen Mittels dieselben, ob sie aus m oder m_* berechnet werden. Am einfachsten erfolgt jedoch deren Berechnung mit Benützung der von Gauss aufgestellten Formel für den Gewichtseinheitsfehler.

VI. Über den maximalen mittleren Fehler.

Ist L der wahrscheinlichste Wert der beobachteten Größen $l_1\, l_2\, l_3 \ldots l_n$, so ergibt sich der mittlere Fehler einer einzelnen Beobachtung aus der Beziehung:

$$m^2 = \frac{[(L-l)^2]}{n-1} = \frac{[v^2]}{n-1} = \frac{[\varepsilon^2]}{n}$$

und der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels aus der Formel:

$$M^2 = \frac{[(L-l)^2]}{n\,(n-1)}.$$

So wie für den Mittelwert aus einer Reihe von Beobachtungsgrößen ein mittlerer Fehler angegeben werden kann, ebenso läßt sich für den mittleren Wert aus einer Reihe von Beobachtungsfehlern, wie überhaupt für jede auf Grund von Beobachtungsdaten abgeleitete Größe, ein mittlerer Fehler nach den Regeln der Fehlertheorie berechnen.

Um den mittleren zu befürchtenden Fehler m_1 in der Bestimmung des mittleren Fehlers m zu erhalten, wird ein analoger Vorgang eingeschlagen, wie bei der Ermittlung des mittleren Fehlers M des arithmetischen Mittels. Da m^2 das arithmetische Mittel aller ε^2 ist, so wie L das arithmetische Mittel aller l, so ist das Quadrat des mittleren Fehlers von m^2 dargestellt durch die Formel:

$$M_1^2 = \frac{[(m^2 - \varepsilon^2)^2]}{n(n-1)}.$$

Entwickelt man die Quadratsumme im Zähler, so erhält man

$$M_1^2 = \frac{n m^4 - 2 m^2 [\varepsilon^2] + [\varepsilon^4]}{n(n-1)} = \frac{m^4}{n-1}\left(1 - 2\frac{[\varepsilon^2]}{n m^2} + \frac{[\varepsilon^4]}{n m^4}\right).$$

oder mit Rücksicht auf die Relation $m^2 = \frac{[\varepsilon^2]}{n}$:

$$M_1^2 = \frac{m^4}{n-1}\left(\frac{[\varepsilon^4]}{n m^4} - 1\right).$$

Wird nun der Durchschnittswert der vierten Potenzen der wahren Fehler unter der Voraussetzung gebildet, daß sämtliche ε alle möglichen Werte mit Rücksicht auf ihre Wahrscheinlichkeit durchlaufen, so hat man nach der Entwicklung von Gauss (1823) für $m^2 = \frac{1}{2h^2}$:

$$\frac{[\varepsilon^4]}{n} = \frac{3}{4h^4} = 3m^4,$$

sohin

$$M_1^2 = \frac{2m^4}{n-1} \text{ und } M_1 = m^2\sqrt{\frac{2}{n-1}}.$$

Um aus diesem Ausdrucke für den mittleren Fehler von m^2 den mittleren Fehler von m zu erhalten, stelle man folgende Betrachtung an. Wenn m um m_1 fehlerhaft ist und daher richtig $m \pm m_1$ lauten soll, so ist für m^2 richtig $m^2 \pm 2mm_1 + m_1^2$ oder mit hinreichender Annäherung $m^2 \pm 2mm_1$ zu setzen. Demnach ist der Fehler von m^2 bei genügend großem, ja selbst bei mäßig großem n das 2 m-fache des Fehlers von m und man kann daher den Ausdruck

$$m_1 = \frac{M_1}{2m} = \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}},$$

die sogenannte Bessel'sche Formel, für den mittleren Fehler m_1 des mittleren Fehlers m gebrauchen. Simony (1905) hat hiefür die genauere Formel

$$m_1 = \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\, m,$$

sonach für die mittleren Grenzen von m den Wert

$$m\left(1 \pm \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)$$

erhalten und daran die Bemerkung geknüpft, daß die Berechnung von m für $m > 1$ und $n < 20$ in Anbetracht des hohen prozentuellen Betrages des jeweiligen mittleren Fehlers von m nur eine mathematische Schätzung, nicht aber eine exakte Bestimmung von m ermöglicht.

Der mittlere Fehler m_1 von m ist aber als Funktion aller Beobachtungen selbst wieder mit einem mittleren Fehler m_2 behaftet, der sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetze wie folgt berechnet. Der mittlere Fehler m_x einer Bestimmung x überträgt sich auf eine hieraus durch Multiplikation mit einer konstanten Zahl a abgeleitete Größe a x durch Multiplikation des Fehlers mit derselben Konstanten; es ist also der mittlere Fehler m_{ax} des Produktes ax bestimmt durch

$$m_{ax} = a m_x.$$

Analog wird für $x = m$, $m_x = m_1$, $a = \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}$ und $m_{ax} = m_2$ erhalten:

$$m_2 = m_1 \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)} = m \left(\frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)^2.$$

Ebenso entsteht der mittlere Fehler m_3 des mittleren Fehlers m_2:

$$m_3 = m \left(\frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)^3$$

und allgemein der mittlere Fehler m_r von m_{r-1}:

$$m_r = m \left(\frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)^r$$

Es resultiert sonach für den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung die unendliche Reihe:

$$m_0 = \pm m \pm m_1 \pm m_2 \pm m_3 \pm \ldots \pm m_\infty$$

Die ungünstigste Kombination aller dieser Fehlerbeträge tritt offenbar unter der Annahme durchaus gleicher Vorzeichen ein und man erhält so durch Addition das Maximum:

$$\mathfrak{M} = \pm m \left\{1 + \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)} + \left(\frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}\right)^3 + \ldots\right\}.$$

Der Ausdruck in der Paranthese ist eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $\alpha = \frac{\sqrt{8n-9}}{4(n-1)}$; dessen Summe gibt für unendlich viele Glieder den Wert $\frac{1}{1-\alpha}$ und damit wird:

$$\mathfrak{M} = \pm \frac{4(n-1)}{4(n-1) - \sqrt{8n-9}} m.$$

Die Fehlergröße $\mathfrak{M}$ kann als **maximaler mittlerer Fehler** bezeichnet werden, denn sie gibt im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie angenähert jenen Fehlbetrag an, mit dem eine Beobachtung von bestimmter Gattung im ungünstigsten Falle behaftet sein kann. Er nähert sich um so mehr dem theoretischen mittleren Fehler, je mehr die Anzahl der Beobachtungen wächst und erreicht für $n = \infty$ sein Minimum $m = \mu$, d. h. bei einer unendlichen Anzahl von Beobachtungen ist der mittlere Fehler einer einzelnen Beobachtung zugleich sein wahrer Wert, ebenso wie das arithmetische Mittel einer unendlichen Anzahl von Beobachtungsgrößen deren wahren Wert darstellt.

Der maximale mittlere Fehler, dessen Verhältnis zum empirischen mittleren Fehler, der Einheit sich nähernd, mit der wachsenden Anzahl der Beobachtungen immer abnimmt, ist aber nicht zu verwechseln mit dem in einer vorliegenden Beobachtungsreihe zu erwartenden Maximalfehler, dessen Verhältnis zum mittleren Fehler mit der steigenden Anzahl der Beobachtungen zunimmt. (Vergl. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler, Art. 87).

Man findet für den maximalen mittleren Fehler $\mathfrak{M}$ und den Maximalfehler M folgende Verhältniszahlen:

n	$\mathfrak{M}$: m	M : m
5	1·534	1·281
10	1·306	1·642
20	1·193	1·960
30	1·151	2·127
40	1·128	2·241
50	1·114	2·326
100	1·077	2·575

VII. Über die Ausscheidung von Beobachtungen.

Das einfache arithmetische Mittel ist im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie nur dann der wahrscheinlichste Wert der beobachteten Größen, wenn die zur Mittelbildung verwendeten Beobachtungsresultate von gleicher Genauigkeit sind. Sobald aber das arithmetische Mittel als der wahrscheinlichste Wert angesprochen wird, sind alle mit ihm nicht übereinstimmenden Beobachtungen nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche als weniger wahrscheinlich zu bezeichnen, und zwar wäre dementsprechend eine Beobachtung umsoweniger genau zu nennen, je weiter sie von dem arithmetischen Mittel entfernt ist oder je größer ihr scheinbarer Fehler ausfällt. Werden aber von diesem Gesichtspunkte aus den einzelnen Beobachtungen verschiedene Genauigkeiten beigemessen, so wäre der wahrscheinlichste Mittelwert nicht mehr nach dem einfachen, sondern nach dem allgemeinen arithmetischen Mittel zu bilden, obgleich die ursprünglichen Beobachtungen ausdrücklich von gleicher Zuverlässigkeit vorausgesetzt wurden und sohin keine Gewichtsunterscheidungen getroffen werden dürften. Dem darin enthaltenen Sophismus läßt sich nur dadurch beikommen, daß das arithmische Mittel überhaupt nicht als der wahrhaft wahrscheinlichste Wert, sondern bloß als ein approximativer Mittelwert erklärt wird, wobei das Vorhandensein der mehr oder minder großen Abweichungen vom Mittel lediglich dem reinen Zufall anzurechnen sei.

Alle Versuche, eine Verbesserung des arithmetischen Mittels durch Einführung sophistischer Gewichte unter Beibehaltung aller ursprünglich gleichwertigen Beobachtungen herbeizuführen, können daher die beabsichtigte Wirkung nur verfehlen. Hiezu gehört das Verfahren von Svanberg (1821), wonach den ursprünglich gleichgewichtig angenommenen Größen nachträglich Gewichte beigelegt werden, welche den reziproken Werten der scheinbaren Fehler oder deren Quadrate proportional zu setzen sind. Ähnliche Betrachtungen haben auch Morgan (1847) und Glaisher (1873) angestellt, indem auch sie den Beobachtungen durch Zuerteilung fiktiver Gewichte einen um so geringeren Einfluß auf die Mittelbildung einräumen, je weiter sie von dem einfachen arithmetischen Mittel abstehen.

Derartige Bestrebungen, auf diesem Wege eine Verschärfung der Resultate zu erreichen, führen schließlich dahin, den vom arithmetischen Mittel beträchtlich abweichenden Beobachtungen die Anteilnahme an der Mittelbildung überhaupt zu entziehen.

Hält man sich die Definition von Muncke vor Augen, wonach das arithmetische Mittel mit Ausschluß der von dem Mittel selbst am weitesten abweichenden Beobachtungen als das der absoluten Wahrheit am meisten genährt anzusehen sei, so kann man geneigt sein, vor der definitiven Mittelbildung alle Beobachtungen, deren Abweichungen von dem vorläufigen arithmetischen Mittel im positiven wie im negativen Sinne eine gewisse Grenze überschreiten, gänzlich zu verwerfen. Untersuchungen nach dieser Richtung hin wurden auch angestellt von Benjamin Peirce (1852), Gould (1854), Airy (1856), Winlock (1856), Chauvenet (1868), Stone (1876), Jordan (1877), Helmert (1877), Bertrand (1888), Czuber (1891) und Vogeler (1907).

Während manche Ausgleicher aus prinzipiellen Gründen gegen die Ausschließung einzelner, durch bloße Vergleichung mit den übrigen Beobachtungen als zweifelhaft zu haltender Beobachtungen sich ausgesprochen haben, finden andere hiezu selbst dann eine gewisse Berechtigung, wenn nicht gerade ungewöhnliche Ursachen einen fraglichen Widerspruch herbeigeführt haben sollten.

Hagen (1837) teilt hierin folgende Ansicht: «Die Täuschung, die man durch Verschweigen von Messungen begeht, läßt sich eben so wenig entschuldigen, als wenn man Messungen fälschen oder fingieren wollte. — Hat man während der Beobachtung von der großen Unsicherheit einzelner Messungen sich überzeugt, so kann man diese unberücksichtigt lassen; letzteres darf aber nicht deshalb geschehen, weil man später bemerkt, daß sie von den übrigen bedeutend abweichen, (man nimmt nämlich ein unendlich kleines Gewicht an).»

Bessel und Baeyer (1838) geben folgende Erklärung ab: «Wir haben jede gemachte Beobachtung, und zwar alle mit gleichem Gewichte, zu dem Resultate stimmen lassen, ohne das etwaige Zusammentreffen ungünstiger Umstände mit der stärkeren Abweichung einer Beobachtung als einen Grund zu ihrer Ausschließung gelten zu lassen. Wir haben geglaubt, nur durch die feste Beobachtung dieser Regel Willkür aus unseren Resultaten entfernen zu können».

Gerling (1843) drückt sich über die Bedeutung der angestellten Beobachtungen recht drastisch aus, indem er sagt: «Jede Beobachtung, die nicht einen entschiedenen protokollarischen Verdachtsgrund gegen sich hat, habe ich als einen Zeugen für die Wahrheit zu betrachten, und ebensowenig, wie ich den Zeugen torquieren darf, bis er sagt, was ieh gesagt haben will, ebensowenig darf ich auch ohne Weiteres sein Zeugnis verwerfen, weil dasselbe von den übrigen bedeutend abweicht».

Faye (1888) erblickt in der Verwerfung einzelner Beobachtungen eine schwere Unzukömmlichkeit, da es dem Rechner in vielen Fällen leicht wäre, auf diesem Wege aus den Beobachtungen das ihm am besten zusagende Resultat zu ziehen, um dadurch eine vorgefaßte Meinung zu stützen. Die beste Regel sei daher die, nur solche Beobachtungen auszuscheiden, welche sich als zweifelhaft kennzeichnen in dem Augenblicke, wo sie gemacht werden und vor jeder Rechnung.

Bertrand (1888) ist der Meinung, «daß die Unterdrückung der als schlecht bezeichneten Beobachtungen die Zuverlässigkeit der Resultate um so mehr erhöhen wird, je mehr Beobachtungen beseitigt worden sind», oder mit anderen Worten, je rigoroser man hiebei zu Werke geht.

«Es unterliegt keinem Zweifel», sagt Czuber (1891), «daß die Ausscheidung solcher Beobachtungen, deren Abweichung vom arithmetischen Mittel dem absoluten Betrage nach eine gewisse Grenze überschreitet und die vermutlich oder höchst wahrscheinlich minder gut sind, die Genauigkeit des Resultates erhöhen müßte, und zwar in um so höherem Grade, je enger man jene Grenze zöge».

Wählt man als Grenze den Maximalfehler, so wächst dieselbe mit der Anzahl der Beobachtungen. Der maximale mittlere Fehler hingegen zieht die Grenze umso enger, je mehr Beobachtungen ausgeführt sind. Im nachstehenden werden wir den maximalen mittleren Fehler zur Verbesserung der Endresultate verwenden, nachdem aus der vorliegenden Beobachtungsreihe die abnorm widersprechenden Beobachtungen auf Grund des Maximalfehlers zur Ausscheidung gelangt sind.

Als Beispiel benützen wir eine von Clarke (1888) aufgestellte Reihe von 40 mikroskopischen Bestimmungen der Lage eines Teilstriches auf einem Maßstabe, die auch Czuber a. a. O. S. 195 anführt. Die mit gleicher Genauigkeit angestellten Beobachtungen in Einheiten von 0·000 001 Yard = 0·91 Mikrons und deren scheinbare Fehler sind:

l	v	l	v	l	v	l	v
3·68	+0·25	2·81	+1·12	5·48	−1·55	3·28	+0·65
3·11	+0·82	4·65	−0·72	3·76	+0·17	3·78	+0·15
4·76	−0·83	3·27	+0·66	4·59	−0·66	3·22	+0·71
2·75	+1·18	4·08	−0·15	2·64	+1·29	3·98	−0·05
4·15	−0·22	4·51	−0·58	2·98	+0·95	3·91	+0·02
5·08	−1·15	4·43	−0·50	4·21	−0·28	5·21	−1·28
2·95	+0·98	3·43	+0·50	5·23	−1·30	4·43	−0·50
6·35	−2·42	3·26	+0·67	4·45	−0·52	2·28	+1·65
3·78	+0·15	2·48	+1·45	3·95	−0·02	4·10	−0·17
4·49	−0·56	4·84	−0·91	2·66	+1·27	4·18	−0·25

Das einfache arithmetische Mittel ist . . . . $L = 3·93$,

Der mittlere Fehler einer Beobachtung $m = \sqrt{\frac{32·5268}{39}} = 0·913$,

Der Maximalfehler $M = 2·241\,m$ . . . . $= 2·05$.

Diesem zufolge fällt nur eine einzige der 40 Beobachtungen, nämlich $l_8 = 6·35$ mit dem scheinbaren Fehler $-2·42$, als widersprechend und zweifelhaft, der Ausscheidung anheim. Verfährt man mit den übrigen 39 Beobachtungen wie mit der ursprünglichen, vollzähligen Reihe, so ergibt sich als neues arithmetisches Mittel 3·87 und entsprechend dem sekundären Maximalfehler von 2·232 . 0·835 = 1·86 zeigt sich keine Beobachtung mehr als zweifelhaft.

Die Anwendung des maximalen mittleren Fehlers auf die 39 nicht mehr zweifelhaften Beobachtungen verlangt zunächst die Ausscheidung von weiteren 11 Beobachtungen, deren scheinbare Fehler den maximalen mittleren Fehler von $\mathfrak{M}$ = 1·130 . 0·835 = 0·94 überschreiten. Die übrigbleibenden 28 Beobachtungen geben das dritte arithmetische Mittel zu 3·91 mit dem mittleren Fehler einer Einzelbeobachtung von 0·545. Durch sukzessive Fortsetzung dieses Ausscheidungsprozesses erhält man folgende Ergebnisse:

n = 39	L = 3·87	$\mathfrak{M}$ = 1·130 . 0·835 = 0·94
28	3·91	1·157 . 0·545 = 0·63
19	4·03	1·199 . 0·356 = 0·43
15	4·06	1·232 . 0·254 = 0·31
11	3·99	1·286 . 0·167 = 0·22
9	3·99	1·330 . 0·149 = 0·20
7	4·05	1·400 . 0·104 = 0·15

Es verbleibt schließlich eine Reihe von bloß 7 Beobachtungen, nämlich:

l = 4·18	v = −0·13
4·15	−0·10
4·10	−0·05
4·08	−0·03
3·98	+0·07
3·95	+0·10
3·91	+0·14

deren arithmetisches Mittel 4·05 einen maximalen mittleren Fehler von 0·15 erzeugt, der bereits größer ist, als die zurückbleibenden Abweichungen v, so daß von jenen 7 Beobachtungen keine mehr unterdrückt werden kann.

«Wäre es möglich,» bemerkt Czuber in der „Theorie der Beob.“, S. 206, «unter den Beobachtungen die genauesten, dies Wort im gewöhnlichen Sprachgebrauch genommen, nämlich die mit dem kleinsten Fehler behafteten herauszufinden, so würden diese ein viel genaueres Resultat liefern, als das arithmetische Mittel aus allen Beobachtungen es darstellt.»

Im Sinne dieses Ausspruches hat es den Anschein, als ob dem letzten arithmetischen Mittel aus den 7 bevorzugten Werten ein größeres Vertrauen entgegengebracht werden dürfte, als dem ersten, aus den ursprünglichen 40 Werten gezogenen Mittel und in der Tat weist das Schlußergebnis, das von 3·93 auf 4·05 gestiegen ist, eine mittlere Unsicherheit auf, die den dritten Teil der ursprünglichen beträgt, denn es ist der mittlere Fehler einer Beobachtung von 0·913 auf 0·104 und der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels von 0·144 auf 0·039 herabgemindert worden.

Wir wollen auch noch von einem mehr praktischen Standpunkte aus untersuchen, welcher Wert der Wahrheit besser zu entsprechen scheint. «Ordnet man die Ergebnisse wiederholter Messungen der Größe nach, so ist der wahrscheinlichste Wert derjenige, welcher am häufigsten vorkommt; denn diesen würde man beim blinden Hineingreifen häufiger fassen, als irgend einen anderen Wert.

Werden derartige Grundbegriffe beim weiteren Ausbau einer Wissenschaft nicht strenge festgehalten, so wird», wie der Astronom Kloock (1893) diesem Ausspruche hinzufügt, «alles folgende verworren und trügerisch ausfallen».

Nun haben von den 40 Beobachtungen an der Stelle der Einer

8	Beobachtungen	die	Ziffer	2
13	»	»	»	3
14	»	»	»	4
4	»	»	»	5
1	»	»	»	6

Daher ist an der Stelle der Einer die Ziffer 4 wahrscheinlicher als die Ziffer 3. An Stelle der Zehntel ist auf dem bloßen Anblick 0 die wahrscheinlichste Ziffer, denn es heben sich die je dreimal vorkommende Werte 3·9 und 4·1 gegenseitig auf, so daß die Zahl 4·0 siebenmal in Rechnung gestellt erscheint. Es vermag daher der Wert 4·05 mehr Vertrauen zu erwecken als 3·93.

VIII. Über das Genauigkeitsmaß.

Auf Grund der mathematischen Definition der theoretischen charakteristischen Fehler und entsprechend der Gauß'schen Gleichung:

$$\frac{\mu}{\vartheta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

sollte sich für den wahrscheinlichen Fehler derselbe numerische Wert ergeben, ob er aus der Gleichung

$$\rho = 0{\cdot}47694 \sqrt{2}\,\mu = 0{\cdot}67449\,\mu$$

oder aus der Gleichung

$$\rho = 0{\cdot}47694 \sqrt{\pi}\,\vartheta = 0{\cdot}84535\,\vartheta$$

berechnet wird. Desgleichen sollte das Maß der Genauigkeit aus den beiden Formeln

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}\,\mu} = \frac{0{\cdot}70711}{\mu} \qquad h = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\vartheta} = \frac{0{\cdot}56419}{\vartheta}$$

eindeutig und widerspruchsfrei hervorgehen. Da aber die den Gauss'schen Definitionen zu Grunde gelegten idealen Voraussetzungen nur in den seltensten Fällen zutreffen und daher nicht die theoretischen, sondern die empirischen Fehler in Rechnung gestellt werden können, so wird man sowohl für ρ als auch für h im allgemeinen je zwei verschiedene Werte erhalten, nämlich

$$r_1 = 0{\cdot}67449\,m \qquad r_2 = 0{\cdot}84535\,t$$

$$h_1 = \frac{0{\cdot}70711}{m} \qquad h_2 = \frac{0{\cdot}56419}{t}$$

und auch das Verhältnis $\frac{m}{t}$ wird seinem theoretischen Werte $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ mit um so geringerer Annäherung entsprechen, je weniger gut die Beobachtungsfehler das Gauss'sche Gesetz befolgen, so daß die Gauss'sche Gleichung, wie Cornu (1876) schon betont hat, gleichsam als Prüfstein für die Anwendbarkeit des Gaussschen Fehlergesetzes auf Beobachtungsreihen verwendet werden kann.

Simony (1905) hat nun in seinem klassischen Werke «Über die Anwendbarkeit der Fehlerwahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung auf Ertragsbestimmungen», (Zeitschrift f. d. landwirtsch. Versuchswesen in Österreich 1905, S. 87—1126) die sich gestellte Aufgabe gelöst, die empirischen Fehler m und t derart zu verändern, daß sie bei möglichst engem Anschluß an die Rohwerte m, t mit der Gauss'schen Relation

$$\frac{m^*}{t^*} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

im Einklang gebracht werden. Dies wird erreicht, indem die Summe der Quadrate der Unterschiede der neuen Werte m^*, t^* von den Rohwerten m, t durch passende Wahl von t^* zu einem Minimum gemacht wird. Setzt man also

$$S = (m - m^*)^2 + (t - t^*)^2 = \left(m - t^* \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^2 + (t - t^*)^2 = \min.$$

und differentiert man S nach t^*, so wird:

$$\frac{1}{2}\frac{dS}{dt^*} = -m\sqrt{\frac{\pi}{2}} + t^* \frac{\pi}{2} - t + t^* = 0$$

$$t^* \left(\frac{\pi}{2} + 1\right) = m \sqrt{\frac{\pi}{2}} + t$$

somit $$t^* = \frac{m\sqrt{2\pi} + 2t}{2 + \pi}$$

und $$m^* = t^* \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \frac{m\pi + t\sqrt{2\pi}}{2 + \pi},$$

das gibt für $$\pi = 3{\cdot}14159265:$$

$$m^* = 0{\cdot}6110155\, m + 0{\cdot}4875198\, t$$

$$t^* = 0{\cdot}4875198\, m + 0{\cdot}3889846\, t.$$

Diese Fehlergrößen werden nach Simony die Normalwerte der mittleren und durchschnittlichen Fehler genannt. Sie zeichnen sich vor den Rohwerten dadurch aus, daß sie für r und h eindeutige Resultate liefern, nämlich

$$r^* = 0{\cdot}67449\, m^* = 0{\cdot}84535\, t^*$$

$$h^* = \frac{0{\cdot}70711}{m^*} = \frac{0{\cdot}56419}{t^*}$$

Die Benützung der normalen mittleren Fehler ist jedoch nur dann praktisch zulässig, wenn die Bedingung erfüllt ist:

$$m^*(1 - \alpha) < |\, m \,| < m^*(1 + \alpha),$$

worin α durch die Simony'sche Formel

$$\alpha = \frac{\sqrt{8n - 9}}{4(n - 1)}$$

definiert erscheint, d. h. wenn m innerhalb der mittleren Grenzen von m^* zu liegen kommt. Im Gegenfalle sind vorerst so viele der abnorm größten oder kleinsten Werte der betreffenden Beobachtungsreihe auszuscheiden, bis diese Grenzbedingung erfüllt ist.

Dividiert man m^*, t^*, r^* durch $\sqrt{n}$, so ergeben sich die Normalwerte der mittleren, durchschnittlichen und wahrscheinlichen Fehler der Mittelwerte:

$$M^* = \pm \frac{m^*}{\sqrt{n}} \qquad T^* = \pm \frac{t^*}{\sqrt{n}} \qquad R^* = \pm \frac{r^*}{\sqrt{n}},$$

und es resultiert als Normalwert des Genauigkeitsmaßes des arithmetischen Mittels die eindeutige Bestimmung:

$$H^* = \frac{1}{M^* \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2n}}{2m^*}.$$

Im Beispiele des vorigen Kapitels ist für $n = 40$:

$[vv] = 32 \cdot 5268$ $\qquad [|v|] = 29 \cdot 26$

$m = 0 \cdot 913 \quad t = 0 \cdot 741 \quad r_1 = 0 \cdot 616 \quad r_2 = 0 \cdot 626$

$m^* = 0 \cdot 919 \quad t^* = 0 \cdot 733 \quad r^* = 0 \cdot 621 \; (0 \cdot 620)$

$h^* = 0 \cdot 769 \quad H^* = 4 \cdot 866.$

Die Erfüllung der Grenzbedingung für $\alpha = 0 \cdot 128$

$$m^* (1 - \alpha) = 0 \cdot 811 < 0 \cdot 913 < 1 \cdot 027 = m^* (1 + \alpha)$$

läßt keine der 40 Beobachtungen als abnorm zweifelhaft erscheinen.

(Fortsetzung folgt).

Genauigkeit und Prüfung einer stereophotogrammetrischen Aufnahme.

Von Eduard Doležal, o. ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

(Fortsetzung).

III. Einfluß einer Plattenverschwenkung auf die Horizontal-Parallaxe und die Raumkoordinaten.

Eine prinzipielle Forderung der Stereophotogrammetrie ist, daß die in den beiden Basispunkten erhaltenen Bilder sich in einer Ebene befinden. Hat aber die eine Bildebene eine Verschwenkung erfahren, so ist es nun von Interesse, den Einfluß dieser Verschwenkung auf die Horizontal-Parallaxe und die Raumkoordinaten selbst kennen zu lernen.

1. Änderung der Horizontal-Parallaxe eines Punktes durch eine Änderung der Lage der parallelen Platten (Bilder).

Angenommen, das Bild in der Station S_2 sei um den Winkel φ verschwenkt (Fig. 4); die Trasse der Bildebene $\overline{T_2' T_2'}$ schließt mit der theoretisch richtigen Lage der Trasse $\overline{T_2 T_2}$ den Winkel φ, den Verschwenkungswinkel, ein.

Es seien:

$\overline{\Omega_2 p_2} = a_0$ die wahre Horizontal-Parallaxe,

$\overline{\Omega_2' p_2'} = a$ die effektiv gemessene Parallaxe,

$\overline{S_2 \Omega_2} = \overline{S_2 \Omega_2'} = f$ die Bilddistanz und

α der Horizontalwinkel des Strahles $\overline{S_2 P}$ mit der Bilddistanz in S_2, so ergeben sich aus den rechtwinkeligen Dreiecken $p_2 \Omega_2 S_2$ und $p_2' \Omega_2' S_2'$ unmittelbar die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= f \operatorname{tg} \alpha \\ a &= f \operatorname{tg} (\alpha \mp \varphi) \end{aligned}\right\}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots 18)$$

wobei — oder + zu nehmen sind, je nachdem die Verschwenkung links oder rechts zur richtigen Lage erfolgte.

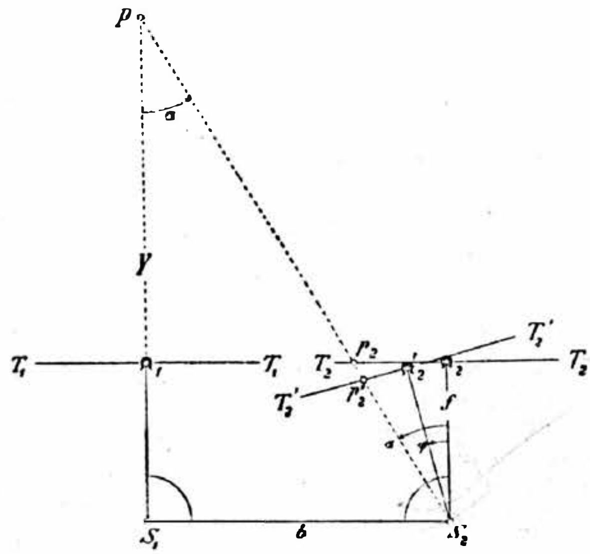


Fig. 4.

Die Änderung in der Horizontal-Parallaxe, die Parallaxen-Korrektion, lautet:

$$\triangle a_0 = a_0 - a; \quad \ldots \quad 19)$$

nach Einführung der Werte aus den Gleichungen 18) folgt:

$$\triangle a_0 = [\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}(\alpha \mp \varphi)] f$$

oder entwickelt:

$$\triangle a_0 = \left[\operatorname{tg}\alpha - \frac{\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\varphi}{1 \pm \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi}\right] f$$

$$\triangle a_0 = \left[\operatorname{tg}\alpha - \frac{(\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\varphi)(1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi)}{1 - (\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi)^2}\right] f.$$

Da man den Nenner im Bruche des zweiten Gliedes nahezu der Einheit gleichsetzen kann, so wird erhalten:

$$\triangle a_0 = [\operatorname{tg}\alpha - (\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\varphi)(1 \mp \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\varphi)] f$$

oder reduziert:

$$\triangle a_0 = \pm f \operatorname{tg}\varphi \pm f \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\alpha (\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\varphi) \quad \ldots \quad 20)$$

Setzt man:

$$\left.\begin{aligned} f \operatorname{tg}\varphi &= \triangle a \\ f \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\alpha (\operatorname{tg} \mp \operatorname{tg}\varphi) &= \triangle a \operatorname{tg}\alpha (\operatorname{tg}\alpha \mp \operatorname{tg}\varphi) = \delta \end{aligned}\right\},$$

so nimmt schließlich die Parallaxen-Korrektion die Form an:

$$\triangle a_0 = \triangle a + \delta \quad \ldots \quad 21)$$

und die wahre Parallaxe wird lauten:

$$a_0 = a + \triangle a_0 = a + \triangle a + \delta \quad \ldots \quad \text{XII}$$

In der Gleichung 21) für die Parallaxen-Korrektion stellt der erste Summand

$$\triangle a = f \operatorname{tg}\varphi \quad \ldots \quad \text{XIII}$$

eine für ein gegebenes Instrument f und eine bestimmte Verschwenkung φ unveränderliche Größe, die konstante Korrektion der Parallaxe, vor, welche nur durch die Verschwenkung φ der Platte bedingt und von der Lage des ausgemessenen Punktes unabhängig ist; diese Korrektion ist für alle Punkte gleich und unabhängig vom Winkel α, der die Lage des Raumpunktes charakterisiert. Der zweite Summand in derselben Gleichung 21)

$$\delta = \triangle a \operatorname{tg} \alpha (\operatorname{tg} \alpha \mp \operatorname{tg} \varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{XIV}$$

stellt den variablen Teil der Parallaxen-Korrektion vor, für welche die Lage des Punktes im Raume maßgebend ist.

Da der Verschwenkungswinkel φ zumeist einen kleinen Wert haben dürfte, daher $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$ gesetzt werden kann, und ferner für den Winkel α nach Fig. 4 die Beziehung besteht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{Y}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

so erhalten wir für die Teil-Korrektionen:

$$\left.\begin{aligned} \triangle a &= \varphi f \\ \delta &= \triangle a \frac{b}{Y} \left(\frac{b}{Y} \mp \varphi\right) = \triangle a \left(\frac{b}{Y}\right)^2 \mp \triangle a \frac{b}{Y} \varphi \\ &= \triangle a \left(\frac{b}{Y}\right)^2 \mp \triangle a^2 \frac{b}{Yf} \doteq \triangle a \left(\frac{b}{Y}\right)^2 \doteq \varphi f \left(\frac{b}{Y}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad . \ \mathrm{XV}$$

und für die totale Parallaxen-Korrektion als Näherungswert:

$$\left.\begin{aligned} \triangle a_0 &= \triangle a \mp \triangle a \left(\frac{b}{Y}\right)^2 = \triangle a \left[1 \mp \left(\frac{b}{Y}\right)^2\right] \\ &= \varphi f \mp \varphi f \left(\frac{b}{Y}\right)^2 = \varphi f \left[1 \mp \left(\frac{b}{Y}\right)^2\right] \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ \mathrm{XVI}$$

Der variable Teil der Korrektion

$$\delta = \triangle a \left(\frac{b}{Y}\right)^2 = \varphi f \left(\frac{b}{Y}\right)^2 = f \left(\frac{b}{Y}\right)^2 \frac{\varphi'}{3438'} \quad . \ . \ \mathrm{XV'}$$

wird desto kleiner:

a) je kleiner bei einer bestimmten Brennweite f der Verschwenkungswinkel φ ist,

b) je kleiner die Basis b und

c) je größer der Normalabstand Y werden.

Setzen wir in Gleichung XV' für $f = 100$ *mm*, $\varphi' = 1'$, so ergibt sich die folgende Tabelle:

Tabelle für den variablen Teil der Parallaxen-Korrektion.

Y / b	in Metern															Y / b
	20	30	40	50	60	80	100	200	300	400	500	1000	2000	5000	10.000	
m																m
10	0·0073	0·0032	0·0018	0·0012	0·0008	0·0004	0·0003	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	10
20	0·0291	0·0129	0·0073	0·0046	0·0032	0·0018	0·0012	0·0003	0·0001	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	20
30	0·0654	0·0291	0·0164	0·0105	0·0073	0·0041	0·0026	0·0006	0·0003	0·0002	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	0·0000	30
40	0·1164	0·0517	0·0291	0·0186	0·0129	0·0073	0·0046	0·0012	0·0005	0·0003	0·0002	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	40
50	0·1818	0·0808	0·0454	0·0291	0·0202	0·0114	0·0073	0·0018	0·0008	0·0004	0·0003	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	50
60	0·2618	0·1164	0·0654	0·0419	0·0291	0·0164	0·0105	0·0026	0·0012	0·0006	0·0004	0·0001	0·0000	0·0000	0·0000	60
80	0·4654	0·2069	0·1164	0·0745	0·0517	0·0291	0·0186	0·0046	0·0021	0·0012	0·0007	0·0002	0·0001	0·0000	0·0000	80
100	0·7272	0·3233	0·1818	0·1163	0·0808	0·0454	0·0291	0·0073	0·0032	0·0018	0·0011	0·0003	0·0001	0·0000	0·0000	100
200	2·9087	1·2931	0·7272	0·4653	0·3232	0·1818	0·1163	0·0291	0·0129	0·0073	0·0046	0·0011	0·0003	0·0001	0·0000	200
300	6·5445	2·9087	1·6361	1·0471	0·7272	0·4090	0·2618	0·0654	0·0291	0·0163	0·0105	0·0026	0·0006	0·0001	0·0000	300
400	11·6347	5·1726	2·9087	1·8615	1·2927	0·7272	0·4654	0·1163	0·0517	0·0291	0·0186	0·0046	0·0012	0·0002	0·0001	400
500	18·1792	8·0822	4·5448	2·9087	2·0199	1·1362	0·7272	0·1818	0·0808	0·0454	0·0291	0·0073	0·0018	0·0003	0·0001	500

Diese Tabelle gestattet:

a) für eine beliebige Bilddistanz f und Verschwenkung φ die variable Parallaxen-Korrektion δ zu finden; man braucht bloß den Tafelwert mit $\frac{f\varphi}{100}$ zu multiplizieren

b) bei gewählter Basis b jenen Normalabstand Y zu vermitteln, für welchen die variable Korrektion einen bestimmten Wert erreicht und umgekehrt

c) bei angenommenen Y jene Basis b anzugeben, welche einer bestimmten Korrektion δ entspricht; in beiden Fällen muß natürlich der Tafelwert noch mit $\frac{f\varphi}{100}$ multipliziert werden.

Für die Praxis ist der folgende Fall von Wichtigkeit.

Die Horizontal-Parallaxe kann mit einem Photo-Stereokoordinatometer erfahrungsmäßig auf $\pm 0{\cdot}01\ mm$ bestimmt werden; bringen wir diese Angabe mit der variablen Korrektion δ in Verbindung, so können wir sagen, daß in der Gesamt-Parallaxen-Korrektion:

$$\Delta a_0 = \Delta a + \delta$$

das zweite Glied weggelassen werden kann, wenn

$$\delta \lesseqgtr \pm 0{\cdot}01\ mm \text{ ist.}$$

Mit Berücksichtigung dieses Wertes für δ erhalten wir aus Gleichung XV':

$$Y \gtreqless b\sqrt{\frac{f\varphi}{\delta}} \gtreqless \delta\sqrt{\frac{f\varphi'}{34{\cdot}38'.1\,mm}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

aus welchem Ausdrucke bei Verwertung des oberen Zeichens der kleinste Normalabstand Y bestimmbar ist, für welchen noch δ wegfällt; wird Y kleiner, so wird $\delta > \pm 0{\cdot}01\ mm$ und muß in Rechnung gezogen werden.

Interessant ist die Beziehung zwischen dem kleinsten Normalabstande Y_{min} und der Basis b, nämlich:

$$Y_{min} = b\sqrt{\frac{f\varphi'}{34{\cdot}38'.1\,mm}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

welche für $f = 250\,mm$ und einige gewählte Verschwenkungswinkel φ gibt:

$\varphi = 10''$	$Y = 1{\cdot}1\,b$
20	$1{\cdot}6\,b$
30	$1{\cdot}9\,b$
40	$2{\cdot}2\,b$
$60'' = 1'$	$2{\cdot}7\,b$
$2'$	$3{\cdot}8\,b$
$5'$	$6{\cdot}0\,b$
$10'$	$8{\cdot}5\,b.$

Der relative Fehler in der Parallaxe ist nach Verwertung der Gleichungen XVI:

$$\frac{\Delta a_0}{a_0} = \frac{\Delta a}{a_0}\left[1 \mp \left(\frac{b}{Y}\right)^2\right];$$

werden hierin für Δa und a_0 die Werte aus den Gleichungen 18), 22) und XV eingeführt, so ergibt sich

$$\frac{\triangle a_0}{a_0} = \varphi \frac{Y}{b}\left[1 \mp \left(\frac{b}{Y}\right)^2\right]$$

oder auch

$$= \varphi \frac{Y}{b} \mp \varphi \frac{b}{Y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 25)$$

als der vollständige Ausdruck für die relative Parallaxen-Korrektion.

Der zweite Summand in Gleichung 25) gibt kleine Beträge, wovon man sich nach Substitution spezieller Werte von b und Y leicht überzeugen kann, so daß als Näherungswert gilt:

$$\frac{\triangle a_0}{a_0} = \varphi \frac{Y}{b} = \frac{\varphi'}{3.438'} \frac{Y}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{XVI}$$

Wir erhalten:

für $\varphi = 0{\cdot}5'$ $\quad \frac{Y}{b} = 2$, somit $\frac{\triangle a_0}{a_0} = \frac{1}{3.438}$

$= 1{\cdot}0 \quad = 2{\cdot}7$ » $= \frac{1}{1.146}.$

$= 2 \quad = 3$ » $= \frac{1}{860}.$

2. Änderung der Raumkoordinaten zufolge einer Verschwenkung der parallelen Platten.

Die partiellen Änderungen in den Raumkoordinaten, bedingt durch eine Änderung in der Horizontal-Parallaxe, werden nach den Gleichungen II, III und IV erhalten, indem man $\triangle x_1 = \triangle y_1 = o$ setzt, also:

$$\left.\begin{aligned} \triangle X &= \frac{bx_1}{a^2}\triangle a = X\frac{\triangle a}{a} \\ \triangle Y &= \frac{bf}{a^2}\triangle a = Y\frac{\triangle a}{a} \\ \triangle Z &= \frac{by_1}{a^2}\triangle a = Z\frac{\triangle a}{a} \end{aligned}\right\}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

woraus mit Berücksichtigung der Gleichungen 25), resp. XVI), wenn statt $\triangle a, a$ die berechneten Größen $\triangle a_0, a_0$ eingeführt werden, die relativen Fehler folgen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\triangle X}{X} = \frac{\triangle Y}{Y} = \frac{\triangle Z}{Z} = \frac{\triangle a}{a} &= \varphi\frac{Y}{b} \mp \varphi\frac{b}{Y} \\ \text{oder näherungsweise} \ldots\ldots\ldots &\doteq \varphi\frac{Y}{b} = \frac{\varphi'}{3.438'}\frac{Y}{b} \end{aligned}\right\}, \ldots \text{XVII}$$

d. h. die relative Genauigkeit der drei Raumkoordinaten ist dieselbe.

Die absoluten Fehler der Raumkoordinaten können somit auch geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} \triangle X &= \varphi\frac{XY}{b} \mp \varphi b\frac{X}{Y} \doteq \varphi\frac{XY}{b} = \frac{\varphi'}{3.438'}\frac{XY}{b} \\ \triangle Y &= \varphi\frac{Y^2}{b} \mp \varphi b \doteq \varphi\frac{Y^2}{b} = \frac{\varphi'}{3.438'}\frac{Y.Y}{b} \\ \triangle Z &= \varphi\frac{YZ}{b} \mp \varphi b\frac{Z}{Y} \doteq \varphi\frac{YZ}{b} = \frac{\varphi'}{3.438'}\frac{ZY}{b} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad \text{XVIII}$$

Nennen wir den tolerierten Fehler in der Zeichnung ε, sei $1:n$ das Verjüngungsverhältnis und stelle $\frac{1}{m}$ die relative Genauigkeit der Raumkoordinaten vor, so hat man z. B. für die Ordinate Y:

$$\left.\begin{aligned} \triangle Y &= n.\varepsilon \\ \frac{\triangle Y}{Y} &= \frac{1}{m} \end{aligned}\right\}, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 27)$$

somit

$$\left.\begin{aligned} Y &= m.n.\varepsilon \\ \triangle Y &= \frac{\varphi'}{3.438'} \frac{(m n \varepsilon)^2}{b} \end{aligned}\right\}, \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots XIX$$

woraus sich für den Verschwenkungswinkel φ die Relation ergibt:

$$\varphi' = 3.438' \frac{b}{m^2 n \varepsilon} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots XX$$

Da man in einem gegebenen Falle nicht sicher weiß, ob die prinzipielle Forderung der Stereophotogrammetrie, wornach die Plattenebenen beider Stationen zusammenfallen sollen, erfüllt wird oder nicht, so muß man in den Ausdrücken für die Raumkoordinaten für die Parallaxe setzen $a + \triangle a + \delta$; man erhält dann:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{b}{a + \triangle a + \delta} x_1 \\ Y &= \frac{b}{a + \triangle a + \delta} f \\ Z &= \frac{b}{a + \triangle a + \delta} y_1 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots XXI$$

Für Punkte, deren Normalabstände Y_0 von der Basis, d. i.

$$Y_0 \overline{\overline{<}} b \sqrt{\frac{f \varphi'}{3.438'}}$$

sind, wird die variable Parallaxen-Korrektion $\delta \overline{\overline{>}} 0{\cdot}01\,mm$ sein und δ muß berücksichtigt werden; wenn hingegen $Y > Y_0$ ist, dann wird $\delta < 0{\cdot}01\,mm$ und man hat für die Parallaxe einzuführen $a + \triangle a$, so daß die Raumkoordinaten lauten:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{b}{a + \triangle a} x_1 \\ Y &= \frac{b}{a + \triangle a} f \\ Z &= \frac{b}{a + \triangle a} y_1 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots XXII$$

Der Horizontalabstand D des Raumpunktes von der Station S_1 ergibt sich nach Fig. 2 zufolge der Proportion:

$$\overline{S_1 P'} : \overline{S_1 p_1} = \overline{S_1 P''} : \overline{S_1 \Omega_1}$$

mit

$$\overline{S_1 P'} = \frac{\overline{S_1 P''} . \overline{S_1 p_1}}{\overline{S_1 \Omega_1}}, \text{ worin } \overline{S_1 P_1} = D_1, \ \overline{S_1 p_1} = \sqrt{x_1^2 + f^2},$$

$\overline{S_1 P''} = Y$ und $\overline{S_1 \Omega_1} = f$ bedeuten, so daß nach Einführung des Wertes für Y folgt:

$$D = \frac{Y}{f} \sqrt{x_1^2 + f^2} = \frac{b}{a} \sqrt{x_1^2 + f^2} \qquad \ldots \ldots \ldots 28)$$

Bei Berücksichtigung der Verschwenkung hat man:

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{b}{a+\Delta a+\delta}\sqrt{x_1^2+f^2} \\ \text{oder} \quad D &= \frac{b}{a+\Delta a}\sqrt{x_1^2+f^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{XXIII}$$

Anmerkung. In den Formeln 18—27, resp. XII—XX, in welchen der Normalabstand von der Basis Y vorkommt, kann man auch aus Gleichung 28) den Abstand des Punktes von der Station S_1, d. i. D einführen, wodurch die Formeln eine kleine Modifikation erfahren.

(Schluß folgt.)

Der Koordinatograph der Gebrüder Fromme.

Von Eduard Demmer, k. k. Obergeometer im Triangulierungs- und Kalkül-Bureau.

Der im Triangulierungs- und Kalkulbureau seit ungefähr einem Jahre in Verwendung stehende Koordinatograph der Gebrüder Fromme hat der ersten Bedingung, die man an ihn stellte, das Auftragen der koordinatenmäßig bestimmten Punkte zu beschleunigen, vollauf Genüge geleistet; er wurde nach eingehender Rücksprache seitens des Chefs der Firma mit der Direktion des Triangulierungsbureaus angefertigt und hat sich als eine Verbesserung gegenüber dem ersten von der genannten Firma konstruierten Koordinatograph erwiesen; derselbe ent-

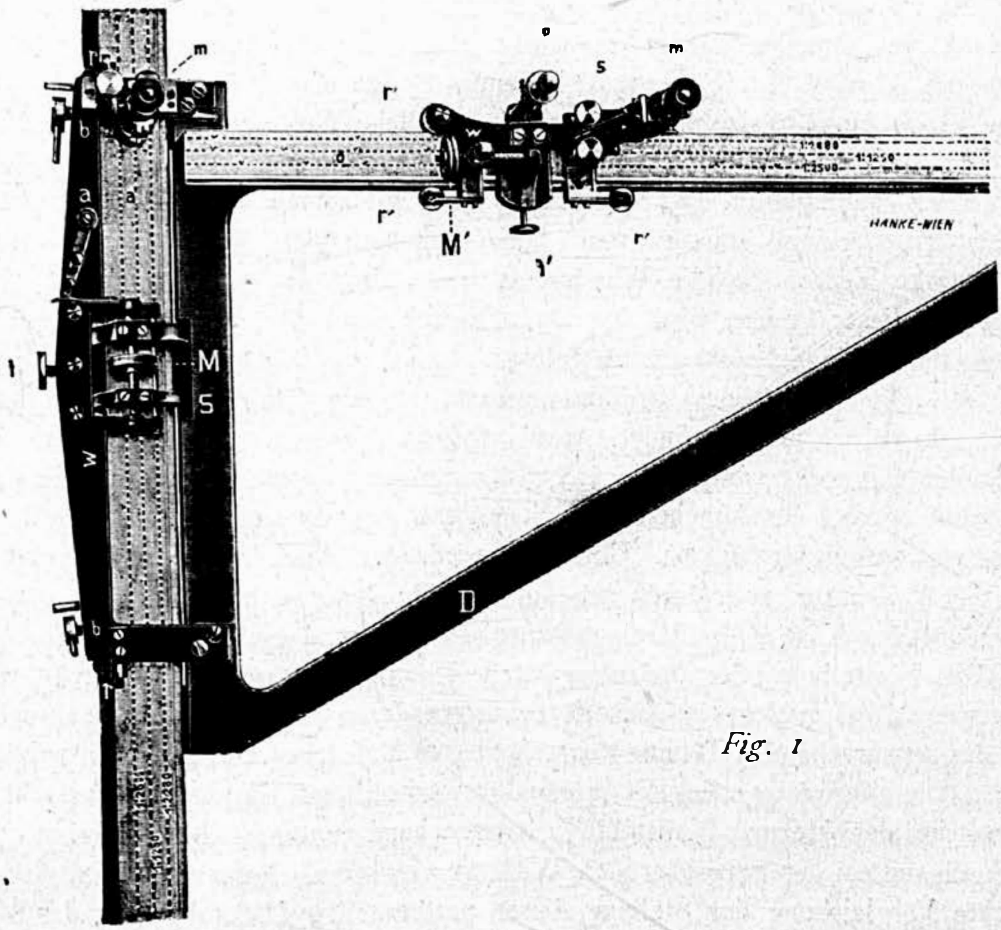


Fig. 1

spricht in seiner jetzigen Form sowie durch die sorgfältige Ausführung den weitgehendsten Anforderungen in Bezug auf die Genauigkeit und trägt dem Bedürfnisse nach praktischer und müheloser Handhabung in jeder Weise Rechnung.

Der Koordinatograph besteht nach der beigedruckten Abbildung (Fig. 1) dem Wesen nach aus zwei zu einander senkrecht stehenden Linealen, von welchen das eine als Abszissenlineal a an das Zeichenbrett des eigens dazu gelieferten massiven Tisches angeschraubt wird, während das zweite Lineal als Ordinatenlineal o mit Hilfe des Wagens W und des Dreieckes D in unverändert rechtem Winkel an dem Abszissenlineale gleitet. Auf diesen des Gewichtes halber hohlen Linealen werden auswechselbar drei Maßstäbe aufgeschraubt mit je drei Teilungen für die Maßverhältnisse 2500, 1250, 625, 2000, 1000, 500 und 2880, 1440, 720. Neben diesen Maßstäben sind zwei Zelluloidstreifen festgenietet, auf welchen mit Bleistift vorübergehend die Hunderterstriche mit ihrem jeweiligen Werte notiert werden, so daß auf den Maßstäben eine eingestanzte Bezifferung der Hunderter entfallen kann, welche ohnehin in den seltensten Fällen mit den Werten der Hunderterstriche der aufzutragenden Sektion in Übereinstimmung ist.

Das Abszissenlineal ist in seinem Querschnitte quadratisch. Der Wagen W, welcher die Vorrichtungen zum Einstellen der Abszissen trägt, ist mit dem Dreieck D und daher mit dem Ordinatenlineal, welches auf das Dreieck rektifikabel aufgeschraubt ist, in starrer Verbindung.

Das Dreieck D gleitet mit zwei Flächen an der anliegenden vertikalen Wandung des Abszissenlineals; es wird getragen durch zwei auf der oberen Fläche des Abszissenlineals vertikal laufende Rollen des Wagens und eine ungefähr 11 *cm* lange Walze unter seiner Spitze, welche Walze auf einer geglätteten Holzleiste, die in der entsprechenden Entfernung von dem Abszissenlineale unterlegt werden muß, gleitet. Das Dreieck D wird mit seinen Gleitungsflächen und den gegenüberliegend angebrachten, horizontal laufenden Rollen des Wagens durch starke Federn an die Wandungen des Abszissenlineals angepreßt; die Spannkraft dieser Federn wird, um das Dreieck samt dem Wagen abheben zu können, durch die Schrauben b ausgelöst.

Der Querschnitt des Ordinatenlineales ist ein Trapez, dessen schmale parallele Seite sich unten befindet. An die dadurch schrägen seitlichen Wandungen des Ordinatenlineales werden die vier Rollen r des Wagens W' mittelst Federn angepreßt, so daß ein Abheben oder Schlottern des Wagens samt seinen Vorrichtungen ausgeschlossen ist. Getragen wird der Wagen W' ebenfalls durch diese vier Rollen, und zwar durch ihre um ungefähr 1 *mm* vorspringenden Kappen, welche auf den Kanten des Ordinatenlineals aufliegen.

Die Einstellung der aufzutragenden Koordinaten geschieht durch zwei Schätzmikroskope, welche je nach dem angewendeten Maßverhältnisse senkrecht, über der entsprechenden Teilung des aufgelegten Maßstabes aufgeschraubt werden können. Die Mikroskope sind mit je neun auswechselbaren Diaphragmen versehen, auf welche der kleinste Maßstabteil, entsprechend untergeteilt, eingeritzt ist. Durch die unter der vergrößernden Wirkung der Okularlinse des Mikroskopes bewirkte Vergleichung der Stellung dieser untergeteilten Maßstabeinheit des Diaphragmas mit dem durch die Objektivlinse des Mikroskopes in der Ebene des Diaphragmas erzeugten ebenso großen Bilde der ungeteilten Maßstabeinheit des Maßstabes ist die direkte Ablesung gegeben auf den sovielten Teil der Maßstabeinheit, als die Diaphragmaplatte Unterteilungen derselben aufweist und eine Schätzung auf ein Zehntel dieser direkt abgelesenen Größe.

Die Klemmvorrichtungen ff' der Schlitten umfassen beide Lineale an ihren vertikalen, beziehungsweise schrägen Wandungen mit Reibungsbacken, welche durch handliche Schrauben angepreßt werden können.

Die feine Bewegung an dem Abszissenlineale wird erzielt durch eine Mikrometerschraube mit beweglicher, an dem Ordinatenlineale durch eine solche mit fester Spindel, der Schraubenmutter und der entgegenwirkenden Feder.

Die Pikiervorrichtung besteht aus der in einer zylindrischen Stahlhülse steckenden Pikiernadel und den zylindrischen Führungsringen. Die Pikiernadel wird durch eine Spiralfeder in einer stets gleichen Entferung von dem Zeichenblatte gehalten. Die Stärke der Pike ist durch einen verschraubbaren Schützer regulierbar, welcher gleichzeitig mit Hilfe eines untergehaltenen Graphitstreifens die Pike auffindbar macht.

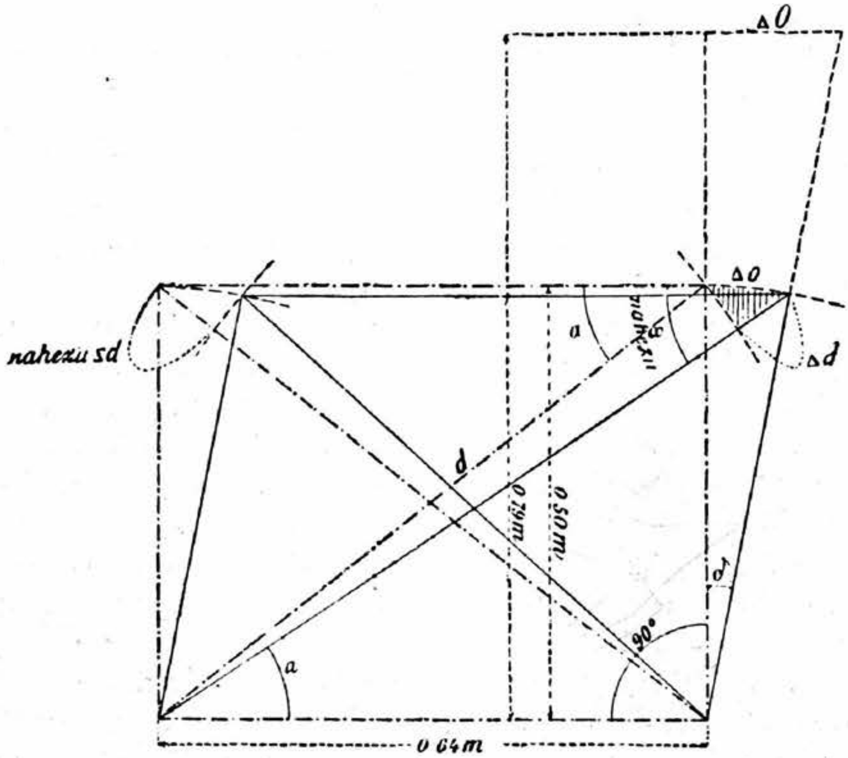
An Stelle der Pikiernadel kann eine Reißfeder zum Ausziehen der Sektionslinien in die Stahlhülse eingesteckt werden.

In die zylindrischen Führungsringe der Pikiervorrichtung ist ein kleines Einstellmikroskop eingepaßt, welches das Bild der Pike als Zentrum des auf seiner Diaphragmaplatte eingeritzten Ringelchens erblicken läßt.

Dieses Einstellmikroskop dient zur Messung irgend einer durch zwei Piken gegebenen Entfernung auf dem Zeichenblatte und zur Rektifikation des rechten Winkels zwischen den beiden Linealen. Die lineare Rektifikation des rechten Winkels wird an dem Ordinatenlineale bewerkstelligt mit Hilfe zweier entgegenwirkender Druckschrauben, welche das Ordinatenlineal an seinem äußersten Ende fassen, nach vorhergehender Lüftung der das Ordinatenlineal mit seiner Unterlage verbindenden zwei Schrauben. Diese lineare Korrektion ist an dem Ordinatenlineale in der größtmöglichsten Entfernung von dem Scheitelpunkte des rechten Winkels anzubringen, das ist jene Entfernung der Pikiernadel vom Drehungsmittelpunkte des Ordinatenlineales, welche der Einstellung des Indexstriches im Schätzmikroskope des Ordinatenlineales auf den letzten Teilstrich des aufgeschraubten Maßstabes entspricht. Diese Entfernung der Pikiernadel beträgt für alle Maßstäbe nahezu 79 *cm*.

Bei dieser Einstellung des Schätzmikroskopes am Ordinatenlineale werden mit Hilfe der Einstellvorrichtung am Abszissenlineale zwei Piken in der Entfernung der durch die unten angegebene Formel ermittelten, dem Winkelfehler δ entsprechenden linearen Korrektion $\triangle$ O gemacht, die Pikiervorrichtung mit dem Einstellmikroskope vertauscht und das Ordinatenlineal mit Hilfe seiner Korrektionsschrauben um diese Größe $\triangle$ O in dem entsprechenden Sinne zurückgeführt.

Der Zusammenhang zwischen der linearen Korrektion $\triangle$ O und des Diagonalenfehlers $\triangle$ d, welcher nahezu gleich ist dem halben Unterschiede zwischen den beiden mit Hülfe des Koordinatographen gemessenen Diagonalenlängen des



M: 1:10

Fig. 2.

Sektionsrechteckes, ist, wie die nebenstehende Figur (Fig. 2) erläutert, gegeben durch die Formeln

$$\Delta O \doteq \frac{\Delta d}{\cos\alpha} \cdot \frac{0{\cdot}79}{0{\cdot}50}$$

und $$\Delta O' \doteq \frac{\Delta d}{\cos\alpha'} \cdot \frac{0{\cdot}79}{0{\cdot}5268}$$

wobei α und α' die kleineren Winkel an der Diagonale des Sektionsrechteckes für die neue und alte Sektionseinteilung sind. Die beiden Formeln gehen nach Ausrechnung der konstanten Faktoren über in

$$\Delta O \doteq \Delta d \,.\, 2{\cdot}005$$

und $$\Delta O' \doteq \Delta d \,.\, 1{\cdot}920\,.$$

Bschau und Bürgenschein der stritigen waiden und gemerck zwischen Neudorf und Mödling 1556 und altes Gemain-Grundbuch Neudorf.

Von k. k. Obergeometer Joh. Beran in Mödling, N.-Ö.

Wenn man mit offenen Sinnen beobachtend auf Bereisungen ausgeht, wie viel des Ungewöhnlichen, Seltsamen und Interessanten bietet sich für's Aug und Ohr! Städtische und ländliche Kultur stoßen hart aneinander, Neues schiebt sich

— das Alte verdrängend — in's Ackerland hinein. Wie wenig Sorgfalt bringt man aber dem Alten entgegen! Uralte Grenzsteine, die der sorgsame rechtliche Sinn der Alten gesetzt, sind der verständnislosen Gleichgiltigkeit der Gegenwart preisgegeben. Eine ganze Geschichte bietet oft die bisweilen von Mutwillen zerschlagene oder von den Unbilden des Wetters hart mitgenommene Inschrift, ein Zeichen oder Wappen des Marksteines. Auf diese Weise verwischt sich die genaue Kenntnis von der Gemeindefreiheit und anderer bedeutsamer Ereignisse, die unsere Väter beschäftigten.

Einige hervorragende alte Gemeinde-Grenzsteine der Katastralgemeinde Neudorf gegen Mödling boten mir anläßlich der periodischen Revision dieser Gemeinde den Anlaß, über die sehr gute alte Einrichtung des sogenannten «jährlichen Grenzganzes» mit dem Bürgermeister der erwähnten Marktgemeinde zu sprechen. Infolge dieser Anregung erhielt ich durch die besondere Liebenswürdigkeit des genannten Herrn, dem ich an dieser Stelle noch meinen besten Dank abstatte, Gelegenheit, im Gemeindearchive einen alten Situationsplan (Mappe)] mit der Darstellung der Gemeindegrenzsteine gegen Mödling und Brunn a. G. einzusehen, welcher in natürlicher Größe diesem Aufsatze beigegeben ist.

Wer würde in dieser einfachen Darstellung einen Plan erkennen? Primitive Linien mit umständlich erklärenden Worten zeigen die Hauptkommunikation, Bäche und Gemeindegrenze an; die Grenzsteine dagegen als die wichtigste Darstellung sind groß verzeichnet mit Nummern und dem Wappen Neudorfs versehen.

Diese wenigen natürlichen Begrenzungen gaben die Grundlage zur Weidberechtigungserteilung, der Plan beschränkt sich daher bloß auf die im Terrain leicht sichtbaren Einzelheiten.

Die Reichsstraße Wien—Triest durchschneidet in natürlicher Lage von Nord nach Süd den Plan und mündet nach zwei Bachübersetzungen südlich im Neudorfer Ortsgebiet. Als nähere Beschreibung lesen wir im Plan an den betreffenden Stellen: — **Das ist der wienner Landtstraß** — **Das ist d(ie) stainern Prückn im innern Crotnpach** — **Das ist die stainern Prückhn bey dem äußersten Crotnpach** —, bei den vorhandenen zwei Bächen: — **Das ist der inner Crotnpach** — **der änd Crotnpach** — **ist der äußer Crotnpach** — **das ist gar der äußerst Crotnpach**. Mit einer schwachen flüchtigen Linie ist die Gemeindegrenze gegen Vösendorf angedeutet — **das ist Vesendarfer gemerck** — bei dem Orte Vösendorf ohne weiteren Linienzug bloß mit den Worten: — **Das ist Pidermannsdarffer und Vesendarffermerck**.

Die umliegenden Ortschaften sind in ihrer gegenseitigen natürlichen Lage mit den dort befindlichen öffentlichen Gebäuden, z. B. Kirche, Rathaus, Bräuhaus, Stadtmauer bloß typisch verzeichnet, und zwar:

— **Mödlinng** (Mödling), **Enntzerstarff** (Maria-Enzersdorf), **Prunn** (Brunn am Gebirge), **Petterstarff** (Perchtoldsdorf), **Neudarff** (Wiener-Neudorf), **Pidermanßdarff** (Biedermannsdorf), endlich **Vesenndarff** (Vösendorf).

Die Gemeindegrenzsteine mit dem Wappen Neudorfs, neun an der Zahl, sind der Reihe nach nummeriert; links vom Grenzsteine Nr. 1 steht: — **Da sagen die Zeugen sey d(er) Erstmarchstain gestandn aber vom wasser weckgewaschn** worden — links vom Grenzstein Nr. 2: — Der andmarchstain so mit Prunner und Neudarfer Zaichn bezaichnet. Sait Prunn und Neudarfer gepiet. Ist im 1527 Jar gesetzt — ; unterhalb des Grenzsteines Nr. 9: — Das ist der 9 und letzt marchstain der Sait Prun Neudarf und Fesendarf —. Unterhalb des Grenzsteines Nr. 2 ist mit einem Galgengerüste die Stelle bezeichnet, wo die Herrschaft Mödling ihre «peinliche Halsgerichts-Malefizordnung» vollzog — Das ist d(er) Mödling gallgen —.

Die Ursache der Verfassung dieses Planes war folgende:

Türkische Scharen hatten den Ort Neudorf bei Mödling, richtiger Wiener-Neudorf, im Jahre 1529 niedergebrannt. Aus dem Schutte wiedererstanden, führten Mödling und Neudorf einen Streit wegen der Viehweide. Die niederösterreichische Regierung entschied zugunsten Neudorfs, doch die Mödlinger rekurrierten «gegen Hof», und Kaiser Ferdinand bestimmte durch das Diplom von 1558, Oktober 26. Wien[1]), daß die Mödlinger «eine bescheidene Anzahl Vieh, etwa 64 Stück», auf die Neudorfer Weide treiben dürfen, wie es von «altersher» üblich war; zur Tränke sollten sie ihr Vieh auf einen «Fleck» bei der Mühle, «die Heide» genannt, treiben. Wollten die Mödlinger aber mehr Vieh auf Neudorfer Gebiet weiden lassen, hätten sie die Neudorfer «zu ersuchen» und nicht gegen ihren Willen zu handeln. Nach dieser Urkunde war Neudorf noch ein Dorf, aber es hatte bereits das Recht, ein Wappen, ein mit der Schneide nach links gerichtetes Beil, zu führen.

Anläßlich des nun erwähnten Streites zwischen den beiden Gemeinden wurde auf Veranlassung des Regierungskommissärs Pögl, der die Untersuchung zu pflegen hatte, der Situationsplan vom Jahre 1555 angefertigt.

Die Weiderechte auf den durch die Reichsstraße und die beiden Bäche abgegrenzten Räumen sind durch drei an den bezüglichen Stellen gemachte Eintragungen ersichtlich gemacht: — Das ertreiben die Mödlinger und Neudarffer indifferenter (ohne Ausnahme) —, Das ertreiben auch die Mödlinger und Neudarffer —.

Am unteren Planrande in der Mitte finden wir die Inschrift: — Dieser Brieff ist also wie dan die Bschau zwisch der von Mödling und Neudarff des 55isten Jars beschehen in diser gestalt convormirt und durch Hn. Pögl Comissarius verzaichnet worden Ao 1555. —

Der Plan, welcher ohne jede Maßstabangabe verfaßt worden ist, wurde für die Gemeinde Neudorf — Durch Martin Brunner widerumb auf amtsnutz (?) abcanterfeit 1556[2]) —, so daß der hier zur Abbildung gebrachte Plan eigentlich nur eine Kopie des ämtlichen vom Regierungskommissär entworfenen darstellt.

Unbekannt wann und unter welchen Umständen erwarb der Markt die Grundherrlichkeit über einige Grundstücke. Aus Resten des betreffenden Grundbuches[3])

---

[1]) Gemeindearchiv Neudorf, Orig. Pergament, stark beschädigt, Siegel fehlt.

[2]) Im Gemeindearchiv Neudorf auf Original-Papier.

[3]) Im Gemeindearchiv Neudorf auf Original-Papier.

entnehmen wir die verschiedenen Verpachtungen und Käufe vom Jahre 1738 angefangen bis 1804. Der Grunddienst war jährlich zu Michaeli zu leisten.[1])

Einige Eintragungen seien hier veröffentlicht:

Fol. 39. *Ihro Excellenz.*

Der Hoch und Wohlgebohrne Herr Herr Johann Adolph des Heyl Röm. Reiches Graf von Metsch Ihro Röm. Kaiß Mayj. würkl. geheimer Rath und Reichs Hof Vice Kantzler etc.: Empfangt allein Nutz und Gewähr, umb zwey Joch Ackher in Neudorfer untter feld in Krottsbach hinabstossend, mit dem obern Rain an der Hajd und dem untern an dero selbst eigens Ackher anstossend, davon man Jährlichen einer Ehrsamben Gemeinde Grundbuch zu Neudorf, zu Michaelis Zeit zu rechten Grunddienst dient zwölf Pfenning und nicht mehr. Worumben hievor in hoc lib. C: fol: 33. Ihro Excell: der hoch und wohl gebohrne Herr Herr Friedrich deß H. Röm. Reiches Graf von Schönbohrn e. e. allein an Nutz und Gewöhr geschriben gestanden. Nun aber seynd diese 2 Joch Ackher sambt der sogenanten freyen blauen Hoff in Laxenburg und allen daraus gehörigen Grundstückhen pr 45000 sch. vermög errichten General Kaufbrief, Wienn de dato 23. July 734 so in originali bey dem Grundbuch producirt aber gleich widerumbs extradiret worden, Käuflichen an eingangs hochgedacht Ihro Excellenz Hhl. Grafen von Metsch gedigen. Mögen demnach Sr: Excell. damit ihren Nutz und Frommen schaffen wie Ihr gelüst und grundbuchs Recht ist. Actum Neudorf den 4. Aug. 738.

Ist ein gefértigter Außzug hinauß gegeben worden.

*

Fol. 61.

Herr Jakob Zilker Mitnachbar und Fleischhackermeister allhier und Anna Maria dessen Ehegattin empfangen zugleich Nutz und Gewähr um eine Joch Acker in Neudorfer Bergfeld von einem Krottenbach zu dem andern stossend mit der obern Seite an Simon Amaishaufen und mit der untern Seite an Johann Wachinger anrainend, davon man jährlich um Michaelis-Zeit der Gemeinde Neudorf Grundbuch zu Rechten Grunddiensten dienet 12 Pfenning und nicht mehr. Worumm vormahls solches Grundstück als ein Dominical-Gut der Gemeinde innen gelegen, und in hoc lib. C: Fol. 57 Michael Hofer allein an der Gewöhr geschrieben gestanden, nach Verkauf seines Hauses ist solcher Acker pr 1 Joch um einen Kaufschilling pr 100 sch erkaufet, und an sich gebracht worden. Möge demnach derselbe mit solchem Grundstück seinen Nutzen schaffen, wie es ihm gelüstet, und Grundbuchs-Recht ist. Actum Neudorf den 25ten October 804.

Ist ihnen ein gefertigter Gewöhrauszug hinausgegeben worden.

*

Fol. 62.

Seine hochfürstl. Gnaden!

T. P. Se. Hochfürstl. Gnaden der Hochwohlgeborn und Hochwürdigste Herr Herr Sigismund Graf von Hohenwart Erzbischof zu Wien, Herr Herr der Herrschaften Lainz, Kranichberg, Neunkirchen und Neudorf e: e: e.

[1]) 30 Pfennige machen 1 Schilling, 8 Schilling 1 Pfund oder Talent aus. Vergl. Schalk in «Blätter des Vereines für Landeskunde von Niederösterreich» 1883 (17), 279.

empfangen allein als Herrschaft Neudorf Nutz und Gewöhr, eines Ackers in Neudorfer Neufeld so acht Joch, von einem Krottenbach zum andern hinaus stossend, mit der obern Seite an Michael Hekel, und mit der untern an die Neuriss, jenseits der Ziegelöfen Herrschaftsbreite anrainend, davon man jährlich um Michaeliszeit in das Gemeingrundbuch Neudorf zu rechten Grunddienst dienet, acht Heller, und nicht mehr. Hierumm vormahls seine hochfürstl. Eminenz der Hochwürdigst Hochgeborne Fürst und Herr Herr Christoph der heil. römisch Kirche Priester Cardinal Migazzi v. Waal und Sonnenthurm in hoc lib. C. Fol. 54 an der Gewöhr geschrieben gestanden, vermög Regierungsnachfolge aber von 29ten Aprill 803 ist gemeltes Grundstück auf Hochgedachte Hochfürstl. Herrschaft Neudorf gediehen.

Mögen demnach Hochdieselben hiemit Ihren Nutzen und Frommen schaffen, wie beliebet, jedoch nach Grundbuchs Recht und Gewohnheit. Actum Neudorf, den 31ten October 804.

Haben einen gefertigten Aussug hinaus empfangen.

Als 1848 die Grund und Boden betreffenden Abgaben neu geregelt wurden, erhielt der Markt für diese Grunddienste eine entsprechende Ablösung.

Der Grundsteuerkataster und die Grundbücherreform.

Von Vinzenz Łobos.

(Schluß).

II.

Die zweite Angelegenheit, auf welche wir die Aufmerksamkeit lenken möchten, ist deshalb von großer Bedeutung, weil sie die Sicherung der Ordnung der berichtigten Grundbücher für die Zukunft hin betrifft. In dieser Hinsicht muß die Frage gestellt werden, ob und was die Regierung zu veranlassen gedenkt, um dieser Institution eine dauerhafte, rechtmäßige Entwicklung und die ihr gebührende Bedeutung zu sichern.

Wir müssen mit voller Anerkennung zugeben, daß die Regierung schon manches getan und auch für die Zukunft schon manche Maßregel getroffen hat, um die Erhaltung der Grundbuchsordnung einigermaßen sicherzustellen.

Zu den ersteren Maßnahmen gehören: *a*) die in Galizien und in der Bukowina allgemein verbreitete populäre Broschüre in allen Landessprachen (65.000 Exemplare) mit übersichtlicher Belehrung über die Bedeutung und Nützlichkeit der Institution der Grundbücher;

b) die Bestimmung des § 37 des Gesetzes über die Revision der Grundbücher, laut welcher die Bildung von Eigentumsgemeinschaften untersagt ist;

c) die Verordnung, daß im Zuge der Verlassenschaftsabhandlung die Aufhebung der Eigentumsgemeinschaft auch über Wunsch nur eines Mitbesitzers zu vollziehen ist.

Zu den anderen Mitteln gehören: 1. Die Absicht der Regierung, nicht nur in Galizien und in der Bukowina, sondern auch in allen im Reichsrate vertretenen Ländern in den Unterrichtsplan aller Volksschulen, Lehrerbildungsanstalten und Ackerbauschulen die Erteilung eines populären Unterrichtes über die Institution der Grundbücher aufzunehmen;

2. Das Bestreben der Gerichtsbehörden, das Personal der Evidenzhaltungsgeometer zu vermehren, um den Gerichten die Mitwirkung der Katastralorgane bei Herstellung der notwendigen Teilungspläne bei Berichtigung der Grundbücher, wie überhaupt bei allen Amtshandlungen, welche die Notwendigkeit eines technischen Gutachtens erheischen, zu sichern.

Unserem Dafürhalten nach wäre die Einführung einer zwangsweisen Meldepflicht über erfolgte Transaktionen im Grundbesitze ein nicht zu unterschätzender Faktor der Erhaltung der Grundbuchsordnung. Zwar sind die Grundbesitzer in Gemäßheit des § 16 des Gesetzes vom 23. Mai 1883 verpflichtet, den betreffenden Behörden alle Änderungen in der Person des Besitzers oder im Objekte zur Anzeige zu bringen, aber wie bekannt, geschieht dies am allerwenigsten in Galizien und in der Bukowina, wo die gesetzesunkundige Bevölkerung der Institution des Grundbuches und Katasters ganz indifferent gegenübersteht. Nicht nur der Steuerträger allein leidet darunter, auch das Grundbuch, welches doch ein klares Bild der Besitz- und Eigentumsverhältnisse bieten sollte.

In dieser Hinsicht wäre § 16 des oft zitierten Gesetzes durch die Bestimmung zu ergänzen: zwangsweise Meldepflicht zur Anzeige jeglicher Veränderungen des Besitzstandes unter Androhung empfindlicher Geldstrafen für die säumigen und nachlässigen Grundbesitzer.*)

Ein anderer Umstand, welcher bei der Erhaltung der Grundbuchs-Ordnung gewichtig in die Wagschale fällt, ist die Mitwirkung der technischen Katastralorgane, deren Mithilfe die Gerichte meistens leider entbehren müssen.

---

*) Die Notwendigkeit der Einführung einer Exekutive für die Vermessungsbeamten ist eine brennende Frage, welche von den kompetenten Behörden ins Auge gefaßt werden sollte. Eine noch so große Vermehrung des Personals der Evidenzhaltungsbeamten, die Schaffung von noch so vielen Gesetzen und Verordnungen wird insolange nicht den erhofften Effekt erzielen, als die Landbevölkerung, vor allem die Organe der Gemeindeverwaltung, dem Geometer die notwendige Unterstützung bei Ausübung seiner Amtshandlungen nicht bieten werden. Es ist ja eine allgemein bekannte Tatsache, daß die Gemeindeorgane dem Geometer nicht nur an die Hand nicht gehen, sondern ihn vielmehr als einen lästigen, sie in der Ausübung ihrer Landarbeiten störenden Beamten betrachten, so daß es oftmals vorkommt, daß der in der Gemeinde arbeitende Vermessungsbeamte während der ganzen Dauer seines Aufenthaltes weder den Gemeindevorsteher, noch sonst irgend einen Vertrauensmann zu Gesichte bekommt. Daß unter diesen Umständen die Arbeit nicht flott vorwärts kommt, daß solche Hindernisse geeignet sind, im Geometer Mißmut und Widerwillen hervorzurufen, liegt auf der Hand. Diesem Übelstand kann nur dadurch abgeholfen werden, wenn in dieser Richtung dem Evidenzhaltungsbeamten eine gewisse Exekutive zugestanden wird, wodurch er den Gemeindevorsteher oder dessen Stellvertreter und die notwendigen Vertrauensmänner wird zwingen können, dem § 15 des Gesetzes vom Jahre 1883 nachzukommen, d. i. bei den Amtshandlungen in der Gemeinde zu intervenieren und die eingelangten Kundmachungen ja zu verlautbaren. Wenn eine materielle Entschädigung schon aus budgetären Gründen nicht möglich ist, so sollte wenigstens die Zulässigkeit der Erlassung von empfindlichen Geldstrafen (nicht eine Ordnungsstrafe von 2 fl.) für bornierte und den Gesetzen zuwiderhandelnde Gemeindeverwaltungsorgane ins Auge gefaßt werden. Anm. d. Übers.

Schon seit Anlegung der Grundbücher haben sich die Gerichtsbehörden stets auf den Mangel der Beihilfe seitens der technischen Organe beschwert; die alleinige Mitteilung der Veränderungen mittelst des Anmeldungsbogens hat nicht genügt, so daß der Stand der Grundbücher immer mehr von den tatsächlichen Besitzverhältnissen abweichend erscheinen mußte. Wären die Grundbuchsgerichte vom Anbeginne ihrer Wirksamkeit mit technischen Arbeitskräften versehen worden, so wären unsere Grundbücher in Ordnung, zumindest würde sich die Sanierungsaktion auf wenige Fälle reduzieren.

Diese Ansicht steht nicht vereinzelt, sie wird im Gegenteil in den weitesten Kreisen geteilt.

Die Gerichtsbehörden waren stets bestrebt, eine ausgiebigere Hilfe seitens der Vermessungsfunktionäre zu erlangen, diese Bestrebungen sind jedoch immer auf Schwierigkeiten seitens der Finanzverwaltung gestoßen und wenn in einer oder der anderen Richtung eine Nachgiebigkeit erzielt wurde, so war sie immer derart verklausuliert und verschärft*), daß die Gerichte nur in den seltensten Fällen von ihr Gebrauch machen konnten. Als Beispiel können wir die Zuziehung des Vermessungsbeamten als Sachverständigen bei gerichtlichen Kommissionen anführen. Welche Schwierigkeiten in diesem Falle entgegengestellt werden, ist jedem richterlichen Beamten zur Genüge bekannt und bedarf keiner weiteren Erörterung.

Überdies sind die Gerichte durch ein halbes Jahr während der periodischen Bereisungen von jeder Mitwirkung seitens der Evidenzhaltungsbeamten entblößt, so daß viele Angelegenheiten, welche die Richtigstellung der Grundbücher betreffen, erst nach dessen Rückkehr zu den Winterarbeiten erledigt werden können. Die Bevölkerung, welche Situationspläne bei Anfertigung der Verträge benötigt, muß ebenfalls bis dahin warten, oder aber Verträge auf unausgeschiedene Anteile abschließen.

Wie darunter die Übereinstimmung des Grundbuches mit dem faktischen Besitzstande leidet und welche empfindlichen Verluste die Landbevölkerung davonträgt, ist ja allgemein bekannt.

Diesem Übelstande wird die Vermehrung des Vermessungspersonals allein nicht abhelfen, umsoweniger, als ja die Finanzbehörden vor allem ihre eigenen Ziele und Zwecke verfolgen müssen, welche nicht immer mit denen der Institution der Grundbücher identisch sind. Diese Personal-Vermehrung wird lediglich zum Vorteile der Evidenzhaltung des Grundsteuerkatasters und nicht des Grundbuches gereichen, weil der jetzige Personalstand ohnehin die Arbeitsaufgabe im eigenen Wirkungskreise nicht bewältigen kann, denn auf einen Evidenzhaltungsbeamten in Galizien entfallen 48 Katastralgemeinden, so daß im Falle einer Vermehrung des Personals die Gerichtsbehörden noch immer auf eine ausgiebige Hilfe seitens dieser Organe werden nicht rechnen können.

Wenn also dieser Zustand der Hilflosigkeit der Gerichte nicht weiter bestehen kann, so erheischt es eine dringende Notwendigkeit, zum Wohle der Be-

*) Siehe den Erlaß über die Bewilligung zur Vornahme von Privatvermessungen an Sonn- und Feiertagen.

völkerung und betreffs der Hebung ihres Vertrauens zur Institution der Grundbücher, die Zuteilung von technisch gebildeten Arbeitskräften als ständige Mitarbeiter den Gerichtsbehörden.

Erst dann wird ein geregelter Zustand und Ordnung im Grundbuche herrschen. Die Organisation dieses Dienstes bei den Gerichten könnte auf die nämliche Art erfolgen, wie jene der Steuerinspektorate bei den politischen Behörden.

Dieses Projekt ist ganz gut durchführbar und bildet den einzigen Ausweg aus dem abnormalen Verhältnisse der Gerichts- zu den Finanzbehörden in Ansehung der Grundbücher.

Der einzige gerechtfertigte Vorwurf, welcher diesem Projekte gemacht werden könnte, ist der, daß die Gerichte vielleicht nicht in der Lage wären, die ihnen zugeteilten Geometer genügend zu beschäftigen. Aber auch dem könnte dadurch abgeholfen werden, daß die Gerichtsgeometer manche Arbeiten und Ausfertigungen der Evidenzhaltungsgeometer übernehmen und dadurch diese wirksam in der ihnen obliegenden Amtstätigkeit unterstützen könnten.

Diese Angelegenheit der Zuteilung ständiger Geometer bei den Gerichten empfehlen wir wärmstens unseren Abgeordneten, welchen das Wohl unseres Volkes am Herzen liegt. Indem sie diese Angelegenheit einer günstigen Erledigung zuführen, werden sie der dankbarsten Gefühle der ländlichen bäuerlichen Bevölkerung sicher sein können.

Kleine Mitteilungen.

Mathematischer Kongreß. Der vierte Internationale Mathematiker-Kongreß soll vom 6. bis 11. August 1908 in Rom abgehalten werden.

Literarischer Fund. Eine neue Schrift des griechischen Mathematikers Archimedes ist von dem dänischen Philologen Professor J. K. Heiberg (Kopenhagen) im Kloster des heiligen Grabes in Konstantinopel aufgefunden worden. Sie beschäftigt sich mit Untersuchungen über die Mechanik.

Die technischen Beamten gegen das Frauenstudium. Das Unterrichtsministerium hat bei den Direktionen der Staatsgewerbeschulen angefragt, ob sich die Zulassung der Frauen zum technischen Studium empfehlen würde. Eine Anzahl solcher Direktionen verhielt sich ablehnend und nur Reichenberg und Krakau befürworteten die Zulassung. Da sich nun die Regierung mit dieser Absicht trägt und die höhere Staatsgewerbeschule in Krakau bereits mehrere Frauen zu ihren ordentlichen Hörerinnen zählt, veranstalteten die Techniker in ganz Österreich 25 Versammlungen, um gegen das Frauenstudium an Techniken und höheren Gewerbeschulen zu protestieren. Auf Wien entfielen drei derartige Versammlungen. In der Versammlung des Allgemeinen technischen Vereines referierte Ingenieur Julius Harrant. Er wies auf die Überproduktion an Technikern hin, die sich in den unglaublichen Gehaltsziffern von 50 bis 60 Kronen monatlich am besten offenbart. Eine weitere Belastung des Berufes sei ein Experiment, das eine tiefeinschneidende Schädigung der jungen Techniker bedeuten müßte und gegen welches sich auch die 39.000 österreichischen Techniker entschieden auflehnen würden. Der Redner beantragte schließlich eine Resolution, in welcher verlangt wird, daß vor Einführung derart tief einschneidender Reformen die Äußerungen der beteiligten Kreise und das sind in erster Linie die Organisationen des technischen Mittelstandes, eingeholt werden. Sie fordert daher die sofortige Zurückziehung der bereits erfolgten Zulassung von ordentlichen Hörerinnen an die höhere Staatsgewerbeschule in Krakau und die Einberufung einer Enquete, zu welcher

Vertreter des Techniker-Standes einzuladen wären, um die Behörde über die große Tragweite derartiger Einführungen zu informieren. Die Resolution wurde einstimmig angenommen.

Literarischer Monatsbericht.

Neu erschienene Bücher und Zeitschriften.

1. Ingenieurwissenschaft.

Ballewski, E. Der Fabriksbetrieb. Prakt. Anleitung z. Anlage u. Verwaltung v. Maschinenfabriken u. ähnlichen Betrieben, sowie z. Kalkulation u. Lohnverrechnug. 2. verb. Aufl. Berlin 1907.

Felgentraeger, W. Theorie, Konstruktion u. Gebrauch d. feineren Hebelwage. (VI, 310 S. m. 125 Fig. im Text) Gr. 8⁰, Leipzig 1907. In Lnwd. geb. . M. 8.—

Holitscher, Dr. Gewerbliche Gesundheitslehre. (Biblioth. d. ges. Technik, Bd. XIV). Hannover. . . . . M. 2.20

Thallmayer, Prof. R. A. Österreichs Alpwirtschaft. (XII. 256 S.) 8⁰. Wien 1907. K 5.—

2. Mathematik.

Arnoux, G. Arithmétique graphique. Introduction à l'étude des fonctions arithmétiques. (XX, 225 S, m. 64 Fig.) Gr. 8⁰. Paris 1906. . . . . Fr. 7.50

Brügmann, W. Über eine reell irreducible Gruppe von Berührungstransformationen. (36 S.) 4⁰, Inaug.-Dissert. Univ. Greifswald.

Burrau, Dr. C. Tafeln d. Funktionen Cosinus u. Sinus mit d. natürl. sowohl reellen als rein imaginären Zahlen als Argument (Kreis- u. Hyperbelfunktionen). (XX, 63 S.) Gr. 8⁰. Berlin 1907. In Lnwd. geb. . . . . M. 4.—

Richter, Dr. O. Dreistellige logarith. u. trigonom. Tafeln. (10 S.) Kl. 8⁰. Leipzig 1907. . . . . M. 0.20

Stodółkiewicz, A. J. Początkowa teorya logarytmów. (Elementartheorie d. Logarithmen. In poln. Sprache). . . . . R. 0.16

Voss, A. Über Krümmung u. konforme Transformation. (Aus Stzgsber. d. bayer. Akad. d. Wiss.) (S. 77—112) Gr. 8⁰. München 1907. . . . . M. 0.60

3. Geometrie.

Hesse, O. Vorlesungen aus d. analyt. Geometrie d. geraden Linie, d. Punktes u. d. Kreises in d. Ebene. Bearb. von Prof. O. Gundelfinger. 4. Aufl. (VIII, 251 S.) Gr. 8⁰. Leipzig 1907, gebunden . . . . M. 6.—

Reisky. Zur Einführung in die geometrische Analysis. (11 S.) 4⁰, Gymn.-Progr. Leobschitz 1906.

Volk, Prof. K. G. Die Elemente d. neueren Geometrie unter besond. Berücksichtigung d. geometrischen Bewegungsprinzips. Für d. ober. Klassen höherer Lehranstalten u. z. Selbstunterr. bearb. (VIII, 77 S. m. 93 z. großen Th. zweifarb. Fig. im Text) 8⁰, Leipzig 1907. Kart. . . . . M. 2.—

4. Geodäsie.

Albrecht T., Wanach, v. Flotow u. Schweydar. Arbeiten, astronom.-geodät., I. Ordnung. Bestimmung d. Längendifferenz Potsdam-Brocken im J. 1906. Versuche über die Anwendbarkeit d. drathlosen Telegraphie bei Längenbestimmungen. (III, 61 S.) 30·5×23 cm. Berlin 1907. . . . . M. 4.—

Götzinger, Dr. G. Beiträge zur Entstehung d. Bergückenformen. Mit 17 Textabb. u. 7 Taf. (III, 174 S.) Lex. 8⁰. Leipzig 1907. . . . . M. 6.—

Helmert, Dir. F. R. Die Ausgleichungsrechnung nach d. Methode d. kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf d. Geodäsie, d. Physik u. d. Theorie d. Meßinstrumente. 2. Aufl. (XVIII, 578 S.) Gr. 8⁰. Leipzig 1907. In Lnwd. geb. . . . . . M. 16.—

Wessely, V. Das Lehrbuch d. Kartographie. I. Teil. Bremerhaven 1907. M. 6.—

Michow, H. Weitere Beitr. z. älteren Kartographie Rußlands. Hamburg 1907. M. 4.—

5. Verschiedenes.

Böhling, W. Die geschichtl. Entwicklung d. Zeichenunterrichtes in Hamburg. (56 S. m. Abb.) Lex. 8⁰. Hannover 1907. . . . . M. 1.50

Drude, P. Lehrb. d. Optik. 2. erweit. Aufl. (XVI, 538 S. m. 110 Abb.) Gr. 8⁰. Leipzig 1906. . . . . M. 12.—

Mooser, J. Theoretische Kosmognosie d. Sonnensystems (83 S. m. Abb.) Gr. 8⁰. St. Gallen 1906. . . . . M. 4.—

Ratzel, F. Raum u. Zeit in Geographie u. Geologie. Naturphilosoph. Betrachtungen. (VIII, 177 S.) Gr. 8⁰. Leipzig 1907. M. 3.60, geb. . . . . M. 4.40

Schuster, Prof. Dr. A. Einführung in die theoret. Optik. Autoris. deutsche Ausgabe übers. v. Prof. H. Konen. (XIV, 413 S. mit 185 Fig. u. 2 Taf.) Gr. 8⁰. Leipzig 1907. M. 12.—, in Lnwd. geb. . . . . M. 13.—

6. Fachtechnische Artikel.

Behrens, F. Zur Entnahme von Höhenangaben aus den amtlichen Kartenwerken. (Mitt. d. deutsch. u. österr. Alpenvereines) Nr. 10/1907.

Beschorner. Der Stand der Flurnamenforschung. (Korrespondenzbl. d. Gesamtvereines d. deutsch. Gesch.- u. Altert.-Vereine.) Berlin, Nr. 4/1907.

Bocking. Die Absteckung von Kurven, (The Engineer.) London 2681.

Carver. Die geodätischen Arbeiten beim Baue eines zwei Meilen langen Viaduktes der Key West-Abzweigung der Florida East Coast Ry. (Engineering News.) New-York, Nr. 19/1907.

Doležal. Markscheiderische u. geodätische Instrumente vom kön. ung. Ober-Bergrate Prof. O. Cséti (Öst. Ztschr. f. B. u. Hüttenw.) Wien, Nr. 20—22/1907.

Krügger, C. Geometrische Ableitungen einiger trigonom. Formeln. (Unterbl. f. Math. u. Naturwissensch.) Berlin, Nr. 2/1907.

Rechenmaschine von Burroughs. (Engineering.) London, Nr. 2157.

Schaposchnicoff, N. Die Böhm-Bawerk'sche Kapitalzinstheorie. (Jahrbücher f. Nationalökon. u. Statistik.) H. 4/1907.

Schmidkunz, Dr. H. Sammlungen v. Stadtplänen. (Der Städtebau.) Berlin, H. 6/1907.

Schmidt. Flurnamen u. Forstorte in der Altmark. (Beiträge z. Gesch., Landes- u. Volkskunde d. Altmark.) Stendal, H. 4/1907.

Schulze, F. Größe des mittleren Punktfehlers in der Nähe des Minimums. (Ztschrft. f. Vermw.) Stuttgart, H. 16/1907.

Treidel, J. Kartenkunde u. Vermessungswesen in Palästina. (Palästina.) Berlin, Nr. 1—2/1907.

Über unrichtige Wiedergabe d. Flurnamen. (Mitteilungen u. Umfragen z. bayer. Volkskunde.) München, Nr. 9/1907.

Untersuchung d. Mikrometerschrauben. (Publikationen d. Astrophys. Observatoriums Königstuhl.) Heidelberg, Nr. 6/1907.

Wheeler. Selbsttätige Flußbeet-Sonde (Engineering News). New-York, Nr. 18/1907.

Zusammengestellt von L. von Klatecki.

*

Die angezeigten Bücher und Zeitschriften sind durch die Buchhandlung Oswald Möbius, Wien, III/₁, Hauptstraße 76, zu beziehen.

Büchereinlauf.

Capilleri, Ing. A. Einführung in die Ausgleichungsrechnung. (Methode d. kleinst. Quadrate). (VI, 132 S. m. F.) Gr. 8⁰. Franz Deuticke Leipzig u. Wien 1907. K 3·60

Ehrhardt, H. Neues System der Flächenberechnung u. Flächenteilung mit Hülfe einer Planimetrischen Tafel, welche zugleich als Producten- u. Quadrattafel dient, nebst einer Sinustafel, welche in Verbindung mit d. Planim. Tafel bei d. Coordinatenberechnung die Logarithm.- u. Coordinat.-Tafeln m. Vorteil ersetzt u. zugleich als Sehnentafel zu gebrauchen ist. (71 S., 20 u. IX Tab.-S. m. 3 Figurentaf. u. zahlreichen Ausführungsbeispielen.) Gr. 8⁰, Stuttgart 1900. Preis steif br. M. 3, in Lein. kart. . . . . M. 3·50

Galle, Prof. Dr. A. Geodäsie. (Sammlung Schubert, Bd. XXIII). (XI, 284 S. m. 96 Fig.) 8⁰. G. J. Göschen'sche Verlagh. in Leipzig, 1907.

Láska, Prof. Dr. W. Lehrbuch der Astronomie u. d. mathem. Geographie. (I. Teil: Sphärische Astronomie.) L. v. Vangerow, Bremerhaven u. Leipzig 1907 . . M. 5·—

Patent-Liste

zusammengestellt von Ingenieur J. J. Ziffer, Patentanwalts- und technisches Bureau, Wien VI./1., Mariahilferstraße Nr. 17.

In Deutschland erteilt:

Zirkel mit einem durch eine zwischen den Zirkelkopfbacken gelagerte Scheibe in der Mittellinie der Zirkelöffnung gehaltenen Griff. — Johann Eichmüller. — Nr. 186.079.

Zirkel zur Teilung eines Winkels in beliebig viele gleiche Teile mittels einer sich abrollenden Meßscheibe. — Ibigniew Jagodziński. — Nr. 186.470.

Tiefenmeßinstrument u. s. w. — Ernest Wigzell. — Nr. 186.471.

Winkelmesser zum genauen Messen von gegen die Wagerechte geneigten Flächen u. s. w. — Max Maas und Karl Heidel. — Nr. 186.549.

Wien, am 23. Mai 1907.

In Deutschland erteilt:

Einsatzbefestigung an Zirkeln. — Gg. Schoenner. — Nr. 186.953.

In Deutschland Gebrauchsmuster:

Einsatzbefestigung für Zirkel mittels eines auf dem Zirkelschenkel drehbaren ovalen Ringes. — Gg. Schoenner. — Nr. 306.601.

Aus Winkel, Zirkel etc. und Schublehre zusammengesetztes Meßwerkzeug. — Leopold Cypress. — Nr. 306.457.

Federzirkel u. s. w. — Ludwig Weber. — Nr. 307.412.

Federzirkel mit zwischen den Kopfenden der Schenkel gelagertem Walzenkörper u. s. w. — Eichmüller & Co. — Nr. 307.724.

Wien, am 8. Juni 1907.

Patentbericht.

Mitgeteilt vom Patentanwalt Dr. Fritz Fuchs, diplomierter Chemiker und Ingenieur Alfred Hamburger, Wien, VII., Siebensterngasse 1.

(Auskünfte in Patentangelegenheiten werden Abonnenten dieses Blattes unentgeltlich erteilt.)

Österreich.

Troost Heinrich, Direktor in Berlin. — Geschwindigkeitsmesser: Der Geschwindigkeitsmesser ist dadurch gekennzeichnet, daß ein Zentrifugalregulator mit einem Uhrwerk derart kombiniert ist, daß ersterer durch zwangläufige Verbindung zwei sich kreuzende Wellen betätigt, auf deren Enden je eine Registriervorrichtung angeordnet ist, während das Uhrwerk unter teilweisem Entlasten seitens eines Hilfsuhrwerkes das Papierband unabhängig von der jeweiligen Geschwindigkeit gleichmäßig antreibt, außerdem aber ein direkt mit der Welle des Zentrifugalregulators verbundener Kilometermesser in bekannter Weise die Zahl der zurückgelegten Kilometer, respektive Meilen, angibt.

Vereinsnachrichten.

Einzahlung der Mitgliedsbeiträge. Die Vereinsleitung stellt an die Herren Kollegen das dringende Ansuchen, die Einzahlung der für das zweite Semester des laufenden Jahres schon fälligen Beiträge bei den Herren Laudeskassieren baldigst bewirken zu wollen.

Original-Einbanddecken für die abgeschlossenen Jahrgänge unserer Zeitschrift sind noch vorrätig und zum Preise von je einer Krone erhältlich. Die Bestellungen wollen an die Vereinskanzlei gerichtet werden.

Zeitschriftenaustausch. Über Ansuchen der Schriftleitung der «Zeitschrift des Vereines der Eisenbahn-Landmesser» in Cassel sind wir in den gegenseitigen Austausch der Vereinsorgane getreten.

Stellenausschreibungen.

Der Dienstposten für die Evidenzhaltung des Grundsteuerkatasters mit dem Standorte Amstetten, eventuell ein anderer freiwerdender Evidenzhaltungsdienstposten in Niederösterreich.

Evidenzhaltungsobergeometer und -Geometer aus Niederösterreich oder aus anderen Kronländern, welche die Übersetzung in gleicher Eigenschaft auf diesen Dienstposten anstreben, haben ihre dokumentierten Gesuche binnen vier Wochen beim Präsidium der Finanzlandesdirektion in Wien einzubringen.

Ein Dienstposten für die Ausführung von Neuvermessungen mit dem Standorte in Laibach. Evidenzh.-Obergeometer, -Geometer und -Eleven, welche die Versetzung in gleicher Eigenschaft nach Laibach behufs Verwendung bei den Neuvermessungen in Krain anstreben, haben ihre belegten Gesuche binnen vier Wochen beim Präsidium der Finanzdirektion in Laibach einzubringen.

(Notizenblatt des k. k. Finanzministeriums Nr. 14 vom 1. Juni 1907.)

Der Dienstposten für die Evidenzhaltung des Grundsteuerkatasters mit dem Standorte in Mauthausen, eventuell mit einem anderen Standorte in Oberösterreich. Evidenzhaltungs-Obergeometer und -Geometer, welche die Versetzung in gleicher Eigenschaft nach Mauthausen oder einen anderen Standort in Österreich anstreben, haben ihre belegten Gesuche binnen vier Wochen beim Präsidium der Finanzdirektion in Linz einzubringen. (Notizenblatt des k. k. Finanz-Ministeriums Nr. 16 vom 13. Juni 1907).

Personalien.

Verleihung. Seine Majestät der Kaiser haben dem Leiter des österreichischen Gradmessungsbureaus Dr. Robert Schram den Titel und Charakter eines Regierungsrates taxfrei verliehen.

Beförderungen: Die Evidenzh.-Eleven Mordche Schottenfeld und David Stern wurden zu Evidenzh.-Geometern II. Kl. ernannt, und zwar ersterer für Seletin und letzterer für Dorna Watra.

Versetzungen: Der Evidenzh.-Geometer Schmiel Reisch wurde von Czernowitz II nach Kotzman und der Evidenzh.-Eleve Osias Deutsch von Czernowitz I nach Czernowitz II versetzt.

Ernennung: Die Zentralkommission für Kunst- und historische Denkmale hat den Obersten i. R. Max Groller von Mildensee in Wien zu ihrem Korrespondenten ernannt.

Dekanwahlen. An der Technischen Hochschule in Wien fanden die Dekanwahlen statt. Zum Dekan der Bauingenieurschule wurde der o. ö. Professor der praktischen Geometrie Eduard Doležal, zum Dekan der allgemeinen Abteilung der o. ö. Professor der Mathematik Hofrat Emanuel Czuber — beide für die nächste Funktionsdauer von zwei Jahren gewählt.

An den übrigen Abteilungen bleiben die bisherigen Dekane noch ein Jahr im Amt, und zwar Maschinenbauschule: Professor Leo Baudiß, Architekturschule: Diplomierter Architekt Professor Karl Mayreder und Chemische Fachschule: Professor Hans Freiherr von Jüptner.

Ein Ehrenjahr für den Direktor der Wiener Sternwarte. Das Professorenkollegium der Wiener philosophischen Fakultät hat für den Direktor der Wiener Sternwarte Hofrat Prof. Dr. Edmund Weiß, der am 26. August d. J. sein 70. Lebensjahr erreicht und darum infolge des Gesetzes über die akademische Altersgrenze in den bleibenden Ruhestand treten muß, die Absolvierung eines Ehrenjahres beantragt. Hofrat Dr. Weiß gehört bekanntlich zu den glänzendsten Vertretern seines Faches, so daß seine um ein Jahr verlängerte Wirksamkeit für die Wiener Universität nur gewinnbringend sein wird.

Kanzleiverlegung. Der beh. aut. Zivilgeometer Johann Kownacki hat seinen Amtssitz von Brzeżany nach Tarnów, der Zivilgeometer Ladislaus Kłodnicki von Zabłotów nach Kołomyja und der beh. autor. Zivilgeometer Ludwin Stanislaus Raszyński von Przeworsk nach Dąbrowa verlegt.

Eidesablegung. Leon Krobicki, beh. aut. Bauingenieur und Geometer in Lemberg, hat den vorgeschriebenen Eid abgelegt.

Zivilgeometerprüfung. Augustin Sedlecký, aus Pisek gebürtig, hat sich vor kurzem an der k. k. böhmischen technischen Hochschule in Prag vor der Prüfungskommission der für Zivilgeometer vorgeschriebenen Staatsprüfung unterzogen und hat diese mit einem sehr guten Erfolge bestanden.

Todesfälle: In Radegund ist der berühmte Astronom Jesuitenordenspriester Dr. Karl Bauer im 76. Lebensjahre gestorben. Bauer war in Neustadt in Hessen geboren. Er hatte bedeutende Astronomen zu Lehrern gehabt. Nach Absolvierung seiner Studien begründete er schon in jungen Jahren die Sternwarte in Kalocsa. Seit acht Jahren lebte er in Mariaschein. Dr. Bauer war der Erfinder mehrerer meteorologischer Instrumente, unter anderem auch des «Mikrometers» mit verstellbarer Metallspitze. Ferner erfand er verschiedene Methoden für photographische Behandlung.

In Innsbruck ist am 16. Juni d. J. der Sohn des berühmten Wiener Universitätsprofessors Dr. Oppolzer, der an der Innsbrucker Universität wirkende Professor der Astronomie Dr. Egon Ritter v. Oppolzer an Blutvergiftung gestorben.

Der Astronom Alexander Herschel ist in Slough gestorben. Er war ehrenhalber Professor der Physik am Durham College und lebte in Slough, dem von Friedrich Wilhelm Herschel, seinem Großvater erworbenen Landsitz, wo dieser berühmte Astronom seinen Riesenteleskop aufgestellt und zahlreiche Entdeckungen ausgeführt hatte.

Brief- und Fragekasten.

R. E. in W. Die Abbildung auf S. 168 des Juniheftes erscheint bedauerlicherweise wirklich verkehrt gesetzt, woraus Sie bestenfalls den Schluß ziehen können, daß der Typograph auch nicht unfehlbar ist. Der Zufall spielt mir gerade ein Büchlein in die Hand, aus dem Sie gleichfalls den Beweis hiefür entnehmen können. Schlagen Sie die «Grundzüge der Feldmeßkunde» von Dr. August Wiegand, 3. Aufl., Halle 1860, auf Seite 40 auf, dort werden Sie zwei Holzschnitte, und zwar Fig. 36 und 37 verkehrt abgedruckt finden. Dieser Hinweis dürfte zu Ihrer persönlichen Beruhigung wohl hinreichen.

L. v. K.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortliche Redakteure: E. Doležal und L. v. Klatecki.
Druck von Joh. Wladarz in Baden.

Administration:
Vereinskanzlei: Wien, III/2 Kegelgasse 29, Parterre, T. 2.
Sprechstunden: An Werktagen mit Ausnahme Freitag von 4—6 Uhr nachm.

Redaktion:
Wissenschaftlicher Teil: Professor Doležal, Wien, techn. Hochschule.
Vereinsmitteilungen: L. v. Klatecki, Vereinskanzlei (III. Kegelgasse 29, Tür 2)

Expedition und Inseratenaufnahme durch die
Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haase). Baden bei Wien, Pfarrgasse 3.

Erscheint am 1. jeden Monates. — Abonnement 12 Kronen (Ausland 11 Mark) unmittelbar durch die Administration.

Eigentum und Verlag des Vereines. — Verantwortliche Redakteure: **E. Doležal** und **L. v. Klatecki.**
Druck von Joh. Wladarz (vorm. H. Haase) in Baden.