

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERREICHISCHEN K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Unter Mitwirkung der Herren:

Prof. J. ADAMCZIK in Prag, Obergemeter J. BERAN in Mödling, Hofrat A. BROCH in Wien,
Dozent, Evidenzhaltungs-Oberinspektor E. ENGEL in Wien, Prof. Dipl. Ing. A. KLINGATSCH in Graz,
Prof. D^r. W. LÁSKA in Prag, Hofrat Prof. D^r. F. LORBER in Wien, Prof. D^r. H. LÖSCHNER in Brünn,
Hofrat Prof. Dr. G. v. NIESSL in Wien, Obergemeter I. Kl. M. REINISCH in Wien,
Prof. T. TAPLA in Wien, Ministerialrat Prof. D^r. W. v. TINTER in Wien,

redigiert von

E. Doležal,

und

S. Wellisch,

o. ö. Professor

Bauinspektor

an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

des Wiener Stadtbauamtes.

Nr. 10.

Wien, 1. Oktober 1911.

IX. Jahrgang.

INHALT:

	Seite
Abhandlungen: Lotverfahren (Fortsetzung). Von Prof. Karl Fuchs, Preßburg	305
Beitrag zur rechnerischen Lösung des Pothenot'schen Problems. Von k. k. Obergemeter August Gabrielli, Linz	319
Über die Anwendung der Theorie vom Massen-Ausgleich auf Vermessungen durch die Coast and Geodetic Survey der Vereinigten Staaten. Von Prof. Dr. R. Schumann in Wien	323
Kleine Mitteilungen: Metrisches Maß- und Gewichtssystem in Bosnien	331
Literaturbericht: Bücherbesprechungen. — Neue Bücher. — Zeitschriftenschau.	
Vereins- und Personalmeldungen: Vereinskundgaben. — Bibliothek des Vereines. — Personalien.	

Nachricht! In den nächsten Heften kommen zur Veröffentlichung Arbeiten der Herren: J. Beran, E. Doležal, K. Fuchs, F. Goethe, A. Laučič, L. Mielichhofer, A. Schürch, G. v. Schrutka, Dr. A. Semerád, S. Wellisch.

Für den Inhalt ihrer Beiträge sind die Verfasser verantwortlich.

Original-Artikel können anderwärts nur mit Bewilligung der Redaktion veröffentlicht werden.

Alle Zuschriften für die Redaktion sind ausnahmslos an Professor E. Doležal, Wien, k. k. Technische Hochschule, zu richten.

Sämtliche für die Administration bestimmte Zuschriften: Abonnement-Bestellung, Domizil- und Adressenänderung, Inserierung etc., sind ausnahmslos an die Druckerei Joh. Wladar z, Baden N.-Ö., Pfarrgasse 3, zu schicken.

Jahresabonnement 12 Kronen für Österreich (11 Mark für Deutschland). — Redaktionsschluß am 20. des Monates.

Oesterreichisches Postsparkassa-Konto Nr. 24.175. (Clearing.)

Wien 1911.

Herausgeber und Verleger: Verein der österr. k. k. Vermessungsbeamten.

Druck von Johann Wladar z Baden.

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN
DES
VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

Nr. 10.

Wien, am 1. Oktober 1911.

IX. Jahrgang.

Lotverfahren.

Von Professor **Karl Fuchs** in Preßburg
(Fortsetzung.)

Die Summe von zwei Ebenen.

$$G = u G_1 + v G_2.$$

Vom Ursprung O aus seien die Strahlen S_1, S_2 gezogen, die den Gleichungen G_1, G_2 entsprechen (Fig. 8). Auf ihnen tragen wir die Strecken

$$t_1 = u h_1, \quad t_2 = v h_2$$

auf, bilden aus t_1, t_2 ein Parallelogramm und ziehen nach dem so bestimmten Punkt q den Vektor H , sodaß gilt:

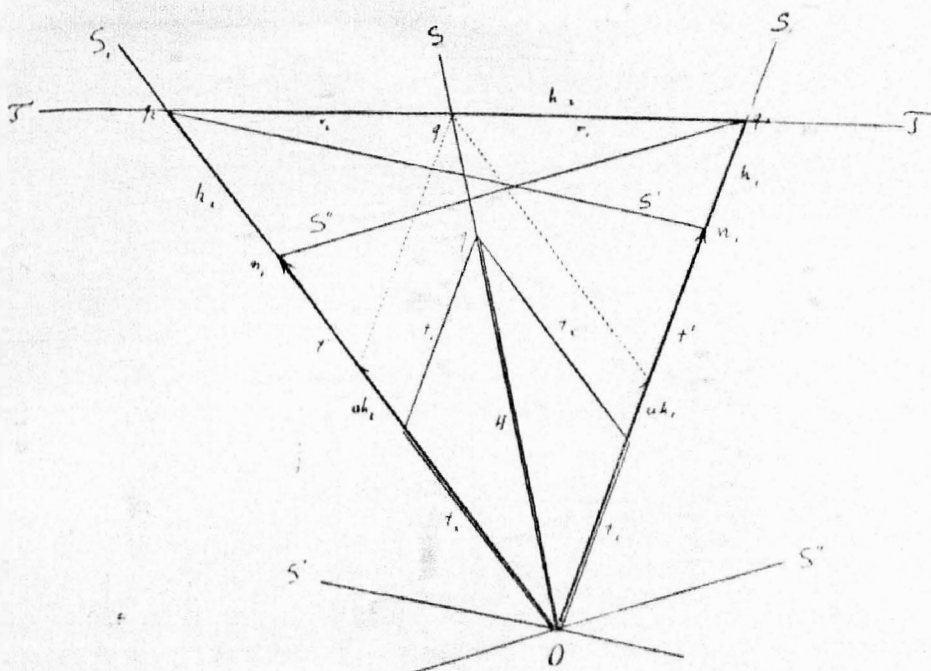


Fig. 8.

$$H = t_1 + t_2 \quad \dots \dots \dots 51)$$

$$= u h_1 + v h_2 \quad \dots \dots \dots 52)$$

Dann ist, wie wir wissen, H nach Länge und Richtung die Hypotenuse der Summengleichung $G = u G_1 + v G_2$.

Wenn wir u und v veränderlich nehmen, dann können wir t_1 und t_2 als schiefe Koordinaten irgend eines Ebenen-Punktes q ansehen. Dann sind die Strahlen S_1, S_2 die schiefen Koordinatenachsen, und q liegt notwendig in der zweidimensionalen Ebene, die durch S_1 und S_2 bestimmt ist. Wir sehen hieraus: wenn wir aus irgend zwei gegebenen Gleichungen G_1, G_2 eine Summengleichung G ableiten, dann liegt der Strahl S dieser Gleichung notwendig in der zweidimensionalen Ebene S_1, S_2 . In dieser Ebene kann er jede beliebige Richtung erhalten und die Hypotenuse h der neuen Gleichung kann jede beliebige Länge haben. Ein Summenstrahl kann keine neue Dimension geben.

Für uns hat nur die Richtung des Summenstrahles S Interesse, denn wir wollen Strahlen S ableiten, deren Richtung der des Vektors R möglichst nahe kommt. Die Richtung des abgeleiteten Strahles S hängt lediglich vom Verhältnis $u:v$ der Faktoren u, v ab, und ist von ihrer absoluten Größe unabhängig; die Größe von u und v beeinflusst nur die Länge der Hypotenuse H . Wir können also auch immer entweder u oder v gleich Eins nehmen.

Die Abbildung 8 zeigt drei frei gewählte Strahlen S, S', S'' und es gilt, irgendwie zu jedem Strahle die Stellfaktoren u und v zu bestimmen.

Auf den Strahlen S_1, S_2 tragen wir die entsprechenden Hypotenusen h_1, h_2 auf und ziehen auch die Brücke, die Hypotenuse h_{12} , die geometrisch bestimmt ist, durch:

$$h_{12} = h_1 - h_2$$

1. Den Strahl S' verlegen wir nach q_1 , sodaß er vom Strahle S_1 ein Stück t' abschneidet, das wir als Teil von h_1 mit $u h_1$ bezeichnen und wir können $u = t' : h_1$ berechnen. Dann ist $u_1 q_1$ nach Länge und Richtung die Hypotenuse einer Differenzgleichung G' :

$$G' = G_2 - u G_1$$

Der Strahl S' dieser Gleichung G' hat also die gewünschte Richtung.

2. Den Strahl S'' verlegen wir nach q_1 , sodaß er von S_2 ein Stück t'' abschneidet, das wir als Teil von h_2 mit $v h_2$ bezeichnen und wir können $v = t'' : h_2$ berechnen. Dann ist $u_2 q_1$ nach Länge und Richtung die Hypotenuse einer Differenzgleichung G'' :

$$G'' = G_1 - v G_2$$

und S'' ist der Strahl der Gleichung G'' .

3. Der Strahl S schneidet die Brücke in einem Punkt q , der von q_1 und q_2 die Abstände r_1 und r_2 hat. Wir bilden das Parallelogramm des Punktes q , und gewinnen auf S_1 und S_2 zwei Strecken $u h_1$ und $v h_2$, deren geometrische Summe Oq die Hypotenuse des Strahles S ist. Es gelten dann die Proportionen:

$$\frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{u h_1}{h_1} = u \qquad \frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{v h_2}{h_2} = v$$

Hiebei gilt offenbar:

$$u + v = 1$$

Aus den Abständen r_1, r_2 können wir also die Stellfaktoren u, v berechnen und Oq ist nach Länge und Richtung die Hypotenuse der Summengleichung G :

$$G = u G_1 + v G_2$$

und S ist der Strahl dieser Gleichung.

Die letzte Methode — die Berechnung von u und v aus den Abständen r_1, r_2 , die wir auf einem durch q_1 und q_2 gelegten Strahle s messen — gilt auch für Strahlen S' oder S'' , nur ist dann einer der Abstände r_1, r_2 negativ. In unserer Abbildung würden überdies die Schnittpunkte q' und q'' weit außerhalb des Zeichenblattes fallen.

Der Lotkreis. Auf den Strahlen S_1, S_2 (Fig. 9) tragen wir die Stell-Lote s_1, s_2 der Ebenen E_1, E_2 auf, die durch die Absoluten und Hypotenusen der Gleichungen G_1, G_2 bestimmt sind:

$$s_1 = \frac{l_1}{h_1} \qquad s_2 = \frac{l_2}{h_2} \dots \dots \dots 53)$$

Wir zeichnen auch die Spuren der Ebenen E_1, E_2 in der Ebene S_1, S_2 ; sie schneiden sich in einem Punkte p_0 . Alle Summenebenen E , die wir aus G_1, G_2

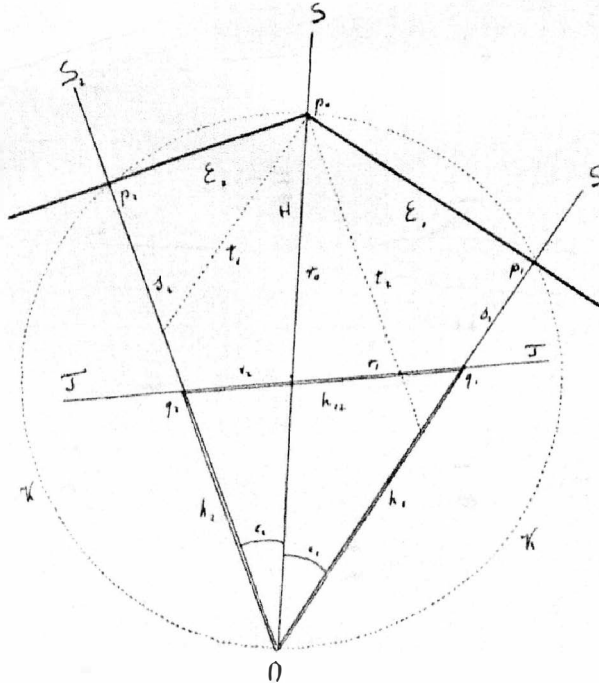


Fig. 9.

ableiten können, gehen ebenfalls durch den Punkt p_0 . Daraus folgt, daß die Lotpunkte p aller abgeleiteten Ebenen ebenso wie die Lotpunkte p_1, p_2 in einem Kreise K liegen, dessen Mittelpunkt den Vektor r_0 des Punktes p_0 halbiert,

dessen Achse der Vektor ist und dessen Pole die Punkte O und p_0 sind. Der Kreis heißt Lotkreis; alle Lote der abgeleiteten Ebenen sind Sehnen des Lotkreises.

Jetzt liegt es auf der Hand, daß die Summenebene, die die Achse r_0 zum Lote hat, das längste Lot hat, das eine abgeleitete Ebene haben kann, und daß dieses letzte Lot jedenfalls besser ist, als die gegebenen Lote $s_1 s_2$. Die Stellfaktoren u, v , die diesem besten Strahle, dem durch p_0 gehenden Strahle S_0 , entsprechen, können wir etwa in schon beschriebener Weise mittelst des Strahles T bestimmen.

Wir können die Stellfaktoren aber auch algebraisch bestimmen, und das soll hiemit geschehen. Der Punkt p_0 hat im n -dimensionalen Raume irgendwelche Koordinaten $A B \dots$, und seinen Vektor r_0 wollen wir H nennen. In der Ebene der Strahlen $S_1 S_2$ hat p_0 die schiefen Koordinaten

$$t_1 = u h_1, \quad t_2 = v h_2 \dots \dots \dots 54)$$

und diese bilden von O aus ein kleines Polygon, dessen schließende Sehne eben H ist. Der Vektor H bildet mit den Strahlen $S_1 S_2$ die Winkel $\varepsilon_1 \varepsilon_2$, und es gilt:

$$H \cos \varepsilon_1 = s_1, \quad H \cos \varepsilon_2 = s_2 \dots \dots \dots 55)$$

Wenn wir auf den Strahlen die entsprechenden Hypotenusen h_1 und h_2 auftragen, dann gilt:

$$\cos \varepsilon_1 = \frac{\alpha_1 A + b_1 B + \dots}{h_1 H}, \quad \cos \varepsilon_2 = \frac{\alpha_2 A + b_2 B + \dots}{h_2 H} \dots 56)$$

Durch die Ausdrücke erhalten die Gleichungen 55) die Formen:

$$\begin{aligned} \alpha_1 A + b_1 B + \dots &= h_1 s_1 & \alpha_2 A + b_2 B + \dots &= h_2 s_2 \\ &= l_1 & &= l_2 \end{aligned} \dots 57)$$

Die x -Koordinate A des Punktes p_0 ist offenbar die Summe der x -Projektionen der Polygon-Seiten $t_1 = u h_1$ und $t_2 = v h_2$, und das entsprechende gilt für alle anderen Koordinaten des Punktes p_0 . Es gilt also:

$$A = u \alpha_1 + v \alpha_2, \quad B = u b_1 + v b_2, \quad C = \dots \dots \dots 58)$$

Wenn wir diese Werte in 57) einsetzen und nach u und v ordnen, dann finden wir:

$$\begin{aligned} u(\alpha_1^2 + b_1^2 + \dots) + v(\alpha_1 \alpha_2 + b_1 b_2 + \dots) &= l_1 \\ u(\alpha_2 \alpha_1 + b_2 b_1 + \dots) + v(\alpha_2^2 + b_2^2 + \dots) &= l_2 \end{aligned} \dots 59)$$

Einfacher können wir eigentlich schreiben:

$$\begin{aligned} u [K_1 K_1] + v [K_1 K_2] &= l_1 \\ u [K_2 K_1] + v [K_2 K_2] &= l_2 \end{aligned} \dots \dots \dots 60)$$

Die Berechnung der Koeffizienten dieser zwei Gleichungen läßt sich geometrisch hübsch veranschaulichen. Auf den Strahlen $S_1 S_2$ sind (Fig. 9) die beiden Hypotenusen h_1 und h_2 aufgetragen und es ist auch die Brücke h_{12} , die Hypotenuse der Differenzgleichung $G_1 - G_2$, gezeichnet. Diese drei Hypotenusen bilden das Hypotenusendreieck $h_1 h_2 h_{12}$ der beiden Gleichungen $G_1 G_2$. Es gilt dann:

$$[K_1 K_1] = h_1^2, \quad [K_2 K_2] = h_2^2, \quad [K_1 K_2] = h_1^2 + h_2^2 - h_{12}^2$$

Wenn wir so aus dem Hypotenusendreieck die Koeffizienten von 60) bestimmt und die Stellfaktoren u, v berechnet haben, dann ist die beste Gleichung G , die wir aus den gegebenen Gleichungen G_1, G_2 ableiten können, bestimmt durch:

$$G = u G_1 + v G_2.$$

Wenn wir wollen, können wir aus G und einer dritten Gleichung G_3 eine noch bessere Gleichung G' ableiten u.s.w. Endlich machen wir bei einer guten Gleichung G Halt und projizieren den Wanderpunkt auf ihre Ebene.

Der Strahl kleinster Hypotenuse. Denselben besten Strahl S_0 können wir auch viel einfacher finden. Die gegebenen Gleichungen G_1, G_2 sollen lauten:

$$\begin{aligned} G_1: & \quad a_1 x + b_1 y + \dots = l_1 \quad \dots \dots \dots 61) \\ G_2: & \quad a_2 x + b_2 y + \dots = l_2 \end{aligned}$$

Ihnen entsprechen zwei Ebenen E_1, E_2 mit den Normalstrahlen S_1, S_2 , auf denen die Hypotenusen h_1, h_2 der Gleichungen aufgetragen sind, und diese Strahlen und Hypotenusen zeichnen wir auch (Fig. 10). Dann zeichnen wir einen beliebigen Strahl S , und wollen die Gleichung G' seiner Ebene E' als Summengleichung der gegebenen Gleichungen G_1, G_2 darstellen:

$$G = u G_1 + v G_2 \quad \dots \dots \dots 62)$$

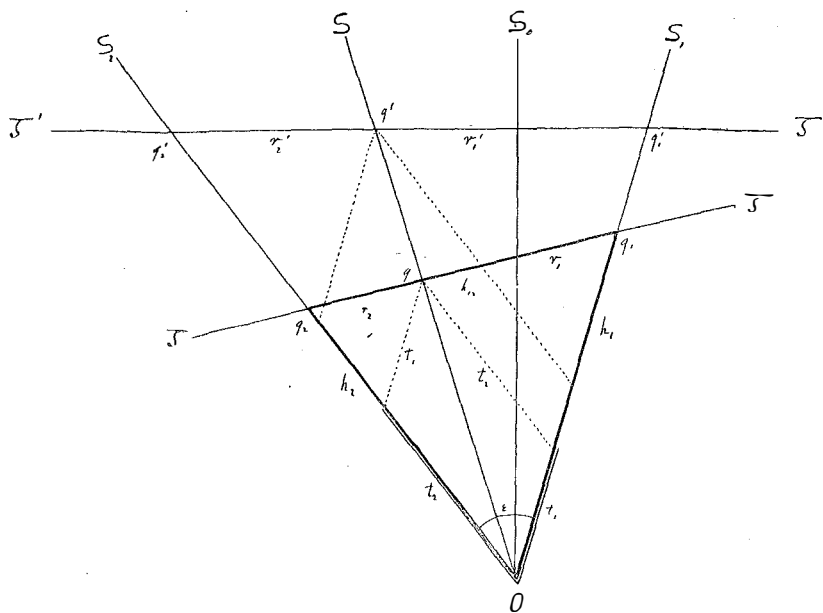


Fig. 10.

Zu dem Zwecke zeichnen wir den Brückenstrahl T und wählen als Hypotenuse H des Strahles S die Strecke Oq . Dieses H muß die geometrische Summe zweier Strecken $t_1 = u/h_1$ und $t_2 = v/h_2$ sein:

$$H = u h_1 + v h_2 \quad \dots \dots \dots 63)$$

Wir finden diese Strecken auf den beiden Strahlen S_1, S_2 sehr einfach, indem wir von q aus ein Parallelogramm konstruieren. Nun gelten dann die Proportionen:

$$\frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{l_1}{h_1} = u \quad \frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{l_2}{h_2} = v \quad \dots \dots \dots 64)$$

so daß gilt $u + v = 1$. Wenn wir die so berechneten Werte u v in 63) einsetzen, haben wir die Gleichung G der Ebene, die dem Strahle S entspricht. Die Summengleichung hat dann die Absolute l :

$$l = u l_1 + v l_2 \quad \dots \dots \dots 65)$$

Wesentlich bei diesem Verfahren ist es, daß wir die Hypotenuse H des Summenstrahles von O aus bis zum Brückenstrahl T messen.

Nun wiederholen wir dieses Verfahren auf anderer Grundlage. Die gegebenen Gleichungen bringen wir durch Wegdividieren der Absoluten auf die Form von Eingleichungen $G_1' G_2'$:

$$\begin{aligned} G_1': & \quad a_1' x + b_1' y + \dots = 1 \\ G_2': & \quad a_2' x + b_2' y + \dots = 1 \quad \dots \dots \dots 66) \end{aligned}$$

Diese Gleichungen haben die Hypotenusen $h_1' h_2'$:

$$h_1' = \frac{h_1}{l_1} \quad h_2' = \frac{h_2}{l_2} \quad \dots \dots \dots 67)$$

Das sind die reciproken Werte der Stellote $s_1 s_2$ der gegebenen Gleichungen $G_1 G_2$.

Die Gleichungen $G_1 G_2$ drücken dieselben Ebenen $E_1 E_2$ aus wie die Gleichungen $G_1' G_2'$. Wir wollen nun die Summengleichung G'

$$G' = u' G_1' + v' G_2' \quad \dots \dots \dots 58)$$

desselben Strahles S nach derselben Brückenmethode, aber auf Grund der Eingleichungen $G_1' G_2'$ und der Hypotenusen $h_1' h_2'$ ableiten. Wir finden die Werte $u' v'$ nach den Formeln

$$u' = \frac{r_2'}{r_1' + r_2'} \quad v' = \frac{r_1'}{r_1' + r_2'} \quad \dots \dots \dots 69)$$

und die Absolute l' der Summengleichung ist:

$$l' = 1 \cdot u' + 1 \cdot v' = 1 \quad \dots \dots \dots 70)$$

Wir sehen jetzt den überraschenden Satz: Jede Summengleichung, die wir aus zwei Eingleichungen nach der Brückenmethode ableiten, ist wieder eine Eingleichung.

Was wir suchen, das ist die Summengleichung, die das längste Lot s hat. Die Hypotenuse einer Eingleichung ist der reciproke Wert ihres Lotes s . Die beste Summengleichung, die wir aus $G_1 G_2$ ableiten können, wird also die sein, die die kleinste Hypotenuse hat; das ist aber die, deren Strahl S_0 auf dem Brückenstrahl T senkrecht steht.

Hieraus ergibt sich folgendes Verfahren zur Ableitung der besten Summengleichung G aus zwei gegebenen Gleichungen $G_1 G_2$. Wir berechnen die drei Seiten des Hypotenusedreieckes $h_1 h_2 h_{12}$, um die Strahlen $S_1 S_2$ zeichnen zu können. Dann legen wir auf S_1 und S_2 die Strecken

$$h_{11}' = \frac{h_1}{l_1} \quad h_{22}' = \frac{h_2}{l_2}$$

auf, ziehen den Brückenstrahl T' und ziehen normal zu diesem den Strahl S_0 .

Diesem Strahl entspricht die beste Summgleichung, und wir bestimmen die Stellfaktoren u v dieses Strahles am einfachsten mittelst des Brückenstrahles T , nicht T' , da T die Faktoren für die ursprünglichen Gleichungen gibt. Die Absoluten wegdividieren ist also gar nicht nötig. Für u und v brauchen wir nur zwei Zahlen zu nehmen, die sich so verhalten, wie r_1 und r_2 , da nur dieses Verhältnis die Richtung des Strahles S bestimmt.

Wenn wir dieses Näherungsverfahren anwenden wollen, dann ist es zweckmäßig, in einer Vorarbeit die Hypotenusen h_1 h_2 ... aller gegebenen Gleichungen G_1 G_2 ... zu berechnen. Das ist aber eine viel geringere Arbeit, als die Absoluten wegzudividieren.

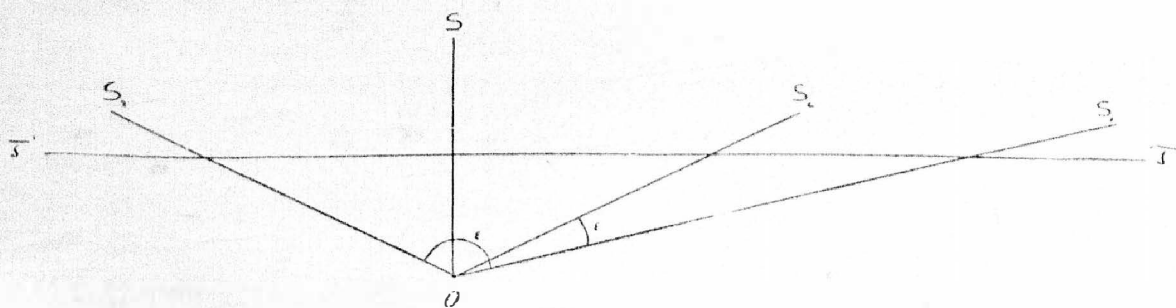


Fig. 11.

Wir sehen aus der Abbildung 11, daß der Summenstrahl S vor allem dann sehr günstig ausfällt, weit besser als die Komponentenstrahlen S_1 S_2 , wenn der Winkel ϵ , den die gegebenen Strahlen S_1 S_2 miteinander bilden, sehr groß ist. Wenn aus den gegebenen Gleichungen die Hypotenusen grob wegdividiert sind, dann können wir leicht erkennen, ob zwei gegebene Gleichungen G_1 G_2 einen guten Summenstrahl geben werden. Wenn die Hypotenuse der Differenzgleichung $G_1 - G_2$ sich dem Werte $h_{12} = 2$ nähert, wird der Summenstrahl sehr gut. Der Summenstrahl wird auch dann sehr gut, wenn der Winkel ϵ sehr klein und seine Schenkel sehr verschieden lang sind.

Wir wollen diese Kriterien ins Algebraische übertragen und gehen von dem Satze aus, daß die Koeffizienten a b ... einer Gleichung G die Projektionen der Hypotenuse h sind, die selber auf dem positiven Aste des Strahles S der Gleichung G aufgetragen ist. Die Zeichenfolge der Koeffizienten a b ... gibt uns also die Raumecke an, in der der (positive) Strahl liegt. So liegt der Strahl der Gleichung

$$+ 3x - 5y + 7z = 8$$

in der Raumecke der Achsen:

$$(+x, -y, +z)$$

Der Strahl liegt der Achse des größten Koeffizienten am nächsten, also im Beispiele der z -Achse; er steht am senkrechtsten zu der Achse des kleinsten Koeffizienten, im Beispiele also der x -Achse. Der Strahl nähert sich also den einzelnen Achsen im Verhältnisse zu den entsprechenden Koeffizienten. Wenn die Koeffizienten ziemlich gleich groß sind, dann hat der Strahl eine ziemlich diagonale Richtung.

Wenn wir zwei Gleichungen G_1, G_2 vergleichen wollen, dann müssen wir sie so anschreiben, daß beide eine positive Absolute zeigen, weil sie dann positive Stellote s_1, s_2 haben. Wir fassen in beiden Gleichungen den größten Koeffizienten ins Auge. Wenn diese beiden größten Koeffizienten gleichnamig sind, z. B. a_1 und a_2 , dann liegen beide Strahlen derselben Achse, also im Beispiele der x -Achse, nahe. Wenn beide Koeffizienten das gleiche Vorzeichen haben, dann bilden die Strahlen einen kleinen Winkel; wenn sie aber konträre Vorzeichen haben, dann bilden die Strahlen einen großen, d. h. nahezu gestreckten Winkel miteinander.

Wenn auch die zweitgrößten Koeffizienten gleichnamig sind, z. B. b_1 und b_2 , dann liegen die beiden Strahlen nahe zur zweidimensionalen Ebene der entsprechenden Achsen, also im Beispiel nahe zur $x\gamma$ -Ebene E_{12} . Da sind nun zwei Fälle möglich: wenn a_1 und b_1 dieselbe Zeichenfolge haben wie a_2 und b_2 , dann liegen die Projektionen der Strahlen S_1 und S_2 in der Ebene E_{13} auf derselben Seite der x -Achse, und das ist der günstige Fall, der ein kleines ε verspricht. Wenn aber a_1, b_1 und a_2, b_2 verschiedene Zeichenfolgen zeigen, z. B. $++$ und $+ -$ oder $- +$ und $++$, dann liegen die Projektionen der Strahlen auf entgegengesetzten Seiten der x -Achse, und dann wird ε weniger klein, und das ist der ungünstige Fall. Wir haben also die Regel: wenn die größten Koeffizienten der gegebenen Gleichungen G_1, G_2 gleichnamig sind (a_1, a_2), dann versprechen die Gleichungen einen guten Summenstrahl. Wenn auch die zweitgrößten Koeffizienten gleichnamig sind (b_1, b_2), und a_1, b_1 zeigt dieselbe oder konträre Zeichenfolge wie a_2, b_2 , dann sind die Aussichten umso besser.

Da liegt der Gedanke nahe, aus den gegebenen Gleichungen G_1, G_2, \dots sich in einer Vorarbeit einen größeren Vorrat von Summengleichungen oder Differenzgleichungen zu verschaffen, deren jede je zwei größte Koeffizienten hat. Man kann dann zu jeder beliebigen Gleichung eine andere finden mit gleichnamigen größten Koeffizienten mit gleicher oder konträrer Zeichenfolge.

Man kann die Regeln noch viel näher spezialisieren, doch hat das keinen praktischen Nutzen.

Wir haben jetzt wieder ein Beispiel dafür, wie nützlich unsere geometrische Darstellung der Elimination ist. Dieselbe Regel über die Auswahl der Gleichungen kann man auch aus der algebraischen Theorie der Elimination ableiten, und hat sie auch schon längst abgeleitet. Dort steht sie aber als einfacher mathematischer Kunstgriff ohne allen Zusammenhang mit der ganzen Theorie. In unserer Darstellung aber fließt die Regel klar und anschaulich aus dem allgemeinen geometrischen Bilde des Eliminationsproblems.

Die Summe von drei Ebenen.

$$G = u G_1 + v G_2 + w G_3.$$

Wenn wir aus drei gegebenen Gleichungen G_1, G_2, G_3 die beste Summengleichung G ableiten wollen, dann stehen uns dieselben drei Verfahren zu Gebote, wie bei zwei Gleichungen.

1. Verfahren der Ein-Ebene. Die gegebenen Gleichungen bringen wir durch Wegdividieren der Absoluten l auf die Form von Eins-Gleichungen $a_1 x + b_1 y + \dots = 1$. Von O aus ziehen wir die Strahlen $S_1 S_2 S_3$, die den drei Gleichungen entsprechen, und tragen auf den Strahlen die Hypotenusen $K_1 K_2 K_3$ der Einsebenen auf:

$$K_1 = \frac{l_1}{l_1} \quad K_2 = \frac{l_2}{l_2} \quad K_3 = \frac{l_3}{l_3} \quad \dots \quad (71)$$

Die drei Strahlen $S_1 S_2 S_3$ sehen wir als schiefe Koordinatenachsen an, dergestalt, daß die Koordinaten $t_1 t_2 t_3$:

$$t_1 = u K_1 \quad t_2 = v K_2 \quad t_3 = w K_3 \quad \dots \quad (72)$$

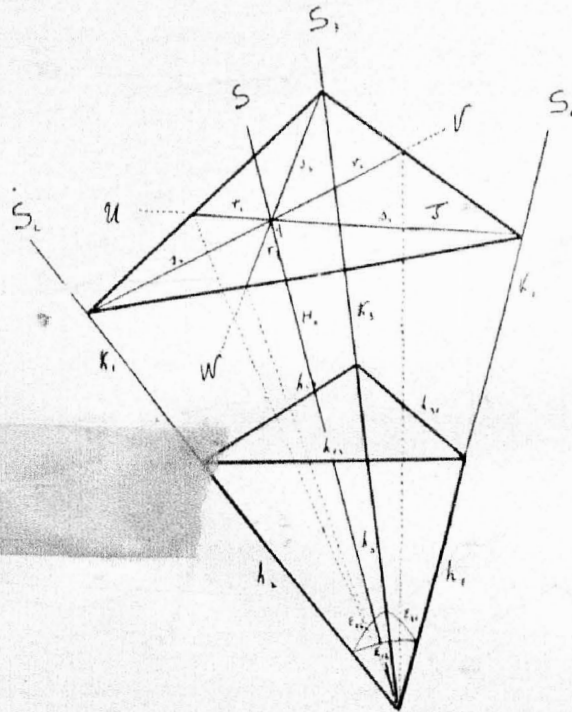


Fig. 12.

eines Punktes q den Achsen $S_1 S_2 S_3$ parallel laufen. Die Gleichung einer Ebene T , die die Achsenabschnitte $K_1 K_2 K_3$ hat, lautet:

$$\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3} = 1 \quad \dots \quad (73)$$

Wenn wir hier die Werte 72) einsetzen, so erhalten wir:

$$u + v + w = 1 \quad \dots \quad (74)$$

Der Vektor H eines Ebenenpunktes q ist dann, wie wir wissen, die Hypotenuse der Summengleichung G :

$$G = u G_1 + v G_2 + w G_3 \quad \dots \quad (75)$$

Hier sind $G_1 G_2 G_3$ Einsgleichungen. Wenn wir die Summe wirklich bilden, dann lautet die Summengleichung G so:

$$G: \quad (u a_1 + v a_2 + w a_3) x + \dots = u + v + w \quad \dots \quad (76)$$

Da nun nach 74) die Summe der Stellfaktoren $u v w$ gleich Eins ist, so gilt:

alle Summengleichungen G , die durch irgend einen Punkt q der Ebene T bestimmt sind, sind wieder Einsgleichungen. Die beste Einsgleichung ist nun die, die die kürzeste Hypotenuse H hat. Das ist also die Gleichung G , deren Strahl S_0 normal auf der Ebene T steht.

Nachdem das Problem prinzipiell gelöst ist, gehen wir an die praktische Durchführung. Die ursprünglichen gegebenen Gleichungen $G_1 G_2 G_3$ haben die Hypotenusen $h_1 h_2 h_3$, die wir berechnen. Wenn diese Hypotenusen auf den Strahlen $S_1 S_2 S_3$ aufgetragen sind, dann können wir zwischen ihren Endpunkten drei Brücken $h_{12} h_{23} h_{31}$ spannen, und diese sind die Hypotenusen der drei Differenzgleichungen

$$G_1 - G_2 \quad G_2 - G_3 \quad G_3 - G_1 \quad \dots \quad 77)$$

Die sechs Hypotenusen $h_1 h_2 h_3 h_{12} h_{23} h_{31}$ sind nun die Kanten eines Tetraeders, des h -Tetraeders der drei Strahlen $S_1 S_2 S_3$, und dadurch sind auch alle Winkel bestimmt, insbesondere die Winkel $\varepsilon_{12} \varepsilon_{23} \varepsilon_{31}$ zwischen den drei Strahlen. Wenn wir dann auf die verlängerten Strahlen von O aus die Hypotenusen $K_1 K_2 K_3$ auftragen und durch die Endpunkte die Ebene T legen, dann haben wir ein zweites Tetraeder, das K -Tetraeder, und es ist leicht, graphisch die Spitze O auf die Basis T zu projizieren, und so den Punkt q der kleinsten Hypotenuse H zu konstruieren.

Um nun auch die Stellfaktoren $u v w$ zu bestimmen, die dem Punkt q entsprechen, verfahren wir so: Durch die Hypotenuse H_u , also O und q , legen wir drei Ebenen $U V W$, die durch die drei Ecken des Basisdreieckes gehen. Sie geben im Dreieck drei Schnittlinien

$$r_1 + s_1 \quad r_2 + s_2 \quad r_3 + s_3$$

Die Ebene U gibt uns die Proportionen:

$$\frac{r_1}{r_1 + s_1} = \frac{u K_1}{K_1} = u$$

Entsprechende Gleichungen geben die Ebenen V und W , so daß gilt:

$$u = \frac{r_1}{r_1 + s_1} \quad v = \frac{r_2}{r_2 + s_2} \quad w = \frac{r_3}{r_3 + s_3} \quad \dots \quad 78)$$

Daß die Summe dieser Brücken gleich Eins ist, das ist ein interessanter geometrischer Satz. Mit $u v w$ müßten wir die gegebenen Einsgleichungen multiplizieren. Die ursprünglichen Einsgleichungen $G_1 G_2 G_3$ aber müssen wir mit

$$\frac{u}{l_1} \quad \frac{v}{l_2} \quad \frac{w}{l_3} \quad \dots \quad 79)$$

multiplizieren, so daß die beste Gleichung, die wir aus den gegebenen Gleichungen ableiten können, so lautet:

$$G = \frac{u}{l_1} \cdot G_1 + \frac{v}{l_2} \cdot G_2 + \frac{w}{l_3} \cdot G_3 \quad \dots \quad 80)$$

Wir sehen, daß es durchaus nicht notwendig ist, in den gegebenen Gleichungen die Absoluten wirklich wegzudividieren, denn wir brauchen von den Einsgleichungen nur die Quotienten

$$h_1 : l_1 \quad h_2 : l_2 \quad h_3 : l_3$$

Hiermit sind wir fertig. Diese Lösung des Problems, aus drei Gleichungen die beste Summengleichung abzuleiten, hat mehr theoretischen als praktischen Wert. Wir erkennen, daß der Summenstrahl vor allem dann sehr günstig ausfällt, wenn die Winkel ε , die die drei Strahlen miteinander bilden, sehr groß sind, nahezu gestreckte Winkel. Auch wenn sie sehr klein sind, aber $K_1 K_2 K_3$ sehr verschiedene Werte haben, ergibt sich ein sehr günstiger Summenstrahl. Man kann aber auch beweisen, daß das Dreistrahl-Verfahren sehr selten einen wesentlich besseren Strahl geben wird, als dieselben drei Strahlen bei dem viel einfacheren zweimaligen Zweistrahl-Verfahren.

Graphisches Lotkugel-Verfahren. Nachdem wir das Hypotenusen-Tetraeder berechnet und so die Winkel zwischen den Strahlen $S_1 S_2 S_3$ bestimmt haben, tragen wir nicht die Hypotenusen $K_1 K_2 K_3$, sondern die Stellote $s_1 s_2 s_3$:

$$s_1 = \frac{l_1}{h_1} \quad s_2 = \frac{l_2}{h_2} \quad s_3 = \frac{l_3}{h_3} \dots \dots \dots 81)$$

der gegebenen Gleichungen auf. Wenn wir durch die Endpunkte $p_1 p_2 p_3$ der Lote die entsprechenden Ebenen $E_1 E_2 E_3$ legen, dann schneiden sich diese in

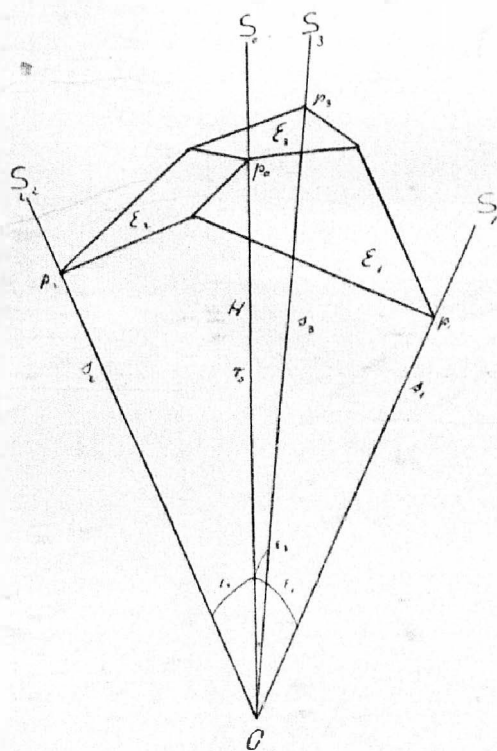


Fig. 13.

einem Punkte p_0 , der einen Vektor r_0 hat. Wir konstruieren nun die bekannte Lotkugel K , deren Mittelpunkt den Vektor r_0 halbiert, und die durch die Punkte O und p_0 geht. Alle Summenebenen, die wir von den drei gegebenen Gleichungen $G_1 G_2 G_3$ ableiten können, gehen durch den Punkt p_0 und haben ihren Lotpunkt in der Lotkugelfläche K . Was wir suchen, ist die Summenebene, die das längste Lot hat. Das ist offenbar die Ebene E , deren Lot s der Vektor r_0 ist, deren

Lotpunkt also der Schnittpunkt p_0 ist. Die schiefen Koordinaten t_1, t_2, t_3 dieses Punktes p_0 finden wir, wenn wir von p_0 aus zu jedem Strahle eine Parallele zur gegenüberliegenden Koordinatenebene ziehen. Wir erhalten so die von O aus zu messenden Strahlenstücke t_1, t_2, t_3 , aus denen wir die Stellfaktoren u, v, w finden:

$$u = \frac{t_1}{h_1} \quad v = \frac{t_2}{h_2} \quad w = \frac{t_3}{h_3} \quad \dots \quad 82)$$

Die Gleichung der besten Ebene G ist dann:

$$G = u G_1 + v G_2 + w G_3 \quad \dots \quad 83)$$

Das alles kann man leicht graphisch machen.

Algebraisches Lotkugelfverfahren. Wir wollen für die Stellfaktoren u, v, w algebraische Ausdrücke entwickeln. Der Pol p_0 hat im n -dimensionalen Raume irgendwelche Koordinaten A, B, \dots , und seinen Vektor r_0 wollen wir H nennen. Die Strahlenkoordinaten desselben Punktes p_0 sind ein Polygon von den Seiten:

$$t_1 = u h_1 \quad t_2 = v h_2 \quad t_3 = w h_3 \quad \dots \quad 84)$$

Die x -Koordinate A ist die Summe der x -Projektionen der Polygonseiten t_1, t_2, t_3 und das entsprechende gilt von B, C, \dots :

$$\left. \begin{aligned} A &= u a_1 + v a_2 + w a_3 \\ B &= u b_1 + v b_2 + w b_3 \\ &\dots \end{aligned} \right\} \dots \quad 85)$$

Der Vektor H bildet mit den drei Strahlen S_1, S_2, S_3 irgendwelche Winkel $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, und es gilt offenbar:

$$H \cos \varepsilon_1 = s_1 \quad H \cos \varepsilon_2 = s_2 \quad H \cos \varepsilon_3 = s_3 \quad \dots \quad 86)$$

Der Winkel ε_1 , den der Vektor H mit der Hypotenuse h_1 auf dem Strahle S_1 , also auch mit dem Strahle selber bildet, ist:

$$\cos \varepsilon_1 = \frac{a_1 A + b_1 B + \dots}{h_1 H} \quad \dots \quad 87)$$

Die entsprechenden Ausdrücke gelten für ε_2 und ε_3 . Wenn wir diese Ausdrücke in 86) einsetzen, dann erhalten wir:

$$\left. \begin{aligned} a_1 A + b_1 B + \dots &= h_1 s_1 \\ &= l_1 \\ a_2 A + b_2 B + \dots &= h_2 s_2 \\ &= l_2 \end{aligned} \right\} \dots \quad 88)$$

Wir setzen für A, B, \dots ihre Werte ein und ordnen nach u, v, w :

$$\left. \begin{aligned} u (a_1^2 + b_1^2 + \dots) + v (a_1 a_2 + b_1 b_2 + \dots) + w (a_1 a_3 + b_1 b_3 + \dots) &= l_1 \\ u (a_2 a_1 + b_2 b_1 + \dots) + v (a_2^2 + b_2^2 + \dots) + w (a_2 a_3 + b_2 b_3 + \dots) &= l_2 \\ u (a_3 a_1 + b_3 b_1 + \dots) + v (a_3 a_2 + b_3 b_2 + \dots) + w (a_3^2 + b_3^2 + \dots) &= l_3 \end{aligned} \right\} \quad 89)$$

was wir einfacher so schreiben können:

$$\left. \begin{aligned} u [K_1 K_1] + v [K_1 K_2] + w [K_1 K_3] &= l_1 \\ u [K_2 K_1] + v [K_2 K_2] + w [K_2 K_3] &= l_2 \\ u [K_3 K_1] + v [K_3 K_2] + w [K_3 K_3] &= l_3 \end{aligned} \right\} \dots \quad 90)$$

In den Klammern stehen Normalkoeffizienten, die man alle aus den sechs Seiten des schon berechneten Hypotenusentetraeders berechnen kann. Es gilt:

$$\left. \begin{aligned} [K_1 K_1] &= h_1^2 & 2 [K_1 K_2] &= h_1^2 + h_2^2 - h_{12}^2 \\ [K_2 K_2] &= h_2^2 & 2 [K_2 K_3] &= h_2^2 + h_3^2 - h_{23}^2 \\ [K_3 K_3] &= h_3^2 & 2 [K_3 K_1] &= h_3^2 + h_1^2 - h_{31}^2 \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

Wenn wir aus den drei Gleichungen 90) die drei Stellfaktoren u v w berechnet haben, dann ergibt sich die beste Summengleichung G , die man aus den drei gegebenen Gleichungen G_1 G_2 G_3 ableiten kann:

$$G = u G_1 + v G_2 + w G_3.$$

Die Gleichung G kann man dann noch durch zwei andere Gleichungen G_4 G_5 abermals verbessern usw. Bei irgend einer Summengleichung G brechen wir ab, und projizieren den Wanderpunkt in ihren Lotpunkt P , der voraussichtlich sehr nahe bei P_0 liegt.

Die Summe von vielen Ebenen.

Das Problem, wie wir vom Ursprung O aus mittelst der gegebenen Strahlen S_1 S_2 ... möglichst nahe an den Fernpunkt P_0 herankommen können, wollen wir nun auf eine wieder andere Art betrachten.

Durch den Ursprung O legen wir eine Normalebene E_n , die auf dem Zielstrahl S_0 normal steht. Auf den Strahlen S_1 S_2 ... tragen wir in der Richtung der Lote s_1 s_2 ... von O aus irgendwelche ganz beliebige, gleiche oder ungleiche Strecken t_1 t_2 ... auf. Wenn wir aus diesen Strahlen t_1 t_2 ... von O aus ein Polygon t_1 t_2 ... bauen, dann kommen wir in irgendeinen Raumpunkt u , und durch diesen legen wir von O aus einen neuen Strahl S . Es läßt sich nun zeigen, daß dieser Summenstrahl S mit großer Wahrscheinlichkeit besser ist, d. h. näher an P_0 herankommt, als alle gegebenen Strahlen.

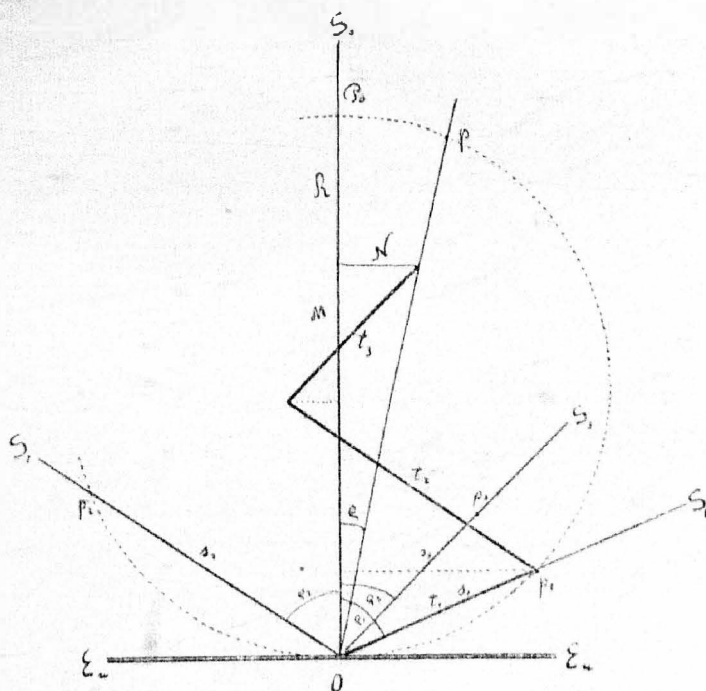


Fig. 14.

Wir erwägen so. Die Strecke t_1 hat auf dem Zielstrahl S_0 eine Komponente $t_1 \cos \varphi_1$, die gegen P_0 gerichtet ist, und in der Ebene E_n eine Komponente $t_1 \sin \varphi_1$, die normal zu S_0 in irgendeiner Richtung läuft. Das gilt von allen Seiten des Polygons: alle geben auf den Strahl S_0 eine positive Projektion $t \cos \varphi$, und diese Projektionen addieren sich arithmetisch zu einer Summe M . Alle geben auch in der Ebene E_n eine Projektion $\tau = t \sin \varphi$; diese Projektionen haben aber verschiedene Richtungen; sie bilden in der Ebene E_n ein Polygon $\tau_1 \tau_2 \dots$, und dessen von O ausgehende Schlußsehne N ist höchstwahrscheinlich gegen M klein, vielleicht sehr klein. Die Sehne N ist der Abstand des Punktes u von dem Strahle S_0 , und der Summenstrahl S bildet mit dem Zielstrahle S_0 einen Winkel ϱ , für den gilt:

$$\operatorname{tg} \varrho = \frac{N}{M}$$

Dieser Winkel ϱ ist also höchstwahrscheinlich klein; kleiner als der Abstandswinkel φ irgend eines der gegebenen Strahlen S_1, S_2, \dots . Hiemit ist der Grundgedanke mehrerer Näherungsverfahren gegeben.

Es ist offenbar am zweckmäßigsten, für die Strecken t_1, t_2, \dots auf den gegebenen Strahlen die schon vorhandenen Lote s_1, s_2, \dots zu nehmen, da dann die besten Strahlen den größten Einfluß auf die Richtung des Summenstrahles S haben. Wir finden dann die Koordinaten x_n, y_n des Punktes u so, daß wir die Lote s_1, s_2, \dots in ihre orthogonalen Komponenten zerlegen und die Komponenten achsenweise addieren. Diese Komponenten sind durch die Koordinaten der Lotpunkte p_1, p_2, \dots gegeben, und so gilt denn:

$$x_n = \frac{l_1 a_1}{h_1^2} + \frac{l_2 a_2}{h_2^2} + \dots \quad y_n = \frac{l_1 b_1}{h_1^2} + \frac{l_2 b_2}{h_2^2} + \dots \quad (92)$$

Zweckmäßiger ist aber eine andere Behandlung des Problems. Die Strecken t_1, t_2, \dots stellen wir als Vielfache der entsprechenden Hypotenuse dar:

$$t_1 = u h_1 \quad t_2 = v h_2 \quad \dots \quad (93)$$

Dann ist die Schlußsehne H des Polygons t_1, t_2, \dots nach Länge und Richtung die Hypotenuse einer Summengleichung G :

$$G = u G_1 + v G_2 + \dots \quad (94)$$

Der Strahl S dieser Gleichung G ist sehr wahrscheinlich ein guter Strahl, welche Werte wir immer den Stellfaktoren uv, \dots geben. Besonders gut ist aber vermutlich der Strahl S , wenn die Polygonstrecken die Werte

$$\begin{aligned} t_1 &= s_1 & t_2 &= s_2 & \dots & \\ &= \frac{l_1}{h_1} & &= \frac{l_2}{h_2} & \dots & \end{aligned} \quad (95)$$

haben. Wenn wir diese Werte in 93) einführen, dann erhalten die Stellfaktoren die Werte:

$$u = \frac{l_1}{h_1^2} \quad v = \frac{l_2}{h_2^2} \quad \dots \quad (96)$$

und die Summengleichung G wird so dargestellt:

$$G = \frac{l_1}{h_1^2} \cdot G_1 + \frac{l_2}{h_2^2} \cdot G_2 + \dots \quad (97)$$

Das heißt in Worten: wir bekommen eine voraussichtlich sehr gute Summengleichung, wenn wir jede der gegebenen Gleichungen mit ihrer eigenen Absoluten, dividiert durch ihr Hypotenusenquadrat, multiplizieren und dann die Gleichungen addieren.

Wenn, was immer geschehen sollte, die Hypotenusen aus den Gleichungen grob wegdividiert sind, so daß für alle Gleichungen etwa gilt:

$$1 < h < 1.3$$

dann kann man 97) genügend genau schreiben:

$$G = l_1 G_1 + l_2 G_2 + \dots \dots \dots 98)$$

Das heißt in Worten: Wir erhalten eine gute Summengleichung G , wenn wir jede gegebene Gleichung grob mit ihrer eigenen Absoluten multiplizieren und dann addieren. Die Gleichung 98 lautet dann:

$$[a \ l] x + [b \ l] y + \dots = [l^2] \dots \dots \dots 99)$$

Diese Gleichung läßt leicht erkennen, daß die Summengleichung voraussichtlich gut ist. Die Absolute $[l]$ wächst nämlich voraussichtlich hoch an, da sie aus lauter positiven Gliedern besteht. Die Koeffizienten aber laufen voraussichtlich gar nicht hoch an, da sie aus teils positiven, teils negativen Gliedern bestehen. Die Hypotenuse H der Summengleichung wächst also durch die Addition viel weniger, als die Absolute. Da nun das Stellot s der Summengleichung bestimmt ist durch

$$s = \frac{[l^2]}{H} \dots \dots \dots 100)$$

so ist das Stellot der Summengleichung voraussichtlich groß. Das war eben zu beweisen.

Wir können in der Vereinfachung noch weiter gehen. Bei der Erweiterung der Gleichungen G_1, G_2, \dots können wir den Absoluten den numerischen Wert Eins geben. Das heißt mit anderen Worten: wir schreiben alle gegebenen Gleichungen mit positiven Absoluten, indem wir in jeder Gleichung mit negativen Absoluten die Vorzeichen umkehren, und addieren dann die Gleichungen. Die Summengleichung

$$[a] x + [b] y + \dots = [l]$$

ist dann voraussichtlich gut.

Beitrag zur rechnerischen Lösung des Pothnoten- schen Problemes.

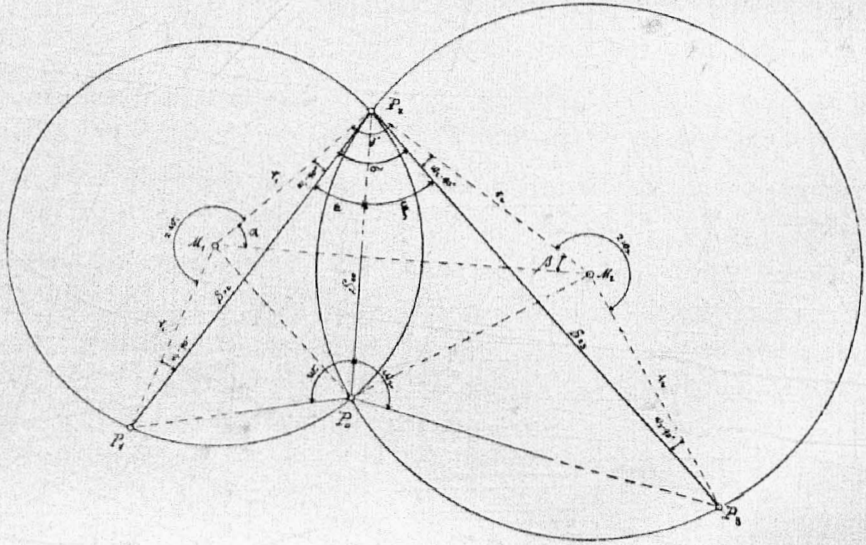
Von August Gabrielli, k. k. Obergemeter in Linz.

In den Monatsheften 7 und 8 des III. Jahrganges und in Nr. 10 des VIII. Jahrganges dieser Zeitschrift sind bereits Beiträge zur rechnerischen Lösung des Rückwärtseinschneidens enthalten.

In beiden Fällen wird jedoch die Punktbestimmung durch Einschaltung von Hilfspunkten, deren Koordinaten ebenfalls gerechnet werden müssen, vorgenommen.

Im Nachstehenden soll nun gezeigt werden, daß es auch ohne die erwähnte Einschaltung von Hilfspunkten möglich ist, die Koordinaten des zu bestimmenden Punktes zu finden, ähnlich jener Lösung, welche im Muster XI-6 der Polygonal-Instruktion mit Zuhilfenahme der Hilfswinkel φ und ψ enthalten ist.

Es sind gegeben die rechtwinkligen Koordinaten der Punkte P_1, P_2, P_3 . Zu bestimmen sind die Koordinaten des Punktes P_0 , wenn die Horizontalwinkel von diesem zu den drei gegebenen Punkten gemessen wurden, mit w_1 und w_2 .



1. Graphische Lösung:

Dieselbe ist bekannt durch die Konstruktion der beiden Kreise mit den Mittelpunkten M_1 und M_2 unter Zuhilfenahme der Zentriwinkel $2w_1$ und $2w_2$; der Schnittpunkt der beiden Kreise gibt den gesuchten Punkt P_0 .

2. Rechnerische Lösung:

1. Da die Punkte P_1, P_2, P_3 gegeben sind durch ihre rechtwinkligen Koordinaten, so sind ferner bekannt: Länge $P_1 P_2 = s_{12}$, Länge $P_2 P_3 = s_{23}$ und Winkel $P_1 P_2 P_3 = \sigma$, welchen man erhält aus der Differenz der Südwinkel σ_{11} und σ_{23} .

2. Gemessen wurden die Horizontalwinkel w_1 und w_2 von P_0 nach P_1, P_2, P_3 .

3. Man rechnet sich die Radien r_1 und r_2 der beiden Kreise M_1 und M_2 ,

$$r_1 = 2 \frac{s_{12}}{\cos(w_1 - 90^\circ)} = \frac{s_{12}}{2 \sin w_1}; \quad r_2 = \frac{s_{23}}{2 \sin w_2}$$

4. Aus dem Dreiecke $M_1 P_2 M_2$

$$\gamma = \sigma + w_1 + w_2 - 180^\circ$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}$$

$$\text{daraus bestimmt } \frac{\alpha - \beta}{2}, \text{ weiter } 90^\circ - \frac{\gamma}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2},$$

woraus man durch Addition α und durch Subtraktion β erhält.

5. Aus den gleichschenkeligen Dreiecken $P_2 M_1 P_0$ und $P_2 M_2 P_0$

$$P_2 P_0 = s_{20} = 2 r_1 \sin \alpha \text{ bzw. } s_{20} = 2 r_2 \sin \beta$$

hieraus ist die Entfernung $P_2 P_0 = s_{20}$ bestimmt.

$$\begin{aligned} 6. \quad \varepsilon + \tau_1 - 90^\circ &= 90^\circ - \alpha & \xi + \tau_2 - 90^\circ &= 90^\circ - \beta \\ \varepsilon &= 180^\circ - \alpha - \tau_1 & \xi &= 180^\circ - \tau_2 - \beta \end{aligned}$$

Hieraus folgt die Bestimmung des Süd winkels σ_{20}

$$\sigma_{20} = \sigma_{21} - \varepsilon = \sigma_{21} + \xi$$

Da nun der Süd winkel und die Entfernung $P_2 P_0$ gegeben sind, so ist:

$$\begin{aligned} dy &= s_{20} \cos \sigma_{20} & dx &= s_{20} \sin \sigma_{20} \\ y_0 &= y_1 + dy & x_0 &= x_2 + dx \end{aligned}$$

wodurch die Aufgabe gelöst erscheint; dabei ist noch zu bemerken, daß es für den obigen Rechnungsgang ganz gleichgültig ist, ob τ größer oder kleiner als 90° ist.

3. Praktische Lösung:

Hiezu wähle ich der Gleichheit halber das Beispiel aus der Polygonal-Instruktion Muster XI β über die Bestimmung des Punktes $\triangle 53$.

Gegeben:

$$\begin{aligned} P_1 \dots y_1 &= -18.152.68; & x_1 &= -111.044.47 \\ P_2 \dots y_2 &= -18.755.73; & x_2 &= -112.370.96 \\ P_3 \dots y_3 &= -20.272.86; & x_3 &= -111.178.68 \end{aligned}$$

Gemessen:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 125^\circ 5' 53'' \\ \tau_2 &= 114^\circ 6' 42'' \end{aligned}$$

Gerechnet: Winkel $P_1 P_2 P_3 = \sigma = 76^\circ 17' 4''$, ebenso s_{12} und s_{23} aus der Instruktion.

Die nun angeführten Nummern der Gleichungen beziehen sich auf vorstehenden Rechnungsgang.

$\begin{aligned} 3. \quad & \log r_{12} = 3.16350 \\ & - \log \sin \tau_1 = 9.91284 \\ & - \log 2 = 0.30103 \\ \hline & \log r_1 = 2.94963 \\ & r_1 = 890.50 \\ \hline & r_1 - r_2 = -166.51 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \log s_{21} = 3.28546 \\ & - \log \sin \tau_2 = 9.96035 \\ & - \log 2 = 0.30103 \\ \hline & \log r_2 = 3.02408 \\ & r_2 = 1057.01 \\ \hline & r_1 + r_2 = 1947.51 \end{aligned}$
---	---

$\begin{aligned} 4. \quad & \log (r_1 - r_2) = 2.22144 \\ & \log \cotg \frac{\gamma}{2} = 9.61190 \\ \hline & \text{Summe} = 1.83334 \\ & - \log (r_1 + r_2) = 3.28948 \\ \hline & \log \tg \frac{(\alpha - \beta)}{2} = 8.54386 \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \sigma = 76^\circ 17' 4'' \\ & \tau_1 = 125^\circ 5' 53'' \\ & \tau_2 = 114^\circ 6' 42'' \\ \hline & \text{Summe} = 315^\circ 29' 39'' \\ & - 180^\circ \\ \hline & \gamma = 135^\circ 29' 39'' \end{aligned}$
---	--

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = 2^\circ 0' 13'' \qquad \frac{\gamma}{2} = 67^\circ 44' 50''$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 22^\circ 15' 10'' \qquad 90 - \frac{\gamma}{2} = 22^\circ 15' 10'' = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\alpha = 24^\circ 15' 23''$$

$$\beta = 20^\circ 14' 57''$$

5.	$\log 2 = 0.30103$	Probe:	$\log 2 = 0.30103$
	$\log r_1 = 2.94963$		$\log r_2 = 3.02408$
	$\log \sin \alpha = 9.61365$		$\log \sin \beta = 9.53921$
	$\log s_{20} = 2.86431$		$\log s_{20} = 2.86432$

6.	$\varepsilon = 180 - \beta - \gamma = 45^\circ 38' 21''$		
	$\sigma_{25} = 308^\circ 9' 47''$ (Instruktion).		
	$\sigma_{20} = 353^\circ 48' 8''$		
	$\log s_{20} = 2.86432$		$\log s_{20} = 2.86432$
	$\log \cos \sigma_{20} = 0.03327$		$\log \sin \sigma_{20} = 9.99745$
	$\log dy = 1.89759$		$\log dx = 2.86177$
	$- dy = 78.99$		$+ dx = 727.39$
	$y_2 = -18.755.73$		$x_2 = -112.370.96$
	$y_0 = -18.834.72$		$x_0 = -111.643.57$

wodurch die Übereinstimmung mit dem Resultate der Polygon-Instruktion gegeben ist.

Daran anknüpfend möchte ich noch bemerken, daß dem Rückwärts-Einschneiden seitens der Vermessungsbeamten draußen im Bezirke, speziell im Gebirge nicht jene Beachtung geschenkt wird, welche demselben infolge des geringen Zeitaufwandes und der großen Genauigkeit zukommen sollte.

Da, wo in der Regel alte Anknüpfungspunkte versagen, im Alpengebiete und im Hochgebirge, wo schon seinerzeit bei der Originalaufnahme nicht mit der wünschenswerten Genauigkeit vorgegangen wurde, wo geodätische Aufnahmen nur mit vielen Schwierigkeiten und großem Zeitaufwande ausgeführt werden können, wird man immer noch am besten die Punktbestimmung nach Pothenot anzuwenden in der Lage sein.

Es mögen sich viele Vermessungsbeamte vielleicht vor dem im ersten Augenblicke komplizierten Rechnungsgange abschrecken lassen, aber ich bin der Meinung, daß es nur auf den ersten praktischen Versuch ankommt, um sich von der Zweckmäßigkeit dieser Punktbestimmung zu überzeugen.

Im Vermessungsbezirke Zell am See, der fast durchwegs Hochlandcharakter zeigt, bin ich häufig in die Lage gekommen, diese Punktbestimmung anzuwenden, nicht nur für lokale geodätische Arbeiten, sondern auch für Präzisionsarbeiten, wie für die Triangulierung von Gemeinden behufs Neuaufnahme nach der Polygonalmethode, und waren die Ergebnisse auch für letztere Arbeiten äußerst zufriedenstellend.

Über die Anwendung der Theorie vom Massen-Ausgleich auf Vermessungen durch die Coast and Geodetic Survey der Vereinigten Staaten.

Von Prof. Dr. R. Schumann in Wien

1. The figure of the earth and Isostasy from measurements in the United States*), by John F. Hayford. Coast and Geodetic Survey, O. H. Tittmann Superintendent. 178 Seiten, 6 Tafeln. Washington, 1909.

2. Geodetic operations in the United States 1906—1909, by O. H. Tittmann and John F. Hayford. 11 Seiten.

3. The effect of topographic and isostatic compensation upon the intensity of gravity, by John F. Hayford. 25 Seiten. 1 Tafel.

Abhandlung 1) erschien als Veröffentlichung der Coast und Geodetic Survey, 2) und 3) als Anhänge zu Band I der Verhandlungen der 16. allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung 1909 in London und Cambridge, und zwar im Jahre 1910.

In diesen drei Werken wird zum erstenmale in großem Maßstabe und in summarischer Weise die sogenannte Pratt'sche Theorie vom Ausgleich unter den Massen der Erdkruste angewendet zur Reduktion geodätischer Messungen und zwar hauptsächlich auf die der Vereinigten Staaten von Nordamerika. Der englische Archdeakon Pratt in Indien war um die Mitte des vorigen Jahrhunderts, besonders durch das Studium der Atraktionen des Himalaya, zu der Überzeugung geführt worden, dass in den oberen Schichten der Erdkruste solche Massen, die vom mittleren oder normalen Zustande abweichen, durch darunterliegende Massen von entgegengesetztem Sinne mehr oder weniger ausgeglichen oder kompensiert seien. Denkt man sich die Kruste bis zu einer gewissen, vorläufig noch unbestimmt bleibenden Tiefe zerlegt in gleiche Prismen mit senkrechten Kanten, so soll innerhalb eines jeden Prismas ein Massenausgleich, im wesentlichen der Höhe nach, statthaben; die Prismen sollen gleichen Druck auf eine darunterliegende Niveaulfläche ausüben. Die Prismendurchmesser mögen ein oder mehrere Hundert Kilometer betragen.

Eine solche Verteilung der Massen in den oberen Schichten der Erdkruste wird bestimmten Einfluß auf Richtung und Größe der Schwerkraft ausüben, ebenso auf die damit zusammenhängenden Messungen und Ergebnisse der Gradmessungen, wie große Halbachse und Abplattung des Erdellipsoids. Die Kenntnis und Berücksichtigung dieser Einflüsse wird dazu verhelfen, die innere wie die äußere Genauigkeit der Gradmessungen zu verbessern.

Zu dem Zwecke, die besten Werte der großen Halbachse und der Abplattung für das Gebiet der Vereinigten Staaten zu ermitteln, wurden in der ersten der drei Veröffentlichungen die bis 1906 verfügbaren astronomisch-geodätischen Messungen, und zwar 265 Polhöhen, 79 Längen und 163 Azimute verwendet; sie betreffen zunächst nur die Richtung der Schwerkraft. Das ganze Gebiet liegt zwischen $48^{\circ} 47'$ und $29^{\circ} 57'$ nördlicher Breite, und $67^{\circ} 16'$ und

*) Zur Ergänzung dieser Darlegungen sehe man den Aufsatz des Herrn Laska: «Ueber die Isostasie der Erdkruste», im VIII. Jahrgange dieser Zeitschrift, Heft 12, Seite 388—391.

127° 24' westlicher Länge gegen Greenwich. Die Verteilung der Stationen ist noch ungleichmäßig; sie bedecken vom ganzen Gebiete knapp die Hälfte. Als Ausgangsstation diente die im Innern liegende Station I. O. Meades Ranch, als Referenz-Ellipsoid das Clarke'sche von 1866.

Aus den mit diesen Unterlagen erhaltenen Abweichungen: astronomische minus geodätische Messung in nordsüdlicher und ostwestlicher Richtung wurden zunächst Niveaukurven einer Geoidfläche konstruiert und mit den Niveaukurven der physischen Erdoberfläche verglichen. Es zeigten sich einige gemeinsame Züge, zum Teil aber auch wesentliche Verschiedenheiten, so daß auch hiernach die Unregelmäßigkeiten der physischen Erdoberfläche diejenigen in der Richtung der Schwerkraft nicht allein bedingen können.

Danach wurde an die topographische Reduktion, die Berechnung der Anziehung der Massen, gegangen, die sich über den Meeresspiegel erheben und diese Reduktionen wurden mit den beobachteten Abweichungen verglichen; sie zeigen ein durchaus anderes Verhalten. Einige drastische Beispiele sind von Herrn Hayford zusammengestellt worden. Man findet sie in der 3. und 4. Spalte im oberen Teile der folgenden Tabelle.

Tabelle 1.

Nr. der Station	Verti- kal	Beobachtete Abweichung		Berechnete Abweichungen						
		(astr. geod.)	(topogr.)	Kompensation bei gleichmäßiger Dichteverteilung bis zu einer Tiefe von km						
				329.8	231.3	162.2	120.9	113.7	79.8	
		"	"			"	"	"		
238	N-S	18.38	- 64.97			- 14.91	- 12.78	- 12.35		
1	O-W	+ 16.98	+ 104.63	"		+ 20.39	+ 16.45	+ 15.69	"	
115	O-W	- 6.62	- 54.30	- 7.96		- 3.23	2.09	- 1.92	- 1.09	
43	O-W	+ 24.84	+ 54.71			+ 22.11	+ 20.38	+ 20.00		
49	N-S	- 13.52	- 27.20			- 9.42	- 8.66	- 8.53		
178	O-W	- 14.77	- 37.46	- 10.32	"	- 9.20	- 8.80	- 8.73		
216	N-S	+ 2.44	- 0.53	+ 3.98	+ 3.70	+ 3.30	+ 2.93	+ 2.85		
169	N-S	+ 1.92	- 12.96	+ 3.86		+ 3.62	+ 3.40	+ 3.33		
205	O W	+ 3.47	- 11.94	+ 3.02	+ 2.78	+ 2.46	+ 2.17	+ 2.11		
209	N-S	+ 1.96	- 10.01	- 0.05	+ 0.03	+ 0.07	+ 0.11	+ 0.10		
		Nach den Ausgleichungen übrig bleibende Abweichungen.								
		Ausgl	A	B		E	H	G		
		"	"	"		"	"	"		
238			- 14.34	+ 10.21		- 3.66	- 4.78	- 5.04		
1			+ 12.95	- 18.75		- 1.12	+ 1.00	+ 1.45		
115			- 5.15	+ 12.41		- 3.84	- 4.52	- 4.61		
43			+ 14.48	+ 8.15		- 1.93	- 1.49	- 1.34		
49			- 11.03	- 10.02		- 3.59	- 3.83	- 3.88		
178			- 12.83	- 20.29		- 6.30	- 6.02	- 5.97		
216			+ 2.79	- 2.91		+ 0.42	+ 0.65	+ 0.69		
169			+ 2.85	2.83		- 1.14	- 0.76	+ 0.68		
205			+ 4.25	- 5.55	"	+ 0.90	+ 1.37	+ 1.46		
209			+ 2.87	- 4.52		+ 2.26	+ 2.41	+ 2.44		

Diese 10 Stationen liegen in verschiedenen Gegenden und die Beobachtungen verteilen sich auf beide Haupthimmelsrichtungen. Die Amplitude der beobachteten Abweichungen ist rund 43", die der berechneten 170", die berechnete Ab-

weichung der Station Nr. 115 ist rund das 8fache der beobachteten; das Verhalten der Vorzeichen ist sehr verschieden.

Nachbarstationen verhalten sich ähnlich, wie aus der 2. und 3. Spalte folgender Tabelle hervorgeht; das ganze Gebiet ist von Herrn Hayford in vier Bezirke (nordöstlicher, südöstlicher, zentraler, westlicher) geteilt worden und für jeden wurden Breiten-, Längen- und Azimut-Abweichungen für sich zusammengestellt, so daß im ganzen 12 Gruppen von Abweichungen entstehen. Tabelle 2 enthält die hier willkürlich herausgegriffenen Längenabweichungen des südöstlichen Bezirkes.

Tabelle 2.

Nr. der Station	Beobachtete Abweichung (astr.-geod.)	Berechnete Abweichung (topogr.)	Berechnete Abweichungen.				
			Kompensation bei gleichmäßiger Dichteverteilung bis zu einer Tiefe von km				
			329.8	162.2	120.9	113.7	79.8
	"	"	"	"	"	"	"
87	+ 2.16	- 21.75	+ 2.39	+ 2.14	+ 1.86	+ 1.79	+ 1.38
114	- 2.24	- 41.98	- 8.39	- 5.66	- 4.76	- 4.60	- 3.67
90	- 0.41	- 43.61	- 8.43	- 5.45	- 4.53	- 4.35	- 3.37
92	- 2.57	- 40.99	- 7.80	- 5.23	- 4.38	- 4.21	- 3.35
99	- 4.26	- 41.66	- 5.63	- 3.16	- 2.53	- 2.44	- 1.86
100	- 2.96	- 41.24	- 5.04	- 2.53	- 1.89	- 1.80	- 1.24
101	- 5.07	- 40.68	- 4.34	- 1.82	- 1.20	- 1.10	- 0.57
118	- 5.37	- 40.88	- 4.53	- 2.02	- 1.39	- 1.30	- 0.78
113	- 3.57	- 44.31	- 5.27	- 2.43	- 1.77	- 1.66	- 1.16
119	+ 1.14	- 35.24	- 4.59	- 2.56	- 1.97	- 1.88	- 1.37
130	+ 0.96	- 22.20	- 0.53	- 0.14	- 0.07	- 0.07	- 0.05
123	+ 0.80	- 14.21	+ 0.89	+ 0.53	+ 0.37	+ 0.33	+ 0.18
131	- 1.03	- 16.57	+ 0.43	+ 0.37	+ 0.31	+ 0.31	+ 0.23
132	- 1.64	- 14.40	+ 0.24	+ 0.20	+ 0.16	+ 0.16	+ 0.09
137	+ 3.41	- 15.11	- 0.57	- 0.31	- 0.24	- 0.24	- 0.19
141	- 0.19	- 14.59	- 1.09	- 0.44	- 0.29	- 0.27	- 0.17

Nach den Ausgleichungen übrig bleibende Abweichungen.

	Ausgl. A	B	E	H	G
	"	"	"	"	"
87	+ 2.76	- 1.70	- 0.39	+ 0.17	+ 0.27
114	- 1.33	+ 8.35	+ 2.85	+ 2.36	+ 2.27
90	+ 0.57	+ 10.59	+ 4.44	+ 3.96	+ 3.85
92	- 1.57	+ 5.46	+ 2.06	+ 1.65	+ 1.55
99	- 3.10	+ 1.55	- 1.77	- 1.90	- 1.91
100	- 1.80	+ 2.37	- 1.12	- 1.24	- 1.25
101	- 3.91	- 0.41	- 3.93	- 4.04	- 4.06
118	- 4.21	- 0.52	- 4.03	- 4.15	- 4.16
113	- 2.46	+ 5.52	- 1.82	- 1.97	- 2.00
119	+ 1.83	+ 8.99	+ 3.24	+ 2.96	+ 2.92
130	+ 1.22	+ 3.71	+ 0.83	+ 0.90	+ 0.92
123	+ 0.77	+ 1.09	+ 0.15	+ 0.43	+ 0.37
131	- 1.01	+ 0.47	- 1.56	- 1.34	- 1.46
132	- 1.78	+ 0.56	- 1.93	- 1.80	- 1.92
137	+ 3.21	+ 7.43	+ 3.64	+ 3.65	+ 3.53
141	- 0.64	+ 7.99	+ 0.30	+ 0.10	- 0.05

Die Vorzeichen der topographischen Reduktion in den 9 Gruppen des nordöstlichen, südöstlichen und zentralen Bezirkes sowie der Breitengruppe des westlichen Bezirkes sind durchwegs negativ; von den 26 Vorzeichen der Längengruppe des westlichen Bezirkes ist nur eine, von den 65 der Azimutgruppe sind nur drei negativ. Dieses Verhalten hängt offenbar mit der Lage des vermessenen Gebietes zum nordamerikanischen Kontinent zusammen.

Eine derartige Verteilung der Vorzeichen ist nun bei den beobachteten Abweichungen der 9 Gruppen der zuerst genannten Bezirke überhaupt nicht vorhanden, wohl aber im westlichen Bezirke, und zwar im gleichen Sinne wie bei der topographischen, wenn auch nicht so ausgeprägt.

Um diese Widersprüche zu beseitigen, wurde zur Pratt'schen Hypothese Zuflucht genommen, und zwar wurde sie folgendermaßen in die Form einer »working hypothesis« gebracht: Die Meereshöhe wird als normal betrachtet, die darüberliegende Masse wird durch eine Verminderung der Dichtigkeit der unter der Meeresfläche liegenden Schichten bis zu einer gewissen, vorläufig unbekannt bleibenden Ausgleichstiefe h_u kompensiert. Das Wasser des Ozeans wird kondensiert über dem Meeresboden zu einer Schichte von mittlerer Dichtigkeit 2.67, der leere Raum zwischen der so entstehenden Schichtoberfläche bis zur Meeresfläche wird durch eine Vermehrung der Dichtigkeit unterhalb bis h_u kompensiert. Die Änderung der Dichtigkeit der Schichte unter der Meeresoberfläche soll proportional sein mit der Höhe der Schichte zwischen Meeresoberfläche und der eingeebneten Erdoberfläche, auf der See nach Kondensation des Meerwassers.

Zur Berechnung selbst wurde die Erdoberfläche, mit der betreffenden Station selbst als Mittelpunkt, in Zonen und Sektionen geteilt. Es mögen bedeuten:

δ die mittlere Krustendichtigkeit,

Δ die mittlere Erddichtigkeit,

a' und a die Azimute zweier aufeinanderfolgender Vertikalschnitte,

r' und r_1 zwei aufeinanderfolgende Radien;

dann lautet nach Clarke die Formel für die Anziehung einer horizontalen Schichte von der Dichte h :

$$A = \text{topographische Anziehung} = 12.44 \frac{\delta h}{\Delta} (\sin a' - \sin a) \lg \frac{r'}{r_1}. \quad \text{Die}$$

Konstante 12.44 hängt mit den Dimensionen des Erdkörpers zusammen.

Die Oberflächeneinteilung wurde so getroffen, daß die Sinus in arithmetischer, die Radien in geometrischer Progression wachsen, und zwar wurde aus Zweckmäßigkeitsgründen genommen: $\sin a' - \sin a = 0, 25, \frac{r'}{r_1} = 1.426$. Damit entstand die einfache Formel

$$A = 0.000\ 1000 \times \text{mittlerer Höhe innerhalb einer Netzmasche in Fuß.}$$

Die mittlere Meereshöhe innerhalb einer Masche wurde mit Hilfe von Gittern aus Höhenschichtenkarten gewonnen.

Soll genauer beachtet werden, daß die Oberfläche der anziehenden Schichte um die Höhe h' über oder unter dem angezogenen Punkte liegt, so ist die Formel anzuwenden:

$$A = 12.44 \frac{\delta \cdot h'}{\Delta} (\sin a' - \sin a) \lg \frac{r' + \sqrt{r'^2 + h'^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + h_1^2}}$$

Die vorige Formel ist angewendet worden für die Anziehung der Massen über der Erdoberfläche, diese wurden also als im Horizonte der Station liegend angenommen; die zweite, genauere Formel ist angewendet worden für die unter der Meeresfläche liegenden Massen. Es erwies sich als nötig, in der Berücksichtigung der horizontalen Anziehung bis rund 4000 km Abstand von der Station zu gehen; die beiden Schichten wurden dabei als ebene, im Horizont der Station liegende angesehen, was näherungsweise erlaubt ist. Errichtet man in den 4 Ecken einer Masche zwischen den Koordinaten $a' a r' r_1$ Senkrechte auf dem Horizont, nennt Q den Querschnitt des so entstehenden Prismas, so sei die Masse über dem Meereshorizont $Q \cdot h_0 \cdot \delta_0$, die kompensierende Masse unter ihm $Q \cdot h_u \cdot \delta_u$, so soll sein $h_0 \delta_0 = -h_u \cdot \delta_u$, wodurch der Prattischen Hypothese in rechnerischer Weise Ausdruck gegeben wird. Die Größe $\delta_u = -\delta_0 \cdot \frac{h_0}{h_u}$ kann positiv oder negativ sein, ihr absoluter Betrag zählt nach einigen Hundertteilen, dem Sinne nach ist sie eine Vermehrung oder Verminderung der Dichtigkeit der unteren Schichte.

Damit wird:

die topographische Ablenkung der Masse über dem Meeresspiegel

$$A_0 = +12.44 \frac{\delta_0 h_0}{\Delta} (\sin a' - \sin a) \lg \frac{r'}{r_1},$$

diejenige der kompensierenden Masse unterhalb

$$A_u = -12.44 \frac{\delta_0 h_0}{\Delta} (\sin a' - \sin a) \lg \frac{r' + \sqrt{r'^2 + h_u^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + h_u^2}}$$

Numerisch gegeben ist von beiden A_0 , die als wirksam angenommene Summe beider Anziehungen ist $A_0 + A_u$. Der Faktor, mit dem A_0 zu multiplizieren ist, um $A_0 + A_u$ zu erhalten, wird

$$F = \frac{A_0 + A_u}{A_0} = 1 - \frac{\lg \frac{r' + \sqrt{r'^2 + h_u^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + h_u^2}}}{\lg 1.426}$$

F ist allen Maschen einer Zone gemeinsam und kann zur leichteren Übersicht über seinen Verlauf anstatt von 3 Argumenten $r_1 r' h_u$ auch nur von einem Argumente abhängig gemacht werden, nämlich von dem Depressionswinkel i , unter dem die Tiefe h_u von der Station aus erscheint; es wird mit $\cos i = r_1 : \sqrt{r_1^2 + h_u^2}$ und $r' : r_1 = 1.426$ in erster Näherung

$$F = 1 - 0,8244 \cos i - 0,1756 \cos^3 i.$$

Für entfernte Maschen und Massen ist i klein, damit wird F und die kompensierte Anziehung klein; für sehr nahe Massen ist i nahe 90° , F nahe 1, das heißt: die Anziehung der oberen Schichte überwiegt.

Die Summe der topographischen Beiträge aller Maschen eines Ringes wird mit dem zugehörigen F multipliziert und die Produkte werden über sämtliche

Ringe summiert. Die mit Rücksicht auf eine solche Kompensation berechneten topographischen Anziehungen für eine Gruppe stehen in der 4. bis 8. Rubrik der Tabelle 2 und für die von Herrn Hayford getroffene Auswahl in der 5. bis 10. Rubrik der Tabelle 1; sie nähern sich offenbar den beobachteten, nicht nur im großen und ganzen, sondern vielfach auch im einzelnen, wenn auch nicht ausschließlich; sie variieren noch je nach der Ausgleichstiefe h_n , das plausibleste h_n soll aus einem Ausgleich nach der Methode der kleinsten Quadrate folgen.

Die Fehlergleichung für eine Station und für eine nordsüdliche Abweichung beispielsweise wird in der bekannten Form angesetzt:

$$k(\varphi) + l(\lambda) + m(\alpha) + n \frac{a}{100} + \rho(10000e^2) + \varphi \text{ astr.} - \varphi \text{ geod.} = A_m.$$

Es bedeuten (φ) (λ) (α) gesuchte Verbesserungen der Koordinaten der Ausgangsstation, a und e^2 solche der großen Halbachse und des Quadrates der Excentricität der Meridianellipse; $k, l, m, \frac{n}{100}, 10000\rho$ sind theoretische, numerisch angegebene Koeffizienten, φ astr. die beobachtete astronomische, φ geod. die auf Grund der oben erwähnten Ausgangswerte berechnete geodätische Polhöhe, A die nach der Ausgleichung übrig bleibende Lotabweichung. Die Ausgleichung dieser 507 Fehlergleichungen wird auf 5 verschiedene Arten vollzogen und zwar sind die absoluten Glieder bei Lösung

A :	die beobachteten Lotabweichungen selbst,
B :	« « « minus unveränderte topographische Anziehung,
E :	« « « minus topograph. Anziehung für Ausgleichstiefe 162.2 km,
H :	« « « minus topograph. Anziehung für Ausgleichstiefe 120.9 km,
G :	« « « minus topograph. Anziehung für Ausgleichstiefe 113.7 km.

Lösung A entspricht dem bisher üblichen Verfahren. Welche der Lösungen und welche der Ausgleichstiefen anzunehmen ist, wird nach der Größe der übrig bleibenden Quadratsummen entschieden; diese sind:

für Lösung	A 13922
	B 65434
	E 8220
	H 8020
	G 8013

Demgemäß wurde Lösung G als plausibleste vorgezogen; B gibt eine Achsenverbesserung von ± 5 km und eine Abplattung 1:269, also ganz unannehmbare Resultate. Die resultierenden Verbesserungen der Koordinaten der Ausgangsstation interessieren hier wenig, sie sind unauffällig; die große Halbachse erhält gemäß G eine Vergrößerung von $\pm 76 \text{ m} \pm 34 \text{ m}$, die Abplattung wird 1:297.8 ± 0.9 , sehr gut stimmend mit den besten neuen Werten, die dicht bei 1:298 liegen. Es wird auch hier wieder bestätigt, daß die Bessel'sche Halbachse und die

Clarke'sche Abplattung aufgegeben werden müssen. Die ausgeglichenen Lotabweichungen findet man oben in den zweiten Hälften der Tabellen 1 und 2; (zum Teil waren auch topographische Abweichungen für andere Ausgleichstiefen, nämlich 329.8, 231.3 und 79.8 km berechnet, aber nicht mit zur Ausgleichung herangezogen worden.) Man kann sie zurückführen auf Ungenauigkeit der topographischen Anziehung der oberirdischen Masse, Unkenntnis der Verteilung der unterirdischen Massen, zum kleinsten Teil auf die Ungenauigkeit der astronomischen Daten; letztere kann man im Durchschnitt auf ± 0.3 schätzen.

Da absolute Lotabweichungen zur Zeit nicht zu erlangen sind, wird immer ein Entschluß zur Annahme eines endgültigen Systems von Lotabweichungen nötig werden. Man wird sich umso eher für ein System entschließen, je weniger sich die berechneten Lotabweichungen mit den Voraussetzungen ändern. Wie man sieht, ändern sich die obigen ausgeglichenen Lotabweichungen bei Lösung $E // B$ nur noch um einige 0.1, die Änderungen sind also von der Ordnung der Beobachtungsgenauigkeit.

Die Seiten 116 bis 169 sind in der Hauptsache der Untersuchung einer großen Zahl von Fehlerquellen und anderer Annahmen über die Grundlagen der ganzen Rechnung gewidmet. Durch ein besonderes Verfahren wird auch die plausibelste Ausgleichstiefe aus den Restquadratsummen der drei Lösungen $E // G$ ermittelt, es ergibt sich 113.0 km, wenig von der der Lösung G zugrunde gelegten abweichend. Den mittleren Fehler dieses Wertes, den Herr Hayford nicht angibt, hat später Herr Helmert*) berechnet zu ± 14 km. Es ist hervorzuheben, daß sich die Ausgleichstiefe als eine sehr empfindliche Größe herausstellt insoferne, als sie sich bei anderen Annahmen über die Verteilung der Dichte δ , stark ändert; für die verschiedenen von Herrn Hayford gerechneten Annahmen schwankt sie zwischen 60 km und 287 km, aus anderen Gründen sind aber die betreffenden Annahmen unwahrscheinlich.

Den Schluß der ersten Veröffentlichung bilden Vergleiche mit den Ergebnissen anderer Gradmessungen, sowie eine kurze Zusammenfassung der Schlüsse, zu denen die ganze Untersuchung führt. —

Die zweite Veröffentlichung ergänzt die erste durch das in den Jahren 1906–1909 hinzutretende Beobachtungsmaterial; dies sind nicht weniger als 258 astronomische Daten, nämlich 116 Polhöhen, 52 Längen, 90 Azimute. Die neuen Stationen liegen teils zwischen den alten, teils in anderen Gegenden.

Das neue Material wurde erstens für sich ebenso behandelt wie das frühere, es lieferte nichts wesentlich neues; die Ausgleichstiefe ergab sich zu 102.3 km.

Zweitens wurden die $507 + 258 = 765$ Beobachtungen zusammen ausgeglichen; es ergab sich als Verbesserung der Clarke'schen großen Halbachse: $+ 106 \text{ m} \pm 18 \text{ m}$, als Abplattung $1:297.0 \pm 0.5$. Damit wird die große Halbachse für das Vermessungsgebiet der Vereinigten Staaten $6\,378\,388 \text{ m} \pm 18 \text{ m}$. Für die Ausgleichstiefe wurde erhalten 122.2 km.

*) Über die Genauigkeit der Dimensionen des Hayford'schen Erdellipsoids: von F. R. Helmert. Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften. 1911 II.

(Hier muß eingefügt werden, daß um dieselbe Zeit Herr Helmert*) aus dem Verhalten der Schwerstörungen an den Steilküsten der Kontinente mit Benützung der Pratt'schen Idee vom Massenausgleich erhielt: 118 + 22 km; als Referenzfläche diente nicht wie bei Herrn Hayford die Meeresoberfläche, sondern eine Fläche in 4000 Meter Tiefe. Diese Übereinstimmung ist bemerkenswert, weil der Helmert'sche Wert auf den Messungen der Intensität der Schwerkraft beruht, die Hayford'schen jedoch, wie schon erwähnt, auf denen der Richtung.)

In der dritten Abhandlung untersucht Herr Hayford das Verhalten der Intensität der Schwerkraft von 56 amerikanischen und von 16 außeramerikanischen Stationen gegenüber der Pratt'schen Hypothese, und zwar unter Annahme einer Ausgleichstiefe von 113.7 km (die Ergebnisse der zweiten Abhandlung waren derzeit noch nicht verfügbar). Es werden die Anziehungen je zweier übereinanderliegender, zylindrischer Massenelemente berechnet, die sich kompensieren; dabei wird im Gegensatz zu früher die Kugelgestalt der Erde angenommen. Die Oberfläche wird wiederum in gewisser, für die Rechnung zweckmäßiger Weise eingeteilt und der Einfluß der zylindrischen Elementenpaare über die ganze Kugel summiert. Die entferntesten Unterteile sind allerdings sehr groß; so ist der der Station gegenüberliegende Teil eine Kalotte mit einem sphärischen Radius von 29°.

An die beobachteten Schwerkraftswerte werden 3 Reduktionen einzeln angebracht:

1. die Vertikalanziehung der sich (nach Pratt) kompensierenden Massen,
2. die bekannte Bouguer'sche Reduktion für die zwischen der Station und dem Meereshorizont liegende Erdschichte,
3. die Reduktion in freier Luft.

Diese drei verschieden reduzierten Schwerkraftswerte werden mit der Helmert'schen Formel für normale Schwere von 1901 verglichen. Als entscheidend nimmt Herr Hayford an die Mittel der absoluten Beträge der Abweichungen; sie sind in cm

		bei Reduktion		
		nach Pratt	nach Bouguer	in freier Luft
für 56 amerikanische + 16 außer- amerikanische	} Stationen	0.018	0.066	0.030
		0.099	0.249	0.202

Somit spricht auch diese Art des Vergleiches zugunsten eines Ausgleiches der Massen nach Pratt. —

Durch diese gewaltigen Arbeiten der Coast and Geodetic Survey ist zweifellos erwiesen, daß durch die von ihr angewendete Reduktionsmethode eine bedeutende Verbesserung in der Uebereinstimmung ihrer Ergebnisse aus Gradmessungen wie aus Schweremessungen erreicht ist. Trotzdem kann man noch Bedenken tragen, auf die gleiche Art sämtliche Schweremessungen zu reduzieren,

* Die Tiefe der Ausgleichsfläche bei der Pratt'schen Hypothese für das Gleichgewicht der Erdkruste und der Verlauf der Schwerstörung vom Innern der Kontinente und Ozeane nach den Küsten; von F. R. Helmert. Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. 1909. XLVIII.

ein Gedanke, der am Schlusse der dritten Abhandlung (S. 389: General conclusion) angeregt wird; dem Referenten erscheint es wenigstens angezeigt, die Theorie des Massen-Ausgleichs vorher auf noch andere Art in Formeln und in Rechnung zu bringen.

Einmal ist es schwer, sich die Vorstellung: «eine nur wenige km dicke Schichte an der Erdoberfläche ist durch einen Dichtigkeitsunterschied kompensiert, der sich gleichmäßig bis zu einer Tiefe von rund 120 km erstreckt» ohne Bedenken anzueignen.

Zweitens ist es wohl nötig, die Entwicklungen weiter zu treiben, als hier geschehen ist. Die sich kompensierenden Massen der beiden zylindrischen Elemente sind zwar ihrem Betrage nach einander gleich, aber das eine hat eine Höhe (h_0) von einigen km, während das zweite eine solche (h_u) von 120 km hat; bedeutet R den Erdradius, so ist das Verhältnis $\frac{h_0}{R}$ von der Ordnung

$\frac{1}{5000} = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{100}$, $\frac{h_u}{R}$ dagegen von der Ordnung $\frac{1}{50}$. Nun ist die Summe der Wirkungen beider sich kompensierenden Elemente eine kleinere Größe als eine einzelne Komponente, namentlich bei größerer Entfernung von der Station; dabei muß untersucht werden, in welcher Weise sich der Unterschied zwischen zylindrischen und kegelförmigen Elementen geltend macht. Erstere stehen offenbar in Widerspruch mit der Kugelgestalt der Erdoberfläche. Rechnet man z. B. für eine Antipodenstation die Vertikalanziehung eines kompensierenden Elementenpaares sowohl bei zylindrischer Gestalt als bei kegelförmiger, so erhält man wesentlich verschiedene Beträge. Bei verschiedener Annahme der Gestalt und der Dichtigkeitsverteilung schwankt die Anziehung des Elementes an der Oberfläche infolge seiner geringen Dimensionen wenig, dagegen stehen die Schwankungen in der Anziehung des unteren Elementes infolge seiner größeren Tiefenerstreckung in einem endlichen Verhältnis zu der kleineren Summe der beiden sich kompensierenden Anziehungen. Zu beachten ist, daß diese Elementaranziehung über eine sphärische Kalotte von 29° Radius zu summieren ist. Der Umstand, daß die Beiträge aus den entfernteren Gebieten praktisch klein sind, entbindet nicht von der Notwendigkeit, Mängel der Theorie zu beheben.

Kleine Mitteilungen.

Metrisches Maß- und Gewichtssystem in Bosnien. Kürzlich wurde durch Landesgesetz, das am 1. September 1911 in Kraft trat, an Stelle des bisher üblichen türkischen Maßes und Gewichtes auch in Bosnien und der Herzegowina das metrische Maß- und Gewichtssystem obligatorisch eingeführt. Die Grundlagen der gesetzlichen Maße sollen nun auch in den Reichslanden das Meter und das Kilogramm sein. Gleichzeitig wurden Vorschriften über die obligatorische Eichung erlassen.

Literaturbericht.

1. Bücherbesprechungen.

Zur Rezension gelangen nur Bücher, welche der Redaktion der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen zugesendet werden.

Bibliotheks-Nr. 474. Ing. Dr. Theodor Dokulič, Privatdozent und Adjunkt an der k. k. Technischen Hochschule in Wien. Anleitung für die Herstellung und Justierung geodätischer Instrumente. II. Teil. Nivellierinstrumente, Tachymeter, photogrammetrische Instrumente, Kartierungsinstrumente und Planimeter. Verlag der Administration der Fachzeitschrift »Der Mechaniker«, Nikolassen bei Berlin, 1911. 328 Seiten mit 141 Figuren im Texte. Preis Mark 5.50.

Dem im Jahre 1907 erschienenen (im Jahrgang 1908, S. 254 besprochenen) I. Teil, welcher die Beschreibung der Instrumentenbestandteile und Instrumente für die Absteckung und Messung horizontaler und vertikaler Winkel brachte, ist nunmehr der II. Teil gefolgt. Er bildet hinsichtlich der Beschreibung und Justierung der geodätischen Instrumente die Fortsetzung des I. Teiles und widmet sich den Nivellierapparaten, Universal-Nivellierinstrumenten, Tachymetern, Distanzlatten, photogrammetrischen Instrumenten, Kartierungsinstrumenten und Planimetern.

Wie dies schon den ersten Teil auszeichnete, wird auch hier jeder Instrumentengruppe eine ihren Zweck angehende Definition vorangestellt und werden die Grundsätze, die für den Bau, die Prüfung und Berichtigung der geodätischen Instrumente und Apparate maßgebend sind, in prägnanter Weise bekannt gegeben. Sodann werden auf das eingehendste die vorgeführten Instrumente sachlich beschrieben und der Gebrauch derselben in einer dem Autor eigenen Gründlichkeit und Gewissenhaftigkeit besprochen.

In systematischer Weise behandelt der Verfasser die Nivellierlatten, und zwar solche mit einfacher Strichteilung, mit einfacher Felder- oder Kastenteilung und doppelter Felder- oder Schachbrett-Teilung, ferner die Wendelatten, die Distanzlatten, Lattenrichter, Lattenfüße, Unterlagsplatten usw. Von Nivellierinstrumenten werden die hydrostatischen, die Libellen- und Pendelnivelliere vorgeführt, insbesondere von den Libellen-nivellierinstrumenten solche mit einem Diopter, mit festem Fernrohr, mit umlegbarem Fernrohr und mit drehbarem Fernrohr und Doppellibelle. Von typischen Universal-Nivellierinstrumenten werden solche mit fester Fernrohrlibelle, mit durchschlagbarem Fernrohr und Reiterlibelle, mit umlegbarem Fernrohr und Reiterlibelle und solche mit Doppellibelle besprochen, und zwar letztere als diejenige Type, welche der Mechaniker bei der Herstellung neuer Instrumente in erster Linie in Erwägung zu ziehen hat.

Von den zahlreichen, in Anwendung stehenden Tachymeter-Typen werden folgende Vertreter hervorgehoben: Solche mit Fadenmikrometern und solche mit Schraubemikrometern, sodann von den Reduktionstachymetern jene nach Patent Tichý-Starke, Hammer-Fennel und Láska-Rost, endlich die Schiebetachymeter für schiefe und vertikale Lattenstellung, deren wichtigste Vertreter die Schnellmesser von Wagner und Putter sind.

Die photogrammetrischen Instrumente erfahren von dem Verfasser, als dem Adjunkten an der Lehrkanzel des Herrn Professor E. Doležal, eine besonders liebevolle und gründliche Behandlung, namentlich die Phototheodolite von Hartl und Hübl und die photogrammetrischen Universalinstrumente von Schell und Koppe, während hinsichtlich der Stereo-Phototheodolite auf die Artikelserie des Verfassers in der Fachzeitschrift »Der Mechaniker« 1908 und 1909 hingewiesen wird.

Recht übersichtlich zusammengestellt erscheinen die Kartierungsinstrumente, unter welchen sich der Autor mit folgenden Apparaten in besonders eingehender Weise be-

faßt: Stangenzirkel, Auftragelineal, Transversalmaßstab, Prismamaßstäbe, Kreistransporteur, Rolltransporteur, Reduktionszirkel, Pantographen und andere kombinierte und Universal-Auftragapparate.

Von Planimetern werden mit Hinweis auf die reichhaltige Zusammenstellung in Professor Doležals »Planimeterstudien« nur das Fadenplanimeter, einige Typen von Polarplanimetern, sowie das Beilplanimeter von Prytz vorgeführt.

Überblickt man den gesamten Stoff des 580 Seiten mit mehr als 200 Abbildungen umfassenden Werkes, so drängt sich dem Fachmann die Erkenntnis auf, daß hier einer der wichtigsten Teile der Geodäsie und Instrumentengunde eine besondere Pflege erfahren hat und daß in Dokulils »Anleitung« eine Quelle vorliegt, aus der der junge Mechaniker nicht minder wie der studierende Techniker reichlich schöpfen kann und mit sicherem Erfolge sein Wissen zu bereichern Gelegenheit findet. Wellisch.

* * *

Bibliotheks-Nr. 475. Dr. Viktor Hortig, Oberlehrer an der kgl. Bau-
gewerkschule in Magdeburg: Zeichenschlüssel. 12 Tafeln als Anleitung
zur Herstellung von Zeichnungen des Hoch- und Tiefbaues. Verlag von B. G.
Teubner in Leipzig und Berlin, 1911. In zwei Ausgaben: Steif geheftet Mk. 1.20,
in abwaschbarem biegsamen Leinwandband Mk. 1.60.

Der Professor M. Girndt, Oberlehrer an der kgl. Bau-
gewerkschule in Magdeburg, gibt eine Sammlung von Leitfäden für den Unterricht in Bau-
gewerkschulen heraus, von welcher wir schon zwei Werke, und zwar Volquardts:
»Feldmessen und Novellieren« sowie Friedrichs: »Das Feldmessen des Tiefbau-
technikern« in unserer Zeitschrift besprochen haben (Siehe Jahrgang 1909 und 1910).

Die vorliegenden Tafeln sollen bei der Ausführung von Zeichnungen als Vor-
lagen dienen. Sie enthalten die Darstellung der verschiedenen Baustoffe für bau-
technische Zeichnungen, und zwar sowohl in schwarzer als auch in farbiger Manier,
die Signaturen für topographische und sonstige Karten und Pläne zeigen die zeichneri-
sche Behandlung der Bahnhofsentwürfe und der Längenprofile von Straßen, Eisenbahnen
und Wasserläufen und bringen endlich die Einzelheiten für die Ausführung von Zeich-
nungen bei Stromregulierungsarbeiten.

Was die konventionellen Zeichen anbelangt, die im Feldmessen, beziehungsweise
bei Gebäudeaufnahmen, bei Darstellung von Lage- und Höhenplänen zur Anwendung
kommen, so sind nur die häufiger vorkommenden Zeichen aufgenommen worden; be-
züglich der übrigen wird auf die offiziellen in Preußen gebräuchlichen konventionellen
Zeichenzusammenstellungen hingewiesen, die in den nachstehenden drei Publikationen
enthalten sind:

1. Bestimmungen über die Anwendung gleichmäßiger Signaturen für topo-
graphische und geometrische Karten, Pläne und Risse.
2. Zeichenerklärungen für die Meßtischaufnahme: 1:25.000.
3. Zeichenerklärung für die Karte des Deutschen Reiches 1:100.000.

Unstreitig ist eine Sammlung von Zeichen, ein Zeichenschlüssel, für den Schüler
einer Mittelschule ein sehr nützlicher Behelf, welcher auch an den preußischen Bau-
gewerkschulen gewiß mit Freuden aufgenommen wird, ist doch die Darstellung auf
12 Tafeln eine sehr nette und geschmackvolle.

Es muß ausdrücklich bemerkt werden, daß die Zusammenstellung der konventio-
nellen Zeichen für Pläne und Karten in erster Linie für Zwecke der Anstalten des
Deutschen Reiches erfolgte; in Österreich sind im Situationszeichnen für manche
Terraingegenstände etwas abweichende Signaturen im Gebrauche.

Sonst kann wohl die mit Geschick zusammengestellte Zeichensammlung bestens
empfohlen werden.

2. Neue Bücher.

- Deubel E.: Veranschlagung und Verdingung von Bauarbeiten in Zusammenlegungs-
sachen, Berlin 1911, Parey.
Fennel A.: Nonien Theodolite, Stuttgart 1911, Wittwer.
Meissner O.: Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leipzig 1911, Teubner.
Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Institutes in Wien,
XXX. Band 1910, Wien 1911, Kommission Lechner.
Schill P.: Forstvermessung, Eisenach 1911, Kahle.
Schneider C.: Gärtnerische Vermessungskunde, Berlin 1911, Parey.

3. Zeitschriftenschau.

Allgemeine Vermessungs-Nachrichten:

- Nr. 33. Prüfung und Vollziehung der im Katasterbureau der Regierung gefertigten
Kartenauszüge durch Katasterzeichner.
Nr. 34. Möllenhoff: Die Internationale Hygiene-Ausstellung in Dresden und ihre
für den Geodäten, Städtebauer und Kulturingenieur lehrreichen und anziehenden
Ausstellungsgegenstände. — Grundstücksteilungen mittels der Rechenmaschine.
— Gerichtliche Entscheidungen.
Nr. 35. Landmesser, Katasterzeichner und Vermessungstechniker.
Nr. 36. Verein Preußischer Landmesser im Komunaldienste, Hauptversammlung in Posen.
— Der Landmesserberuf. — Emelius A.: Die Landmesser-Reglements für
Alt-Preußen. — Grundstücksteilung mit der Rechenmaschine.
Nr. 37. Schmitten: Zweck, Entstehung, Ziele der kommenden Vermessungsämter.
Nr. 38. Schmitten: Zweck, Entstehung, Ziele der kommenden Vermessungsämter.
(Schluß).

Der Mechaniker:

- Nr. 16. Kirtel: Ein neues Kartierungs-Instrument.
Nr. 18. Kirtel: Nachtrag zu dem Artikel: Neue Ablesevorrichtungen für Teilkreise.

Mitteilungen des k. u. k. Militärgeographischen Institutes in Wien:
XXX. Band: A. Freiherr v. Hübl: Beiträge zur Technik der Kartenerzeugung.

Mitteilungen des Württembergischen Geometervereines:
Heft 7 und 8. Enthüllung der Gedenktafel für J. G. Friedrich von Bohnenberger.

Petermann's Mitteilungen:

August-Heft. Schweydar: Über die Deformation des Erdkörpers. — v. Steeb:
Der Stereoaograph und die Kartographie.

Schweizerische Geometer-Zeitung:

Nr. 9. Bäschlin: Le nouveau système de projection de la mensuration cadastrale
Suisse. (suite et fin). — Das eidgenössische Grundbuchamt. — Gesetz be-
treffend die Förderung der Landwirtschaft für den Kanton Zürich.

Zeitschrift des Vereines der Höheren Bayerischen Verm.-Beamten:

Nr. 4. Dr. M. Gasser: Die äronautische Ortsbestimmung.

Zeitschrift des Rheinisch-Westfälischen Landmesser-Vereines:

Heft 9. Schuhmacher: Vertiefung von Grundstücken.

Zeitschrift des Vereines der Landmesser in Elsaß-Lothringen.

Nr. 1. Zum hundertjährigen Jubiläum einer Vermessungsanweisung.

Zeitschrift für Vermessungswesen:

24. Heft. Schilling: Die geometrische Theorie der Stereophotogrammetrie. — Lüdemann: Einige Formen unzulässiger Vormerkungen und Grunddienstbarkeiten.
25. Heft. Schilling: Die geometrische Theorie der Stereophotogrammetrie. (Fortsetzung). — Klingatsch: Punktbestimmung durch Gegenschnitt. — Ditting: Kalender-Reform. — Lüdemann: Einige Formen unzulässiger Vormerkungen und Grunddienstbarkeiten. (Schluß).
26. Heft. Schilling: Die geometrische Theorie der Stereophotogrammetrie. (Fortsetzung). — Hüser: Die Einweihung des Gaussturmes. — Lüdemann: Zur Geschichte der Baulandumlegung. — Steppes: Fachausbildung und Zweiklassensystem.
- Nr. 27. Schilling: Die geometrische Theorie der Stereophotogrammetrie. (Fortsetzung). — Stappel: Die Neuvermessung der Stadt Nürnberg.

Zeitschrift für Instrumentenkunde:

7. Heft. Biske: Ein neues Quecksilberniveau. — Amsler: Das Durand-Amster'sche Radial-Planimeter. — Hammer: Zusatz zur vorstehenden Mitteilung von Amsler.

Vereins- und Personalnachrichten.

1. Vereinsangelegenheiten.

Mitteilung! Persönlichen bet. effend: Die P. T. Herren werden höflichst ersucht, alle Unrichtigkeiten in der Schreibweise der Namen oder sonstige Unrichtigkeiten, betreffend Schematismus 1911 mittelst Korrespondenzkarte an den k. k. Ober-Ingenieur Heinrich Przerowsky in Wien, IV., Paulanergasse Nr. 4, bis längstens 29. Oktober umsomehr bekanntzugeben, mit 31. Oktober die Personaldaten für den Schematismus abgeschlossen werden, um mit 1. November 1911 die Drucklegung des letzteren beginnen zu können, wodurch die Möglichkeit geboten sein wird, den P. T. Herren Kalender und Schematismus noch vor dem Neujahr zuzusenden.

2. Bibliothek des Vereines.

Zur Besprechung sind der Redaktion nachstehende Werke zugekommen:

Deubel E.: Veranschlagung und Verdingung von Bauarbeiten in Zusammenlegungssachen. Berlin 1911, Parey.

Mitteilungen des k. k. Militärgeographischen Institutes in Wien, XXX. Band, Wien 1911, Kommission Lechner.

3. Personalien.

Auszeichnungen. Seine k. u. k. Apostolische Majestät haben mit Allerhöchster Entschließung vom 23. August d. J. dem mit dem Titel und Charakter eines Regierungsrates bekleideten Evidenzhaltungs-Direktor Karl Schwarz in Wien anlässlich der von ihm erbetenen Übernahme in den dauernden Ruhestand den Titel eines Hofrates mit Nachsicht der Taxe huldvollst und dem Evidenzhaltungs-Obergeometer erster Klasse und Leiter des Katastralmappen-Archives in Wien Johann Pulpan aus Anlaß der erbetenen Versetzung in den dauernden Ruhestand den Titel eines kaiserlichen Rates mit Nachsicht der Taxe allergnädigst zu verleihen geruht.

Eleven-Aufnahme.

- Wolski Felix (1876) 24. 6. 1911, Borzów, Galizien.
 Mogg Emil (1890) 10. 7. 1911, Deutsch-Landsberg, Steiermark.
 Koppmann Karl (1883) 11. 7. 1911, Komotau, Böhmen.
 John Karl (1882) 14. 7. 1911, Böhmisches-Leipa, Böhmen.
 Jeras Basilius (1889) 14. 7. 1911, Görz, Küstenland.
 Nowak Josef (1884) 16. 7. 1911, Pisek, Böhmen.
 Steffe Franz (1884) 17. 7. 1911, Wien I—IV, Niederösterreich.
 Dvořak Franz (1886) 24. 7. 1911, Budweis, Böhmen.
 Sersić Zvonimir (1886) 27. 7. 1911, Pisino, Küstenland.
 Depero Emil (1887) 31. 7. 1911, Rovereto II, Tirol.
 Kunater Ernst (1887) 1. 8. 1911, Lienz, Tirol.
 Scharnagl Johann (1887) 21. 8. 1911, Wien I—IV, Niederösterreich.
 Maulić Robert 22. 8. 1911, } Kommission zur Aufteilung von
 Bressan Dominik 22. 8. 1911, } Gemeindegörden in Dalmatien.
 Honsar Stanislaus (1883) 27. 8. 1911, Tabor, Böhmen.
 Flego Laurenz (1886) 1. 9. 1911, Capodistria, Küstenland.

Ernennungen zu Evidenzh.-Geometern II. Kl. (XI).

- Hahn Rudolf, 28. 6. 1911, Freistadt, Oberösterreich.
 Rykr Karl, 22. 7. 1911, Eggenburg, Niederösterreich.
 Glaser Bruno, 22. 7. 1911, Neuvermessung, Niederösterreich.
 Nagler Isaak, 22. 7. 1911, Zistersdorf, Niederösterreich.
 Nesler Silvius, 27. 7. 1911, Ampezzo, Tirol.

Übersetzungen.

- Eleve Lego Karl nach Waidhofen a. d. Th., Niederösterreich.
 Geometer I. Kl. Czakert Paul nach Weiz, Steiermark.
 Eleve Ettl Paul nach Neuvermessung, Steiermark.
 » Opelka Karl nach Pettau, Steiermark.
 » Lulu Rudolf nach Marburg, Steiermark.
 » Werh Rainer nach Castelnovo, Küstenland.
 » Rismondo Alois nach Rovigno, Küstenland.
 Geometer I. Kl. Hirsch Alfons nach Lienz, G.-B., Tirol.
 Eleve Janiček Rudolf nach Brünn II, Mähren.
 Obergemeiter II. Kl. Šimon Jaroslav nach Lemberg I, Galizien.
 » II. » Pelczarski Johann nach Lemberg II, Galizien.
 » II. » Kozłowski Stanislaus nach Jaroslau, Galizien.
 » II. » Goos Ladislaus nach Tarnobrzeg, Galizien.
 Geometer I. Kl. Truchanowicz nach Sadowa wisnia, Galizien.
 » II. » Habdas Thaddäus nach Sołotvina, Galizien.
 » II. » Turkowski Stanislaus nach Dąbrowa, Galizien.
 » II. » Bily Josef nach Lisko, Galizien.
 Eleve Dąbrowski Xaver nach Przemyśl, G.-B., Galizien.
 Geometer II. Kl. Skroch Josef nach Trautenau, Böhmen.
 Eleve Barbarić Johann nach Zara für die Kommission zur Aufteilung von
 kulturfähigen Gemeindegörden in Dalmatien.

Pensionierung. Obergem. I. Kl. Fonda Donatus in Capodistria, Küstenland.

Gestorben. Am 31. August d. J. starb in Marburg Herr Obergemeiter Heinrich Hohn nach kurzem Krankenlager. Viele seiner steierischen Kollegen gaben dem so unerwartet Heimgangenen das letzte ehrende Geleite.

Goldene Medaille Pariser Weltausstellung 1900.

NEUHÖFER & SOHN

k. u. k. Hof-Mechaniker

Lieferanten des k. k. Katasters und der k. k. Ministerien

Fabrik:
V., Hartmannsgasse Nr. 5

Wien, I., Kohlmarkt 8

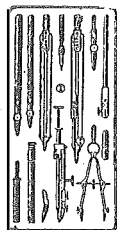
Telephon:
Nr. 6769 und 17.862.

empfehlen

Theodolite
Nivellier-Instrumente
Tachymeter
Universal Boussolen-
Instrumente

mit
optischem Distanzmesser

Messtische
und
Perspektivlineale

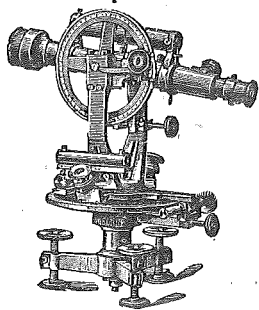


etc.

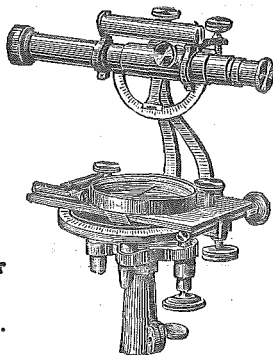
unter Garantie bester
Ausführung und ge-
nauerer Rektifikation.

— Illustrierte Kataloge gratis u. franko. —

— Reparaturen bestens und schnellstens, auch an Instrumenten fremder Provenienz. —



Den Herren k. k. Ver-
messungs-Beamten besondere
Bonifikationen beim Bezuge.



Planimeter

Auftrag-Apparate

nach Oberinspektor Engel
und andere Systeme

Abschiebedreiecke, Masstäbe
und Messbänder

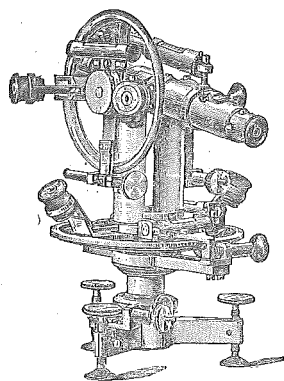
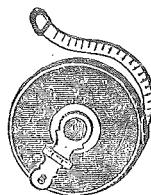
Präzisions-Reisszeuge

und
alle geodätischen Instrumente
und

Meßrequisiten

etc.

Alle gangbaren Instru-
mente stets
vorrätig.



Starke & Kammerer, Wien

IV. Bezirk, Karlsgasse 11

Telephon 3763

liefern

Telephon 3763

Geodätische Präzisions-Instrumente:
Theodolite aller Größen, Tachymeter, Universal-
und Nivellier-Instrumente, Meßtische, Forst- und
Gruben Instrumente etc., sowie alle notwendigen
Aufnahmsgeräte und Requisiten.

Das neue illustrierte Preisverzeichnis

auf Verlangen gratis und franko.