

V. b. b.

# Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen

REDAKTION:

Hofrat Dr. Dr. Dr. h. c. E. Doležal

emer. o. ö. Professor  
an der Technischen Hochschule in Wien

Dipl.-Ing. Karl Lego

Präsident  
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Dipl.-Ing. Dr. Hans Rohrer

o. ö. Professor  
an der Technischen Hochschule in Wien

Nr. 1 bis 3

Baden bei Wien, im August 1949

XXXVII. Jahrg.

## INHALT:

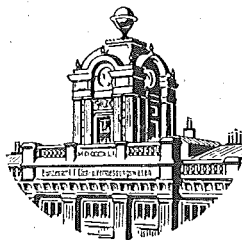
### Abhandlungen:

Präsident Dipl.-Ing. Alfred Gromann	Dipl.-Ing. K. Lego
Prof. Dr. Ing. Karl Zaar	Dr. Karl Hubeny
Festrede zur Zentenarfeier der Montanistischen Hochschule	Bundesmin. Dr. E. Kolb
Moderne Forschung und technisches Versuchswesen usw.	Dipl.-Ing. Josef Wolf
Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftbildaufnahmen	Josef Krames
Legales und internationales Meter in Österreich	Richard Krauland
Über die Bestimmung der Größe des Vermessungsbereiches der Niederen Geodäsie	Doz. F. Hauer
Zur Ausgleichung trigonometrischer Höhenmessungen nach vermittelnden Beobachtungen	Dr. Josef Litschauer
Abbé Joseph Liesganig, zur 150. Wiederkehr seines Todestages	Dipl.-Ing. K. Lego
Die Bedeutung der Katastralvermessung für das Grundbuch	P.

### Kleine Mitteilungen. Literaturbericht.

### Mitteilungsblatt

zur „Österr. Zeitschrift für Verm.-Wesen“, redigiert von Verm.-Rat Ing. Ernst Rudolf



Herausgegeben vom

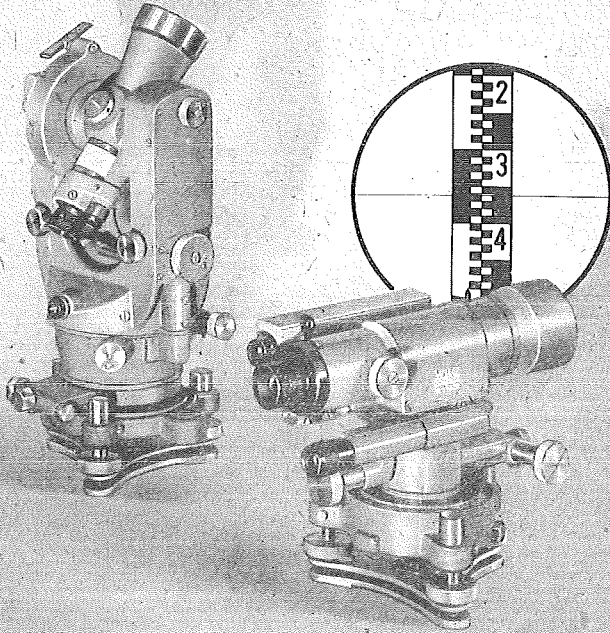
## ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen), der  
Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und der Österreichischen  
Gesellschaft für Photogrammetrie

Baden bei Wien 1949

**WILD**  
HEERBRUGG



**MODERNE GEODÄTISCHE INSTRUMENTE**

VON HOHER PRÄZISION,

**THEODOLITE, NIVELLIERINSTRUMENTE,**

**MESSTISCHAUSRÜSTUNGEN,**

**PRÄZISIONSDISTANZMESSER**

**INSTRUMENTE FÜR DIE PHOTOGRAMMETRIE**

**FLIEGERKAMMERN UND AUSWERTEGERÄTE**

VON HOHER PRÄZISION

**VERKAUFS-AG. HEINRICH WILD'S**

**GEODÄTISCHE INSTRUMENTE**

**HEERBRUGG/SCHWEIZ**

**FABRIKEN FÜR OPTIK UND FEINMECHANIK**

ALLEINVERTRETUNG FÜR ÖSTERREICH

**RUDOLF & AUGUST ROST**

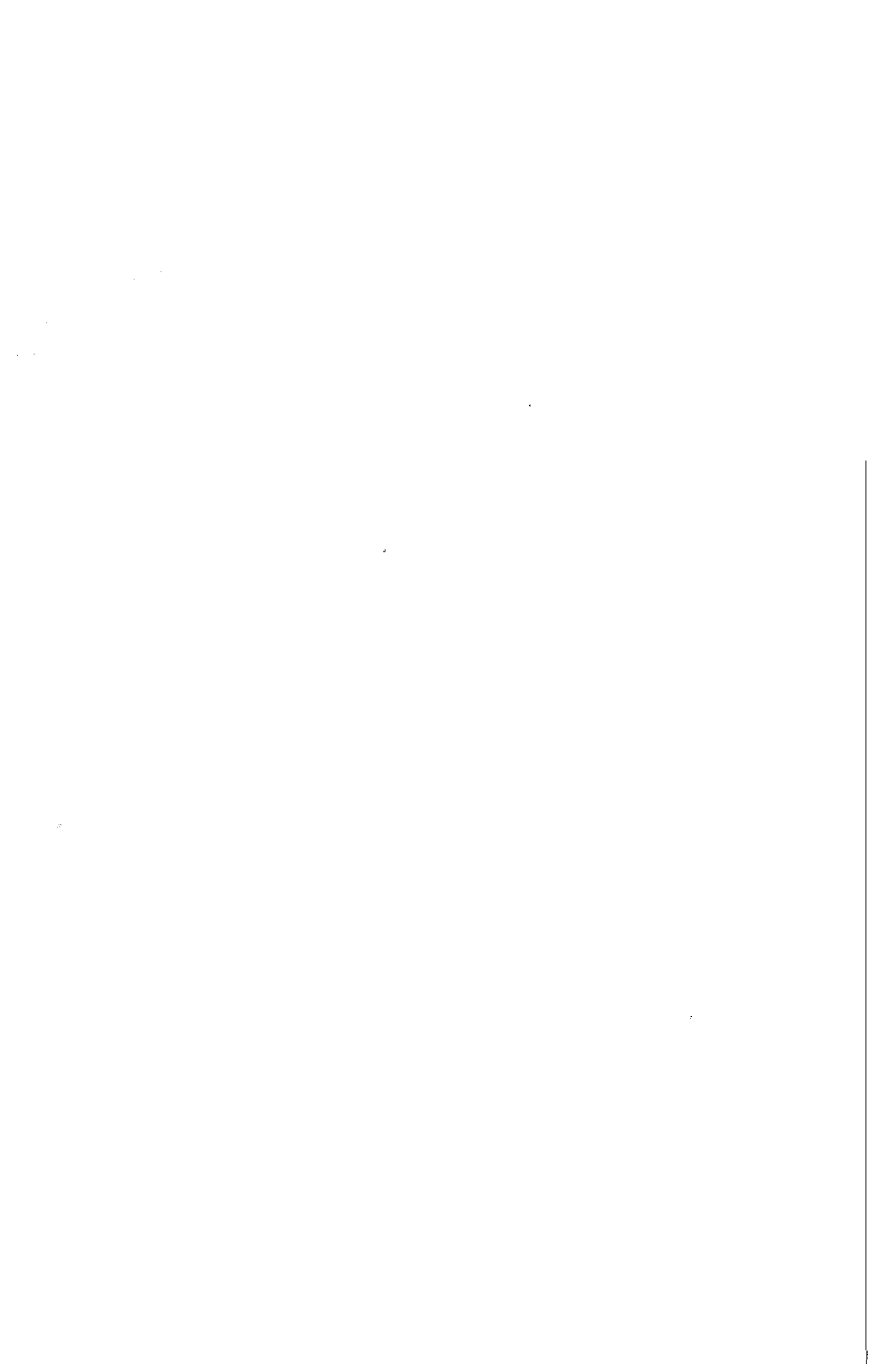
MATHEMATISCH-MECHANISCHES INSTITUT

WIEN XV., MÄRZSTRASSE 7

TELEPHON B 33-4-20



Zaar



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hofrat Prof. Dr. Dr. Dr. h. c. E. D o l e ž a l,  
Präsident Dipl.-Ing. K. L e g o und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. R o h r e r

---

Nr. 1 bis 3

Baden bei Wien, im August 1949

XXXVII. Jahrg.

---

## Präsident Dipl.-Ing. Alfred Gromann †

Am 27. Juni l. J., zwei Tage vor Erreichung seines 73. Lebensjahres, ist der ehemalige Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Dipl.-Ing. Alfred G r o m a n n, infolge einer Lungenentzündung plötzlich gestorben.

G r o m a n n war der erste Präsident des im Jahre 1921 aus den vielen Stellen des staatlichen Vermessungsdienstes der alten Donaumonarchie geschaffenen Amtes, das 1923 durch die Angliederung des Eichdienstes erweitert wurde. Die Organisation der inneren Einrichtung eines so großen Verwaltungskörpers stellte den Präsidenten gleich bei Übernahme seines neuen Dienstes vor große Aufgaben, die er hervorragend löste. Die vorbildliche Entwicklung, die das Eich- und Vermessungswesen unter seiner Leitung genommen hat, ist bereits in dem im vorigen Jahr in dieser Zeitschrift gebrachten Lebensbild G r o m a n n s eingehend gewürdigt worden.

Präsident G r o m a n n erfreute sich eines großen Ansehens in wissenschaftlichen und Beamtenkreisen, war Mitglied der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung, Stellvertreter des Vorsitzenden der zweiten Staatsprüfungskommission für Vermessungsingenieure an der Technischen Hochschule in Wien, Stellvertreter des Präsidenten der Geographischen Gesellschaft und Mitglied vieler wissenschaftlichen Vereinigungen.

Seine Beliebtheit kam auch in der zahlreichen Beteiligung an der Beerdigung zum Ausdruck, bei welcher der Rektor der Wiener Technischen Hochschule und Präsident der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung, wirkl. Hofrat Professor Dr. F. H o p f n e r, der jetzige Präsident des Bundesamtes, Dipl.-Ing. K. L e g o, und der Personalvertreter der Beamten-schaft, techn. Inspektor A. S c h r o t h, warm empfundene Nachrufe hielten.

Der Name des Präsidenten wird in der Geschichte des österreichischen Vermessungswesens unvergänglich bleiben.

L e g o

## **Prof. Dr.-Ing. Karl Zaar †**

Mittwoch den 2. Februar 1949 starb in Graz nach schwerem Leiden der o. Professor der Geodäsie und Vorstand der Lehrkanzel für Geodäsie der Technischen Hochschule Graz, Prof. Dr.-Ing. Karl Zaar, im 69. Lebensjahre. Mit seinem Ableben schied wieder eine bedeutende Persönlichkeit aus dem nur mehr kleinen Kreis derer, deren Namen mit der Entwicklung der Bildmessung in Österreich von ihrer Frühzeit bis zum heutigen Tage unlöslich verbunden sind.

Prof. Dr. Karl Zaar wurde am 25. Juli 1880 zu Kremsier als der Sohn eines Gymnasialdirektors geboren. Der väterliche Einfluß scheint für die Richtung seines Lebensweges bestimmend gewesen zu sein; sein Vater beschäftigte sich als Physiker mit mancherlei Problemen, so z. B. mit Untersuchungen auf dem Gebiet der unsichtbaren kurzwelligen Strahlen. Wie Prof. Zaar gelegentlich äußerte, soll einmal ein Zufall seinem Vater den großen Erfolg verwehrt haben; dieser hatte — schon vor Röntgen — mit den heute nach diesem benannten Strahlen experimentiert und eben der erwähnte Zufall war es, der ihn die bekannte Wirkung dieser Strahlen nicht erkennen ließ.

Den frühzeitigen Entschluß zu einem technischen Studium läßt der Eintritt in eine Realschule erkennen; Prof. Zaar besuchte die Staatsrealschule in Brünn, wo er 1898 die Reifeprüfung mit Auszeichnung ablegte. Daran schloß sich der Besuch der Technischen Hochschule, gleichfalls in Brünn, deren Fakultät für Bauingenieurwesen er im Jahre 1903 mit einem sehr lobenden Prädikat absolvierte. Die folgenden Jahre (1903—1907) verbrachte der junge Ingenieur im staatlichen Baudienst der mährischen Statthalterei. Bald zeigte sich — wohl auch zum Teil väterlicherseits ererbt — die Neigung und das Streben zum Lehrberuf; nach vierjähriger Tätigkeit im Baudienst erfolgte die Ernennung zum Professor an der deutschen Staatsgewerbeschule in Brünn.

Neben der Lehrtätigkeit an dieser Anstalt beginnt nun eine eifrige wissenschaftliche Tätigkeit. Es mag eine schon früh vorhandene Vorliebe für die graphische Kunst mit ein Grund für eine intensive Beschäftigung auf dem Gebiete der Photographie gewesen sein; verschiedene Gebiete der technischen Anwendungen der Photographie werden studiert und — durch die Tätigkeit im Baudienst mit geodätischen Arbeiten wohlvertraut — widmet sich Prof. Zaar in den folgenden Jahren voll und ganz der damals gerade an der Schwelle ihrer Entwicklung stehenden Bildmessung.

In seiner Dissertation untersucht Prof. Zaar die Möglichkeiten und Auswertemethoden, um aus der Zentralprojektion eines Objekts und dessen Spiegelbildes dieses zu rekonstruieren; es folgt (mit Auszeichnung) der Erwerb des Doktorates der technischen Wissenschaften im Jahre 1913. Eine Reihe weiterer Arbeiten stammt aus dieser Zeit; u. a. die Konstruktion eines photogrammetrischen Auswertegeräts und das Verfahren der Lichtschnittebenen.

Der Beginn des ersten Weltkrieges setzte dieser fruchtbaren Schaffensperiode zunächst ein Ende; schon in den ersten Tagen des Krieges rückte Prof. Zaar als Ing.-Oberleutnant ein. Bald folgte seine Zuteilung zur damaligen k. u. k. Kriegsfotogrammetrie, deren Aufbau ein reiches Betätigungsfeld sowohl

für wissenschaftliche als auch praktische Arbeiten bot, wobei von den letzteren u. a. die umfangreichen geodätischen und photogrammetrischen Aufnahmearbeiten der Gebiete des südöstlichen Kriegsschauplatzes genannt seien. Soweit dies nicht schon früher der Fall gewesen war, gewann Prof. Zaar hier Fühlung mit den hervorragendsten Persönlichkeiten, die die österreichische Photogrammetrie aufzuweisen hatte; mit R. v. Orel, Ing. Wolf, Ing. Posselt, Ing. Manek seien nur einige Namen derer genannt, mit denen er später zeitlebens in reger Verbindung stand. Die vielseitige wissenschaftliche und praktische Tätigkeit im Rahmen der Kriegsphotogrammetrie fand u. a. auch in der Verleihung des goldenen Verdienstkreuzes mit der Krone und des Signum laudis, beides am Bande der Tapferkeitsmedaille, die verdiente Anerkennung.

Nach dem Ende des ersten Weltkrieges kehrte Prof. Zaar an seine frühere Wirkungsstätte, an die Staatsgewerbeschule in Brünn, zurück. Wieder widmet er sich neben der Lehrtätigkeit voll und ganz der wissenschaftlichen Arbeit vor allem auf dem Gebiete der Photogrammetrie. Neben den Untersuchungen über die Verzeichnung eines photographischen Objektivs bei Einschaltung durchsichtiger planparalleler Platten in den ding- und bildseitigen Strahlengang sei aus dieser Zeit noch die Anwendung der Theorie der Polarparallaxen in der Meßtechnik erwähnt.

Knapp nach der Rückkehr von der militärischen Dienstleistung, im Februar 1919, erfolgte die Gründung eines eigenen Hausstandes; der Ehe mit seiner Gemahlin Gertrud, geb. Schwertassek, entstammen drei Kinder, zwei Söhne und eine Tochter.

Mit einer im Jahre 1920 an Prof. Zaar verliehenen Honorarprofessur für wissenschaftliche Photographie an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn beginnt ein neuer beruflicher Lebensabschnitt: die Lehrtätigkeit auf akademischem Boden. Schon ein Jahr später, 1921, folgte die Habilitation und die Ernennung zum Privatdozenten für Geodäsie, Photogrammetrie und Vervielfältigungsverfahren für Karten und Pläne.

Damit erwachsen neue Aufgaben neben der weiterhin ausgeübten Lehrtätigkeit an der Brünnener Gewerbeschule; trotzdem — und dies ist kennzeichnend für die rastlose Schaffenskraft — wird neben dem nun folgenden mustergültigen Aufbau eines Instituts für Technische Photographie an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn die eigene wissenschaftliche Arbeit ebenso wie bisher weitergeführt. Es darf dabei nicht unerwähnt bleiben, daß Prof. Zaar von früher Jugend an das Cellospiel pflegte; die meisterliche Beherrschung dieses Instruments in der späteren Zeit sowie eifrig betriebene Studien der Musikgeschichte und vor allem der Literatur der Kammermusik brachten es mit sich, daß er sowohl als hervorragender ausübender Musiker als auch als Musikschriftsteller einen bedeutenden Rang im Musikleben der Stadt Brünn einnahm.

Die letzte entscheidende Wendung in dem bisher so arbeitsreichen Leben Prof. Zaars trat ein, als er im Jahre 1928 eine Berufung zum ordentlichen Professor der Geodäsie an der Technischen Hochschule Graz erhielt und dieser Folge leistete. Hier fand er die Stätte, die seinem späteren Leben Aufgabe und Inhalt wurde. Das geodätische Institut der Technischen Hochschule Graz, das Erbe

seiner Vorgänger Hofrat Wastler und Hofrat Klingatsch, stand am Anfang der Entwicklung, die durch die Umstellung der geodätischen Ausbildung vom bisher zweijährigen „Geometerkurs“ zur vollen Hochschulausbildung des Vermessungsingenieurs bedingt war. Der Aufbau der Unterabteilung für Vermessungswesen an der Technischen Hochschule Graz und die musterhafte Ausgestaltung seines engeren Wirkungskreises, der I. Lehrkanzel für Geodäsie, ist mit dem Namen Zaar ebenso verbunden wie die in der folgenden Zeit oft gebrauchte anerkennende Bezeichnung „Grazer Schule“, die eigentlich wohl seinem Wirken galt.

Neue berufliche Verpflichtungen traten neben der umfangreichen Lehr- tätigkeit an Prof. Zaar heran; neben dem Vorsitz, bzw. der Mitgliedschaft in verschiedenen Staatsprüfungskommissionen und in der Prüfungskommission für Zivilingenieure bekleidete er mehrmals das Amt des Dekans der Fakultät für Bauingenieurwesen und der für angewandte Mathematik. In den zwei Dezennien seines Wirkens an der Technischen Hochschule Graz entstehen — ungeachtet aller Schwierigkeiten — an der I. Lehrkanzel für Geodäsie ein modern eingerichtetes photogrammetrisches Institut, Einrichtungen für Photographie und Reproduktionstechnik, eine auf die neuzeitliche Entwicklung des Instrumentenbaues ergänzte geodätische Sammlung und verschiedene Geräte eigener Konstruktion.

Die Mitgliedschaft in der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie und in der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie, an deren sämtlichen Kongressen (Wien, Berlin, Zürich, Paris, Rom) sich Prof. Zaar beteiligt, wobei er mehrmals als Berichterstatter und Kommissionsleiter fungiert, die Beteiligung an verschiedenen photogrammetrischen Ausstellungen und weitere wissenschaftliche Arbeiten, wovon nur die Beschäftigung mit Problemen der Nah- und Architekturphotogrammetrie und die Konstruktion von Aufnahme- und Auswertegeräten für verschiedene Spezialzwecke erwähnt seien, weiters zahlreiche, bei verschiedenen Anlässen gehaltene Fachvorträge zeugen von der nie erlahmenden Arbeitskraft während der Zeit seiner Tätigkeit in Graz. Und auch hier, in dieser Zeit reichen Wirkens, wird die Betätigung auf dem von ihm leidenschaftlich gepflegten Gebiet der Kammermusik weder vergessen noch vernachlässigt.

Die silberne Voigtländermedaille, die Medaille der internationalen photogrammetrischen Ausstellung in Rom, die Medaille der photographischen Gesellschaft in Wien sind äußere Zeichen der Anerkennung, die das Wirken Prof. Zaars fand; auch seine private Tätigkeit als Kammermusiker und Musikschriftsteller fand ihre Anerkennung in Auszeichnungen für vorbildliche Pflege der Hausmusik.

Es bedeutete einen schweren Rückschlag für die bisher so erfolgreiche Tätigkeit in Graz, als bald nach 1938 die Ausbildung der Vermessungsingenieure auf wenige Hochschulen Deutschlands beschränkt wurde und damit die Unterabteilung für Vermessungswesen der Technischen Hochschule Graz vor einem plötzlichen Ende stand. Prof. Zaar scheute in dieser Zeit — dabei fast völlig auf sich allein gestellt — keine Mühe, um die Unterabteilung für Vermessungswesen, die ja einen Teil seines Lebenswerkes bildete, der Grazer Technischen Hochschule zu erhalten. Wenn es damals gelang, trotz aller Schwierigkeiten die Unterabteilung wenigstens noch eine Zeit hindurch weiterzuführen, so ist



dies einzig und allein als Erfolg der zähen Bemühungen Prof. Zaars zu werten. Nicht allein die sachlich wohl einwandfrei zu begründende Notwendigkeit der Fortführung der Grazer Vermessungsabteilung, nicht allein der Kampf um sein Lebenswerk sind als Begründung dieser damaligen Bemühungen anzusehen. Das tiefe Verständnis und das Mitfühlen Prof. Zaars für die ihm anvertraute akademische Jugend, der die Ausbildung in dem erstrebten Beruf in ihrer engeren Heimat ermöglicht werden sollte, sind ebenso wie das Bestreben, dem geodätischen Studium fähigen Nachwuchs zu erhalten, als weitere Erklärung für die von Prof. Zaar damals mit dem Einsatz seiner ganzen Persönlichkeit unternommenen, leider nicht von einem vollen Erfolg begleiteten Schritte zu betrachten. Als nach den Krisentagen des Jahres 1945 die Unterabteilung für Vermessungswesen in Graz neu erstehen konnte, war dies wieder vor allem ein Verdienst Prof. Zaars. Bis in die letzten Tage seines Lebens beschäftigten ihn Pläne um die Erhaltung und um den weiteren Ausbau dieser Abteilung; ihr galten auch bis zuletzt seine Sorgen.

Plötzlich, während der geodätischen Feldübungen im Sommer des Jahres 1948, trat erstmalig das Leiden in Erscheinung, dem er ein halbes Jahr später erliegen sollte. Ein sofortiger lebensgefährlicher Eingriff erwies sich als unumgänglich nötig und es ist bezeichnend für das Leben Prof. Zaars, daß ihn bis in die letzten Stunden vor dieser schweren Operation Gedanken und Sorgen um die Vermessungsabteilung bewegten.

Noch schien das Schicksal günstig. Die kräftige, lebensbejahende Natur überwand die Operation und ihre unmittelbaren Folgen; wieder zeugt die Beschäftigung mit verschiedenen Plänen (ein zusammenfassendes Werk über Architekturbildmessung wurde vorbereitet) von noch ungebrochener Schaffenskraft. Eine der letzten Arbeiten, grundlegende Untersuchungen auf dem Gebiete der Zweimedienphotogrammetrie, wurde abgeschlossen und die Teilnahme am Kongreß der internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie in Den Haag im Herbst 1948 vorbereitet. Doch die erhoffte völlige Wiederherstellung der Gesundheit blieb aus und schweren Herzens entschloß sich Prof. Zaar, auf die persönliche Teilnahme an diesem Kongreß zu verzichten. Es mag für ihn aber doch eine Genugtuung gewesen sein, mit der erwähnten Arbeit einen der hervorragendsten Beiträge Österreichs für diesen Kongreß geleistet zu haben; die oftmalige anerkennende Erwähnung seines Namens aus diesem Anlaß bezeugt nicht nur den internationalen Ruf Prof. Zaars als Wissenschaftler, sondern auch den Anteil Österreichs an der Entwicklung der Photogrammetrie.

Nach verschiedenen Versuchen zur Wiederaufnahme seiner Tätigkeit zeigte es sich bald, daß der Krankheitsherd, den man durch die Operation entfernt wähnte, doch in größerem Maß vorhanden war, als es ursprünglich schien. Nach einem schweren, wechselvollen Leiden verschied Prof. Zaar in den Mittagsstunden des 2. Februar 1949.

An einem der letzten Tage seines Lebens, an dem es mir als seinem langjährigen Assistenten vergönnt war, länger mit meinem verehrten Lehrer zu sprechen, entrollte mir Prof. Zaar ein Bild seines Lebens. Voll tiefer Dankbarkeit gedachte er dabei seines Vaters, seiner Lehrer und vor allem jenes Mannes, der

ihm vor vielen Jahren die Richtung seines Lebensweges gewiesen hatte, des Altmeisters der Österreichischen Photogrammetrie Hofrat Prof. Dr. E. Doležal.

Es wäre diese knappe Schilderung des Lebens und des Werkes des Verstorbenen völlig unzulänglich, wollte man dabei die menschlichen Seiten seines Wesens außer acht lassen. Aufgeschlossen allem Schönen und Hohen im menschlichen Leben, begeisterter Musiker aus innerster Berufung, blieb er in allen Belangen stets Mensch in des Wortes edelster Bedeutung. Trotz starker beruflicher Belastung, trotz vielseitiger Verpflichtungen und rastloser eigener wissenschaftlicher Arbeit fand er stets die Zeit, da und dort mit Rat und Tat einzugreifen, anzuregen und anzuspornen. Keine Entscheidung wurde je gefällt, ohne dabei Rücksicht auf die Eigenschaften und die besonderen Verhältnisse des Betroffenen zu nehmen; immer wurde das Für und Wider auch von der menschlichen Seite her reiflich erwogen. Kaum einer seiner vielen Schüler schied von ihm, ohne einmal bei irgend einer Gelegenheit nicht nur dem geachteten und verehrten Lehrer, sondern auch dem Menschen Zaar gegenübergestanden zu sein und dabei einen Beweis seiner so oft geübten Hilfsbereitschaft empfangen zu haben.

So erklärt sich die tiefe Anteilnahme weiter Kreise am Schicksal Prof. Zaars während seiner Krankheit und die aufrichtige Trauer, die sein Tod hervorrief. In allen, die ihm von dieser oder jener Seite her nahestanden, wird das Andenken und das Gefühl der Dankbarkeit für den Forscher, Lehrer und Menschen Zaar immer lebendig bleiben.

#### Verzeichnis der wissenschaftlichen Abhandlungen:

1. Spiegelphotographien und ihre Auswertung zu Meßzwecken (Int. Archiv für Photogrammetrie III).
2. Beiträge zur Spiegelphotographie (Int. Archiv für Photogrammetrie III).
3. Ein photogrammetrischer Auftragsapparat (Int. Archiv für Photogrammetrie IV).
4. Über eine Aufnahmemethode für stereophotographische, bzw. photogrammetrische Zwecke (Jahrbuch für Photographie 1913).
5. Über ein photogr. Körpermessungsverfahren (Int. Archiv für Photogrammetrie IV).
6. Über die Verzeichnung des photographischen Bildes bei Einschaltung durchsichtiger planpa. allerer Platten (Int. Archiv für Photogrammetrie V, (Photograph. Korresp. 1919).
7. Die Polarparallaxentheorie in Anwendung auf photographische Perspektive und Meßtechnik (Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie).
8. Über eine photogrammetrische Meßmethode aus einem Standpunkt bei Verwendung der Abbildungsschärfe (Zeitschr. d. Ingenieure für Mähren).
9. Studie über die Einstellungsebene bei der photographischen Abbildung durch Linsen (Festschrift, Technische Hochschule Brünn).
10. Über ein zeichnerisches Verfahren bei der Abbildung durch Linsen (Zeitschr. f. physikal. Unterricht XXXVIII).
11. Über Projektionsanaglyphen (Photographische Korrespondenz).
12. Über ein Auswertungsverfahren in der Architekturbildmessung (Bildmessung und Luftbildwesen 1935).
13. Architekturbildmessung (Deutsche Bauzeitung 1936).
14. Ergänzungsgeräte zu einem Feldphototheodolit für Nahaufnahmen (Festschrift Doležal des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen).
15. Generalberichte über „Verschiedene Anwendungen der Photogrammetrie“ für den Intern. Kongreß in Paris (1934) und Rom (1938) (Intern. Archiv für Photogrammetrie VIII).
16. Zweimedienphotogrammetrie (Sonderdruck d. Österr. Zeitschrift f. Verm.-Wesen, 1948).  
Graz, den 9. Mai 1949.

Dr. Karl Hubeny.

## **Festrede des Bundesministers Dr. Ernst Kolb zur Zentenaarfeier der Montanistischen Hochschule**

Gehalten am 21. Mai 1949 in Leoben

Der Herr Bundesminister überbrachte zu Beginn seiner Festrede die Glückwünsche des Bundeskanzlers Dr. h. c. Dipl. Ing. Figl und des Bundesministers Dr. Krauland, die beide am Erscheinen verhindert waren, wies auf die engen Beziehungen hin, die die jubilierende Hochschule mit dem Handelsministerium verbinden, die noch vor 15 Jahren nicht vom Unterrichts-, sondern vom Handelsministerium betreut wurde, und fuhr in seinen Ausführungen folgendermaßen fort:

„Die Hochschule hat drei Fakultäten, deren jede mit je einer Sektion des Handelsministeriums in besonderer Verbindung steht. Aus dieser Verbindung ergibt sich ganz von selbst ein Wort des Dankes, eine Bitte und ein Wunsch.

### I.

Die erste Fakultät ist die für Bergwesen; sie hat engsten Zusammenhang mit der Obersten Bergbehörde, die das heutige Fest auch zum Anlaß genommen hat, ihre Beamten zu einer Dienstbesprechung in Leoben zusammenzurufen. Von jeher hat sich die Hochschule um den Kohlen- und Erzbergbau, die Einrichtungen der Gruben, die Entwicklung moderner Schurfmethoden, die Ausarbeitung rationellster Abbauweisen, die Gewinnung und Verarbeitung von Erdöl und Erdgas bemüht. An ihr haben unsere Bergwerksdirektoren und Bergbeamten ihre Ausbildung genossen. Das österreichische Gewerberecht enthält Vorschriften über den Befähigungsnachweis im Handel und Handwerk, nicht aber in der Industrie — mit der einzigen Ausnahme des Bergbaues. Nach berggesetzlicher Vorschrift kann nur der Betriebsleiter werden, der die Absolvierung der Fakultät für Bergwesen an der Montanistischen Hochschule in Leoben oder an einer gleichwertigen Hochschule nachweist. Der heutige Gedenktag ist Anlaß, der Hochschule für die gründliche und erfolgreiche Ausbildung der führenden Leute des Bergwesens zu danken.

Dank gebührt auch den Betriebsleitern, die die hier erworbenen Kenntnisse angewandt und den österreichischen Bergbau wieder auf die frühere Höhe gebracht haben, nicht nur in der gesamten Fördermenge, sondern auch in der Leistung pro Schicht.

Die Oberste Bergbehörde ist jene Sektion des Handelsministeriums, für deren Beamte die Absolvierung zweier Fakultäten, nämlich der juristischen an einer Universität und der für Bergwesen an dieser Hochschule Anstellungserfordernis ist.

Trotz dieser doppelten Qualifikation sind die Beamten der Revierbergämter gleich bezahlt wie die anderen Beamten und daher wie sonst keine Gruppe der Versuchung ausgesetzt, in die Industrie abzuwandern. Trotz lockender Angebote sind die Beamten aber ihrem Dienste treu geblieben und haben zum Wiederaufbau wesentlich und vorbildlich beigetragen. Dafür spreche ich ihnen herzlichen Dank und aufrichtige Anerkennung aus.

## II.

Die zweite Fakultät ist die für Hüttenwesen. Sie ist für die Industrie-  
sektion des Handelsministeriums besonders wichtig, weshalb auch der Referent  
für Schwerindustrie an der heutigen Feier teilnimmt.

Die Aufbereitung und Untersuchung der Erze und der Kohle, der für die  
heutige Technik so wichtigen Steine und Erden, die Bearbeitung der Metalle  
und des Eisens sind Wissensgebiete, die vornehmlich der heute jubilierenden  
Hochschule vorbehalten sind. Die Schwerindustrie bedarf der Montanistischen  
Hochschule als ihrer wissenschaftlichen Basis. Darum bitte ich die Herren  
Professoren, der hohen Verpflichtung, den Hütteningenieuren in allen wichtigen  
technischen Fragen Berater und Helfer zu sein, bewußt zu bleiben und an den  
technischen Problemen auch weiterhin regen Anteil zu nehmen.

Die zweite Bitte richte ich an die Herren Industriellen: Lassen Sie weiterhin  
hervorragende Vertreter aus Bergbaukreisen als Lehrer an der Hochschule  
wirken, bringen Sie Anregungen durch Vorträge und Ausstellungen, stellen Sie  
Lehrmittel zur Verfügung, arbeiten Sie an den von der Hochschule heraus-  
gegebenen Berg- und Hüttenmännischen Monatsheften mit und geben Sie der  
Hochschule und ihren Hörern Gelegenheit, die Praxis des Bergbaues kennen-  
zulernen. Die Lage Leobens, im Herzen der obersteirischen Berg- und Hütten-  
industrie, ist dem Unterricht besonders förderlich und ermöglicht es, daß sich  
die Hörer schon während ihrer Studienzzeit mit allen Einrichtungen der Berg-  
und Hüttenwerke vertraut machen.

Die Hörerinnen und Hörer aber, die hier ihr Flämmchen anzünden, mögen  
es mit dem festen Vorsatz tun, Leuchten zu werden, Leuchten im Berg- und  
Hüttenwesen oder in den Revierbergämtern und in der Obersten Bergbehörde.

Einige wenige — aber nur weit über dem Durchschnitt begabte Idealisten  
— mögen auch daran denken, einmal Leuchten auf den Lehrkanzeln dieser  
Hochschule zu werden.

## III.

Vorhin haben wir in der Aula Schnurzeug, Gradbogen und Kompaß  
bestaunt, mit denen sich die Markscheider früherer Zeiten an die heikelsten  
Aufgaben herangewagt haben. Bei der Gründung der Leobner Akademie drangen  
Libelle, Theodolit und Nivellierinstrument durch; die neuere Markscheidekunde  
erhielt namentlich durch den Leobner Professor *Miller v. Hauenfels*, der  
das Polarplanimeter erfand, einen kräftigen Auftrieb. Der berühmteste Nach-  
folger Millers ist der bei allen Beamten des Handelsministeriums und namentlich  
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen höchstangesehene Altmeister  
des österreichischen Vermessungswesens und Ehrendoktor dieser Hochschule,  
Hofrat Prof. Dr. h. c. *Doležal*, der wegen seines hohen Alters leider nicht in  
unserer Mitte weilte. Er hat die Lehrkanzel für Geodäsie und Markscheidekunde  
geschaffen und dadurch die Verbundenheit dieser beiden Fachgebiete besonders  
zum Ausdruck gebracht. Die im Jahre 1904 angebahnte Reform des geodätischen  
und markscheiderischen Unterrichts krönte Prof. *Aubell*, den wir zu unserer  
Freude hier als Dekan begrüßen können, im Jahre 1921 durch die Errichtung  
der Fachschule für Markscheidekunde.

Eine zweite Verbindung des Markscheidewesens zum staatlichen Vermessungsdienst besteht darin, daß es dem gesamten Bergwesen wichtige Unterlagen und Behelfe liefert. Der Markscheider schließt seine Grubenvermessungen an die Fixpunkte des staatlichen Triangulierungsnetzes und an die Marken des Präzisionsnivelements an, die zu dem Festpunktnetz gehören, das das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen über das ganze Bundesgebiet gelegt hat. Einen wichtigen Behelf bilden ferner die von diesem Amt herausgegebenen Katastralmappen und topographischen Staatskarten.

Das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen führt aber auch Messungen der Schwerkraft durch, die den Geologen sichere Anhaltspunkte über den Bau der festen Erdkruste geben. Noch im heurigen Sommer wird das Bundesamt in die Lage kommen, seine Schwerkraftmessungen wieder aufzunehmen, und in wenigen Jahren wird Österreich über ein dichtes Netz von 5000 Schwerestationen verfügen, die auch dem Bergmann als wertvolle Unterlage für seine Schürflplanungen dienen werden. So kann der Jahrhunderte alte Menschheitstraum von der Wünschelrute durch exakte wissenschaftliche Methoden gelöst werden.

Das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, die Montanistische sowie die anderen technischen Hochschulen sind schließlich die bisher einzigen Pflegestätten einer weiteren modernen Vermessungsart, der Bildmessung (Photogrammetrie). Eines ihrer Anwendungsgebiete ist die Herstellung von Plänen und Karten von Lagerstätten des Kohlen- und Erztagbaues. Auch auf dem Gebiete der Aufschließung der Bodenschätze hat sich die Luftbildvermessung mit großem Vorteil Eingang verschafft. An der Entwicklung dieser Verfahren ist die Montanistische Hochschule weitestgehend interessiert und beteiligt. Aufrechtlich wünsche ich ihren Arbeiten vollen Erfolg.

Wie jeder Bergmann wünscht, daß ihm als Lohn für seine schwere, mühevollle Arbeit „rotgültig Erz entgegenblute“, so wünsche ich der jubilierenden Montanistischen Hochschule, daß ihr auch weiterhin der ausgezeichnete Erfolg in der Ausbildung ihrer Hörer und in der Förderung ihrer Wissenschaft beschieden sei, den sie im abgelaufenen Jahrhundert gehabt hat.

Die Ader blinkt, das Silber winkt!  
So blute fort, durch reiches Ort!  
Glück auf! Alma mater Leobensis!“

## **Moderne Forschung und technisches Versuchswesen, die Fundamente der Normung**

Von Sektionschef Dipl.-Ing. Josef Wolf\*)

Die technische Forschung und Entwicklung bezweckt die Gewinnung neuer Erkenntnisse, durch welche Fortschritte für die Wirtschaft zu erzielen sind. Die Grundlage für eine moderne Forschung bilden das technische Ver-

---

\*) Auszug aus dem am 12. Mai 1949 im Anschluß an die Vollversammlung des Österr. Normungsausschusses von Sektionschef Wolf gehaltenen Vortrag. Die Schriftl.

suchswesen. Die Normung befaßt sich damit, die Ergebnisse der Forschung und Entwicklung der Wirtschaft auf rationellste Weise nutzbar zu machen. Sie schafft die Unterlagen zur Wahrung der Güte, Sicherheit und Wirtschaftlichkeit der industriellen Produktion und ermöglicht die Konkurrenzfähigkeit durch Vereinheitlichung und Vereinfachung der beruflichen Tätigkeit. Das Normenwesen baut demnach auf der technischen Forschung auf und muß mit der Wissenschaft ständig in Verbindung bleiben, damit stets die neuesten Erkenntnisse ihre Berücksichtigung finden und die auf dieser Grundlage erstellten Normen auf längere Zeit ihre Gültigkeit bewahren. Über allem muß jedoch das Wohl der Gesamtwirtschaft der Leitgedanke aller Bestrebungen sein.

Im Sinne des ständigen Fortschrittes ist deshalb die Förderung des Versuchs- und Forschungswesens von größter Bedeutung. Zurückschauend erkennt man, daß die große Bedeutung des technischen Versuchswesens in Österreich durch Wilhelm Exner, der neben dem Technologischen Gewerbemuseum eine Reihe von Versuchsanstalten begründete, richtig erkannt wurde. Die nach ihm benannte „Lex-Exner“ vom 9. Sept. 1910 gab dem technischen Versuchs- und Prüfwesen seine gesetzliche Grundlage. Sie wurde deshalb nach der Befreiung Österreichs im Jahre 1945 wieder in Kraft gesetzt und die Agenden des techn. Versuchswesens dem Bundesministerium f. Handel u. Wiederaufbau übertragen.

Die Wichtigkeit der Entwicklung und Forschung für die Wirtschaft wurde in den meisten Staaten früh erkannt und es entstanden in vielen dieser Staaten in Zusammenarbeit zwischen der Regierung und der Industrie eine Reihe von Versuchsanstalten, welche weit über die Grenzen dieser Länder bekannt wurden. Besonderer Erwähnung bedarf das Versuchswesen in den USA, welches während des letzten Krieges die gewaltigsten Fortschritte insbesondere auf dem Gebiet der Atomenergie und Luftfahrtforschung erzielt hat.

England hat eine hervorragende wissenschaftliche Forschungsorganisation aufgebaut, den Nationalen Forschungsrat, der die drei großen Sektionen Industrie, Medizin und Landwirtschaft umfaßt und dem eine Reihe von staatlichen Versuchsanstalten unterstellt sind.

Die Schweiz hat in der bekannten Eidgenössischen Materialprüfanstalt eine staatliche Zentralanstalt, die mit staatlichen Mitteln erhalten wird.

Deutschland hatte in seiner Phys.-techn. Reichsanstalt sowie in den Kaiser-Wilhelm-Instituten weit über die Grenzen seines Landes bekannte Forschungs- und Versuchsanstalten und daneben ein ausgebreitetes industrielles Versuchswesen.

In Österreich waren staatliche zentrale Versuchsanstalten wohl geplant, doch sind die seinerzeitigen Projekte nicht zur Ausführung gekommen. Dadurch hat sich eine Vielzahl von meist kleinen Versuchsanstalten und Laboratorien gebildet, welche auf einen fachlich eng begrenzten Wirkungskreis beschränkt sind und daher für die Lösung bedeutender Entwicklungs- und Forschungsaufgaben nicht sehr geeignet erscheinen.

Das Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau hat deshalb die Idee der Schaffung von zentralen Versuchs- und Versuchsanstalten aufgegriffen und in Verbindung mit den zuständigen Ministerien die Unterbringung dieser Anstalten in die Wege geleitet. Auf dem Gelände der früheren Ostmark-

werke im Arsenal, welches für diese Zwecke am geeignetsten befunden wurde, sollen, untergebracht teils in bombenbeschädigten Hallen, eine Reihe von wichtigen Versuchs- und Forschungsanstalten entstehen. Mit der Elektrotechnischen Versuchsanstalt (ETVA) wurde bereits im Jahre 1947 begonnen und diese ist baulich soweit fertiggestellt, daß noch in diesem Jahre die Prüfungen auf dem Hochspannungsprüffeld erfolgen können. Für später ist der Ausbau desselben für Höchstspannungen sowie die Errichtung eines Hochleistungsprüffeldes vorgesehen. In weiterer Folge ist der Bau einer Versuchsanstalt für Wärme-, Kälte- und Strömungstechnik in Verbindung mit einem modernen Fernheizkraftwerk geplant sowie die Errichtung einer Physikalisch-technischen Versuchsanstalt, einer Versuchsanstalt für Bau- und Werkstoffprüfung, einer mechanisch-technologischen Versuchsanstalt und einer Versuchsanstalt für Verbrennungskraftmaschinen vorgesehen. Allerdings können diese Pläne erst Wirklichkeit werden, wenn die Genehmigung des Gesamtprojektes erfolgt ist und die erforderlichen Kosten bereitgestellt werden können. Das vom Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau dem Bundesministerium für Finanzen vorgelegte Gesamtprojekt ist kostenmäßig auf 5 Jahre aufgliedert und veranschlagt die baulichen Aufwendungen mit  $26\frac{1}{2}$  Millionen Schilling, während die Kosten für eine moderne Ausrüstung dieser Anstalten mit einem Betrag von 100 Millionen Schilling enthalten sind. Diesen Ausgaben würde als großes Positivum ein Gesamtanlagenwert von ca. 500 Millionen Schilling gegenüberstehen, dessen geistiger Wert für die Industrie sowie für die technische Forschung und Entwicklung unseres Landes kaum abzuschätzen ist.

Da die Bereitstellung budgetärer Mittel für die Schaffung und Förderung dieser Versuchsanstalten infolge der unzureichenden finanziellen Lage des Staates kaum zu erwarten ist, wurde vom Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau, entsprechend einem eingebrachten Antrag der Vertreter der Industrie, auf die Wichtigkeit der Errichtung eines Forschungsfonds und eines Forschungsrates hingewiesen, ähnlich wie er in England bereits vorhanden ist und wie aus letzten Meldungen aus der Schweiz hervorgeht, auch dort gegründet werden soll.

Nach dem vom Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau in Zusammenarbeit mit der Bundeskammer der gewerblichen Wirtschaft ausgearbeiteten Rohentwurf eines Forschungsratesgesetzes war die Bildung eines österreichischen Forschungsrates, der zu gleichen Teilen aus den Kreisen der Wissenschaft und Wirtschaft stammen und die Verteilung der Fondsmittel bestimmen sollte, vorgesehen.

Fast zu gleicher Zeit wurde von den Vertretern der Geisteswissenschaften eine ähnliche Forderung aufgestellt. Vom Nationalrat wurde deshalb das Bundesministerium für Unterricht ausersehen und beauftragt, einen Gesetzentwurf über die Errichtung eines österreichischen Forschungsrates auszuarbeiten. Der von diesem Ministerium erstellte Referentenentwurf sieht von der Bildung eines Forschungsfonds ab und beabsichtigt eine weitaus stärkere Vertretung der reinen Wissenschaften gegenüber der Zweckforschung. Das Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau hat, unterstützt durch die Forderungen des Österreichischen Wirtschaftsbundes und der Vereinigung öster-

reichischer Industrieller, immer wieder darauf hingewiesen, daß in einer zu bildenden Forschungsorganisation die Wirtschaft entsprechend vertreten sein muß.

Die hohe wirtschaftliche Bedeutung, die der Forschung in allen Staaten beigemessen wird, erhellt daraus, wie diese Staaten für deren Erhaltung und Förderung aufkommen:

In USA wurden durch die Regierung und durch private Organisationen im Jahre 1947 1,2 Milliarden Dollar für Forschungszwecke ausgegeben und die Beträge sollen noch soweit erhöht werden, bis sie 1% des nationalen Volkseinkommens betragen. England hat bereits zurzeit 1 bis 1½% des gesamten nationalen Einkommens für diese hohen Zwecke eingesetzt. Aber auch alle anderen europäischen Staaten stellen für die Forschung erhebliche Beträge zur Verfügung und sogar kleine Länder wie Finnland fördern ihre wissenschaftliche Forschung nach besten Kräften. Dies ist ein Beweis, daß kein Staat, so arm er auch sein mag, sich den Luxus erlauben darf, seine technische Entwicklung und Forschung zu vernachlässigen.

Auch in Österreich muß die einzigartige Bedeutung der Forschung und des technischen Versuchswesens für den Wiederaufbau des Landes in den Vordergrund gerückt und alles daran gesetzt werden, die heimische Wirtschaft konkurrenzfähig zu erhalten.

Mit dem Hinweis der fundamentalen Bedeutung der Forschung und des technischen Versuchswesens für das Normenwesen wurde anschließend die Entwicklung und Bedeutung desselben in Österreich sowie in den anderen Staaten gewürdigt. Besonderes Interesse verdient die internationale Normenarbeit, welche durch die Gründung der ISO und durch die Eingliederung der Internationalen Elektrotechnischen Kommission ihren Höhepunkt erfahren hat.

In Österreich ist eine besondere Unterstützung der Normungsarbeit dadurch zu erwarten, daß in dem derzeit im Bundesministerium für Handel und Wiederaufbau in Ausarbeitung befindlichen Normengesetzentwurf vorgesehen ist, den Normenverband als öffentlich rechtliche Körperschaft umzugestalten, wodurch die gesetzliche Regelung des Normenwesens sowie des Normenverbandes ihre Verwirklichung finden soll.

Daß die Zusammenhänge zwischen Forschung, technischem Versuchswesen und Normung sehr innige sind, beweist nicht nur die Tatsache, daß die Aufstellung der Normen von Vertretern der Wissenschaft und Wirtschaft erfolgt, sondern sie wird sich auch darin auswirken, daß die vorgesehene Überprüfung von Erzeugnissen auf Sicherheit, Qualität und normgerechte Ausführung durch technische Versuchsanstalten erfolgen soll. Daß diese Bestrebungen internationale Bedeutung gewinnen, zeugt davon, daß bei internationalen Kongressen die Schaffung einer internationalen Schutz- und Qualitätsmarke verlangt wird und die Vorarbeiten dafür bereits geleistet werden.

Technische Forschung und Normenwesen, welche so eng miteinander verbunden sind, bedürfen deshalb als wichtigste Faktoren einer modernen Wirtschaft einer besonderen Unterstützung und Förderung, denn: Ohne Forschung keine Normung, ohne Normung keine Wirtschaftlichkeit und keine Konkurrenzfähigkeit, daher auch kein Wohlstand von Volk und Staat.



## Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen

Von Josef K r a m e s, Wien, korrespondierendes Mitglied der  
österr. Akademie der Wissenschaften

(Mit 6 Textabbildungen)

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

Im Folgenden wird ein neues graphisches Verfahren zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung von Luftaufnahmen abgeleitet, das in mehrfacher Hinsicht gegenüber den bisher verwendeten Orientierungsmethoden den Vorzug verdienen dürfte. Wir stützen uns dabei auf die vom Verfasser entwickelte Theorie der „*gefährlichen Flächen*“ und der mit ihnen verknüpften „*gefährlichen Raumgebiete*“<sup>1)</sup>. Es gelingt damit, vorerst die der auszuführenden Bündelverlagerung zugeordnete „*Grundfläche*“ dieser Raumgebiete auf einfachem zeichnerischen Wege festzulegen, womit die *Verhältnisse der Orientierungsunknownten* bereits eindeutig bestimmt sind<sup>2)</sup>. Das Einstellen der richtigen Orientierung kann hierauf im wesentlichen mittels einer *linearen Interpolation* erfolgen. Dabei ergibt sich zugleich ein *Kriterium für die Güte der ausgeführten Einpassung* zweier Luftbilder. Eine solche, über das Verschwinden aller beobachteten  $\gamma$ -Parallaxen hinausgehende Kontrolle ist bis jetzt noch nirgends angegeben worden.

**Nr. 1.** Wir betrachten zunächst zwei (z. B. durch Luftaufnahmen eines Geländes bestimmte) Bündel zugeordneter Zielstrahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  und wählen für die Darstellung des Raummodells den Nullpunkt eines rechtwinkligen Achsenkreuzes (*Rechtssystem*) im linken Zentrum  $\mathbf{0}_1$ , die positive  $x$ -,  $y$ -, bzw.  $z$ -Achse in der Kernachse (Aufnahmebasis)  $\mathbf{0}_1 \rightarrow \mathbf{0}_2$ , nach rückwärts, bzw. nach oben gerichtet. Damit sind zugleich die Richtungen der *positiven Drehungen* um die Koordinatenachsen, bzw. um die dazu parallelen Achsen durch  $\mathbf{0}_2$  festgelegt. Die Winkel dieser Drehungen seien wie üblich mit  $d\omega_1, d\omega_2$  (Querneigungen oder Verkippungen),  $d\varphi_1, d\varphi_2$  (Verschwenkungen),  $d\kappa_1, d\kappa_2$  (Verkantungen) bezeichnet, ferner die bei den Verschiebungen in den Achsenrichtungen durchmessenen Strecken mit  $db_{x1}, db_{x2}, db_{y1}, db_{y2}, db_{z1}, db_{z2}$ . Werden diese Orientierungsgrößen so klein vorausgesetzt, daß die Glieder zweiter und höherer Ordnung der bekannten Fehlergleichung vernachlässigt werden dürfen, dann erzeugt die — durch eine gegebene Wertverbindung dieser Größen bestimmte — Bündelverlagerung in einem Punkt  $\mathbf{P}$  mit den Koordinaten  $x, y, z$  die Parallaxe:

$$dp_y = -\frac{y^2 + z^2}{z} (d\omega_1 - d\omega_2) - \frac{y}{z} dz + dy, \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Vgl. u. a. J. K r a m e s, Genauigkeitssteigerung der gegenseitigen Einpassung von Luftaufnahmen auf Grund noch nicht beachteter Bedingungsgleichungen zwischen den Orientierungsgrößen, Österr. Z. f. Verm. 36 (1948), S. 25—45, 56—61, Nr. 3 und Fußn. 6, wo auch die übrigen Arbeiten über diese Gegenstände angeführt sind.

<sup>2)</sup> J. K r a m e s, a. a. O., S. 30, Fußn. 11.

wobei für  $dy$  und  $dz$  zu setzen ist:

$$\left. \begin{aligned} dy &= x dx_1 - (x - b) dx_2 + db_{y1} - db_{y2}, \\ dz &= -x d\varphi_1 + (x - b) d\varphi_2 + db_{z1} - db_{z2} \end{aligned} \right\}; \quad (2)$$

hierin gibt  $b$  die Basislänge an. In dieser Form können diese Gleichungen vorerst noch gemeinsam für das „Winkelverfahren“ und den „Folgebildanschluß“ verwendet werden.

Schneiden sich zwei zugeordnete Strahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  ursprünglich in einem Punkt  $\mathbf{P}$ , dann geben  $dy$  und  $dz$  — wie leicht nachzuweisen wäre — die in der  $y$ -, bzw.  $z$ -Richtung gemessenen Parallaxen von  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  an, welche zufolge der mit  $dx_1, dx_2, db_{y1}, db_{y2}$ , bzw. mit  $d\varphi_1, d\varphi_2, db_{z1}, db_{z2}$  bestimmten Bündelbewegungen entstehen. Weil diese Werte von  $dy$  und  $dz$  zugleich für alle Punkte der durch  $\mathbf{P}$  gelegten Normalebene  $v_i$  zur Basis gelten, läßt sich so auch umgekehrt die Richtigkeit der Gleichungen (1) und (2) bestätigen.

**Nr. 2.** Ferner ergeben sich folgende einfache geometrische Beziehungen: Wird die Parallaxe zugeordneter Zielstrahlen unmittelbar am Raummodell gemessen und setzt man unter der Annahme

$$d\omega_1 \neq d\omega_2: \quad (3)$$

$$dp_y = S (d\omega_1 - d\omega_2), \quad (4)$$

wobei  $S$  eine geeignet ang. nommene Strecke bedeutet, sowie:

$$\left. \begin{aligned} \frac{-dz}{d\omega_1 - d\omega_2} &= \frac{d\varphi_1 - d\varphi_2}{d\omega_1 - d\omega_2} x + \frac{b d\varphi_2 - db_{z1} + db_{z2}}{d\omega_1 - d\omega_2} = Y \\ \frac{dy}{d\omega_1 - d\omega_2} &= \frac{dx_1 - dx_2}{d\omega_1 - d\omega_2} x + \frac{b dx_2 + db_{y1} - db_{y2}}{d\omega_1 - d\omega_2} = Z \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

so folgt aus (1) und (2):

$$\frac{y}{z} = - \frac{z - (Z - S)}{y - Y}. \quad (6)$$

Dies besagt, daß innerhalb jeder Ebene  $v_i$  ( $\dot{x} = x_i$ ) in allen Punkten  $\mathbf{P}$  ( $y, z$ ) eines Kreises  $\mathbf{c}$  dieselbe Parallaxe  $dp_y = S (d\omega_1 - d\omega_2)$  erzeugt wird (siehe Abb. 1). Dieser Kreis  $\mathbf{c}$  schneidet die Kernachse ( $y = 0, z = 0$ ) in Punkt  $\mathbf{B}_i$  ( $x_i, 0, 0$ ) und enthält auch den Punkt  $\mathbf{C}$  mit den Koordinaten  $Y, Z - S$  als zweiten Endpunkt des von  $\mathbf{B}_i$  ausgehenden Durchmessers.

Derartige Kreise  $\mathbf{c}$  sind in allen Normalebene  $v_i$  zur Basis vorhanden; sie erfüllen in ihrer Gesamtheit die Fläche  $\Omega^S$ , in deren sämtlichen Punkten bei der vorliegenden Bündelverlagerung dieselbe Parallaxe  $dp_y = S (d\omega_1 - d\omega_2)$  hervorgerufen wird. Die Gleichung von  $\Omega^S$  ergibt sich aus (6) durch Einsetzen von  $Y, Z$  gemäß (5) und erhält im allgemeinen die Form:

$$A (y^2 + z^2) + B xy + C xz + D y + (E - S) z = 0 \quad (7)$$

Demnach ist  $\Omega^S$  eine sogenannte orthogonale Regelfläche zweiten Grades mit einer

Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_s$  in der Kernachse<sup>3)</sup>, d. h. sie enthält  $\mathbf{e}_s$  und wird von den dazu normalen Ebenen  $v_i$  nach Kreisen geschnitten. Die zweite in der  $xy$ -Ebene ( $z = 0$ ) befindliche Erzeugende  $\mathbf{f}$  von  $\Omega^S$  besteht aus den Punkten  $\mathbf{F}_i(x_i, Y, 0)$ , in denen die Kreise  $\mathbf{c}$  die Geraden  $x = x_i, z = 0$  zum zweiten Male schneiden.

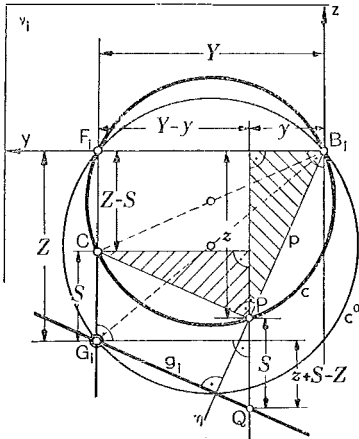


Abb. 1

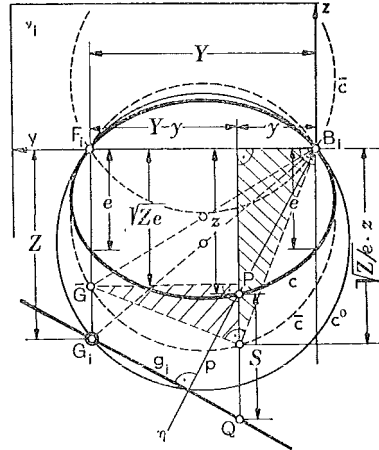


Abb. 2

**Nr. 3.** Die zu den verschiedenen Werten von  $S$  gehörigen  $\infty^1$  Flächen  $\Omega^S$  dieser Art bilden nach Gl. (7) ein „lineares Büschel“, mit dem die vollständige räumliche Verteilung der verschiedenen Parallaxenwerte sehr anschaulich dargestellt wird<sup>4)</sup>. Alle diese Flächen  $\Omega^S$  haben die Erzeugenden  $\mathbf{e}_s$  und  $\mathbf{f}$  gemeinsam und sind wegen Gl. (7), in der  $S$  bloß beim linearen Glied vorkommt, paarweise zentrisch ähnlich. Erteilt man  $S$  insbesondere jene beiden Längen  $l$  und  $-l$ , für die  $\pm l$  ( $d\omega_1 - d\omega_2$ ) gleich dem mittleren Fehler  $\pm \mu$  der Parallaxenmessung ist, so begrenzen die entsprechenden Flächen  $\Omega^-, \Omega^+$  des Büschels das „gefährliche Raumgebiet“, in dessen sämtlichen Punkten zufolge der betrachteten Bündelverlagerung eine zwischen den Grenzen  $-\mu < dp_y < +\mu$  eingeschlossene (also nicht mehr feststellbare) Parallaxe auftritt.

Die zu  $S = 0$  gehörige „Grundfläche“  $\Omega^0$  des Büschels besteht insbesondere aus allen Raumpunkten, deren Zielstrahlenpaare in Schnittlage bleiben ( $dp_y = 0$ ).  $\Omega^0$  enthält u. a. alle Punkte  $\mathbf{G}_i$  mit den Koordinaten  $x_i, Y, Z$  (siehe Gl. 5); denn

<sup>3)</sup> Wegen anderer Ableitungen dieses Ergebnisses siehe J. K r a m e s, Über die „gefährlichen Raumgebiete“ der Luftphotogrammetrie, Photograph. Korr. 84 (1948), S. 1—16, oder J. K r a m e s, Parallaxeneigenschaften zweier Sehstrahlbündel, Sitzgsber. öst. Akad. d. Wiss., math.-nat. IIa, 156 (1947), S. 233—246. — Eine ähnliche Zerlegung der Fehlergleichung wie die in Gl. (1), (2) des obigen Textes angegebene verwendet auch G. P o i v i l l i e r s, Formation de l’image plastique dans les appareils de restitution, C. R. Ac.Sc. Paris, t. 226 (1948), p. 1770—1772, p. 1938—1941.

<sup>4)</sup> Siehe insbesondere J. K r a m e s, Die Bedeutung der „gefährlichen Raumgebiete“ für das optisch-mechanische Orientieren von Luftaufnahmen, Photograph. Korr. 84 (1948), S. 41—50, und J. K r a m e s, Über die Flächen konstanter Bildparallaxe und die zugehörigen „gefährlichen Raumgebiete“, Anzeiger d. österr. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. 85 (1948), S. 8—14, Nr. 3.

für  $y = Y$ ,  $z = Z$  folgt aus (6):  $S = 0$ . In jeder Ebene  $v_i$  ( $x = \text{konst.} = x_i$ ) liegt genau ein solcher Punkt, wir nennen ihn den „Grundpunkt“ von  $v_i$ . Er ist der Gegenpunkt von  $\mathbf{B}_i$  ( $x_i, 0, 0$ ) auf dem Schnittkreis  $\mathbf{c}^0$  von  $v_i$  mit  $\Omega^0$  und wird nach Gl. (6) auch erhalten, wenn man den Punkt  $\mathbf{C}$  ( $x_i, Y, Z - S$ ) in der  $z$ -Richtung durch die Strecke  $S$  verschiebt (s. Abb. 1). Anders ausgedrückt:

**I)** Wird ein Modellpunkt  $\mathbf{P}$ , in dem die Parallaxe  $dp_y$  beträgt, parallel zur  $z$ -Achse durch die Strecke  $S = dp_y$ : ( $d\omega_1 - d\omega_2$ ) verschoben und legt man durch den so gewonnenen Punkt  $\mathbf{Q}$  die Normale  $\mathbf{g}_i$  zur Geraden  $\mathbf{p} = \mathbf{B}_i \rightarrow \mathbf{P}$  (also die Normale zur Kernebene  $\eta$  des Punktes  $\mathbf{P}$ ), so enthält diese Gerade  $\mathbf{g}_i$  stets den Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  der durch  $\mathbf{P}$  gelegten Normalebene  $v_i$  zur Basis (Abb. 1).

Aus dem Umstand, daß die Ausdrücke (5) für  $Y, Z$  in  $x$  linear sind (und aus den geometrischen Eigenschaften der Grundfläche  $\Omega^0$ ) folgt ferner:

**II)** Die Grundpunkte  $\mathbf{G}_i$  aller Normalebenen  $v_i$  zur Basis liegen stets auf einer Raumgeraden  $\mathbf{g}$ , nämlich auf einer weiteren Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_t = \mathbf{g}$  von  $\Omega^0$ , die zu  $\mathbf{e}_s$  im allgemeinen windschief ist<sup>5)</sup>.

Die Gleichungen (5) stellen bereits die Normalriss  $\mathbf{g}'$ ,  $\mathbf{g}''$  der Geraden  $\mathbf{g}$  auf die  $xy$ -, bzw.  $xz$ -Ebene dar. Da jede Normalebene  $v_i$  zur Basis von der Kernachse  $\mathbf{e}_s$  und der Raumgeraden  $\mathbf{g} = \mathbf{e}_t$  in zwei Gegenpunkten  $\mathbf{B}_i$ ,  $\mathbf{G}_i$  des Schnittkreises  $\mathbf{c}^0$  von  $v_i$  mit  $\Omega^0$  durchschnitten wird, erkennt man schließlich:

**III.** Mit den Grundpunkten  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  zweier verschiedener Ebenen  $v_1, v_2$  ist die räumliche Lage der Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_t = \mathbf{g}$  von  $\Omega^0$ , also auch die Grundfläche selbst eindeutig bestimmt.

**Nr. 4.** Werden die Parallaxen zugeordneter Zielstrahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  auf den (angenähert) in der Ebene  $z = -f$  befindlichen Bildplatten gemessen, wobei  $f$  die Brennweite der Aufnahmekammern angibt, dann erhält man aus der Bildparallaxe  $dp^0$  zweier Strahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  ihre räumliche Parallaxe  $dp_y$  gemäß:

$$dp_y = \frac{z}{f} dp^0. \quad (8)$$

Setzt man wieder

$$dp^0 = S^0 (d\omega_1 - d\omega_2), \quad (9)$$

worin  $S^0$  eine geeignet gewählte Strecke und  $d\omega_1 \neq d\omega_2$  sein soll (vgl. Gl. 3), so folgt aus (1), (2) und (4):

$$\frac{y}{z} = - \frac{\left(1 + \frac{S^0}{f}\right) z - Z}{y - Y}. \quad (10)$$

Um dies geometrisch zu deuten, betrachten wir innerhalb einer Ebene  $v_i$  ( $x = x_i$ ) neben dem Basispunkt  $\mathbf{B}_i$  ( $x_i, 0, 0$ ) und dem Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  ( $x_i, Y, Z$ ) — siehe Gl. (5) — nochmals den Kreis  $\mathbf{c}^0$  über dem Durchmesser  $\mathbf{B}_i \mathbf{G}_i$  (Abb. 2). Jede Ellipse  $\mathbf{c}$ , welche  $\mathbf{c}^0$  in den beiden Punkten  $\mathbf{B}_i$  und  $\mathbf{F}_i$  ( $x_i, Y, 0$ ) berührt, läßt sich durch zwei *perspektive Affinitäten* mit der Gleichung

<sup>5)</sup> Wegen der vier auf einem orthogonalen Hyperboloid befindlichen Haupterzeugenden vgl. J. K r a m e s, Der einfachste Übergang zur Nebenlösung bei vorliegendem „Gefährlichem Ort“, Monatsh. Math. Phys. 50 (1941), S. 84—100, Nr. 1, insbesondere Fig. 1.

$\bar{z} = \pm a \cdot z$  in zwei durch  $\mathbf{B}_i$  und  $\mathbf{F}_i$  gehende (und zur  $xy$ -Ebene symmetrische) Kreise  $\bar{\mathbf{c}}$  überführen. Bezeichnet  $e$  die Länge der *Ellipsensehne* auf der Geraden  $x = x_i, y = 0$  (oder  $= Y$ ), so ist, wie leicht nachzuweisen,  $a^2 = Z/e$ . Danach haben die Gegenpunkte  $\bar{\mathbf{G}}$  von  $\mathbf{B}_i$  auf den Kreisen  $\bar{\mathbf{c}}$  die Koordinaten:  $x_i, Y, \pm \sqrt{Z e}$  und es gilt für alle Punkte  $\mathbf{P}(y, z)$  der Ellipse  $\mathbf{c}$  (vgl. Abb. 2):

$$\frac{y}{\sqrt{Z/e} \cdot z} = - \frac{Z \sqrt{e \cdot \bar{z}} - \sqrt{Z \cdot e}}{y - Y} \quad \text{oder:}$$

$$\frac{y}{z} = - \frac{\frac{Z}{e} z - Z}{y - Y} \quad (11)$$

Dies bedeutet: Wird die  $z$ -Koordinate eines Punktes  $\mathbf{P}$  der Ebene  $v_i$  ( $x = x_i$ ) mit dem Faktor  $a^2 = Z:e$  multipliziert und der so erhaltene Punkt  $\mathbf{Q}(x_i, y, \frac{Z}{e}z)$  mit dem Grundpunkt  $\mathbf{G}_i(Y, Z)$  von  $v_i$  verbunden, so ergibt sich stets eine normale Gerade zum Verbindungsstrahl  $\mathbf{p}$  von  $\mathbf{B}_i$  mit  $\mathbf{P}$ , also eine Normale  $\mathbf{g}_i$  zur Kernebene  $\eta$  des Punktes  $\mathbf{P}$  (siehe Abb. 2).

Ersetzen wir noch in (10) den Ausdruck  $1 + \frac{S^0}{f}$  durch  $Z/e$ , dann ergibt sich die Gl. (11). Damit ist gezeigt, daß alle innerhalb einer Ebene  $v_i$  gelegenen Punkte  $\mathbf{P}(y, z)$ , für welche die Bildparallaxe der zugeordneten Strahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  einen konstanten kleinen Wert  $dp^0 = S^0(d\omega_1 - d\omega_2)$  annimmt, immer eine Ellipse  $\mathbf{c}$  erfüllen. Diese berührt den Kreis  $\mathbf{c}^0$  über dem Durchmesser  $\mathbf{B}_i(0, 0), \mathbf{G}_i(Y, Z)$  in den beiden Punkten  $\mathbf{B}_i$  und  $\mathbf{F}_i$  (siehe Abb. 2). Für alle Punkte auf  $\mathbf{c}^0$  ist insbesondere  $dp^0 = 0$  ( $S^0 = 0$ ).

Wegen  $\frac{Z}{e} = 1 + \frac{S^0}{f}$  ist die  $z$ -Koordinate  $\frac{Z}{e} \cdot z$  des Punktes  $\mathbf{Q}$  gleich  $z + \frac{z}{f} S^0$ . Man gelangt daher auch zum Punkt  $\mathbf{Q}$ , wenn man  $\mathbf{P}$  in der  $z$ -Richtung durch die Strecke  $S = \frac{z}{f} S^0$  verschiebt. Die damit ausgeführte Umwandlung von  $S^0$  in  $S$  steht im Einklang mit Gl. (8). Die durch  $\mathbf{Q}$  gelegte Normale  $\mathbf{g}_i$  zur Kernebene  $\eta$  von  $\mathbf{P}$  enthält nach Obigem wieder den Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  der Ebene  $v_i$  (Abb. 1).

**Nr. 5.** Die in allen möglichen Normalebenebenen  $v_i$  zur Basis enthaltenen Ellipsen  $\mathbf{c}$  erfüllen insgesamt die Fläche  $\Psi^S$  der konstanten Bildparallaxe  $dp^0 = S^0(d\omega_1 - d\omega_2)$ .  $\Psi^S$  ist ebenfalls eine Fläche 2. Grades, wie deren aus (5) und (10) durch Eliminieren von  $Y$  und  $Z$  hervorgehende Gleichung sofort bestätigt. Läßt man  $S^0$  alle reellen Werte annehmen, so bilden deren entsprechende Flächen  $\Psi^S$  abermals ein „lineares Büschel“, das die räumliche Verteilung der Bildparallaxen  $dp^0$  lückenlos wiedergibt. Die darin enthaltene Grundfläche  $\Psi^0$  ( $dp^0 = 0, S^0 = 0$ ) deckt sich übrigens mit der Fläche  $\Omega^0$ , in deren Punkten durch die vorliegende Bündelverlagerung die räumliche Parallaxe  $dp_y = 0$  erzeugt wird. Alle Flächen  $\Psi^S$  des Büschels berühren einander nach Obigem längs der beiden Erzeugenden

$\mathbf{e}_s$  ( $y =, z = 0$ ) und  $\mathbf{f}$ , die in der  $xy$ -Ebene liegen und aus den Punkten  $\mathbf{B}_i$  ( $x_i, 0, 0$ ) bzw.  $\mathbf{F}_i$  ( $x_i, Y, 0$ ) bestehen.

Bezeichnet  $\mu^0$  den *mittleren Fehler der Bildparallaxe*, so begrenzen die zu  $S^0 = \pm \frac{\mu^0}{d\omega_1 - d\omega_2}$  gehörigen Büschelflächen  $\Psi^+$  und  $\Psi^-$  das „*gefährliche Raumgebiet*“ aller Punkte, deren zugeordnete Zielstrahlen  $\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2$  nach der Bündelverlagerung eine (nicht meßbare) Bildparallaxe zwischen den Grenzen  $-\mu^0 < dp^0 < \mu^0$  aufweisen.

Bei dem oben ausgeschlossenen Sonderfall  $d\omega_1 = d\omega_2$  ergeben sich (nach Gln. 1 und 2) für beide Arten der Parallaxenmessung besondere Büschel von Flächen konstanter Parallaxe. Wie der Verfasser bereits ausführlicher gezeigt hat <sup>6)</sup>, sind sodann alle Flächen  $\Omega^S$  konstanter Parallaxe  $dp_y$  *orthogonale* (d. h. gleichseitige) *Paraboloide* mit der Kernachse als Scheitelerzeugende  $\mathbf{e}_s$ ; ihre zweite gemeinsame Erzeugende  $\mathbf{f}$  ist zu  $\mathbf{e}_s$  normal. Hingegen ist jetzt im Büschel der Flächen  $\Psi^S$  konstanter Bildparallaxe *bloß die Grundfläche*  $\Psi^0$  ( $= \Omega^0$ ) ein orthogonales Paraboloid, das von den übrigen Flächen  $\Psi^S$  (zweiten Grades) längs  $\mathbf{e}_s$  und  $\mathbf{f}$  berührt wird. Diese Flächen  $\Psi^S$  werden von den Normalebene  $v_i$  zur Basis nach Parabeln mit waagrecht Achsen geschnitten usw.

**Nr. 6.** Die Hauptaufgabe der Luftphotogrammetrie besteht bekanntlich darin, die durch je zwei aufeinanderfolgende Geländebilder bestimmten Zielstrahlbündel in jene gegenseitige Lage zu bringen, die sie im Augenblick der Aufnahmen jeweils inne hatten. Da in der Regel eine von der richtigen Orientierung nur wenig abweichende Lage der Bündel bekannt ist, hat man in der photogrammetrischen Praxis immer wieder folgende Aufgabe zu lösen: *Gegeben sind eine Anzahl von Raumpunkten  $\mathbf{P}_k$  und die an diesen Stellen vorhandenen kleinen  $y$ -Parallaxen  $dp_k$ , wie sie z. B. mittels eines Orientierungsgerätes gemessen werden; man suche eine solche Verlagerung der beiden Zielstrahlbündel, bei der alle diese Parallaxen gleichzeitig zum Verschwinden kommen.*

Auf Grund der oben dargelegten geometrischen Eigenschaften der „*gefährlichen Raumgebiete*“ gelingt es vorerst, die der gesuchten Bündelverlagerung zugeordnete „*Grundfläche*“  $\Omega^0$  auf einfachem graphischen Wege festzulegen. Obige beiden Arten der Parallaxenmessung sind dabei nicht wesentlich verschieden zu behandeln. Wir setzen zuerst voraus, daß die Werte von  $dp_k$  unmittelbar am Raummodell beobachtet werden und stellen uns vor, die Differenz  $d\omega_1 - d\omega_2$  sei bereits gefunden. Sind sodann zwei Punkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  gegeben (siehe Abb. 3), die einer beliebigen Normalebene  $v_i$  zur Kernachse angehören, und kennt man die an diesen Stellen auftretenden Parallaxen  $dp_1, dp_2$ , so können innerhalb von  $v_i$  die beiden zu  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_2$  zugehörigen Geraden  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ , die durch den Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  von  $v_i$  gehen, nach Abb. 1 sofort gezeichnet werden. Zu diesem Zwecke hat man nämlich die Punkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  parallel zur  $z$ -Achse (*unter Beachtung der Vorzeichen von  $dp_1, dp_2$* ) durch die Strecken  $S_1 = dp_1 : (d\omega_1 - d\omega_2)$

<sup>6)</sup> Siehe die erste der mit Fußnote 3 zitierten Arbeiten, Nr. 3, Fall **a, g, k** und **s**, sowie J. K r a m e s, Über besondere lineare Büschel von Flächen konstanter Bildparallaxe, Anzeiger der öst. Akad. d. Wiss., math. nat. Kl. 85 (1948), S. 25—31, Fall **a** und **i**.

bzw.  $S_2 = dp_2 : (d\omega_1 - d\omega_2)$  (nach aufwärts oder abwärts) zu verschieben und durch die so gewonnenen Punkte  $Q_1, Q_2$  die Normalen  $g_1, g_2$  zu den Verbindungsstrahlen  $p_1, p_2$  von  $B_i(x_i, 0, 0)$  mit  $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$  zu legen (vgl. Nr. 3, I).

Ist jedoch  $d\omega_1 - d\omega_2$  nicht gegeben oder kennt man bloß das Verhältnis der Parallaxen  $dp_1 : dp_2$  (z. B. = 5 : -2, siehe Abb. 3), dann kann man sich  $S_1, S_2$  mit irgend einem positiven oder negativen Faktor multipliziert denken, d. h. anstatt  $S_1, S_2$  alle möglichen zu  $dp_1 : dp_2$  proportionalen Verschiebungsstrecken  $K_1, K_2$  verwenden. Jede der Geraden  $g_1, g_2$  erhält danach  $\infty^1$  untereinander parallele Lagen  $q_1, q_2$ , und diese Geraden  $q_1, q_2$  erfüllen zwei ähnlich aufeinander bezogene Parallelstrahlbüschel. Zwei solche besitzen stets eine Perspektivitätsachse  $s$ , auf der alle Paare entsprechender Geraden  $q_1, q_2$  sich schneiden (Abb. 3). Insbesondere bilden die durch  $P_1, P_2$  gelegten Normalen  $n_1, n_2$  zu den Kernebenen  $\eta_1, \eta_2$  dieser Punkte zwei zusammengehörige Büschelstrahlen ( $K_1 = 0, K_2 = 0$ ). Damit kann  $s$  rasch gezeichnet werden.

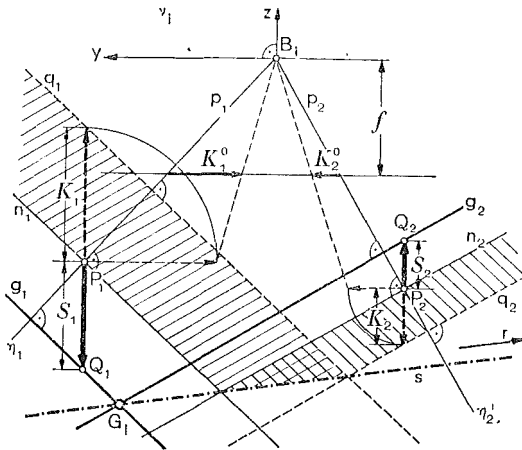


Abb. 3

Erfolgt hingegen die Parallaxenmessung auf der Ebene  $z = -f$  (vgl. Nr. 4) und besitzen die zu den Punkten  $P_1(y_1, z_1), P_2(y_2, z_2)$  einer Ebene  $v_i(x = x_i)$  gehörigen Bildparallaxen  $dp_1^0, dp_2^0$  das Verhältnis  $K_1^0 : K_2^0$ , so kann man  $P_1$  und  $P_2$  nach Nr. 4 nacheinander durch alle möglichen Strecken

$$\frac{z_1}{f} K_1^0 = K_1, \text{ bzw. } \frac{z_2}{f} K_2^0 = K_2$$

— je nach dem Vorzeichen nach aufwärts oder abwärts — verschieben, womit die bereits erwähnten *ähnlichen Parallelstrahlbüschel* abermals festgelegt sind. Die Umwandlung von  $K_1^0, K_2^0$  in  $K_1, K_2$  ist aus Abb. 3 ersichtlich. Die Perspektivitätsachse  $s$  wird hierauf wie vorhin gefunden.

**Nr. 7.** Wir betrachten nun drei Punkte  $P_1, P_2, P_3$ , die einer Ebene  $v_i(x = x_i)$  angehören (Abb. 4). Kennt man die Verhältnisse der an diesen Stellen des Raummodells vorhandenen Parallaxen  $dp_1 : dp_2 : dp_3 = K_1 : K_2 : K_3$  oder die

Verhältnisse der entsprechenden Bildparallaxen  $dp_1^0 : dp_2^0 : dp_3^0 = K_1^0 : K_2^0 : K_3^0$ , so ist der Grundpunkt dieser Ebene  $v_i$  bereits eindeutig bestimmt. Um ihn zu erhalten, kann man dreimal zu je zwei der gegebenen Punkte  $\mathbf{P}_i$  die Perspektivitätsachse  $\mathbf{s}$  wie in Abb. 3 zeichnen. Diese drei Geraden  $\mathbf{s}$  haben im allgemeinen einen eigentlichen Punkt  $\mathbf{G}_i$  gemeinsam, nämlich das *Ähnlichkeitszentrum der beiden* (in Abb. 4 geschrafften) *Dreiecke*, die von den paarweise parallelen Geraden  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ , bzw.  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$  gebildet werden.  $\mathbf{G}_i$  deckt sich mit dem Grundpunkt von  $v_i$ , weil nur für ihn alle nach Nr. 3, **I**, gegebenen Bedingungen erfüllt sind.

Legt man noch durch den gefundenen Punkt  $\mathbf{G}_i$  die in den verwendeten Parallelstrahlbüscheln enthaltenen Geraden  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3$ , so begrenzen diese die von  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  ausgehenden lotrechten Strecken  $S_1, S_2, S_3$ , von denen jede nach Gl. (4) oder (9) die Differenz  $d\omega_1 - d\omega_2 = dp_1 : S_1 = dp_2 : S_2 = dp_3 : S_3$  ergibt. Man kann daher auch sagen:

**IV:** *Mit dem Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  einer Normalebene  $v_i$  zur Basis und dem wahren Betrag  $dp_k$  ( $dp_k^0$ ) der zu einem Punkt  $\mathbf{P}_k$  von  $v_i$  gehörigen Raumparallaxe (Bildparallaxe) ist die Differenzkipfung  $d\omega_1 - d\omega_2 = dp_k : S_k$  eindeutig bestimmt <sup>7)</sup>.*

Der Grundpunkt  $G_i$  einer Ebene  $v_i$  fällt dann und nur dann in einen *unendlichfernen Punkt* von  $v_i$ , wenn die oben erwähnten Dreiecke *kongruent* sind und durch eine Verschiebung ineinander übergehen. In einem solchen Fall sind alle Strecken  $S_i = \infty$ , so daß  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  wird, was in Nr. 2 und 4 ausdrücklich ausgenommen wurde. Wir kommen jedoch in Nr. 10 darauf noch zurück.

<sup>7)</sup> Eine andere (etwas umständlichere) graphische Ermittlung der Differenzkipfung findet sich bereits in E. G o t t h a r d t, *Rechnerische und zeichnerische Verfahren zur Verbesserung und Beschleunigung der Orientierung von Senkrechttbildpaaren gebirgigen Geländes*, Dissertation, Berlin, 1938, oder: *Mitteilungen d. Dtsch. Ges. f. Photogrammetrie*, 1, 2. Heft (1939), S. 33—90. — Vgl. auch G. P o i v i l l i e r s, a. a. O., wo dieselbe Aufgabe auf eine angenehmere graphische Bestimmung des sogenannten „Rückwärtseinschnittes in der Ebene“ zurückgeführt wird. Vergleichende Betrachtungen über diese beiden Verfahren und die in obigem Text beschriebenen Konstruktionen bleiben einer späteren Gelegenheit vorbehalten. — Hingegen sei noch erwähnt, daß die von H. K a s p e r vor kurzem in der *Schweiz. Zeitschr. f. Vermessung u. Kulturtechnik*, 47 (1949), Heft 5, mitgeteilte *graphische Ermittlung der „Überkorrektur“* auch durch einfache Spezialisierungen aus obigen Abbildungen 3 und 4 ableitbar ist. Wären nämlich in den Punkten  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_3$  von Abb. 4 die Parallaxen  $dp_1$  und  $dp_3$  gleich 0, dann müßten sich die Geraden  $\mathbf{n}_1$  und  $\mathbf{n}_3$  mit  $\mathbf{g}_1$ , bzw.  $\mathbf{g}_3$  vereinigen, also im Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  ihren Schnittpunkt haben. Die zu  $\mathbf{P}_2$  gehörige Strecke  $S_2$  ergäbe wieder die noch erforderliche Verkippung  $d\omega_1 - d\omega_2 = dp_2 / S_2$  (vgl. oben **IV**). Beim Wegschaffen von  $dp_2$  *mittels einer Verkippung allein* fällt jedoch der Grundpunkt  $\mathbf{G}_i$  (wegen der Gln. (5), wo für  $d\varphi_1 = 0, d\varphi_2 = 0, d\alpha_1 = 0, d\alpha_2 = 0, db_{y_1} = 0, db_{y_2} = 0, db_{z_1} = 0, db_{z_2} = 0$  die Größen  $Y$  und  $Z$  verschwinden) mit dem Basispunkt  $\mathbf{B}_i$  zusammen, sodaß dabei die Strecke  $S_2$  bis zu der durch  $\mathbf{B}_i$  gelegten Parallelen  $\bar{g}_2$  zu  $g_2 \parallel n_2$  zu verlängern ist (Abb. 4). Die so gewonnene neue Strecke  $\bar{S}_2$  bestimmt aber die Verkippung  $d\omega_1 - d\omega_2 = dp_2 / \bar{S}_2$ . Hieraus erhält man nun den richtigen Wert  $d\omega_1 - d\omega_2$  durch *Multiplikation mit  $\bar{S}_2 / S_2$* , und dies stimmt tatsächlich mit dem Quotienten der von H. K a s p e r, a. a. O., betrachteten Strecken  $d$  und  $a$  (siehe obige Abb. 4) überein.



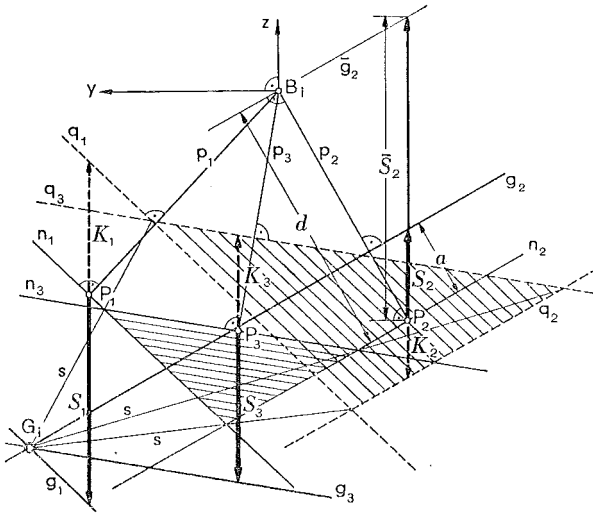


Abb. 4

Zur Festlegung der Grundfläche  $\Omega^0$  hat man auf Grund von Nr. 3, **II**, neben  $\mathbf{G}_i$  nur noch den Grundpunkt einer zweiten Normalebene zur Basis zu ermitteln, wie dies später unter Nr. 11 vorausgesetzt wird.  $\Omega^0$  kann nach obigem u. a. bereits gefunden werden, wenn in zwei Normalebene  $v_i$  zur Basis je drei Raumpunkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  und  $\mathbf{P}_4, \mathbf{P}_5, \mathbf{P}_6$  samt den Verhältnissen der dort auftretenden Parallaxen  $dp_1 : dp_2 : dp_3$ , bzw.  $dp_4 : dp_5 : dp_6$  (oder samt den Verhältnissen der entsprechenden Bildparallaxen) gegeben sind. Um die für Späteres wichtigen Grundpunkte  $\mathbf{G}^0, \mathbf{G}^b$  der durch die Zentren  $\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2$  gelegten Ebenen  $v^0$  ( $x = 0$ ) und  $v^b$  ( $x = b$ ) zu erhalten, hat man nur die Durchstoßpunkte der Verbindungsgeraden  $\mathbf{g} = \mathbf{e}_t$  zweier Grundpunkte  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  mit  $v^0$ , bzw.  $v^b$  aufzusuchen (vgl. unten Abb. 5).

**Nr. 8.** Wie der Verfasser an anderer Stelle dargelegt hat<sup>8)</sup>, ist die Fläche  $\Omega^0$  auch eindeutig konstruierbar, wenn bloß fünf beliebig im Raume verteilte Punkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \mathbf{P}_4, \mathbf{P}_5$  und die Verhältnisse der daselbst vorhandenen kleinen Parallaxen

$$dp_1 : dp_2 : dp_3 : dp_4 : dp_5 \quad (12)$$

bekannt sind. Da jedoch für die zeichnerische Lösung dieser allgemeinen Aufgabe einige Kenntnisse aus der *Liniengeometrie* vorauszusetzen sind, beschränken wir uns hier auf zwei einfache Sonderfälle.

**a)** Liegen drei der gegebenen Punkte, etwa  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  in derselben Normalebene  $v_1$  ( $= v_2 = v_3$ ) zur Basis und die restlichen Punkte  $\mathbf{P}_4, \mathbf{P}_5$  in zwei dazu

<sup>8)</sup> J. K r a m e s, Gegenseitige Orientierung von Luftaufnahmen mittels liniengeometrischer Konstruktionen, Anzeiger der öst. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. 86 (1949).

parallelen, jedoch verschiedenen Ebenen  $v_4, v_5$  (Abb. 5), so kann zunächst der Grundpunkt  $G_1$  von  $v_1$  wie in Abb. 4 gefunden werden. Mit  $G_1$  sind ferner jene Strecken  $S_1, S_2, S_3$  bestimmt, welche von den in  $G_1$  zusammentreffenden Geraden  $g_1, g_2, g_3$  begrenzt werden (vgl. Abb. 4). Wir bezeichnen die auf der Basis gelegenen Punkte von  $v_4, v_5$  mit  $B_4, B_5$  und verschieben  $P_4, P_5$  innerhalb von  $v_4$ , bzw.  $v_5$  in der  $z$ -Richtung durch jene (vorzeichenbegabte) Strecken  $S_4, S_5$ , für die  $S_1 : S_2 : S_3 : S_4 : S_5$  gleich den gegebenen Verhältnissen (12) sind. Durch die zweiten Endpunkte  $Q_4, Q_5$  dieser Strecken  $S_4, S_5$  gehen sodann (normal zu den Verbindungsgeraden  $p_4 = B_4 \rightarrow P_4, p_5 = B_5 \rightarrow P_5$ ) die Geraden  $g_4, g_5$ , auf welchen die Grundpunkte  $G_4, G_5$  der Ebenen  $v_4, v_5$  liegen müssen (Nr. 3, I).

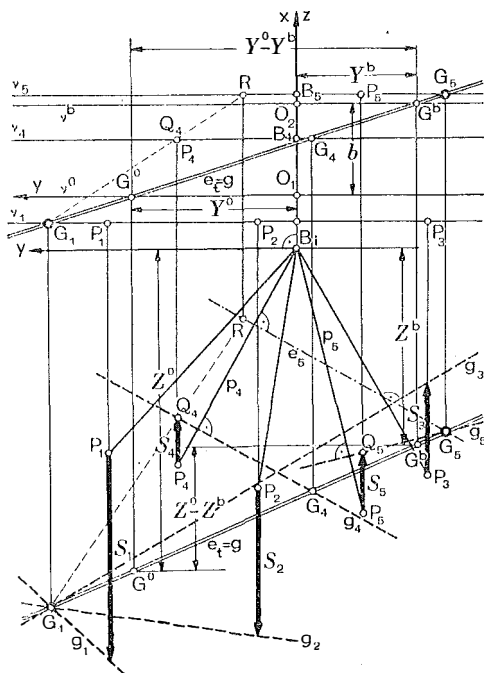


Abb. 5

Die gesuchte Haupterzeugende  $e_t = g$  der Grundfläche  $\Omega^0$  (siehe Nr. 3, II) deckt sich nun mit der durch  $G_1$  gelegten gemeinsamen Transversalen von  $g_4$  und  $g_5$ . Um z. B. den Schnittpunkt von  $g$  mit der Ebene  $v_5$ , also den Grundpunkt  $G_5$  von  $v_5$ , zu erhalten, hat man durch  $G_1$  die Verbindungsebene  $\epsilon$  mit  $g_4$  zu legen, deren Spur  $e_5$  auf  $v_5$  zu zeichnen und den Schnittpunkt  $G_5$  von  $e_5$  mit  $g_5$  aufzusuchen. In Abb. 5 wurde zu diesem Zweck ein oberhalb des Normalrisses (Aufrisses) auf die Ebene  $v_5$  angeordneter Grundriß verwendet und  $Q_4$  aus dem Zentrum  $G_1$  auf  $v_5$  in den Punkt  $R$  projiziert. Durch  $R$  geht sodann parallel zu  $g_4$  die Gerade  $e_5$ .

**b)** Befinden sich die gegebenen fünf Punkte  $P_k$  zu je drei und zwei in zwei verschiedenen Normalebene  $v_1$  und  $v_2$  zur Basis, so hat man sich die soeben betrachteten Ebenen  $v_4$  und  $v_5$  etwa in  $v_2$  vereinigt zu denken. Der Grundpunkt

$G_2$  von  $v_2$  ist sodann unmittelbar als Schnittpunkt der beiden wie oben bestimmten Geraden  $g_4, g_5$  gegeben.

Sind im Falle **a)** oder **b)** nicht bloß die Verhältnisse (12) der Parallaxen, sondern auch deren wahre Beträge  $dp_k$  bekannt, dann erhält man nach Nr. 7, **IV**, sogleich die Differenz

$$d\omega_1 - d\omega_2 = dp_k : S_k.$$

Darin bezeichnet  $S_k$  wieder jene Strecke, durch welche die in  $P_k$  errichtete Normale  $n_k$  zum Strahl  $p_k$  parallel zur  $z$ -Achse zu verschieben ist, um die durch  $G_i$  gehende Gerade  $g_k$  zu erhalten.

**Nr. 9.** Die in Nr. 7 und Nr. 8 beschriebenen Konstruktionen können für beide Arten der Parallaxenmessung noch auf verschiedene andere Arten ausgeführt werden. Ist insbesondere eine der gegebenen Parallaxen  $dp_k = 0$ , so ergeben sich naheliegende Vereinfachungen. Dieser Fall kann vor Beginn der letzten Orientierungsbewegungen durch geeignete Drehungen oder  $y$ -Schiebungen der Bündel immer herbeigeführt werden. Auf ähnliche Weise ließe sich auch der bisher außer Betracht gelassene Sonderfall  $d\omega_1 = d\omega_2$  leicht umgehen (vgl. hiezu noch Nr. 10). Mittels praktischer Versuche wird sich ferner noch erweisen, welche Verteilung der in der Ausgangsstellung vorhandenen Parallaxen für die Erzielung genauer Resultate am zweckmäßigsten ist. Auf eine weitere Diskussion verschiedener Einzelheiten und Sonderfälle wird hier verzichtet. Es sei bloß hervorgehoben, daß dieses Verfahren für beliebig geformtes Gebirge wie auch für ebenes Gelände gleichermaßen anwendbar ist.

Beim praktischen Einpassen von Luftbildern stehen in der Regel eine sehr große Anzahl von Punktpaaren aufgenommener Geländepunkte und die an diesen Stellen beobachteten Parallaxenwerte (oder deren Verhältnisse) zur Verfügung. Verwendet man davon mehr als zur eindeutigen Bestimmung der Grundfläche  $\Omega^0$  erforderlich sind, so entsteht die weitere Aufgabe, die Lage des Grundpunktes  $G_i$  innerhalb jeder herangezogenen Ebene  $v_i$  derart festzulegen, daß  $G_i$  *möglichst widerspruchstlos als gemeinsamer Punkt* aller in Frage kommenden Perspektivitätsachsen  $s$  (vgl. Abb. 3 und 4) gelten kann. Sind ferner die Grundpunkte  $G_i$  von mehr als zwei Normalebene zur Basis ermittelt worden, so hat man die Lage dieser Punkte nach bekannten Regeln *derart auszugleichen, daß alle auf derselben Raumgeraden  $g$  liegen* (vgl. Nr. 3, **II**).

**Nr. 10.** Wir wollen noch kurz zeigen, wie die Grundfläche  $\Omega^0$  der gesuchten Bündelverlagerung auf zeichnerischem Wege gefunden wird, wenn der Sonderfall  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  vorliegt, bei dem die in Nr. 7 und Nr. 8 angegebenen Konstruktionen versagen. Wie schon am Schluß von Nr. 7 erwähnt wurde, sind in diesem Falle alle in einer Normalebene  $v_i$  zur Basis nach Abb. 3 oder 4 gezeichneten *Perspektivitätsachsen  $s$  untereinander parallel*. Die Richtung  $r$  einer solchen Achse hängt aber nur von den *Richtungen und Breiten der Streifen* ab, die zur Ermittlung von  $s$  verwendet wurden und wie in Abb. 3 z. B. von den Geraden  $n_1 \parallel q_1$  und  $n_2 \parallel q_2$  begrenzt sind.

Wir setzen bloß voraus, daß die Parallaxen am Raummodell gemessen werden (vgl. Nr. 6) und tragen jetzt geeignet angenommene Strecken  $K_k$ , die

das gegebene Parallaxenverhältnis aufweisen, von den Punkten  $\mathbf{P}_k$  einer Ebene  $\nu_i$  aus auf, jedoch nicht mehr in lotrechter Richtung, sondern parallel zur  $y$ -Achse, und zwar je nach dem Vorzeichen nach rechts oder links. Ferner legen wir durch die Endpunkte dieser Strecken die Parallelen  $\mathbf{h}_k$  zu den Verbindungsgeraden  $\mathbf{p}_k$  der Punkte  $\mathbf{P}_k$  mit dem Basispunkt  $\mathbf{B}_i$  von  $\nu_i$  (Abb. 6). Weil die

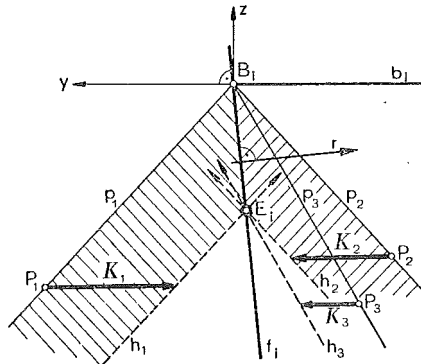


Abb. 6

von je zwei Geraden  $\mathbf{p}_k \parallel \mathbf{h}_k$  gebildeten Streifen aus den Geradenpaaren  $\mathbf{n}_k \parallel \mathbf{q}_k$  (Abb. 3) durch gleichsinnige Vierteldrehungen hervorgehen, fällt die Perspektivitätsachse der durch irgend zwei Paare  $\mathbf{p}_k \parallel \mathbf{h}_k$  bestimmten ähnlichen Parallelstrahlbüschel stets mit der Geraden  $\mathbf{f}_i$  zusammen, die durch  $\mathbf{B}_i$  geht und zur Richtung  $\mathbf{r}$  von  $\mathbf{s}$  normal ist. Man erkennt daraus letzten Endes, daß  $d\omega_1 = d\omega_2$  dann und nur dann zutrifft, wenn alle mit den Punkten  $\mathbf{P}_k$  einer Ebene  $\nu_i$  nach obigem verbundenen Strahlen  $\mathbf{h}_k$  durch einen festen Punkt  $\mathbf{E}_i$  von  $\nu_i$  gehen. Ändert man alle waagrecht aufgetragenen Strecken proportional, so geht bloß  $\mathbf{E}_i$  in einen anderen Punkt von  $\mathbf{f}_i$  über. Ferner ergibt sich, daß bei  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  in allen Punkten  $\mathbf{P}_k$  einer durch  $\mathbf{B}_i$  gehenden Geraden  $\mathbf{p}_k$  von  $\nu_i$  stets dieselbe Parallaxe  $dp_y$  erzeugt wird. Insbesondere ist  $dp_y$  in den  $\infty^1$  Punkten der Geraden  $\mathbf{f}_i$  gleich null, hingegen gilt für alle Punkte auf der durch  $\mathbf{B}_i$  gelegten Parallelen  $\mathbf{b}_i$  zur  $y$ -Achse:  $dp_y = \infty$ .

Die Gerade  $\mathbf{f}_i$  ist zugleich die in  $\nu_i$  befindliche Erzeugende des orthogonalen Paraboloides, das hier als „Grundfläche“  $\Omega^0$  des „gefährlichen Raumbereiches“ in Erscheinung tritt (vgl. Schluß von Nr. 5). Um  $\mathbf{f}_i$  zeichnen zu können, genügt nach dem Gesagten die Kenntnis des Verhältnisses  $K_1 : K_2$  der in zwei gegebenen Punkten  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  von  $\nu_i$  gemessenen Parallaxen.

Überdies ist die Grundfläche  $\Omega^0$  nunmehr eindeutig bestimmt, wenn in zwei verschiedenen Normalebene  $\nu_1, \nu_2$  zur Basis je zwei Modellpunkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ , bzw.  $\mathbf{P}_3, \mathbf{P}_4$  samt allen Verhältnissen der dasebst beobachteten Parallaxen bekannt sind. Zunächst können nämlich innerhalb von  $\nu_1$  und  $\nu_2$  die Punkte  $\mathbf{E}_1$  bzw.  $\mathbf{E}_2$  und damit auch die Erzeugenden  $\mathbf{f}_1$  bzw.  $\mathbf{f}_2$  wie in Abb. 6 gefunden werden. Verwendet man dabei insbesondere solche vier waagrechte Strecken  $K_k$ , für die  $K_1 : K_2 : K_3 : K_4$  durchgehends gleich den gegebenen Parallaxenverhältnissen sind, so bildet die räumliche Verbindungsgerade von  $\mathbf{E}_1$  und  $\mathbf{E}_2$  bereits eine weitere

Erzeugende  $\mathbf{e}$  von  $\Omega^0$  (die mit der Kernachse  $\mathbf{e}_s$  derselben Schar angehört). Man bestätigt dies u. a. auf Grund der Gln. (1) und (2), aus denen zu entnehmen ist, daß für  $d\omega_1 = d\omega_2$  die Parallaxe  $dp_y$  in allen Punkten  $\mathbf{P}_k$  der beiden Ebenen:

$$\bar{v} \dots \dots \dots \bar{x} + \frac{b \, d\varphi_2 - db_{z1} + db_{z2}}{d\varphi_1 - d\varphi_2} = 0, \quad (13)$$

$$\bar{\eta} \dots \dots \dots \bar{y} + \frac{dx_1 - dx_2}{d\varphi_1 - d\varphi_2} \bar{z} = 0 \quad (14)$$

denselben Wert annimmt, und zwar:

$$d\bar{p} = - (b \cdot d\varphi_2 - db_{z1} + db_{z2}) \frac{dx_1 - dx_2}{d\varphi_1 - d\varphi_2} + b \cdot dx_2 + db_{y1} - db_{y2}. \quad (15)$$

Wie nun die aus (1), (2) ableitbare Gleichung

$$xy + \frac{dx_1 - dx_2}{d\varphi_1 - d\varphi_2} xz + \frac{b \cdot d\varphi_2 - db_{z1} + db_{z2}}{d\varphi_1 - d\varphi_2} y - \frac{b \cdot dx_2 + db_{y1} - db_{y2}}{d\varphi_1 - d\varphi_2} z = 0 \quad (16)$$

des Paraboloides  $\Omega^0$  unmittelbar zeigt, sind  $\bar{v}$  und  $\bar{\eta}$  parallel zu den Richtebenen der beiden Erzeugendenscharen von  $\Omega^0$ . Da je einer der betrachteten Punkte  $\mathbf{P}_k$  von  $v_1$  und  $v_2$  ohne Einschränkung der Allgemeinheit innerhalb der Ebene  $\bar{\eta}$  angenommen werden darf, erkennt man unschwer, daß die Verbindungsgerade  $\mathbf{e}$  von  $\mathbf{E}_1$  und  $\mathbf{E}_2$  zur Richtebene  $\bar{\eta}$  parallel ist; ferner schneidet  $\mathbf{e}$  die Paraboloiderzeugenden  $\mathbf{f}_1$  und  $\mathbf{f}_2$ . Somit deckt sich  $\mathbf{e}$  tatsächlich mit einer Erzeugenden von  $\Omega^0$ .

Die Durchstoßpunkte von  $\mathbf{e}$  mit beliebigen weiteren Normalebene  $v_i$  zur Basis bestimmen sofort die in diesen Ebenen befindlichen Erzeugenden  $\mathbf{f}_i$  des Paraboloides  $\Omega^0$ , die alle die Kernachse  $\mathbf{e}_s$  rechtwinklig schneiden. Mithin lassen sich insbesondere die durch die Zentren  $\mathbf{O}_1, \mathbf{O}_2$  gehenden Erzeugenden  $\mathbf{f}^a, \mathbf{f}^b$  und die zweite in der  $xy$ -Ebene liegende Erzeugende  $\mathbf{f}$  von  $\Omega^0$  rasch festlegen. Man ersieht daraus, daß hier mit den Punkten  $\mathbf{E}_i$  und ihrer Verbindungsgeraden  $\mathbf{e}$  im wesentlichen ebenso verfahren werden kann wie mit den Grundpunkten  $\mathbf{G}_i$  und der Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_t = \mathbf{g}$  in allgemeinen Fällen (vgl. Schluß von Nr. 7). Die zuletzt genannte Gerade  $\mathbf{g}$  fällt beim Grundparaboloid  $\Omega^0$  ( $d\omega_1 = d\omega_2$ ) in die gemeinsame Ferngerade der Ebenen  $v_i$ .

Hat umgekehrt die Parallaxe  $dp_y$  in allen Punkten  $\mathbf{P}_k$  einer Ebene  $\bar{v}$  oder einer Kernebene  $\bar{\eta}$  einen bestimmten festen Wert  $d\bar{p}$ , so ist wegen Gln. (1), (2), (15) usw. leicht zu zeigen, daß sodann stets  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  gilt. Wir können daher feststellen:

**V:** Die Differenzkipfung  $d\omega_1 - d\omega_2$  der gesuchten Bündelverlagerung ist dann und nur dann gleich null, wenn eine Normalebene  $\bar{v}$  zur Basis und eine Kernebene  $\bar{\eta}$  vorhanden sind, in deren sämtlichen Punkten dieselbe Parallaxe bestimmter Größe (beispielsweise = 0) auftritt; die Existenz der einen Ebene hat

die der anderen zur Folge<sup>9)</sup>. Dieser Sonderfall liegt immer vor, sobald innerhalb einer Kernebene  $\bar{\eta}$  (oder in einer Normalebene  $\bar{\nu}$  zur Basis) wenigstens drei in nicht auf einer Geraden (bzw. auf keinem die Basis schneidenden Kreis) liegende Punkte  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_2$ ,  $\mathbf{P}_3$  festzustellen sind, in denen die räumliche Parallaxen denselben Wert  $dp_1 = dp_2 = dp_3$  haben<sup>10)</sup>.

Daraus ergeben sich neue Möglichkeiten, die Größe  $d\omega_1 - d\omega_2$  im Verlaufe des Einpassens der Luftbilder zu eliminieren, bzw. das Verschwinden dieser Differenz zu kontrollieren.

**Nr. 11.** Für die weitere Lösung der Orientierungsaufgabe beschränken wir uns nunmehr auf die beiden wichtigsten Sonderfälle, nämlich A) auf das „Winkelverfahren“ (für unabhängige Bildpaare), wo  $d\omega_1 - d\omega_2 = d\omega$ ,  $db_{y1} = db_{y2} = db_{z1} = db_{z2} = 0$  anzunehmen ist, und B) auf den „Folgebildanschluß“, bei dem etwa  $d\omega_1 = d\varphi_1 = dx_1 = db_{y1} = db_{z1} = 0$  vorausgesetzt sei. Es zeigt sich vor allem, daß in diesen beiden Fällen mit der Grundfläche  $\Omega^0$  bereits die Verhältnisse

$$A) \quad d\omega : d\varphi_1 : d\varphi_2 : dx_1 : dx_2,$$

bzw.

$$B) \quad d\omega_2 : d\varphi_2 : dx_2 : db_{y2} : db_{z2}$$

aller fünf Orientierungsgrößen eindeutig bestimmt sind. Für diese besonderen Annahmen reduzieren sich nämlich die Koordinaten  $Y, Z$  des Grundpunktes  $\mathbf{G}_i$  (siehe Gl. 5) auf:

$$A) \quad \left. \begin{aligned} Y &= \frac{d\varphi_1 - d\varphi_2}{d\omega} x + \frac{d\varphi_2}{d\omega} b \\ Z &= \frac{dx_1 - dx_2}{d\omega} x + \frac{dx_2}{d\omega} b \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

$$B) \quad \left. \begin{aligned} Y &= \frac{d\varphi_2}{d\omega_2} x - \frac{b \cdot d\varphi_2 + db_{z2}}{d\omega_2} b \\ Z &= \frac{dx_2}{d\omega_2} x - \frac{b \cdot dx_2 - db_{y2}}{d\omega_2} b \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

<sup>9)</sup> Diese Ergebnis ist implizite schon in der ersten mit Fußnote 3 zitierten Arbeit des Verfassers (Nr. 2, Gl. (12) usw.) enthalten. — Die Ebenen  $\bar{\nu}$  und  $\bar{\eta}$  können auch außerhalb des Gesichtsfeldes verlaufen; so liegt  $\bar{\nu}$  nach obiger Gl. (13) insbesondere im Unendlichen, wenn neben  $d\omega_1 = d\omega_2$  auch gilt  $d\varphi_1 = d\varphi_2$ . Die Ebene  $\bar{\eta}$  fällt wegen Gl. (14) für  $d\varphi_1 = d\varphi_2$  bzw. für  $dx_1 = dx_2$  mit der  $xy$ -Ebene bzw. mit der  $xz$ -Ebene zusammen. Die in sämtlichen Punkten von  $\bar{\nu}$  und  $\bar{\eta}$  erzeugte konstante Parallaxe  $d\bar{p}$  verschwindet nach Gl. (15), sobald folgende Relationen erfüllt sind:  $dx_1 = 0$ ,  $dx_2 = 0$ ,  $db_{y1} = 0$ ,  $db_{y2} = 0$ ,  $d\varphi_1 \neq d\varphi_2$  (vgl. auch die soeben erwähnte Arbeit, Nr. 3, Fall  $\mathbf{g}$  und  $\mathbf{s}$ ).

<sup>10)</sup> Vgl. hiezu die in Fußn. 1 zitierte Arbeit, Nr. 5, Satz 1, 2 u. 3, wo bereits die für verschwindende Parallaxen geltenden Sonderfälle obiger Ergebnisse gekennzeichnet sind.

Diese Gleichungen bestimmen nach Nr. 3 die Normalrisse  $\mathbf{g}' \mathbf{g}''$ , der Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_t = \mathbf{g}$  von  $\Omega^0$  auf die  $xy$ -, bzw.  $xz$ -Ebene. Bei dem in Abb. 5 behandelten Beispiel wurden mit Hilfe dieser Risse auch die Grundpunkte der durch die Zentren  $\mathbf{0}_1, \mathbf{0}_2$  gelegten Ebenen  $v^0 (x=0)$  und  $v^b (x=b)$  als Durchstoßpunkte  $\mathbf{G}^0, \mathbf{G}^b$  der Geraden  $\mathbf{g}$  mit diesen Ebenen ermittelt (vgl. Schluß von Nr. 8). Die Koordinaten  $0, Y^0, Z^0$ , bzw.  $b, Y^b, Z^b$  dieser Punkte lassen sich übrigens auch aus den Koordinaten zweier beliebiger Grundpunkte  $\mathbf{G}_1 (x_1, y_1, z_1), \mathbf{G}_2 (x_2, y_2, z_2)$  wie folgt leicht berechnen:

$$\left. \begin{aligned} Y^0 &= Y_1 - x_1 \frac{Y_2 - Y_1}{x_2 - x_1}, & Y^b &= Y_1 + (b - x_1) \frac{Y_2 - Y_1}{x_2 - x_1} \\ Z^0 &= Z_1 - x_1 \frac{Z_2 - Z_1}{x_2 - x_1}, & Z^b &= Z_1 + (b - x_1) \frac{Z_2 - Z_1}{x_2 - x_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Aus (17) und (18) folgt in allgemeinen Fällen:

$$\left. \begin{aligned} \text{A)} \quad d\varphi_1 &= \frac{Y^b}{b} d\omega, & \text{B)} \quad d\varphi_2 &= -\frac{Y^0 - Y^b}{b} d\omega_2, \\ d\kappa_1 &= \frac{Z^b}{b} d\omega, & d\kappa_2 &= -\frac{Z^0 - Z^b}{b} d\omega_2, \\ d\varphi_2 &= \frac{Y^0}{b} d\omega, & db_{y_2} &= Z^b d\omega_2, \\ d\kappa_2 &= \frac{Z^0}{b} d\omega; & db_{z_2} &= -Y^b d\omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Kann man jedoch die Grundpunkte  $\mathbf{G}^0, \mathbf{G}^b$  der Ebenen  $v^0, v^b$  aus je drei, in bekannten Punkten dieser Ebenen beobachteten Parallaxen unmittelbar nach Abb. 4 ermitteln, dann gelangt man ohne weitere Konstruktion oder Rechnung sogleich zu den Gln. (20).

Bei dem in Nr. 10 erörterten Sonderfall  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  läßt sich das Verhältnis der restlichen vier Orientierungsgrößen ebenfalls leicht angeben, sobald die in den Ebenen  $x=0, x=b$  und  $z=0$  vorhandenen Paraboloiderzeugenden  $\mathbf{f}^0, \mathbf{f}^b$ , bzw.  $\mathbf{f}$  bereits konstruiert sind (siehe Schluß von Nr. 10). Wir schreiben die Gleichungen dieser drei Geraden in der Form:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^0 &\dots\dots\dots x = 0, & y &= R^0 z, \\ \mathbf{f}^b &\dots\dots\dots x = b, & y &= R^b z, \\ \mathbf{f} &\dots\dots\dots x = \frac{t}{t-1} b, & z &= 0, \end{aligned}$$

wobei  $R$  und  $R^b$  durch die Richtungen der gefundenen Geraden  $\mathbf{f}^0$  bzw.  $\mathbf{f}^b$  bestimmt sind und  $t$  das Teilverhältnis  $\mathbf{0}_1\mathbf{B} : \mathbf{0}_2\mathbf{B}$  des auf der Basis gelegenen Punktes  $\mathbf{B}$  von  $\mathbf{f}$  bezüglich der beiden Zentren angibt. Aus der Gleichung (16) für das „Grundparaboloid“  $\Omega^0$  (siehe auch Nr. 5, 10) ergibt sich sodann nach einfachen Zwischenrechnungen:

A) Beim „Winkelverfahren“:

$$d\varphi_1 : d\varphi_2 : dx_1 : dx_2 = 1 : t : -R^b : -tR^0, \quad (21)$$

sowie

B) beim „Folgebildanschluß“:

$$d\varphi_2 : dx_2 : db_{y_2} : db_{z_2} = (t - 1) : (R^b - tR^0) : bR^b : b. \quad (22)$$

**Nr. 12.** Mit Hilfe der nach Nr. 11 gewonnenen Verhältnisse der Orientierungsgrößen läßt sich schließlich die endgültige Einpassung der beiden Zielstrahlbündel u. a. auf folgende Weise bewerkstelligen: *Man wählt eine beliebige Größe  $d\omega'$  von  $d\omega$  (bzw. von  $d\omega_2$ ) und stellt vorerst die damit gemäß (20) bestimmten Werte der Orientierungsunbekannten am Auswertgerät ein.* Wäre  $d\omega$  (oder  $d\omega_2$ ) = 0 (vgl. Nr. 5, 10, 11), dann hätte man  $d\omega$  (bzw.  $d\omega_2$ ) durch eine der übrigen Orientierungsgrößen zu ersetzen und die Gln. (21) oder (22) anzuwenden. In beiden Fällen müssen sich *bei diesem Vorgang die ursprünglich beobachteten Parallaxen  $dp_k$  oder  $dp^0$  wegen der Gln. (1), (2) proportional ändern*, und zwar gilt dies umso genauer, je weniger die Ausgangsstellung von der richtigen Orientierung abweicht.

Hat sich nun eine der Parallaxen  $dp_k$ , etwa  $dp_1$ , zufolge der Einstellung mittels  $d\omega'$  in eine Parallaxe  $dp'$  verwandelt, und führt man anstatt  $d\omega'$  den Wert

$$d\omega'' = \frac{dp_1}{dp_1 - dp'} d\omega' \quad (23)$$

in die Gleichungen (20) ein, so ergibt die (von der Anfangslage aus vorgenommene) Einstellung der so proportional geänderten Orientierungsgrößen im Punkt  $\mathbf{P}_1$  (und daher in allen Punkten  $\mathbf{P}_k$ ) genau die Parallaxe Null. Zum gleichen Ergebnis gelangt man ferner, wenn man nach der Einstellung mittels des Wertes  $d\omega'$  zusätzlich noch die zu

$$d\bar{\omega} = d\omega'' - d\omega' = \frac{dp'}{dp_1 - dp'} d\omega' \quad (24)$$

gehörigen Größen (20) oder (21, 22) zur Anwendung bringt.

Mit dieser einfachen linearen Interpolation eröffnet sich mithin die Möglichkeit, ins Innere des mit der Orientierungsbewegung verknüpften „gefährlichen Raumbgebietes“ einzudringen, was bisher noch nirgends gelungen ist.

Zugleich gewinnen wir hier ein für die praktischen Anwendungen wichtiges Kriterium für die Güte der hergestellten gegenseitigen Orientierung der beiden Bündel. Während man sich bisher (abgesehen von der Heranziehung geeigneter Paßpunkte) mit dem Verschwinden aller beobachteten  $\gamma$ -Parallaxen zufrieden geben mußte, kann jetzt auf Grund der oben abgeleiteten Ergebnisse u. a. folgende Überprüfung der erzielten Einpassung vorgenommen werden:

*Man verdoppelt den (der zuletzt ausgeführten Orientierungsbewegung zu Grunde gelegten) Wert von  $d\omega''$  (oder  $d\varphi_1$  usw.) und stellt die zu 2 .  $d\omega''$  gehörigen Orientierungsgrößen (20) oder (21), (22) am Gerät ein: Die mit  $d\omega''$  erreichte Bündel-lage kann nur dann die richtige Orientierung darstellen, wenn für 2 .  $d\omega''$  bei allen*



Punkten  $\mathbf{P}_k$  durchwegs Parallaxen entstehen, die den ursprünglich (d. h. vor Anwendung von  $d\omega'$ ) beobachteten Werten  $dp_k$  negativ gleich sind.

Wäre dies nicht der Fall, oder ergeben sich bereits beim Einstellen mittels  $d\omega'$  neue Parallaxenwerte, die den ursprünglichen (in auffallendem Ausmaß) nicht proportional sind, dann ist entweder eine Korrektur gemäß (23), (24) anzubringen oder das beschriebene Verfahren muß unter Heranziehung anderer Modellpunkte oder auch anderer Normalebenen zur Basis neuerdings durchgeführt werden.

Abschließend seien die einzelnen Operationen, wie sie bei Anwendung des beschriebenen Verfahrens in *allgemeinen Fällen* auszuführen sind, nochmals kurz zusammengefaßt:

1. In der Ausgangslage der beiden Bündel, in der die gegenseitige Orientierung bereits angenähert vorliegen muß, sind in wenigstens zwei Normalebenen  $v_i$  ( $x = x_i$ ) zur Basis bei wenigstens je drei Modellpunkten  $\mathbf{P}_k$  die Koordinaten  $x_i, y_k, z_k$  und die daselbst auftretenden Parallaxen  $dp_k$  festzustellen. Wenn möglich, sind dabei vor allem die durch die Aufnahmezentren gehenden Ebenen  $v^0$  und  $v^b$  heranzuziehen.

2. Für jede Ebene  $v_i$  ist eine Darstellung der Punkte  $\mathbf{P}_k$  samt ihren Verbindungsgeraden  $\mathbf{p}_k$  mit dem Basispunkt  $\mathbf{B}_i(x_i, 0, 0)$  zu zeichnen.

3. Von den Punkten  $\mathbf{P}_k$  aus sind parallel zur z-Achse (unter Beachtung der Vorzeichen) Strecken  $K_k$  aufzutragen, die sich wie die an diesen Stellen gemessenen Parallaxen verhalten.

4. Durch jeden Punkt  $\mathbf{P}_k$  und den Endpunkt der hier angefügten Strecke  $K_k$  sind die Normalen  $\mathbf{n}_k$ , bzw.  $\mathbf{q}_k$  zum Strahl  $\mathbf{p}_k$  zu legen.

5. Hierauf ist das Ähnlichkeitszentrum  $\mathbf{G}_i$  der Dreiecke zu suchen, die von je drei entsprechenden Geraden  $\mathbf{n}_k, \mathbf{q}_k$  begrenzt werden. Falls mehr als drei Punkte der Ebene  $v_i$  verwendet wurden, ist dieser „Grundpunkt“  $\mathbf{G}_i$  von  $v_i$  so auszuwählen, daß er am besten als gemeinsamer Ähnlichkeitspunkt aller in  $v_i$  vorliegenden Dreieckspaare gelten kann.

6. Hierauf ist die räumliche Verbindungsgerade  $\mathbf{g}$  aller gefundenen Grundpunkte — allenfalls mittels Ausgleichens — festzulegen.

7. Falls die Ebenen  $v^0$  und  $v^b$  noch nicht einbezogen wurden, sind deren Grundpunkte als Durchstoßpunkte  $\mathbf{G}^0, \mathbf{G}^b$  der Geraden  $\mathbf{g}$  mit  $v^0, v^b$  aufzusuchen.

8. Die Koordinaten dieser Punkte bestimmen sodann die Verhältnisse der Orientierungsgrößen gemäß (20), wonach die endgültige Einpassung mittels der linearen Interpolation (23), (24) gewonnen wird.

9. Ist die wahre Größe einer Parallaxe  $dp_k$  hinreichend genau bekannt, dann können alle Orientierungsgrößen sofort angegeben und am Gerät eingestellt werden.

10. Schließlich läßt sich die Genauigkeit des Ergebnisses auf Grund der Tatsache überprüfen, daß bei Einstellung der doppelten Werte dieser Größen jede ursprünglich gemessene Parallaxe ihren negativ gleichen Wert annehmen muß.

## **Legales und internationales Meter in Österreich und deren Beziehung zu den älteren Maßeinheiten**

Von Dipl.-Ing. Richard K r a u l a n d, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

Es ist eine fast selbstverständliche Tatsache, daß sich das metrische Maßsystem nur langsam durchsetzte. Gerade ein bereits höher entwickeltes Vermessungswesen erwies sich wiederholt als Hemmschuh bei der praktischen Annahme des theoretisch voll gewürdigten Meters. Auch entwickelte sich das metrische Maßsystem nur sehr langsam und diese historische Entwicklung spiegelt sich in den geodätischen Grundlagen der meisten Kulturstaaten wieder. Die wichtigste Folge dieser Entwicklung ist die notwendige Unterscheidung eines älteren Meters von dem jüngeren, „internationalen Meter“. Es ist das große Verdienst Helmersts, den zahlenmäßigen Unterschied dieser beiden Einheiten im letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts aufgedeckt zu haben. Denn die ältere, seither als „legales Meter“ bezeichnete Maßeinheit war schon tief verwurzelt und die notwendige Unterscheidung vom internationalen Meter hat einige Verwirrung angerichtet. Auch in das österreichische Vermessungswesen hatte das legale Meter Eingang gefunden; hier haben es aber günstige Umstände ermöglicht, die Unterscheidung des Meters fallen zu lassen.

Die Schilderung der Beziehung zwischen legalem und internationalem Meter sowie die besondere Berücksichtigung der österreichischen Verhältnisse machen es notwendig, auch auf das altfranzösische und altösterreichische Maßsystem einzugehen.

Das altfranzösische Maßsystem war bis zum Zeitpunkt der Einführung des internationalen Meters in die geodätische Praxis, d. h. bis in die letzten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts, von großer wissenschaftlicher und praktischer Bedeutung. Es war nicht nur der Ausgangspunkt für die Festsetzung der Grundlagen des metrischen Systems, sondern es hat auch bei den Pendelbeobachtungen und bei den geodätischen Messungen in verschiedenen europäischen Staaten Anwendung gefunden.

Die Einheit des altfranzösischen Maßsystems war die Pariser Toise, auch Peru-Toise genannt, deren Urmaß durch einen eisernen Maßstab dargestellt wurde. Sie wurde über Verfügung des Königs Ludwig XIV. im Jahre 1766 als Normalmaß in Frankreich eingeführt. Die Toise war in 6 Pariser Fuß oder 72 Pariser Zoll oder 864 Pariser Linien eingeteilt. Der Maßstab hatte bei  $13^{\circ}$  R oder  $16^{\circ}25'$  C seine wahre Länge.

Die Wiener Sternwarte erhielt im Jahre 1760 aus Paris zum Gebrauch bei der von Pater Liesganig auszuführenden Gradmessung eine von Canivet angefertigte Kopie der Peru-Toise. Diese Canivet-Toise war ebenfalls ein Eisenstab.

In den ersten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts wurde eine Anzahl direkter Kopien der Toise du Perou anderen Staaten übergeben, um gleichfalls bei den

Gradmessungsarbeiten Verwendung zu finden. Diese Kopien sind vielfach als Urmaße für die Längeneinheit der Basismessapparate gewählt worden. Sie galten um die Mitte des vorigen Jahrhunderts als die eigentlichen Träger der altfranzösischen Maßeinheit, da die Unversehrtheit der Peru-Toise nur bis etwa 1840 verbürgt werden kann. Die Peru-Toise kam später in Vergessenheit; sie ist nicht immer sachgemäß aufbewahrt worden; es waren wiederholt Gerüchte über eine gewaltsame Behandlung des Maßstabes im Umlauf. Einige Zeit war es sogar zweifelhaft, ob der im Jahre 1854 neu gereinigte, jetzt als Peru-Toise anerkannte Maßstab wirklich der ursprüngliche oder nur eine Kopie ist.

Er konnte daher für Maßstabvergleiche nicht mehr in Betracht kommen. Vorteilhaft wirkte es sich aber aus, daß man in der Lage war, die frühere Länge der Peru-Toise nach den direkten Kopien wieder herzuleiten. Von diesen Kopien waren die wichtigsten:

1. Die Dänische Toise von Lenoir, im Jahre 1819 von Mathieu gleich der Peru-Toise gefunden.
2. Die Dorpater (russische) Toise von Fortin, im Jahre 1821 von Arago für richtig erklärt.
3. Die Dänische Toise von Fortin, ebenfalls im Jahre 1821 von Arago für richtig erklärt.
4. Die Königsberger (Bessel'sche) Toise von Fortin, nach einem Zertifikat von Arago und Zahrtmann vom Jahre 1823 um  $1/1278$  Linie kürzer als die Peru-Toise.
5. Die Dänische Toise von Gambey, von Arago, Mathieu und Nyegaard im Jahre 1831 um  $0\cdot000\ 21$  Linien länger gefunden als die Peru-Toise.

Die Zuverlässigkeit dieser Bestimmungen scheint nicht sehr groß gewesen zu sein. Bessel verglich im Jahre 1835 die drei letztgenannten Toisen untereinander und stellte Abweichungen bis zu  $0\cdot007$  Pariser Linien gegen die Angaben der Pariser Zertifikate fest. Er hat daher angenommen, daß die nach ihm benannte Toise um  $0\cdot000\ 8$  Pariser Linien kürzer ist als die Peru-Toise. Die Bessel'sche Toise hat die Grundlage für das preußische Maßsystem, für die Maßvergleiche des Bessel'schen Basismessapparates und für die Preußische Landesaufnahme geliefert. Von den nach ihr angefertigten Maßstäben haben die von Baumann hergestellten Stäbe Nr. 9, 10 und 11 Bedeutung gewonnen.

Bei den Gradmessungsarbeiten des 19. Jahrhunderts, deren Ergebnis für die geodätische Praxis die Feststellung des Bessel'schen und Clark'schen Ellipsoides war, leisteten die direkten Kopien der Peru-Toise und die nach ihnen hergestellten Toisenmaßstäbe wertvolle Dienste. Namhafte Geodäten wie Bessel, Bayer, Struwe, Clarke, Schreiber und Förster haben in den Jahren 1828 bis 1878 zu diesem Zweck Vergleiche der Toisenmaßstäbe untereinander vorgenommen.

Der englische Oberst Clarke hat 1863 bis 1865 eine Anzahl von Normalmaßstäben aus Frankreich, Belgien, Preußen, Rußland, Indien, Australien und England mit größter Sorgfalt untersucht; darunter befanden sich auch die Baumann'schen Kopien der Bessel-Toise Nr. 10 und 11, ferner eine Kopie der

nach der Dorpater Toise hergestellten russischen Doppeltoise und die englische Normaltoise. Clarke unterzog seine Vergleichsbestimmungen mit den von Struwe und Bayer ermittelten Vergleichsergebnissen einer Ausgleichung, die sehr günstige Resultate lieferte. Der Ausgleich ergab, daß die Bessel'sche und russische Toise sehr gut übereinstimmten. Diese Tatsache wurde später durch den Ausgleich von Peters bestätigt.

Prof. Peters hat in seiner Veröffentlichung „Zur Geschichte und Kritik der Toisenmaßstäbe“, Berlin 1885, 14 Toisenmaßstäbe verschiedener Länder diskutiert und hiebei die Ergebnisse von 28, in den Jahren 1828 bis 1878 vorgenommenen Vergleichen dieser Maßstäbe einer Ausgleichung unterzogen. Die nach dem Ausgleich übriggebliebenen Fehler bewegten sich bei einem mittleren Fehler von  $\pm 1.2\mu$  zwischen  $-1.3\mu$  und  $+2.6\mu$ . Wie bereits erwähnt, ließ das Ergebnis wieder die sehr gute Übereinstimmung zwischen den zwei wichtigsten Kopien der Peru-Toise, der Bessel'schen und der russischen, erkennen.

Auf Grund der fünf, direkt mit der Peru-Toise verglichenen Toisenmaßstäbe ermittelte Peters die Länge der Peru-Toise wie folgt:

		Nach d. Ausgleich von Peters in Par. Linien	Reduktion auf die Peru-Toise	Länge der Peru-Toise	
1. Bessel-Toise	1823	863'999 2	+ 0'000 8	864'000 0	
2. Russische Toise	1821	864'000 1	0'000 0	864'000 1	
3. Dän. Toise v. L. 1819		864'060 1	0'000 0	864'060 1	
4. Dän. Toise v. F. 1821		864'002 4	0'000 0	864'002 4	} 863'998 6
5. Dän. Toise v. G. 1831		863'994 9	- 0'000 2	863'994 7	

Wenn nun der Wert unter 3. wegen seiner großen Abweichung ausgeschaltet und der Mittelwert aus 4. und 5. berücksichtigt wird, so dürfte man berechtigt sein, mit großer Sicherheit festzustellen, daß die Länge der Peru-Toise in jener der Bessel'schen und russischen Toise erhalten geblieben ist.

Das 1791 in Frankreich neu eingeführte Maßsystem bestimmte als Einheit das Meter, das möglichst genau der zehnmillionste Teil des Erdmeridianquadranten sein sollte. Nach vorübergehender Anwendung eines provisorischen Meters von 443'44 Pariser Linien wurde auf Grund der Delambre'schen Gradmessung zwischen Dünkirchen und Barcelona das definitive Meter laut Gesetz vom 10. Dezember 1799 mit 443'296 Pariser Linien festgesetzt. Materiell wurde das Meter durch einen Platinstab dargestellt, dessen Länge bei 0° gleich dem 443'296:864ten Teil derjenigen Länge sein sollte, welche die Pariser Toise bei 13° R hatte. Dieser Platinstab, dessen Querschnitt ein Rechteck von 25 mm Breite und 4 mm Höhe ist, wurde nach dem Ort seiner Aufbewahrung in Paris „Archivmeter“ genannt. Das Archivmeter hat aber nie die wahre Bedeutung eines Urmaßes erlangt. Vielmehr blieb bis zur internationalen Meterkonvention die Toise vermöge des sogenannten legalen Verhältnisses  $864 : 443'296 = 1.949\,036\,31$ , nach dem in der Folgezeit die Umrechnung von Toisen in Meter

fast durchwegs vorgenommen wurde, der eigentliche Träger auch des metrischen Systems.

Es ist daher heute an sich gar nicht mehr so wichtig zu wissen, inwieweit bei der Herstellung des Archivmeters, das ja bloß ein gesetzlich bestimmter Teil der Peru-Toise sein sollte, das legale Verhältnis wirklich eingehalten worden ist. Tatsächlich kann dies auch nicht mehr sicher festgestellt werden, Man ist nicht einmal in der Lage, aus den über die Konstruktion vorliegenden näheren Angaben mit einiger Sicherheit den Betrag der Fehlergrenze abzuschätzen, innerhalb dessen die Abweichung des wirklichen Verhältnisses der Längen jener zwei Urmaßstäbe von dem legalen sich gehalten hat.

Wahrscheinlich ist die Frage negativ zu beantworten. Sicher ist jedenfalls, daß das aus der Bessel'schen Toise = 863·999 2 Pariser Linien nach dem legalen Verhältnis abgeleitete „legale Meter“, das bis 1944 die Längeneinheit der preußischen Landesaufnahme darstellte, sich um 13  $\mu$  vom internationalen Meter unterscheidet, während letzteres in seiner Länge fast vollständig mit dem älteren Archivmeter übereinstimmt. Wiewohl dieser Sachverhalt, den wir später noch näher auszuführen haben, erst 1892 von Helmert klargestellt wurde, wollen wir der klareren Unterscheidung halber schon von jetzt ab das ältere, durch 443·296 Pariser Linien definierte Meter als legales Meter bezeichnen. Es ist also: 1 Pariser Toise = 1·949 0363 1 legale Meter.

Wenn auch die wissenschaftliche Welt die Vorteile des metrischen Maßsystems anerkannte, so fand letzteres doch nur allmähliche Verbreitung. Im Jahre 1803 wurde es in Italien, 1821 in Belgien und Holland, 1836 in Griechenland, 1859 in Spanien und 1868 in Deutschland eingeführt.

Österreich kam schon frühzeitig mit dem metrischen Maßsystem in Berührung. In den durch den Pariser Frieden vom Jahre 1814 und die Wiener Kongreßakte vom Jahre 1815 Österreich einverleibten südlichen Provinzen, und zwar im lombardisch-venetianischen Königreiche, in Illyrien und Dalmatien, waren von der ehemaligen französischen Regierung bereits metrische Maße und Gewichte im öffentlichen Dienste eingeführt worden. Da diese Maßnahme auch nach 1815 in den genannten Provinzen beibehalten wurde, so gab dies Veranlassung zur Einleitung von Verhandlungen zum Zwecke der allgemeinen Einführung des metrischen Maß- und Gewichtssystems in Österreich. Diese Verhandlungen gestalteten sich sehr langwierig. Ein im Jahre 1825 abgegebenes Gutachten der für diesen Zweck aufgestellten Kommission war für die Einführung der metrischen Maße und Gewichte nicht günstig. Die Verhandlungen verliefen schließlich resultatlos und es gelangte in den Jahren 1855 bis 1857 das niederösterreichische Maß, die Wiener Klafter, durch kaiserliche Verordnung zur allgemeinen Anwendung in Österreich-Ungarn. Erst mit dem Gesetze vom 23. Juli 1871 wurde die Einführung metrischer Maße und Gewichte in den im Reichsrate vertretenen Königreichen und Ländern angeordnet.

Die Länge der Wiener Klafter wurde mit dem Patente der Kaiserin Maria Theresia vom 14. Juli 1756 festgesetzt. Vier Jahre später ließ Liesganig die Länge der Wiener Klafter auf den Maßstab der Canivet-Toise auftragen. Bei der Be-

stimmung der Stangenlängen des österreichischen Basismeßapparates im Jahre 1810 gab man der Toise den Vorzug, da die Endpunkte des Klaftermaßes auf dem Maßstab der Canivet-Toise durch den öfteren Gebrauch beim Abnehmen des Maßes etwas gelitten hatten. Die auf der Canivet-Toise aufgetragene Länge der Wiener Klafter wurde im Jahre 1813 auf den im Wiener k. k. polytechnischen Institute befindlichen, von Voigtländer konstruierten Komparator übertragen und die so erhaltene Länge nach amtlicher Konstatierung der Übereinstimmung der beiden Maße durch das Dekret der niederösterreichischen Landesregierung vom 20. April 1816 als gesetzliche Wiener Klafter erklärt. Liesganig hat in seinem Werke „*Dimensio graduum meridiani Vieniensis et Hungarici*“ 1770 auf Grund der ihm zur Verfügung gestandenen Canivet-Toise die Länge der Pariser Toise mit 1'072 64 Wiener Klafter angegeben. Auf diese Verhältniszahl wird später noch Bezug genommen werden.

Die Meßstangen des österreichischen Basismeßapparates, die je zwei Toisen lang waren, sind im Jahre 1810 mit der Canivet-Toise verglichen worden. Vom Jahre 1840 an geschah der Vergleich der Meßstangen im Wiener Klaftermaß, und zwar nach dem im k. k. polytechnischen Institute in Wien aufbewahrten Prototyp der Wiener Klafter. Da im Jahre 1840 die Endflächen der Stangen präziser gestaltet wurden und sämtliche Meßstangen eine Verkürzung erfahren hatten, war der Vergleich des Jahres 1810 gegenstandslos geworden. Die weiteren Vergleiche sind in den Jahren 1849 und 1850 von Prof. Stampfer vorgenommen worden.

Die in Wiener Klafter ausgedrückten Vergleichsergebnisse des Jahres 1850 waren sodann bis zum endgültigen vom internationalen Bureau für Maße und Gewichte in den Jahren 1893 und 1894 vorgenommenen Vergleiche der Basismeßstangen in Geltung.

Um einerseits eine Vergleichung der auf dem Metermaß basierenden Ergebnisse der Katastralvermessung in den der österreichischen Monarchie 1815 einverleibten südlichen Provinzen mit den Resultaten der im Klaftermaß durchgeführten Katastralaufnahme der übrigen österreichischen Länder zu ermöglichen, anderseits den Anschluß der Triangulierungen der Nachbarstaaten, die teils das Metermaß zur Grundlage hatten, teils durch Reduktion auf dieses Maß rückführbar waren, an die österreichische Militärtriangulierung vornehmen zu können, wurden über Anregung des Militär-Geographischen Instituts in Wien und der Katastralbehörden etwa um 1825 Maßnahmen getroffen, um das Verhältnis der Länge der Wiener Klafter zu jener des Meters mit größtmöglicher Genauigkeit zu bestimmen. Zur Verfügung standen folgende Behelfe:

- a) Die Liesganig'sche Vergleichung der Wiener Klafter mit der Canivet-Toise und
- b) zwei im Jahre 1814 aus Paris bezogene, vom Mechaniker Lenoir angefertigte Maßstäbe, und zwar des Meters und der halben Toise.

Diese Behelfe konnten jedoch in bezug auf ihre Genauigkeit nicht als einwandfrei gelten; die Liesganig'sche Vergleichung nicht, weil schon die mechanischen Hilfsmittel, deren er sich dabei bediente, zu unvollkommen

waren; die beiden französischen Maßstäbe nicht, weil man gefunden hatte, daß ihre Länge eine verschiedene war, je nachdem diese längs der unteren oder der oberen Fläche gemessen wurde und man nicht wußte, längs welcher der beiden Flächen die wahre Länge zu messen sei.

Auch der in den Jahren 1833 bis 1835 in Paris vorgenommene Vergleich eines auf das sorgfältigste angefertigten, von Prof. Stampfer in letzter Hand bearbeiteten Maßstabes von der Länge einer halben Klafter mit einer Kopie des Archivmeters zeitigte kein die damalige Fachwelt befriedigendes Resultat. Nach dem Pariser Zertifikat ergab sich die Länge der Wiener Klafter bei einer Vergleichstemperatur von  $14^{\circ}50$  C mit

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1\cdot896\ 1963 \text{ Meter.}$$

Prof. Stampfer stellte bei der Kritik dieses Ergebnisses u. a. fest, daß man in Paris die Reduktion der Längen auf die Normaltemperatur der Maßstäbe übersehen hatte; denn der Wiener Maßstab hatte bei  $15^{\circ}60$  R, der Meterstab hingegen bei  $0^{\circ}$  seine wahre Länge. Nach Vornahme der Reduktion ermittelte Stampfer als Ergebnis des Pariser Vergleiches

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1\cdot896\ 536 \text{ Meter,}$$

ein Resultat, das sehr nahe an den endgültigen Wert der Beziehung zwischen Wiener Klafter und internationalem Meter heranreicht, nämlich

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1\cdot896\ 5091\ 7 \text{ internationale Meter.}$$

Dies ist auf die fast vollständige Gleichheit des Archivmeters und des internationalen Meters zurückzuführen. Stampfer konnte jedoch damals dieses nicht wissen und hielt das verbesserte Ergebnis für ungeeignet, da er auf Grund seiner eigenen Vergleiche zu folgendem Resultat gelangt war:

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1\cdot896\ 6657 \text{ Meter.}$$

Er stützte sich bei der Ermittlung dieser Beziehung vornehmlich auf eine Ableitung aus der auf dem Komparator von Voigtländer aufgetragenen Toise, einer Kopie der Canivet-Toise; die Umrechnung in Meter erfolgte auf Grund des legalen Verhältnisses.

Aus Anlaß der in den Jahren 1848 und 1849 ausgeführten österreichisch-russischen Verbindungstriangulierung wurde an die russische Hauptsternwarte in Pulkowa ein eiserner Maßstab gesandt, der die Länge der Wiener Klafter und der Canivet-Toise durch feine Punkte bezeichnet enthielt; weiters war ein Zertifikat beigegeben, das die Ergebnisse der Vergleichung dieser zwei Maße mit der legalen Wiener Klafter enthielt. Der russische Staatsrat Struwe verglich nun diese zwei Längen mit dem russischen Normaltoisenstab *N*, der Normalstange der russischen Gradmessung, die seinerzeit nach der russischen Toise von Fortin angefertigt worden war. Die Länge der letzteren war nach dem Zertifikat vom Jahre 1821 gleich jener der Peru-Toise gefunden worden.

Das Schlußresultat des Struwe'schen Vergleiches war nun folgendes:

1. Die gesetzliche Wiener Klafter =  $840\cdot70370 \pm 0\cdot000\ 38$  Pariser Linien der Peru-Toise bei einer Temperatur von  $13^{\circ}$  R beider Maßstäbe oder 1 Pariser Toise =  $1\cdot027\ 7104\ 8$  Wiener Klafter.

2. Die auf der Kopie der Wiener Klafter verzeichnete Toise =  $863\cdot91726 \pm 0\cdot000\ 35$  Pariser Linien bei einer Temperatur von  $13^{\circ}$  R beider Stäbe. Verwandelt man die Angabe unter Ziffer 1) mit Zuhilfenahme des legalen Verhältnisses in Meter, so findet man

$$\begin{aligned} 1 \text{ Wiener Klafter} &= 1\cdot896\ 484 \text{ legale Meter oder} \\ 1 \text{ Meter (legal)} &= 0\cdot527\ 2916 \text{ Wiener Klafter.} \end{aligned}$$

Durch diese zwei Gleichungen wurde im Gesetz vom 23. Juli 1871 die Beziehung zwischen Wiener Klafter und Meter festgesetzt. Im Werke „Die österreichischen Maße und Gewichte am 1. Jänner 1873 und das metrische System“ von Maximilian Edlen von Leber, Wien 1873, ist der Umwandlungsfaktor Klafter in Meter mit

$$1\cdot896\ 483\ 843$$

angegeben. Diese Zahl ist der auf 9 Dezimalstellen berechnete reziproke Wert des mit 7 Dezimalstellen angegebenen Verwandlungsfaktors Meter in Wiener Klafter. Die Verschiedenheit des von Prof. Stampfer mit  $1\cdot896\ 6657$  ermittelten Faktors erklärt sich hauptsächlich aus der Beschaffenheit der dem Stampfer'schen Vergleich zu Grunde gelegten Canivet-Toise, die nach Struwe um  $0\cdot083$  Pariser Linien zu kurz war, denn das Längenverhältnis der Canivet-Toise zur Wiener Klafter ergibt sich nach dem Struwe'schen Vergleich mit  $863\cdot91726 : 840\cdot70370 = 1\cdot027\ 6120\ 6$ , demnach fälschlich:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Toise} &= 1\cdot027\ 6120\ 6 \text{ Wiener Klafter} = 1\cdot949\ 0363\ 1 \text{ Meter,} \\ 1 \text{ Wiener Klafter} &= 1\cdot896\ 6655 \text{ Meter.} \end{aligned}$$

Dieser Umstand erklärt auch die Tatsache, daß die Liesganig'sche Verhältniszahl der Toise zur Wiener Klafter ( $1\cdot02764$ ) zu klein ausgefallen ist, da Liesganig auch nur die Canivet-Toise benützen konnte.

Frankreich wurde lange Zeit hindurch als der allein berechnete Hüter des metrischen Systems angesehen. Indessen zeigte es sich, daß die Urmaße in Paris nicht mit der ihrer Wichtigkeit entsprechenden Sorgfalt aufbewahrt und behandelt wurden. Die zu verschiedenen Zeiten von ihnen abgeleiteten Kopien stimmten untereinander nicht mit hinreichender Genauigkeit überein. So stand zu befürchten, daß bald eine allgemeine Unsicherheit in den metrischen Maßen platzgreifen würde. Diesen Zuständen machte die am 20. Mai 1875 zu Paris abgeschlossene, internationale Meterkonvention ein Ende. Die den modernen wissenschaftlichen Anforderungen nicht mehr entsprechenden Urmaße wurden ihrer Bedeutung entkleidet; an ihre Stelle traten neue internationale Urmaße, bei denen auch schon durch die Wahl des Stoffes, einer Legierung von 90 Teilen Platin und 10 Teilen Iridium und bei dem Meter außerdem durch die Form des Querschnittes eine bessere Gewähr für ihre dauernde Richtigkeit gegeben war. Die französische Aufsicht wurde durch eine ständige internationale Kontrolle ersetzt, und zwar erfolgte die Verwaltung des metrischen Systems durch drei Stellen verschiedener Rangordnung. Aufbewahrung und Benützung der Prototype waren einem wissenschaftlichen Institute, dem internationalen Bureau für Maße und Gewichte, überwiesen, das seinen Sitz im Pavillon de Breteuil in Sèvres bei Paris hatte. Das Bureau unterstand der ausschließlichen Leitung



und Aufsicht eines aus den bedeutendsten Fachleuten zusammengesetzten Komitees für Maße und Gewichte, das seinerseits unter die Autorität einer aus Delegierten aller vertragschließenden Regierungen bestehenden Generalkonferenz für Maße und Gewichte gestellt war.

Es wurden 30 Metermaßstäbe, möglichst gleich lang wie das Archivmeter, hergestellt. Aus diesen Stäben wurde jener Stab ausgewählt und zum internationalen Prototyp *M* erklärt, der hinsichtlich der Länge am besten mit dem Archivmeter übereinstimmte; dies war der Stab Nr. 6. Seine Beziehung zum Archivmeter (*A*) lautete:

$$M = A - 0.03 \mu \text{ (praktisch genommen gleich lang).}$$

Durch die im September 1889 in Paris zusammengetretene erste Generalkonferenz des internationalen Maß- und Gewichtskomitees wurde dieses in Breteuil aufbewahrte Meterprototyp mit der Bezeichnung *M* als „internationales Meter“ sanktioniert.

Die Verteilung der übrigen Meterprototypen an die der Meterkonvention angehörenden Staaten geschah durch das Los. Zu jeder Kopie wurde ein Zertifikat ausgestellt, das die Gleichung dieses „nationalen Prototypes“ innerhalb eines wahrscheinlichen Fehlers von 0.1 und 0.2  $\mu$  angab. Österreich fielen die Stäbe 15 und 19 zu.

Das Gesetz vom 23. Juli 1871 erhielt im Jahre 1893 eine neue Fassung. Der Artikel I definierte das internationale Meter gleich der „Entfernung der Mittelstriche der auf dem im Bureau international des poids et mesures in Breteuil (Paris) aufbewahrten Prototype *M* aufgetragenen Strichgruppen in der durch Längsstriche bezeichneten Achse und bei Null Grad gemessen“. Die Bindung an die Pariser Toise wurde gänzlich fallen gelassen. Im Hinblick auf die Gleichheit von Archivmeter und internationalem Meter kann man also sagen, daß das Meter in seinen zwei Urmaßstäben keine Änderung erfahren hat. Geändert hat sich nur seine Definition.

Zu den Obliegenheiten des internationalen Bureaus für Maße und Gewichte gehörte auch die Vergleichung der in den verschiedenen Staaten angewandten Maßeinheiten und der geodätischen Meßstangen mit dem internationalen Meter. So wurden in den Jahren 1890/91 die Bessel'sche Toise und der Baumann'sche Maßstab Nr. 9 mit dem internationalen Meter verglichen. Helmert berechnete in seiner Veröffentlichung „Die Europäische Längengradmessung in 52° Breite von Greenwich bis Warschau, 1893“ die Beziehung zwischen der Peru-Toise und dem internationalen Meter. Er ging von den Clarke'schen Ausgleichsergebnissen aus, ergänzte diese hinsichtlich des Baumann'schen Maßstabes Nr. 9 und brachte die in Pariser Linien ausgedrückten Werte von acht Toisenmaßstäben mit den in internationalen Metern ausgedrückten Längen dieser Stäbe in Gegenüberstellung. Die entsprechenden Endwerte für die Bessel'sche Toise und den Maßstab Nr. 9 lauteten:

	Ergänzt System Clarke	Bestimmung in Breteuil
Bessel'sche Toise	863'999 23 Pariser Linien	1'949 0605 intern. Meter
Maßstab Nr. 9	864'002 30 „ „	1'949 0674 „ „

Die Korrektion des Verwandlungslogarithmus von Toisen in Meter, der nach dem legalen Verhältnis  $864:443\cdot296$  gleich  $0\cdot289\ 8199\ 3$  ist, ergab sich mit 58 Einheiten der 7. logarithmischen Stelle, wobei Helmert die Unsicherheit dieser Korrektion mit ein paar Einheiten der genannten Stelle annahm. Der Verwandlungslogarithmus von Toisen in internationale Meter ist demnach gleich  $0\cdot289\ 8257\ 3$  oder

1 Pariser Toise =  $1\cdot949\ 0623\ 4$  internationale Meter, nach dem legalen Verhältnis jedoch 1 Pariser Toise =  $1\cdot949\ 0363\ 1$  legale Meter.

Daraus folgt

1 legales Meter =  $1\cdot000\ 013\ 355$  internationales Meter.

Hält man nun an der zuvor als wahrscheinlich angenommenen Feststellung fest, nach der die zur Zeit der Herstellung des Archivmeters bestandene Länge der Pariser Toise in jener der Bessel'schen und russischen Toise erhalten geblieben ist, so dürfte auch die Annahme berechtigt sein, daß bei der Konstruktion des Archivmeters das legale Verhältnis der Toise zum Meter wahrscheinlich nicht eingehalten wurde.

Demnach ergaben alle Umrechnungen in Meter, die über die Pariser Toise unter Anwendung des legalen Verhältnisses vorgenommen worden waren, Maßzahlen in legalen Metern.

Wie tritt nun das legale Meter in Erscheinung?

Bessel hat im Jahre 1841 die Dimensionen des nach ihm benannten Erdellipsoids in Toisen berechnet. Die Umrechnung dieser Dimensionen in Meter geschah nach dem legalen Verhältnis. Es sind daher die in der Literatur angegebenen Dimensionen des Bessel'schen Erdellipsoides sowie die diesbezüglichen Tabellenwerte, wie sie von den Landesvermessungen der verschiedenen Staaten benützt werden, auf das legale Metermaß bezogen. Auch der österreichischen Landesvermessung liegt das Bessel'sche Erdellipsoid mit Maßzahlen in legalen Metern zugrunde.

Die Längeneinheit des Dreiecksnetzes 1. Ordnung jedoch, dessen geographische Koordinaten in dem Werk „Die Ergebnisse der Triangulierungen des Militärgeographischen Institutes in Wien, 1901 und 1902“ veröffentlicht worden sind, somit die Längeneinheit der auf diesem Dreiecksnetze aufgebauten österreichischen Landesvermessung, ist das internationale Meter, denn die Meßstangen des österreichischen Basismeßapparates sind in den Jahren 1893 und 1894 im internationalen Bureau für Maße und Gewichte mit dem internationalen Meter verglichen worden; auf Grund der so ermittelten Stangenlängen ist die definitive Berechnung der Längen der sieben Grundlinien, die dem Dreiecksnetz 1. Ordnung der österreichisch-ungarischen Landesvermessung zugrunde gelegt worden waren, vorgenommen worden. Die in internationalen Metern gegebenen Seiten wurden sodann mit den Azimuten, vom Fundamentalpunkt Hermannskogel ausgehend, auf das Bessel'sche Ellipsoid übertragen. Das Dreiecksnetz als solches ist auf dem Ellipsoid richtig dargestellt, jedoch die Längeneinheit des Dreiecksnetzes stimmt mit jener des Ellipsoides nicht überein; letztere ist größer als die erstere. Bei der Berechnung der geographischen

Koordinaten wurde dieser Umstand nicht zur Kenntnis genommen und so verfahren, als ob die Seiten des Dreiecksnetzes und die Dimensionen des Ellipsoids in derselben Längeneinheit ausgedrückt wären. Dies hatte zur Folge, daß die Unterschiede der geographischen Koordinaten der trig. Punkte gegenüber dem Fundamentalpunkt Hermannskogel im Norden der ehemaligen Monarchie um 0·12—, im Süden um 0·29 Breitensekunden und im Osten um 0·47—, im Westen um 0·31 Längensekunden zu groß ausgefallen sind.

Durch die Einführung eines kleineren, dem Bessel'schen ähnlichen Ellipsoids, dessen Achsen in internationalen Metern durch dieselben Maßzahlen wie in legalen Metern ausgedrückt sind, würde erreicht werden, daß die Längeneinheiten des Dreiecksnetzes und des Ellipsoids einheitlich werden und die geographischen Koordinaten richtig angegeben sind. Dieses Ellipsoid hätte sodann die Dimensionen:

$$a = 6.377.397.155 \text{ 00 internationale Meter}$$

$$b = 6.356.078.963 \text{ 25 - „ „ „}$$

Die Längeneinheit der in den Jahren 1817 bis 1861 und 1867 bis 1869 durchgeführten österreichischen Katastervermessung war die Wiener Klafter. Die nach dem Jahre 1871 vorgenommene Umrechnung der Ergebnisse der Katastraltriangulierung in Meter geschah mit Zuhilfenahme des Umwandlungsfaktors

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1.896 \text{ 484 Meter (legal).}$$

Wie bereits früher erwähnt wurde, ist dieser Faktor unter Zuhilfenahme des legalen Verhältnisses zustande gekommen. Aus diesem Grunde sind die in Meter angegebenen Koordinaten der trigonometrischen Katasterpunkte, bezogen auf die Nullpunkte St. Stephan, Gusterberg, Innsbruck, Krimberg und Schöckl, sowie die in der Polygonal- und Meßtischinstruktion angeführten Koordinaten der Randlinien der Katasteraufnahmssektionen streng genommen auf das legale Metermaß bezogen. Auch nach Einführung des internationalen Meters wurden in Österreich die im Gesetz vom Jahre 1871 festgesetzten Umwandlungsfaktoren zwischen Wiener Klafter und Meter beibehalten.

Auf Seite 84 und 85 des XXIII. Bandes der Astronomisch-geodätischen Arbeiten des ehemaligen Militärgeographischen Institutes in Wien befindet sich eine Übersicht, in deren 4. Spalte die mit den Breteuil'schen Konstanten ermittelten und in internationalen Metern angegebenen Längen der siebenzehn dem Dreiecksnetz 1. Ordnung der ehemaligen österr.-ungar. Monarchie zugrunde liegenden Grundlinien angeführt sind; in der 10. Spalte sind die mit den Stampfer'schen Konstanten ermittelten, ebenfalls in Metern angegebenen Längen von 10 Grundlinien ausgewiesen. Die entsprechenden Werte der beiden Spalten weichen nahezu systematisch voneinander ab. Die Abweichung beträgt im Mittel 15·8 mm pro 1 km. Die Maßzahlen der 4. Spalte (internat. Meter) sind größer als jene der 10. Spalte. Die Stampfer'schen Konstanten stammen, wie bereits erwähnt, aus dem Jahre 1850 und bezogen sich auf die Wiener Klafter; die Umrechnung in Meter geschah mit Zuhilfenahme der Gleichung:

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1.896 \text{ 483 84 Meter (legal).}$$

Deshalb sind die Maßzahlen der 10. Spalte als in legalen Metern gegeben anzusehen.

Die Beziehung zwischen Wiener Klafter und internationalem Meter ergibt sich einmal aus dem Produkt

$$1'896\ 483\ 843 \times 1'000\ 013\ 355 \text{ mit}$$

1 Wiener Klafter = 1'896 509 17 internationale Meter,  
ein zweitesmal aus der Gegenüberstellung der mit den Breteuil'schen Konstanten ermittelten, in internationalen Metern gegebenen und der entsprechenden, mit den Stampfer'schen Konstanten errechneten, in Wiener Klaftern ausgedrückten Stangenlängen des österreichischen Basismessapparates.

Die Vergleichswerte lauten:

Stangen Nr.	Länge bei 13° R in		Verwandlungsfaktor Wiener Klafter in internat. Meter
	Wiener Klafter	internat. Meter	
„ I	2'057 575 478	3'902 230 265	1'896 518 65
„ II	2'057 535 217	3'902 125 711	1'896 504 94
„ III	2'057 599 415	3'902 244 917	1'896 503 71
„ IV	2'057 534 715	3'902 157 131	1'896 520 68
		Mittel gegen	1'896 512 00 1'896 509 17
		△	2'8 Mikron

Der Unterschied der beiden Werte muß mit Rücksicht auf die große Streuung der 4 Einzelwerte der 2. Berechnung als klein bezeichnet werden.

Diesen Umständen zufolge sind die Ergebnisse der verschiedenen österreichischen Vermessungsoperateteils in legalen, teils in internationalen Metern gegeben, und zwar der alten

Katastervermessung und der auf ihr beruhenden Operate

in legalen Metern,

des Dreiecksnetzes 1. Ordnung und

der Neutriangulierung

in internationalen Metern,

der Katastralneuvermessung, dargestellt in

Gauß-Krüger-Projektion

in internationalen Metern,

der ungarischen Katastervermessung, dargestellt

in stereographischer oder Zylinderprojektion

in Wiener Klaftern,

durch deren Umrechnung in das Gauß-Krüger-System

in internationalen Metern.

Der Unterschied zwischen legalem und internationalem Meter, d. s. 13'4 mm pro 1 km oder 1/75.000 der Länge, wurde, wie bereits erwähnt, in den Operaten der österreichischen Landesvermessung nicht zur Kenntnis genommen, denn die Operate der alten Katastervermessung waren im Zeitpunkt der Einführung des internationalen Meters (1893) bereits seit langem fertiggestellt und auf das Metermaß (legal) bezogen. Die nachträgliche Einführung einer anderen Metereinheit (international) hätte eine große Verwirrung in den Ergeb-

nissen der alten Katastervermessung angerichtet. Der Grundstückvermessung ist durch die Nichtberücksichtigung dieses Unterschiedes kein Nachteil erwachsen, da 1:75.000stel der Länge bei der Detailvermessung nicht fühlbar wird. Im trigonometrischen Netze jedoch dürfte dieser Unterschied nicht vernachlässigt werden, da die Genauigkeit der trigonometrischen Punktbestimmung mit 1/100.000 bis 1/200.000 angenommen werden muß, also um vieles höher als 1/75.100 ist. Doch hatte die Neutriangulierung Österreichs 1893 noch gar nicht begonnen. Sie wurde in der Folgezeit auf ganz modernen Grundlagen aufgebaut, die mit jenen der alten Katastervermessung gar keinen Zusammenhang hatten. Als Längeneinheit wurde das internationale Meter von vorneherein gewählt. So erklärt sich der Umstand, daß der Unterschied zwischen legalem und internationalem Meter in den österreichischen Vermessungsoperaten sich nicht fühlbar macht.

Ganz anders lagen die diesbezüglichen Verhältnisse im Deutschen Reich. Das Deutsche Dreiecksnetz wurde auf einem in den Jahren 1869 bis 1895 in Nordwestdeutschland gemessenen Netzteil (Schreiber'scher Westen) unter Zugrundelegung des Bessel'schen Ellipsoids aufgebaut. Die Längeneinheit dieses Netzteiles war das legale Meter. Glücklicherweise erwies sich aber der Netzmaßstab um rund 50 Einheiten der 7. Dezimale der Seitenlogarithmen zu groß. Es konnte daher 1944 ohne die geringste Änderung in den Maßzahlen, also durch eine reine Festsetzung, der Übergang zum internationalen Meter und damit auch zum verkleinerten Bessel'schen Ellipsoid vorgenommen werden.

Weiters sei noch angeführt, daß die in der Literatur angegebene Achsenlänge des Clarke'schen Ellipsoids

$$a = 6\cdot378\,249\,m$$

gleichfalls auf das legale Metermaß bezogen ist.

#### Zusammenstellung der Umwandlungsfaktoren:

1 Pariser Toise = 864 : 443·296 legale Meter	= 1·949 0363 1 legale Meter
1 Pariser Toise =	= 1·949 0623 4 internat. Meter
1 Pariser Toise =	= 1·027 7104 8 Wiener Klafter
1 legales Meter =	= 1·000 0133 55 internat. Meter
1 legales Meter =	= 0·527 2916 Wiener Klafter
1 Wiener Klafter (nach dem Gesetz von 1871)	= 1·896 484 legale Meter
1 Wiener Klafter (nach Leber)	= 1·896 4838 43 legale Meter
1 Wiener Klafter (nicht gebräuchlich)	= 1·896 5091 7 internat. Meter

#### Literaturverzeichnis

1. F. C. W. S t r u w e: „Arc du meridian de 25° 20' entre danube et la mer glaciale“, I. Band, Petersburg, 1860.
2. F. C. W. S t r u w e: „Vergleichungen der Wiener Maße mit mehreren auf der kaiserl. russischen Hauptsternwarte zu Pulkowa befindlichen Maßeinheiten“; Sitzungsberichte der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Klasse der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Wien, XLIV. Band, II. Abt., 1861, Seite 7—26. Nachtrag zu vorstehendem Aufsatz. Von M. Karl v. Littrow.
3. Maximilian Edler v o n L e b e r: „Die österreichischen Maße und Gewichte am 1. Jänner 1873 und das metrische System“. Wien, 1873.

4. Zeitschrift für Vermessungswesen, VI/1877, Seiten 278—290: „Internationale Meterkonvention“.
5. C. F. W. Peters: „Zur Geschichte und Kritik der Toisen-Maßstäbe. Ein Beitrag zur definitiven Einordnung der auf das altfranzösische System begründeten Messungen in das metrische System“. Metronomische Beiträge Nr. 5. Herausgegeben von der kaiserl. Normal-Eichungs-Kommission, Berlin, 1885.
6. Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geographischen Institutes, 1887 und 1888.
7. F. R. Helmer t: „Die Längengradmessung in 52<sup>o</sup> Breite von Greenwich bis Warschau“, I. Band, Berlin, 1893.
8. Travaux et memoires du bureau international des poids et mesures, 1897, X, 1895, XI, 1902/XII.
9. G. Bigourdan: „Le systeme metrique des poids et mesures“, 1901.
10. Dr. Hans Löschner: „Geschichte der Längen- und Flächenmaße mit besonderer Berücksichtigung der österreichischen Verhältnisse“. Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst, Jahrgang XVIII-1912, Seite 770, 793, 812.
11. A. Broch: „Das Normalmaß der österreichischen Katastralvermessung vom Jahre 1817, dessen Vergleichung mit dem Meter und die damaligen Bestrebungen betreffend die Einführung des Metermaßes in Österreich“. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, XI/1913.
12. Die Astronomisch-Geodätischen Arbeiten des k. u. k. Militär-Geographischen Institutes in Wien, XXIII. Band, 1915.
13. Reichsamt für Landesaufnahme, Trigonometrische Abteilung: „Dreiecks- und Höhenmessung“, 1940.
14. Jordan-Egger t: Handbuch der Vermessungskunde, III. Band.
15. K. Ledersteger: „Die Kompensation des Maßstabfehlers des Reichsdreiecksnetzes“. Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, 1944/3.
16. K. Ledersteger: „Theoretische und numerische Studien zur genäherten Ableitung eines bestanschließenden Ellipsoides für Europa“, Wien, 1947. Aus den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathem.-naturwissensch. Klasse, Abteilung IIa, 156. Bd., 9. und 10. Heft.

## **Über die Bestimmung der Größe des Vermessungsbereiches der Niederen Geodäsie**

Von F. Hauer, Wien

### 1

Die Größe des Vermessungsbereiches der Niederen Geodäsie wird durch Flächenstücke der Erdoberfläche gegeben, innerhalb deren die Erdoberfläche für Lagemessungen noch als Ebene betrachtet werden kann. Genauer ausgedrückt: es soll das Maß der Verzerrungen, wenn eine Ebene an Stelle der Erdkugel gesetzt wird, nicht größer sein, als die bei der Ausmessung, bzw. Darstellung dieses Bereiches auftretenden unvermeidlichen Messungsfehler. Aus dieser Definition heraus wurde nun die Größe des Bereiches mehrfach bestimmt. Jordan <sup>1)</sup> gibt hierfür die Fläche von 1 Quadratmeile = 55 km<sup>2</sup> an; Nábauer <sup>2)</sup> glaubt, daß relative Längenverzerrungen von 1/50.000 vermieden

<sup>1)</sup> W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, II. Bd., 3. Aufl., Stuttgart 1888, S. 2; ebenso in allen folgenden Auflagen.

<sup>2)</sup> M. Nábauer, Vermessungskunde, 2. Aufl., Berlin 1932, S. 1.

werden, wenn die äußersten Punkte des Aufnahmegebietes nicht mehr als 40 km von einem das Gebiet der Länge nach teilenden Großkreis abstehen. Alle diese Daten sind ohne Mitteilung einer mathematischen Entwicklung angegeben. Mit der Angabe von Jordan deckt sich nahezu das Ergebnis einer Untersuchung von Hammer <sup>3)</sup>, bei der die Vermessungsfläche der Niederen Geodäsie aus dem Vergleiche des vom Vermessungszentrum ausgehenden Großkreisbogens mit seiner Sehne, bzw. mit der orthographischen Projektion dieses Bogens auf den scheinbaren Horizont gewonnen wird und zu einer Größe von 50 km<sup>2</sup> führt. Hammer schließt aber weiter aus seiner Untersuchung, daß dieses Gebiet für viele Zwecke viel größer genommen werden kann und gibt als Beispiel den Radius eines kreisförmig begrenzten Vermessungsgebietes mit 10 km an. Eine geometrische Betrachtung, die im wesentlichen auf Hartner <sup>4)</sup> zurückgeht und bis in die Gegenwart immer wiederkehrt, wird anschließend kurz dargestellt.

In Bild 1 stelle  $M$  den Mittelpunkt des Vermessungsbereiches,  $NN$  den

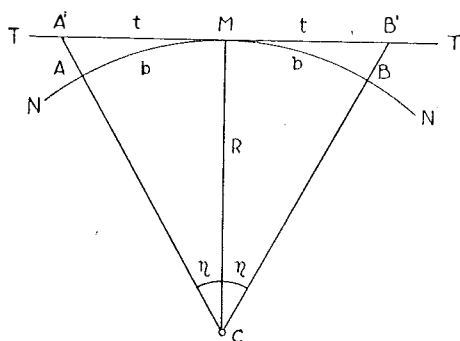


Bild 1

wahren und  $TT$  den scheinbaren Horizont des Punktes  $M$  vor;  $A'$  und  $B'$  seien die Zentralprojektionen der im wahren Horizont gelegenen Punkte  $A$  und  $B$  auf den scheinbaren Horizont; ferner bedeute  $R$  den Erdradius,  $\eta$  den Mittelpunktswinkel der im wahren Horizont gemessenen Bogen  $AM = MB = b$ , denen im scheinbaren Horizont die Tangentenlängen  $A'M = MB' = t$  entsprechen.

Der Unterschied  $\Delta$  zwischen der Länge des scheinbaren Horizonts  $A'B'$  und derjenigen des wahren Horizonts  $AB$  wird dann durch

$$\Delta = 2(t - b) = 2R(\tan \eta - \eta)$$

gegeben. Hieraus folgt bei Entwicklung von  $\tan \eta$  in eine Potenzreihe und bei Beachtung der Beziehung  $b = R\eta$  mit Vernachlässigung von Gliedern 5. Ordnung

$$\Delta = \frac{2}{3} \frac{b^3}{R^2}$$

Wird nun die Differenz  $\Delta$  so klein, daß man sie bei einer zeichnerischen Darstellung nicht mehr ersichtlich machen kann, so ist es gleichgültig, ob man auf den wahren oder auf den scheinbaren Horizont projiziert.

<sup>3)</sup> E. Hammer, Lehrbuch der elementaren praktischen Geometrie, Bd. 1, Leipzig 1911.

<sup>4)</sup> F. Hartner, Handbuch der Niederen Geodäsie, 4. Aufl., Wien 1872, S. 379—381.

Bezeichnet man mit  $\varkappa$  diejenige Größe, die gerade noch dargestellt bzw. dem Plane entnommen werden kann und ist  $1:n$  der Maßstab der zeichnerischen Darstellung, so muß also

$$\Delta \approx n \varkappa$$

sein, womit sich für den Radius desjenigen Gebietes, das noch als eben bezeichnet werden kann,

$$b \approx \sqrt[3]{\frac{3}{2} R^2 n \varkappa} \dots \dots \dots (1)$$

ergibt. Mit  $R = 6370 \text{ km}$ ,  $n = 2500$ ,  $\varkappa = 0,02 \text{ mm}$  erhält man  $b = 14,5 \text{ km}$  und damit als Fläche  $F$  des zugehörigen Gebietes  $F = 660 \text{ km}^2$ . Mit zunehmendem Maßstab verkleinert sich der Radius des Bereiches entsprechend Formel (1); er beträgt für  $n = 1000$  rund  $b = 10,7 \text{ km}$ .

Die von den angeführten Autoren gegebenen Grenzbeträge für die Größe des Vermessungsbereiches der Niederen Geodäsie weichen erheblich voneinander ab. Es soll deshalb, bevor die einzelnen Angaben einer kritischen Wertung unterzogen werden, von Seite der Kartenentwurfslehre her versucht werden, eine Lösung des Problems zu finden.

## 2

Die Vermessungsarbeiten auf der innerhalb des Vermessungsbereiches als Kugel gedachten Erdoberfläche werden längentreu vorgenommen; dort, wo die Erdoberfläche von der Kugelgestalt abweicht, müssen die Messungen auf die Kugeloberfläche, also auf den wahren Horizont reduziert werden. Bildet man nun eine so vermessene sphärische Kalotte auf eine in ihrem Mittelpunkt berührende Ebene azimuthal<sup>5)</sup> ab, so gibt es hierbei vielerlei Möglichkeiten. Zwei Abbildungen mögen im nachstehenden einem besonderen Studium unterzogen werden.

Im ersten Fall sollen sich die Mittelpunktsgroßkreise längentreu darstellen. Man erhält damit die schiefachsige längentreue azimuthale Kegelprojektion. Da sie azimuthal ist, beträgt der Öffnungswinkel des Kegels  $180^\circ$ ; der Kegel ist somit in eine Ebene ausgeartet.

Die Abbildungsgleichungen dieser Projektion erhält man aus denen der allgemeinen polachsigen Kegelprojektion in einfacher Weise. Führt man nämlich in der Ebene Polarkoordinaten  $r, \Theta$  ein, bedeuten  $\varphi$  die Poldistanz und  $\lambda$  die geographische Länge auf der Erdkugel vom Radius  $R$  und ist  $n$  ein konstanter Faktor, so lauten die Abbildungsgleichungen letzterer Projektion

$$\Theta = n \lambda, \quad r = r(\varphi).$$

<sup>5)</sup> Unter einer azimuthalen Abbildung soll eine solche verstanden werden, bei der die durch das Zentrum der Abbildung gehenden Großkreise in der Ebene in ein Geradenbüschel übergehen und bei der entsprechende Winkel zwischen diesen Großkreisen einerseits und den Geraden, in die sie abgebildet werden, andererseits, einander gleich sind.



Die durch das Abbildungszentrum gehenden Großkreise, also hier die Meridiane, werden längentreu abgebildet, wenn — in der Bezeichnungsweise nach Tissot <sup>6)</sup> — die Streckenverzerrung im Meridian

$$h = \frac{1}{R} \frac{dr}{d\varphi} = 1$$

ist, woraus sich, da das Bild des Kugelpoles mit dem Kartenzentrum zusammenfällt,  $r = R \varphi$  ergibt. Soll nun die Abbildung auch azimutal sein, so muß der Faktor  $n$  gleich der Einheit gesetzt werden, womit  $\Theta = \lambda$  wird. Führt man jetzt an Stelle der geographischen Polarkoordinaten  $\varphi, \lambda$  bei den schiefachsigen Kegelprojektionen die Polarkoordinaten  $\eta, \xi$  ein, so folgen ihre Abbildungsgleichungen mit

$$\Theta = \xi, \quad r = R \eta.$$

Die Untersuchung der schiefachsigen Kegelprojektionen bezüglich ihrer Eigenschaften läßt sich nun sehr einfach auf jene der polachsigen Abbildungen zurückführen, wenn man sich das Abbildungszentrum in einen Kugelpol verlegt denkt. Die Zentrumsgrößkreise gehen dann in die Meridiane über und die Azimute im Mittelpunkt der Abbildung decken sich mit den geographischen Längen im Kugelpol. Jene Kleinkreise, deren Ebenen auf dem gemeinsamen Durchmesser aller Zentrumsgrößkreise senkrecht stehen, und die im folgenden kurz Kleinkreise genannt werden, fallen dann mit denjenigen Parallelkreisen zusammen, deren Polabstand  $\varphi$  dem der Kleinkreise  $\eta$  gleich ist. Der Streckenverzerrung in den Meridianbildern  $h$  entspricht jene in den Bildern der Zentrumsgrößkreise  $h'$ , die durch

$$h' = \frac{1}{R} \frac{dr}{d\eta} = 1$$

gegeben wird; die Streckenverzerrung in den Parallelkreisbildern

$$k = \frac{1}{R} \frac{nr}{\sin \varphi}$$

geht in die Verzerrungsgröße

$$k' = \frac{1}{R} \frac{nr}{\sin \eta} = \frac{\eta}{\sin \eta}$$

in den Bildern der Kleinkreise über; aus der Verzerrung  $\zeta$  des rechten Winkels zwischen den Bildern der Meridiane und der Parallelkreise bei den polachsigen Abbildungen ergibt sich die Verzerrung  $\zeta'$  des rechten Winkels zwischen den Bildern der Zentrumsgrößkreise und der Kleinkreise bei den schiefachsigen Projektionen.

Da  $\eta$  eine kleine Größe ist, kann man den Nenner von  $k'$  entwickeln und erhält mit Vernachlässigung von Gliedern 4. Ordnung

$$k' = \eta \left( \eta - \frac{\eta^3}{3!} + \dots \right)^{-1} = 1 + \frac{\eta^2}{6}.$$

<sup>6)</sup> L. Driencourt — J. Laborde, *Traité des projections des cartes géographiques*, Premier fascicule, Paris 1932.

Die Verzerrung der Einheitsstrecke  $\varepsilon_{k'}$  in den Kleinkreisen beträgt somit

$$\varepsilon_{k'} = |1 - k'| = \frac{\eta^2}{6} \dots \dots \dots (2)$$

Wegen der Rotationssymmetrie der Abbildung stehen die Bilder der Zentrumsgrößkreise auf den Bildern der Kleinkreise senkrecht. Es ist daher der Winkel  $\mathfrak{J}' = 0$  und die Halbachsen  $a$  und  $b$  der Tissotschen Indikatrix fallen mit den Werten  $h'$  und  $k'$  zusammen, und zwar, weil  $k' > h'$  ist, wird

$$a = k', \quad b = h'.$$

Die Verzerrung der Einheitsstrecke  $\varepsilon_{k'}$  ist also das Maximum der Streckenverzerrung für diese Projektion.

Schließlich folgt die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  mit

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\eta - \sin \eta}{\eta + \sin \eta}$$

woraus man mit Vernachlässigung von Größen 4. Ordnung

$$\delta = \frac{\eta^2}{6} \dots \dots \dots (3)$$

erhält.

Bei der zweiten Projektion, die besonders betrachtet werden soll, möge die Abbildung der vermessenen sphärischen Kalotte auf die in ihrem Mittelpunkt berührende Ebene so erfolgen, daß alle jene Kleinkreise, deren Ebenen auf dem durch das Abbildungszentrum gehenden Durchmesser senkrecht stehen, konzentrisch und längentreu in die zu ihnen parallel liegende Tangentialebene projiziert werden. Man hat es also mit der schiefachsigen orthographischen Projektion zu tun, deren Abbildungsgleichungen nach den obenstehenden Bemerkungen sofort angeschrieben werden können. Bezeichnet man mit  $x, y$  die rechtwinkligen Koordinaten der Bildpunkte, deren Ursprung im Abbildungszentrum liegen soll und von denen die positive  $y$ -Achse nach Norden, die positive  $x$ -Achse nach Westen zählt, so werden die Abbildungsgleichungen im Hinblick auf Bild 2 durch

$$x = R \sin \eta \sin \xi, \quad y = -R \sin \eta \cos \xi$$

gegeben. Aus ihnen erhält man die partiellen Differenzialquotienten

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = R \cos \eta \sin \xi, \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = -R \cos \eta \cos \xi,$$

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} = R \sin \eta \cos \xi, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = R \sin \eta \sin \xi,$$

woraus sich die Streckenverzerrung in den Großkreisen durch das Zentrum der Abbildung  $M$  mit

$$h' = \frac{1}{R} \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \cos \eta$$

und die Streckenverzerrung in den Kleinkreisen mit

$$k' = \frac{1}{R \sin \eta} \left[ \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1$$

ergibt, wie letzteres nach Voraussetzung auch sein muß.

Die Verzerrung der Einheitsstrecke in den Zentrumsgroßkreisen wird somit durch

$$\epsilon_{h'} = |1 - h'| = \frac{\eta^2}{2} \dots \dots \dots (4)$$

ausgedrückt, wenn Größen 4. Ordnung vernachlässigt werden.

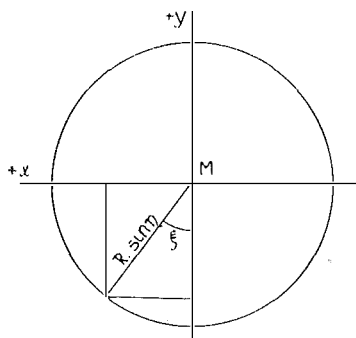


Bild 2

Da bei dieser Abbildung aus denselben Gründen wie bei der voranstehend untersuchten Projektion die Winkelverzerrung  $\mathfrak{J}' = 0$  ist, so fallen auch hier die Halbmesser  $a$  und  $b$  der Tissotschen Indikatrix mit den Werten  $h'$  und  $k'$  zusammen, und zwar ist wieder, weil  $k' > h'$  ist,

$$a = k', \quad b = h';$$

es ist somit die Verzerrung der Einheitsstrecke  $\epsilon_{h'}$  die größte Streckenverzerrung dieser Abbildung.

Die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  ergibt sich schließlich aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \frac{1 - \cos \eta}{1 + \cos \eta}$$

bei Vernachlässigung von Größen 4. Ordnung mit

$$\delta = \frac{\eta^2}{2} \dots \dots \dots (5)$$

Die Ausbreitung der auf einer sphärischen Kalotte ausgeführten Vermessungen soll möglichst längentreu erfolgen können. Im Hinblick auf die zwei soeben untersuchten Abbildungen kann jedoch Längentreue nur in einer Kurvenschar erreicht werden. Wird das ausgemessene Netz, wie dies in der Praxis der Fall sein wird, vom Zentrum der Abbildung aus entsprechend den auf der Kugeloberfläche gemessenen Längen in die Ebene ausgebreitet, so kann dies auf vielfache Weise geschehen; da jedoch die Kugel in die Ebene nicht

verbiegbar ist, werden Verzerrungen unvermeidlich sein; ihr Maß wird durch die obenstehend abgeleiteten Werte  $\varepsilon_{k'}$  und  $\varepsilon_{h'}$ , die die Extreme darstellen, begrenzt. Der größere von ihnen — es ist dies der durch Gleichung (4) gegebene Wert  $\varepsilon_{h'}$  — stellt das Maximum der überhaupt bei der Abbildung durch eine sphärische Kalotte mit einer Schar längentreuer Kurven auftretenden Streckenverzerrung vor; aus ihm kann die Größe des Bereiches bestimmt werden.

## 3

Wäre nun die Vermessung an der Erdoberfläche längs eines Streifens vorgenommen worden, der sich zu beiden Seiten eines das Gebiet der Länge nach teilenden Großkreises erstreckt und der im folgenden kurz der teilende Großkreis genannt werden soll, so ist die Abbildung dieses Streifens in die Ebene, wobei der teilende Großkreis in eine Gerade übergehen soll, ebenfalls in mannigfacher Art möglich. Auch hier sollen zwei Fälle besonders untersucht werden.

Im ersten Fall mögen alle jene Großkreise, die auf dem teilenden Großkreis senkrecht stehen, bei der Abbildung des Streifens in die Ebene längentreu abgewickelt werden. Man hat es dann mit einer schiefachsigen Zylinderprojektion zu tun, und zwar mit der schiefachsigen quadratischen Plattkarte, die ident ist mit der schiefachsigen Abbildung nach Cassini-Soldner. Ihre Abbildungsgleichungen ergeben sich nach den im Abschnitt 2 angeführten Bemerkungen aus den Abbildungsgleichungen der polachsigen quadratischen Plattkarte

$$x = R \lambda, \quad y = R \varphi,$$

— bei der von dem als Ursprung gewählten Äquatorpunkt die positive  $y$ -Achse nach Norden, die positive  $x$ -Achse nach Westen weist —, mit

$$x = R \xi, \quad y = R \eta,$$

wenn nun der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des in die Ebene abzubildenden Streifens gewählt wird, die positive  $x$ -Achse in das Bild des teilenden Großkreises fällt und die positive  $y$ -Achse durch eine Rechtsdrehung der positiven  $x$ -Achse um  $90^\circ$  aus dieser hervorgeht. Die Winkel  $\eta$  und  $\xi$ , die an die Stelle der geographischen Koordinaten  $\varphi$  und  $\lambda$  getreten sind, stellen gewissermaßen schiefachsige geographische Koordinaten vor.

Da für alle Zylinderabbildungen

$$h = \frac{1}{R} \frac{d y}{d \varphi}, \quad k = \frac{1}{R \cos \varphi} \frac{d x}{d \lambda}$$

ist, erhält man im Hinblick auf die Bemerkungen im Abschnitt 2 die Streckenverzerrungen bei der schiefachsigen quadratischen Plattkarte mit

$$h' = 1, \quad k' = \sec \eta.$$

Wie vorausgesetzt, ergibt sich Streckentreue in allen Großkreisen, die auf dem teilenden Großkreis senkrecht stehen; dagegen findet Streckenverzerrung in jenen Kleinkreisen statt, deren Ebenen parallel zur Ebene des teilenden Großkreises liegen.

Weil bei allen Zylinderprojektionen die Bilder der Meridiane auf den Bildern der Parallelkreise senkrecht stehen, ist die Verzerrung  $\mathfrak{J}$  des rechten Winkels, den die Meridiane und Parallelkreise miteinander einschließen, bei der Abbildung gleich Null; es ist also für die vorliegende Abbildung

$$\mathfrak{J}' = 0,$$

womit die Halbachsen  $a$  und  $b$  der Tissotschen Indikatrix wieder mit den Streckenverzerrungen  $h'$  und  $k'$  paarweise zusammen fallen, und zwar ist auch für diese Abbildung, da  $k' > h'$  ist,

$$a = k', \quad b = h'.$$

Die Verzerrung der Einheitsstrecke  $\varepsilon_{k'}$  wird also, wenn wieder Glieder 4. Ordnung vernachlässigt werden, mit

$$\varepsilon_{k'} = \frac{\eta^2}{2} \dots \dots \dots (6)$$

die größte Streckenverzerrung für diese Abbildung überhaupt.

Endlich erhält man noch die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \frac{\sec \eta - 1}{\sec \eta + 1}$$

bei Vernachlässigung von Größen 4. Ordnung mit

$$\delta = \frac{\eta^2}{2} \dots \dots \dots (7)$$

Der zweite Kartenentwurf, der bei der Abbildung eines auf der Erdkugel vermessenen Streifens untersucht werden soll, möge dadurch entstehen, daß nun jene Kleinkreise, die zum teilenden Großkreis parallel liegen, streckentreu abgebildet werden. Man hat es also mit einer schiefachsigen Halbzylinderprojektion zu tun, und zwar mit der schiefachsigen halbzyklindrischen Abbildung nach Sanson-Flamsteed. Ihre Abbildungsgleichungen ergeben sich aus jenen der polachsigen Abbildung mit Rücksicht auf die eingeführten Bezeichnungen und unter Beibehaltung des bei der schiefachsigen Zylinderprojektion definierten Koordinatensystemes mit

$$x = R \xi \cos \eta, \quad y = R \eta.$$

Aus den partiellen Ableitungen dieser Abbildungsgleichungen

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} = -R \xi \sin \eta, \quad \frac{\partial y}{\partial \eta} = R, \quad \frac{\partial x}{\partial \xi} = R \cos \eta, \quad \frac{\partial y}{\partial \xi} = 0$$

folgen die Ausdrücke für die Streckenverzerrung mit

$$h' = \sqrt{1 + \xi^2 \sin^2 \eta}, \quad k' = 1;$$

die zweite Gleichung sagt aus, daß die Bedingung der Streckentreue in den Kleinkreisen, die parallel zum teilenden Großkreis liegen, erfüllt ist.

Da bei dieser Abbildung, wie ein Blick auf Bild 3 lehrt und wie dies der Formel

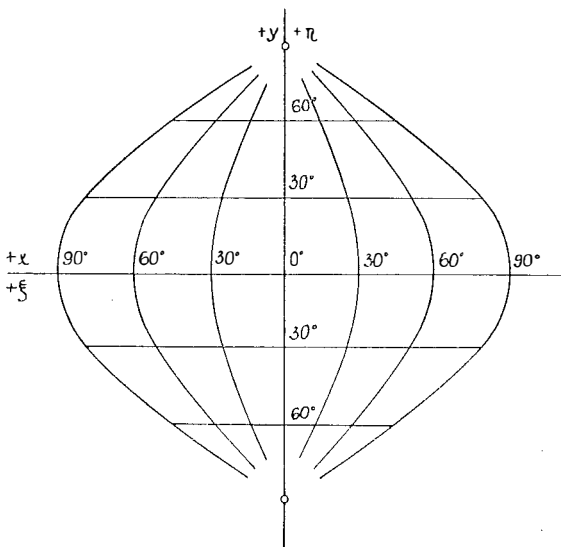


Bild 3

$$\tan \mathfrak{J}' = \frac{\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}}{\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}} = \frac{\partial x}{\partial \eta} : \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

d. i.

$$\tan \mathfrak{J}' = -\xi \sin \eta$$

sofort entnommen werden kann, im allgemeinen  $\mathfrak{J}' \neq 0$  ist, so fallen die Halbachsen  $a$  und  $b$  der Tissotschen Indikatrix nicht in die Richtungen der Streckenverzerrungen  $h'$  und  $k'$ . Um daher die Maximalstreckenverzerrung ermitteln zu können, ist noch die Berechnung dieser Halbachsen erforderlich. Man erhält nach Bestimmung der Flächenverzerrung  $\sigma$  mit Hilfe der Formel  $\sigma = h' k' \cos \mathfrak{J}'$ , also

$$\sigma = \sqrt{1 + \xi^2 \sin^2 \eta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \mathfrak{J}'}} = 1,$$

zunächst aus der Doppelgleichung

$$(a \pm b)^2 = h'^2 + k'^2 \pm 2 \sigma$$

die Summe und die Differenz der beiden Halbachsen mit

$$a + b = \sqrt{4 + \xi^2 \sin^2 \eta}, \quad a - b = \xi \sin \eta,$$

woraus sich die Halbachsen selbst mit

$$a = \frac{1}{2} (\sqrt{4 + \xi^2 \sin^2 \eta} + \xi \sin \eta), \quad b = \frac{1}{2} (\sqrt{4 + \xi^2 \sin^2 \eta} - \xi \sin \eta)$$

ergeben. Entwickelt man nach Potenzen von  $\eta$ , so bekommt man die beiden Reihen

$$a = \frac{1}{2} \left\{ 2 \left[ 1 + \frac{\xi^2}{8} (\eta - \dots)^2 \right] + \xi (\eta - \dots) \right\}, \quad b = \frac{1}{2} \left\{ 2 \left[ 1 + \frac{\xi^2}{8} (\eta - \dots)^2 \right] - \xi (\eta - \dots) \right\}$$

und daraus schließlich

$$a = 1 + \frac{\xi \eta}{2} + \frac{\xi^2 \eta^2}{8} - \dots, \quad b = 1 - \frac{\xi \eta}{2} + \frac{\xi^2 \eta^2}{8} + \dots$$

Die Maximalverzerrung der Einheitsstrecke für diese Abbildung wird somit bei Vernachlässigung von Größen höherer Ordnung durch

$$\epsilon_a = \frac{\xi \eta}{2} \dots \dots \dots (8)$$

gegeben.

Die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  folgt nun einfach aus

$$\sin \frac{1}{2} \delta = \frac{\xi \sin \eta}{\sqrt{4 + \xi^2 \sin^2 \eta}}$$

nach Potenzreihenentwicklung mit

$$\delta = \xi \eta. \dots \dots \dots (9)$$

Die Ausbreitung eines zu beiden Seiten eines Großkreises vermessenen Gebietsstreifens von der Kugel in die Ebene ist nun wieder auf viele Arten möglich. Wird sie so vorgenommen, daß die Darstellung der auf der Erdkugel ermittelten Längen vom teilenden Großkreis aus längentreu erfolgt, ohne daß weitere Vorschriften gemacht werden, so werden mit zunehmender Entfernung von diesem Großkreis Verzerrungen unvermeidlich sein. Ihre Größe wird sich zwischen den beiden bei der Untersuchung der voranstehenden Abbildungen ermittelten Extremen halten. Während jedoch die Maximalverzerrung der Einheitsstrecke bei den Abbildungen einer sphärischen Kalotte klein von zweiter Ordnung ist, zeigt sich bei den Kartenentwürfen des längs eines Großkreises sich erstreckenden Gebietes — wenn die Größe  $\xi$  nicht beschränkt wird — nur der kleinere der beiden Werte, nämlich die nach Gleichung (6) bei der Abbildung durch eine schiefachsige quadratische Plattkarte errechnete Maximalverzerrung der Einheitsstrecke  $\epsilon_k$  gleich der größten Verzerrung der Einheitsstrecke bei der Abbildung einer sphärischen Kalotte. Der größere Wert, nämlich die durch Gleichung (8) gegebene Maximalverzerrung der Einheitsstrecke  $\epsilon_a$  bei der schiefachsigen Abbildung nach Sanson-Flamsteed ist dagegen nur von erster Ordnung klein.

Nur dann, wenn die Längenausdehnung  $\xi$  des Streifens der Breitenerstreckung  $\eta$  desselben gleich wäre, würde sich auch die Maximalverzerrung der Einheitsstrecke  $\epsilon_a$  als klein von zweiter Ordnung erweisen. In diesem Falle aber wäre der Streifen zu einer Figur zusammengeschrumpft, die im nachstehenden als sphärisches Quadrat bezeichnet werden soll; die Länge seiner Mittellinien käme dann dem Durchmesser der sphärischen Kalotte gleich. Aber selbst in diesem Falle würde sich eine Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  ergeben, die doppelt so groß wäre, wie jene bei der Abbildung der sphärischen Kalotte. Die

Begründung hierfür ist in dem Umstand gelegen, daß die Ausdehnung des sphärischen Quadrates größer ist als die der sphärischen Kalotte <sup>7)</sup>.

Nur für den Fall, daß die in der Natur ausgeführten Messungen so kartiert würden, daß jeweils von dem das Gebiet teilenden Großkreis weg in Abständen, die kleiner sein müßten, als die Breite des Streifens, senkrechte Ordinaten errichtet und weiter von diesen aus die Messungsergebnisse aufgetragen würden, also kurz gesagt, wenn man die Darstellung durch eine schiefachsige quadratische Plattkarte ausführen würde, blieben die Längenverzerrungen auch für einen Gebietsstreifen in der Größenordnung des für eine sphärische Kalotte ermittelten Maximalbetrages. In diesem Falle würden die Verzerrungen längs aller zum teilenden Großkreis parallelen Kleinkreise gleichmäßig aufgeteilt. Man hätte es also gewissermaßen mit fortgesetzt längs des teilenden Großkreises aneinandergefügten sphärischen Kalotten zu tun. Dreiecksketten an den Rändern eines solchen Streifens könnten daher ohne Längenreduktion nicht mehr kartiert werden.

Sollen die Verzerrungen, wenn längs eines Streifens vermessen wird, nicht größer sein als innerhalb einer sphärischen Kalotte, so muß der Ausdruck (8) für die Maximalstreckenverzerrung stets konstant von zweiter Ordnung bleiben. Jeder Zunahme der Längenerstreckung  $\xi$  des Vermessungsbereiches muß eine entsprechende Abnahme der Breitenausdehnung  $\eta$  desselben entsprechen. Immer wird aber die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$ , wie ein Vergleich der Formel (9) mit den Ausdrücken (5) bzw. (7) zeigt, doppelt so groß bleiben, wie bei der Vermessung einer sphärischen Kalotte <sup>8)</sup>.

## 4

In der Niederen Geodäsie gilt eine Aufnahmegenaugigkeit von 1/20.000 seit langem als erstrebenswertes Ziel <sup>9)</sup>; sie wird bisher im allgemeinen nicht

<sup>7)</sup> Schreibt man jedoch diesem sphärischen Quadrat eine sphärische Kalotte ein, die die Seiten des sphärischen Quadrates berührt, so wird der Maximalbetrag des Produktes  $\xi \eta$ , wie leicht einzusehen ist, auf den Wert  $\frac{1}{2} \xi \eta$  verkleinert, wodurch die Maximalwinkelverzerrung auf jenen Betrag herunter geht, den sie auch bei der sphärischen Kalotte einnimmt. In diesem Falle würde sich die Maximalverzerrung der Einheitsstrecke auf  $\frac{1}{4} \xi \eta$  verringern.

<sup>8)</sup> Auch im Falle eines Streifens ließe sich die Maximalwinkelverzerrung auf den Betrag  $\frac{1}{2} \xi \eta$  herunterdrücken, nämlich dann, wenn in das sogenannte sphärische Rechteck, das den hier betrachteten Streifen begrenzt, eine sphärische elliptische Kalotte von solcher Größe eingeschrieben würde, daß sie die Seiten des sphärischen Rechteckes berührt. Die Maximalverzerrung der Einheitsstrecke würde sich auch in diesem Falle sodann auf  $\frac{1}{4} \xi \eta$  verkleinern.

<sup>9)</sup> Man vgl. hierzu die „Äußerung des k. k. Triangulierungs- und Kalkülbureaus zu den mit dem Erlasse des k. k. Finanzministeriums vom 2. Juni 1909, Z. 19912, eingeholten Gutachten, betreffend die Neutriangulierung des Gebietes der im Reichsrate vertretenen Königreiche und Länder.“



erreicht, wie z. B. die für Neuvermessungen in Österreich auf Grund der Auswertung eines außerordentlich umfangreichen Messungsmaterials aufgestellten Fehlergrenzen<sup>10)</sup> zeigen. Auch bei Polygonzügen mit Zwangszentrierung und Seitenmessung mit Basislatten für Entfernungsmessung mit Hilfe des parallaktischen Winkels ist es bisher noch nicht gelungen, die Genauigkeit von 1/20.000 zu erreichen. Desgleichen erscheint auch die Darstellungsgenauigkeit in den Plänen, da man den mittleren Fehler eines sorgfältig kartierten Punktes mit etwa  $\pm 0,05 \text{ mm}$  annehmen muß, bei Blattabmessungen von 1 m mal 1 m mit 1/20.000 begrenzt, selbst wenn von der Veränderlichkeit des Planmaterials ganz abgesehen wird.

Werden daher für den Vermessungsbereich der Niederen Geodäsie relative Längenverzerrungen von höchstens 1/50.000 zugelassen, so ist durch diese Festsetzung eine gewiß recht enge Grenze gezogen. Sie ist von einem solchen Ausmaß, das der bei den Triangulierungen niederer Ordnung erreichten Genauigkeit ungefähr entspricht<sup>11)</sup>. Führt man den Wert 1/50.000 in die Gleichung (4) ein, so kann dadurch der Halbmesser  $b$  jener Kreisfläche berechnet werden, bis zu deren Rand die Erdkugel für Lagemessungen noch als eben betrachtet werden kann. Mit

$$\varepsilon_{h' \text{ max}} = \frac{1}{50.000} = \frac{\eta^2}{2}$$

erhält man aus

$$b = R \eta = \sqrt{\frac{1}{25.000}} \cdot 6370 \text{ km}$$

den Halbmesser  $b$  mit

$$b_{\text{Kalotte}} = 40 \text{ km.} \quad . . . . . (10)$$

Die zugehörige Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  ergibt sich nach Gleichung (5) im Winkelmaße mit

$$\delta = \frac{\eta^2}{2} \rho'' = \frac{206.265''}{50.000},$$

d. i. mit

$$\delta_{\text{Kalotte}} = 4''. \quad . . . . . (11)$$

Mit dem Radius  $b = 40 \text{ km}$  errechnet sich der Flächeninhalt des Vermessungsbereiches mit rund

$$F_{\text{Kalotte}} = 5000 \text{ km}^2$$

und daraus sein sphärischer Exzeß mit rund 25''. In diese Kreisfläche von 5000 km<sup>2</sup> lassen sich sechs gleichseitige Dreiecke mit 40 km langen Seiten, einem Flächeninhalt von je rund 700 km<sup>2</sup> und einem sphärischen Exzeß von je 3'',5 einschreiben; auf einen Dreieckswinkel entfällt demnach ein sphärischer Exzeß von 1'',2.

<sup>10)</sup> Dienstvorschrift Nr. 14 des Österr. Bundesvermessungsdienstes, Wien 1937.

<sup>11)</sup> Man vgl. hierzu z. B. die „Mitteilungen des Reichsamtes für Landesaufnahme“, Berlin 1935, S. 20; 1936, S. 179; 1940, S. 239/40.

Das Maximum der Verzerrung der Einheitsfläche  $\epsilon_{\sigma \max} = |1 - \sigma_{\max}|$  folgt für  $h' = \cos \eta$ ,  $k' = 1$ ,  $\mathfrak{J}' = 0$  aus der Formel  $\sigma = h' k' \cos \mathfrak{J}'$  mit

$$\epsilon_{\sigma \max} = \frac{\eta^2}{2};$$

es ist also ebenso groß wie das Maximum der Verzerrung der Einheitsfläche, das mit 1/50.000 begrenzt erscheint.

Will man nun längs eines sich zu beiden Seiten eines Großkreises erstreckenden Streifens vermessen und dabei ebenfalls relative Längenverzerrungen größer als 1/50.000 vermeiden, so muß mit Beachtung des Ergebnisses (10) für den Halbmesser einer sphärischen Kalotte das Produkt aus Längen- und Breitenausdehnung konstant sein. Im Hinblick auf Formel (8) ergeben sich daher die in der angeschlossenen Tabelle zusammengestellten Werte.

Ausdehnung eines Geländestreifens  
mit relativen Längenverzerrungen kleiner 1/50.000

Breite in <i>km</i>	80	70	60	50	40	30	20	10
Länge in <i>km</i>	80	92	107	128	160	213	320	640

Wie ein Vergleich der Formel (9) mit der Gleichung (5) zeigt, wird die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  mit Rücksicht auf das Ergebnis (11) hierbei den Betrag

$$\delta_{\text{Streifen}} = 8''$$

erreichen.

5

Vergleicht man nun die Abmessungen für den Vermessungsbereich der Niederen Geodäsie auf Grund der im Abschnitt 1 zitierten Arbeiten mit den in der vorliegenden Untersuchung erzielten Resultaten, so ist folgendes zu sagen:

1. Die Begrenzung des Vermessungsbereiches nach Jordan ist viel zu eng gehalten. Aus der Fläche von 1 Quadratmeile = 55  $km^2$  errechnet sich deren Radius mit 4,2  $km$ . Für eine Kalotte von diesem Radius beträgt die maximale Verzerrung der Einheitsstrecke nach Formel (4)

$$\epsilon_{\max} = \frac{\eta^2}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{4,2}{6370} \right)^2,$$

d. i. nur

$$\epsilon_{\max} = 1/4,600.000.$$

Die Maximalwinkelverzerrung  $\delta$  wird nach Formel (5)

$$\delta = \frac{\eta^2}{2} \rho'' = \frac{206.265''}{4,600.000}$$

mit

$$\delta = 0'',045$$

gegeben.

Die auf Grund einer derart engen Begrenzung des Vermessungsgebietes der Niederen Geodäsie auftretenden Maximalbeträge für die Strecken- und

Winkelverzerrung wären somit weit kleiner als die bei den modernsten Basismessungen und den besten Triangulierungen 1. Ordnung festgestellten Fehler.

2. Auch der von Hammer für viele Zwecke als zulässig angeführte Wert von 10 km für den Radius des Vermessungsgebietes ist noch viel zu klein. Die Maximalstreckenverzerrung würde sich aus diesem Wert mit weniger als 1/800.000 ergeben. Abgesehen davon werden, wie dies noch in Punkt 4 ausgeführt wird, nur durchschnittliche Verzerrungen an Stelle der Maximalverzerrungen ermittelt und die Verzerrungen senkrecht zu den vom Vermessungszentrum ausgehenden Großkreisen unbeachtet gelassen.

3. Die Behauptung Näubauers, daß relative Längenverzerrungen von 1/50.000 vermieden werden, wenn die äußersten Punkte des Aufnahmegebietes nicht mehr als 40 km von einem das Gebiet der Länge nach teilenden Großkreis abstehen, ist nach den im Abschnitt 3 gefundenen Erkenntnissen nicht mehr haltbar. Es werden jedoch relative Längenverzerrungen dieser Größe vermieden, wenn die äußersten Punkte des Aufnahmegebietes nicht mehr als 40 km vom Mittelpunkt desselben entfernt sind, wenn also das Aufnahmegebiet die Form einer sphärischen Kalotte hat, wie aus den Berechnungen des Abschnittes 4 hervorgeht.

Soll ein Gebiet von Streifenform aufgenommen werden, so sind seine Abmessungen — wenn relative Längenverzerrungen von 1/50.000 vermieden werden sollen — durch die in obiger Tabelle zusammengestellten Breiten- und Längenwerte beschränkt. Hierbei erreicht jedoch die Maximalwinkelverzerrung den doppelten Betrag derjenigen, die bei der Vermessung einer sphärischen Kalotte gleicher Ausdehnung auftritt.

4. Die im Bild 1 gegebene Darstellung nach Hartner stellt eine Zentralprojektion der Erdkugel dar, die jedoch gewiß nicht stattfindet, wenn eine an der Erdoberfläche ausgeführte Vermessung in die im Mittelpunkt des Aufnahmegebietes berührende Tangentialebene längentreu ausgebreitet wird. Die ausgeführte Untersuchung ist unvollständig, denn es müßte die Verzerrung nicht nur in den vom Mittelpunkt ausgehenden Radien bestimmt werden, sondern auch in jenen Richtungen, die auf diese Radien senkrecht stehen. Durch die Ermittlung der Größe  $\Delta = 2(t - b)$  wird nur eine durchschnittliche Verzerrung, nicht aber deren Maximum bestimmt. Immerhin stellt Hartners Betrachtung einen ersten Versuch dar, das Problem von kartographischer Seite her zu behandeln.

## **Zur Ausgleichung trigonometrischer Höhenmessungen nach vermittelnden Beobachtungen**

Von Dr. techn. Josef L i t s c h a u e r, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

### *Vorbemerkung*

In Nr. 1—2 aus 1943 der „Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst“ (Mitteilungen des Reichsamtes für Landesaufnahme) ist unter dem

gleichen Titel ein Aufsatz von A. H a e r p f e r, Prag, und M. I t z e, Berlin (im folgenden zitiert mit H. u. I.), erschienen, der durch einen Irrtum in den Grundlagen zu falschen Ergebnissen kommt. Bald darauf wurden mit den letzten, damals noch bestehenden inländischen Fachzeitschriften auch jene Nachrichten eingestellt, so daß es erst jetzt möglich ist, den dort aufgestellten unrichtigen Schlußfolgerungen für die geodätische Praxis entgegenzutreten. Für diejenigen Leser, welche jenen Aufsatz nicht zur Verfügung haben, sollen seine Grundgedanken vorerst kurz wiederholt werden.

### I. Methode

In einem System von  $n$  der Lage nach bestimmten Punkten sei die Meereshöhe eines Punktes bekannt, zur Bestimmung der übrigen werden Zenitdistanzen gemessen, und zwar in mehr als  $n-1$  Verbindungen. Unter der „Methode MI“ verstehen nun H. u. I. ein Rechenverfahren, das diese Zenitdistanzen als vermittelnde Beobachtungen im Sinne der Ausgleichsrechnung behandelt, um  $n-1$  voneinander unabhängige Höhenunterschiede als Ausgleichsunkbepannte zu ermitteln. Im Anschluß an die bekannte Gleichung

$$h = s \cdot \text{ctg } z + J - m + s^2 \frac{1-k}{2R}$$

ergibt sich z. B. für die Unbekannte  $x$

$$x = x_0 + \xi = s \cdot \text{ctg } (z + \nu) + J - m + s^2 K = s \cdot \text{ctg } z - \frac{s}{\sin^2 z} \nu + J - m + s^2 K$$

$$x_0 = s \cdot \text{ctg } z_0 + J - m + s^2 K = s \cdot \text{ctg } z - \frac{s}{\sin^2 z} (z_0 - z) + J - m + s^2 K$$

$$\xi = \frac{s}{\sin^2 z} (z_0 - z - \nu)$$

Es werden also für die Unbekannten  $x, y, \dots$  Näherungswerte  $x_0, y_0, \dots$  angenommen und damit vorläufige Zenitdistanzen  $z_0$  gerechnet; mit den Widersprüchen  $1 = z - z_0$ , den unbekanntem Zuschlägen  $\xi = x - x_0, \eta = y - y_0, \dots$  und den Koeffizienten  $a = -\frac{\sin^2 z}{s}$  werden die Fehlergleichungen  $\nu = a\xi - 1$ .

Für solche Punktverbindungen, denen nicht unmittelbar eine Ausgleichsunkbepannte, sondern auf Grund von Polygonschlußbedingungen eine lineare Funktion mehrerer Unbekanntem entspricht, enthalten die Fehlergleichungen mehr Glieder. Allgemein ist also  $\nu = a\xi + b\eta + \dots - 1$ , wobei die Koeffizienten, soweit sie nicht Null sind, innerhalb ein und derselben Fehlergleichung den gleichen absoluten Wert haben  $a = b = \dots = \mp \frac{\sin^2 z}{s} \rho$  (für Widersprüche und Verbesserungen im Winkelmaß). Bei Zenitdistanzen in der Nähe von  $90^\circ$  kann näherungsweise  $a = b = \dots = \mp \frac{\rho}{s}$  gesetzt werden. Zur Aufstellung der

Normalgleichungen werden noch die Gewichte benötigt; dafür gilt

$$\frac{1}{g_h} = m_h^2 = c_1 + c_2 \cdot s^2 + c_3 \cdot s^4$$

$$\frac{1}{g_z} = m_z^2 = c_4 + c_5 \cdot s^2$$

wobei

$$c_1 = m_J^2 + m_m^2, \quad c_2 = \frac{m_z^2}{\rho^2}, \quad c_3 = \frac{m_k^2}{4R^2}$$

$$c_4 = m_z^2, \quad c_5 = \frac{\rho^2 m_k^2}{4R^2} = \rho^2 c_3.$$

Für die mittleren Fehler der Instrumentenhöhe  $m_J$ , der Zielhöhe  $m_m$ , der gemessenen Zenitdistanz  $m_z$  und des Refraktionskoeffizienten  $m_k$  sind den Beobachtungsverhältnissen entsprechende Werte einzusetzen. Schließlich wählen H. u. I. die Gewichte mit

$$g_z = \frac{1}{m_h^2}.$$

## II. Methode

Als „Methode MII“ wird das bekannte und allgemein übliche Verfahren bezeichnet, aus den gemessenen Zenitdistanzen nach der ersten oben angeführten Gleichung Höhenunterschiede zu berechnen und diese Rechnungswerte als fingierte vermittelnde Beobachtungen zu betrachten. Die Unbekannten sind wie vorher  $n-1$  voneinander unabhängige Höhenunterschiede, die Koeffizienten der Fehlergleichungen sind  $+1$ ,  $-1$  oder  $0$ , die Gewichte werden nach der vorerwähnten Beziehung  $\frac{1}{g_h} = m_h^2 = \dots$  eingeführt.

### Gegenüberstellung bei H. u. I.

Den zweiten Teil der zitierten Veröffentlichung bildet ein Zahlenbeispiel mit 7 Netzpunkten und 30 gemessenen Zenitdistanzen, das nach beiden Verfahren durchgerechnet wird. Die Summe  $[g_{vv}]$  ist bei MI gleich 1207, bei MII (nach Umrechnung der Verbesserungen aus dem Längen- in das Winkelmaß) 1419, also merklich größer. Die mittleren Fehler der Unbekannten sind nach MI ungefähr proportional den zugehörigen Seitenlängen, nach MII sind sie ungefähr einander gleich. Aus beiden Ergebnissen wird gefolgert, daß das übliche Verfahren nur eine Näherungslösung darstellt: „Die ältere Methode II aber der neuen Methode theoretisch als ebenbürtig und gleichartig entgegenzustellen, ist unter allen Umständen unstatthaft. Der Vorrang, der ihr gebührt, kann auch durch den etwaigen Einwand, sie sei mit einem größeren Rechenaufwand verbunden, nicht bestritten werden.“

Soweit der Inhalt jenes Aufsatzes.

### Neue Gegenüberstellung

Irrtümlicherweise werden bei H. u. I. den Zenitdistanzen die Gewichte der zugehörigen Höhenunterschiede beigelegt, im wesentlichen umgekehrt

proportional dem Quadrat der Seitenlängen. Die Genauigkeit der eigentlichen Zenitdistanzmessung ist aber ebensowenig von der Zielweite abhängig wie die der Horizontalwinkelmessung. Nur die Unsicherheit des Refraktionskoeffizienten wird bei längeren Entfernungen stärker fühlbar, wirkt aber erst in zweiter Linie; und die Ungenauigkeit der Instrumenten- und Zielhöhen hat auf die Zenitdistanzen überhaupt keinen Einfluß. Übrigens werden diese Höhen, wie auch bei H. u. I. angegeben, meist so genau gemessen, daß sie von vorneherein als verhältnismäßig fehlerfrei angesehen werden können. Auch der Refraktionskoeffizient kann je nach den Umständen als sicher angenommen werden oder durch seine (geschätzte) Unsicherheit die Gewichte beeinflussen oder selbst als weitere Ausgleichungsunbekannte mitbestimmt werden. Die Gewichte  $g_z$  und  $g_h$  nach den oben angeführten Formeln sind also ausdrücklich auseinander zu halten. Da das besprochene Zahlenbeispiel falsche Gewichte verwendet, sind die daraus abgeleiteten Folgerungen hinfällig. Nichtsdestoweniger sind die beiden Methoden gegeneinander abzuwägen.

Bei Verwendung richtiger Gewichte entspricht MI ohne weiteres dem Grundgedanken der Ausgleichsrechnung, liefert also streng richtige Ergebnisse. Demgegenüber erscheint MII von vorneherein als Näherung, da die als „vermittelnde Beobachtungen“ eingeführten vorläufigen Höhenunterschiede ja gar nicht selbst beobachtet sind. Es bleibt noch zu untersuchen, wie weit die Ergebnisse in beiden Fällen voneinander abweichen. Als Unbekannte treten beide Male dieselben Größen auf, es kommt also auf die Koeffizienten und Absolutglieder der beiden Normalgleichungssysteme an, aus denen die Unbekannten errechnet werden.

Die Produkte von der Form  $g \cdot a \cdot b$  sind bei MI

$$g_z \cdot a \cdot b = \frac{1}{c_4 + c_5 s^2} \cdot \frac{\rho}{s} \cdot \frac{\rho}{s} = \frac{1}{\rho^2 c_2 + \rho^2 c_3 s^2} \cdot \frac{\rho^2}{s^2} = \frac{1}{c_2 s^2 + c_3 s^4}$$

bei MII 
$$g_h \cdot a \cdot b = \frac{1}{c_2 s^2 + c_3 s^4} \cdot 1 \cdot 1 \quad (c_1 \text{ ist wie erwähnt zu}$$

vernachlässigen). Die einzelnen Produkte haben somit in beiden Fällen den gleichen Wert, und da auch ihre Anzahl und Verteilung übereinstimmt, gilt dasselbe von den Summen, d. h. von den Normalgleichungskoeffizienten. Ebenso ist für die Absolutglieder bei MI

$$g_z \cdot a \cdot l = \frac{1}{c_4 + c_5 s^2} \cdot \frac{\rho}{s} \cdot (z - z_0) = \frac{1}{\rho^2 c_2 + \rho^2 c_3 s^2} \cdot \frac{\rho^2}{s^2} \cdot \frac{s(z - z_0)}{\rho} = \frac{1}{c_2 s^2 + c_3 s^4} \cdot \frac{s(z - z_0)}{\rho}$$

bei MII 
$$g_h \cdot a \cdot (h' - h_0) = \frac{1}{c_2 s^2 + c_3 s^4} \cdot 1 \cdot (h' - h_0)$$

Da zwischen einer Änderung der Zenitdistanz und einer Änderung des zugehörigen Höhenunterschiedes die Beziehung

$$h' - h_0 = s \frac{z - z_0}{\rho}$$

besteht, sind auch die Absolutglieder der Normalgleichungen bei beiden Verfahren einander zahlenmäßig gleich. Damit müssen auch die Ergebnisse in

beiden Fällen genau dieselben sein. Es besteht also hier der gleiche Zusammenhang wie zwischen dem üblichen Rechenverfahren für das kombinierte Einschneiden und der „Ermittlung der wahrscheinlichsten Punktlage mit Hilfe von Achsenabschnitten“ (Ing. L. Maly in der Festschrift Eduard Doležal, 1932). Hinsichtlich der Rechengenauigkeit entsprechen einander:

bei MI		bei MII	
$ a $	$g_z$	$ a $	$g_h$
$\frac{\rho}{s}$	1	1	$\frac{\rho^2}{s^2}$
$\frac{\rho}{s}$	$\frac{1}{c_4 + c_5 s^2}$	1	$\frac{1}{c_2 s^2 + c_3 s^4}$
$\frac{\rho \sin^2 z}{s}$	$\frac{1}{c_4 + c_5 s^2}$	1	$\frac{\sin^4 z}{c_2 s^2 + c_3 s^4}$

Die Quadratsumme der Verbesserungen, die bei H. u. I. als Hauptkriterium für die Güte des Rechenverfahrens herangezogen ist, kann einen Irrtum in den Gewichten nicht aufdecken. Es ist ja gerade das Wesen der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, daß sie die Unbekannten so bestimmt, daß für ein bestimmtes System von Fehlergleichungen mit vorgegebenen Gewichten  $g$  die Summe  $[g v v]$  ein Minimum wird, ganz gleichgiltig, wie die einzelnen  $g$  erhalten wurden, also auch dann, wenn sie falsch oder überhaupt willkürlich angesetzt worden sind.

Zusammenfassend ist zu sagen: Die von H. u. I. empfohlene Methode MI liefert nur dann richtige Ergebnisse, wenn die in der obigen Gegenüberstellung angeführten Gewichte verwendet werden. Die in der Praxis übliche Methode MII ist ebenfalls streng richtig, hat aber gegenüber MI die Vorteile geringerer Rechenarbeit und größerer Anschaulichkeit, insbesondere was den Zusammenhang mit der Berechnung nach dem Verfahren für bedingte Beobachtungen betrifft.

## Abbé Joseph Liesganig

### zur 150. Wiederkehr seines Todestages

Herr Oberbaurat i. R. Ing. u. Dr. phil. Eduard F l u c k machte die Redaktion auf den am 4. März 1. J. zum 150. Male wiederkehrenden Todestag des bekannten Jesuitenpaters Joseph L i e s g a n i g aufmerksam, der als Mathematiker, Astronom, Geodät, Geograph und Ingenieur zu den führenden Persönlichkeiten des geistigen Lebens des 18. Jahrhunderts gehörte und in der Geschichte des österreichischen Vermessungswesens einen hervorragenden Platz

einnimmt. Von ihm stammt die erste österreichische Triangulierung und Gradmessung. An ihn erinnert die Inschrift auf dem Denkmal am nördlichen Endpunkt der Wiener-Neustädter Basis, das im Jahre 1936 vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen renoviert wurde.

Es ist ein eigenartiger Zufall, daß gerade im heurigen Frühjahr Frau Dipl.-Ing. Dr. techn. Paula E m b a c h e r ihre Dissertation „Die Liesganigsche Gradmessung“ der Technischen Hochschule in Wien vorlegte, worin sie sich die Aufgabe gestellt hatte, dessen Gradmessung nach modernen Gesichtspunkten durchzurechnen, um das Andenken an L i e s g a n i g s geodätische Verdienste wieder in Erinnerung zu bringen.

Unter Benützung der von Herrn Dr. F l u c k in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellten Daten über L i e s g a n i g sowie der Mitteilungen der Frau Dr. E m b a c h e r, des biographischen Werkes von W u r z b a c h\*) und des Buches von N i s c h e r über „Österreichische Kartographie“ sind die nachfolgenden biographischen Daten zusammengestellt.

Joseph L i e s g a n i g wurde am 13. Februar 1719 als Sohn eines Hofmeisters in Graz geboren. Nach absolvierten Humanitätsstudien trat er, 15 Jahre alt, in den Jesuitenorden ein und vollendete im Ordenskollegium in Wien an der unter Leitung der Jesuiten gestandenen Wiener Universität die philosophischen Studien. 1742 wurde er Repetens der Mathematik in Graz, 1744 Professor der Rhetorik in Linz und kam dann nach Wien, um Theologie zu studieren, und wurde 1748 zum Priester geweiht. Im nächsten Jahre wurde er deutscher Prediger und Katechet in Komorn und gleichzeitig Aufseher über die deutschen Schulen. In dieser Stellung blieb er bis zum Jahre 1751 und kam dann als Professor der Mathematik nach Kaschau. 1752 wurde er in der gleichen Eigenschaft an das Wiener Kollegium versetzt, gleichzeitig dem Präfekten der Sternwarte als Assistent zugeteilt und zum Historiographen des Ordenshauses ernannt. 1756 wurde er selbst Leiter der Sternwarte. Im Jahre 1762 erhielt er von der Kaiserin Maria Theresia den Auftrag, zum Zwecke einer Gradmessung eine 3 Meridiangrad lange Dreieckskette im Wiener Meridian und eine 1 Grad lange Dreieckskette auf der Kecskemeter Heide zu legen. Er begann noch im selben Jahre diese Arbeiten mit der Messung einer 12 km langen Basis zwischen Wr.-Neustadt und Neunkirchen und einer ebenso langen Basis zwischen Seyring und Glinzendorf im Marchfeld und schloß daran eine Dreieckskette von Sobieschitz bei Brünn bis Warasdin. 1769 maß er zwei Grundlinien in Ungarn, die eine bei Kis-Telek, die andere bei Csurog, und verband sie durch eine Dreieckskette.

L i e s g a n i g war der erste, der Lotablenkungen durch die Alpen vermutete. Im Mai 1765 begann er seine Pendelversuche. Er bestimmte die Länge

---

\*) Biographisches Lexikon des Kaisertums Österreich, enthaltend die Lebensskizzen der denkwürdigen Personen, welche seit 1750 in den österreichischen Kronländern geboren wurden oder darin gelebt und gewirkt haben. Von Dr. Constant. von W u r z b a c h. 60 Bde., Wien 1866.



des Sekundenpendels für Wien, um die Länge der Wiener Klafter eindeutig festzulegen.

1771 war er Dekan der philosophischen Fakultät an der Universität Wien. Im Zuge der im Jahre 1773 erfolgten Auflösung des Jesuitenordens wurde L i e s g a n i g bereits 1772 zum Baudirektor in Lemberg ernannt. Ihm unterstanden die Straßen- und Brückenbauten in Ostgalizien, außerdem wurde er auch mit der Anfertigung einer Verwaltungskarte des Königreiches Galizien und Lodomerien beauftragt.

Die Grundlage dieser in den Jahren 1772—1774 aufgenommenen Karte bildete eine trigonometrische Triangulierung, die auf drei Grundlinien aufgebaut und koordinatenmäßig berechnet wurde. Die Karte bestand aus sechs Blättern, entsprechend den sechs Kreisen, und war ohne Terraindarstellung, da sie bloß für Verwaltungszwecke bestimmt war. Sie wurde dann auf Grund der Ergebnisse der Josephinischen Landesaufnahme ergänzt, von Johann von L i e c h t e n s t e r n auf 1:288.000 verkleinert und im Jahre 1790 veröffentlicht. Ein Beweis für ihre Güte ist, daß sie der Generalquartiermeisterstab im Jahre 1824 in ergänzter und verbesserter Auflage neuerdings herausgab.

Im Jahre 1775 wurde L i e s g a n i g bei dem in Lemberg bestandenen Collegium nobilium, welches später in eine Theresianische Ritterakademie umgewandelt wurde, zum Professor der Mechanik und Vorstand der mechanischen Werkstätte ernannt.

Großen Anteil nahm L i e s g a n i g in den folgenden Jahren an den Verhandlungen wegen Umwandlung der seit 1661 in Lemberg bestandenen Jesuiten-Universität in eine staatliche Universität, was im Jahre 1784 erfolgte.

1785 wurde L i e s g a n i g, der bereits zum Gubernialrat, Genie- und Navigationsdirektor ernannt worden war, mit der Leitung der Arbeiten für den Josephinischen Kataster in Galizien betraut. Infolge seiner reichen Erfahrungen bekam er bald maßgebenden Einfluß auf die Organisation dieses Unternehmens. Von ihm stammen die Instruktionen für die Durchführung dieser Arbeiten, die Vorschrift, daß in jedem Lande die Ausmessung mit dem landesüblichen Längenmaß durchzuführen und daß das Verhältnis dieser Maße zur Wiener Klafter festzulegen sei; ferner wurde über seinen Antrag die Unterteilung des Joches in 1600 statt wie bisher in 1584 Quadratklafter dekretiert. L i e s g a n i g ersann verschiedene Instrumente, u. a. einen Universal-Nivellier-Quadranten, der von dem Uhrmacher Schreibl Mayer in Wien gebaut wurde. Diese Instrumente wurden nach seinem Tode im physikalischen Kabinett der Universität Lemberg aufbewahrt, leider bei dem im Jahre 1848 ausgebrochenen Brande schwer beschädigt und deshalb als unbrauchbar veräußert.

1798 feierte er noch das 50jährige Priesterjubiläum. Er starb am 4. März 1799. Er hatte nichts hinterlassen, denn schon bei Lebzeiten hatte er alles, was er besaß, an Dürftige und Hilflose verschenkt.

Über Anregung des um die L i e s g a n i g-Forschung so verdienten Oberbaurates Dr. F l u c k hat der Stadtrat von Graz die Stiegengasse im Vorort Gösting in Liesganiggasse umbenannt. Ebenso liegt ein Antrag des Genannten auf Anbringung einer Votivtafel an der alten Universität in Graz vor.

Von L i e s g a n i g stammen mehrere Publikationen, und zwar:

„Tabulae memoriales praecipue Arithmeticae tum numericae tum literalis cum tabulis tribus figurarum“ (Viennae 1746, 12<sup>o</sup>).

„Prolusto ad Auditores Matheseos“ (ibid. 1753, 4<sup>o</sup>).

„Tabulae memoriales praecipue Arithmeticae tum numericae tum literalis, Geometriae etiam Curvarum et Trigonometriae atque utriusque Architecturae elementa complexae“ (ibid. 1754, 4<sup>o</sup>).

In den Londoner Philosophical transactions 1768: „A short account of the measurement of three degrees of latitude under the meridian of Vienna“.

„Dimensio graduum Meridiani Viennensis et Hungarici etc.“ (ibid. Vindobonae 1770, 4<sup>o</sup>).

In Zachs „monatlicher Correspondenz“ 1803: „Dimensio Geographica quorundam locorum Hungariae ex eius Dimensione Graduum cum Indice omnium in Hungaria astronomicae et geometricae determinatorum locorum“.

L.

## **Die Bedeutung der Katastralvermessung für das Grundbuch**

Betrachtungen zum Buche des Univ.-Prof. Dr. H. D e m e l i u s über das  
„Österreichische Grundbuchsrecht“\*)

Die gegenseitigen Beziehungen zwischen Vermessungswesen und Grundbuchwesen machen diese Monographie auch für den Vermessungsingenieur lesenswert und lehrreich, besonders für jene, die sich mit Fortführung oder Neuvermessung zu betätigen haben. Obwohl die Schrift sich weitaus überwiegend mit reinen Grundbuchsfragen materieller und formaler Natur befaßt, deren Würdigung natürlich nicht Sache eines Vermessungsingenieurs sein kann, verdienen vom Standpunkte des Vermessungswesens aus doch die Ausführungen über die Grundbuchsmappe im Abschnitt IV, Pkt. 2, sowie XI, Pkt. 2 c), bb), eine nähere Betrachtung.

Das auf Seite 20/21 gegebene Beispiel datiert mit seiner oberstgerichtlichen Entscheidung aus dem Jahre 1910, hat also eine fast 40jährige Vergangenheit. Der Streitgegenstand ist ein im Jahre 1887 geteiltes Grundstück, dessen eines Teilstück nach 23 Jahren seinen Eigentümer wechselt, der sich benachteiligt fühlt, und dessen Klage vom Erstrichter stattgegeben wird, weil zwar die Mappe unrichtig sein kann, der Gegenbeweis sich aber auf die fast stets versagende Erinnerung alter und nicht immer uninteressierter Leute stützt. Die Berufungsinstanz hebt das Urteil auf, denn die Mappe beweist nicht das Eigentum, weil sie unrichtig sein kann, und der Geometer — womit wohl die Mappe gemeint ist — nicht Recht schaffen kann. Der Oberste Gerichtshof hat der Revision keine Folge gegeben.

---

\*) Erschienen im Verlag Manz, Wien 1948.

Es ist nicht zu entnehmen, ob der Streit um die Teilungslinie von 1887 selbst oder um die unveränderten Grenzen des Teilstückes geht. Es ist auch der Fall nicht wesentlich, denn 1910 mögen noch veraltete Ansichten über das staatliche Katastralvermessungswerk bestanden haben. Schließlich bildet aber dieses, und nicht die Grundbuchsmappe, die Grundlage des Grundbuches, wie § 16 Allg. G. A. G. BGBl. 2/1930 und §§ 43, 55 GV. zeigen, denn nur ein Vermessungswerk, die beim Vermessungsamte erliegende Fortführungsmappe, kann geodätisch einwandfrei fortgeführt werden, die Grundbuchsmappe ist eine bloße Kopie. Die Geschichte der Grundbuchsmappe, von der Parlamentsdebatte über die Grundbuchsanlage (Stenogr. Prot. 1874, VIII. Session, 53. Sitzung, S. 1903) angefangen, über die Anlegungsgesetze RGBl. 70, 88, 89, 90, 91/1874, den JME Zl. 3676/1878, die §§ 14 der Anlegungsgesetze für Tirol und für Vorarlberg und schließlich § 3 Allg. G. A. G. liefert ja den Beweis. Daß aber eine so durchaus modern gehaltene Monographie über das Grundbuchsrecht bei ihrer Untersuchung über die Mappe sich auf eine so alte Rechtsansicht beruft, zeugt doch dafür, daß die Diskussion darüber vielfach nur in der Sphäre rein juristischer Wortauslegungen, ohne Seitenblick nach dem Hauptbeteiligten, nach dem Katastralvermessungswerk, geführt wird und daß das Essentielle der modernen Katastralvermessung, die seit 1883 in engster Verbindung mit dem Grundbuch steht, unberücksichtigt geblieben ist, was z. B. das Fehlen jedes Hinweises auf die Vdg. BGBl. 204/1932 zeigt.

Das Jahr 1883 bildet überhaupt einen bedeutungsvollen Wendepunkt in der Geschichte des Katasters.

Seit 1883 werden die Neuvermessungen nach Zahlenmethoden durchgeführt, über Grundteilungen werden kotierte Pläne verfaßt; strenge Vorschriften sorgen für die präzise, einvernehmliche, protokollarisch gesicherte Festlegung der Grenzen, weiters für ausreichende Kontrollen, die einen Vermessungsfehler so gut wie ausschließen, und für dauerhafte Vermarkung der Eigentumsgrenzen vor jeder Vermessung. In allen diesen Fällen kann eine unkenntlich gewordene Grenze, ein verlorengegangener Grenzstein jederzeit mit Zentimetergenauigkeit in der Natur hergestellt werden; ein Vermessungsfehler würde sich sofort zeigen.

Gewiß, von den 8100 Katastralgemeinden Österreichs sind nur 400 neu vermessen, für die übrigen Gemeinden liegt die 1830, bzw. 1861 beendete Katastraluraufnahme vor, die durch die Reambulierung 1870—1882 auf einen wenigstens annähernd richtigen Stand gebracht wurde. Diese Mappe zur Grundlage eines Rechtskatasters zu machen, ist sicherlich nicht angängig, da auch die beste Katasterverwaltung unmöglich alle außerbücherlichen Grenzänderungen registrieren konnte, die sich durch das ewige Wandern unvermarkter Grenzen, durch den leider bis annoch möglichen Abverkauf einzelner Parzellen aus einem geschlossenen Besitztum sowie durch verheimlichte Änderungen der Grenzen im Einverständnis beider Parteien ergeben, aber inzwischen Rechtskraft erlangt haben; tatsächlich ist aber hier die Mappe nicht unrichtig, welcher Ausdruck im Grundbuchswesen allerdings allgemein gültig gebraucht wird, für die

Mappe jedoch eine besonders zweideutige Auslegung gefunden hat, sondern sie ist durch außerbücherliche Vorgänge überholt, entkräftet; der ursprünglich richtig vermessene Stand könnte aber, wie viele praktische Beispiele beweisen, durch geschickt angelegte und entsprechend ausgreifende Vermessungsoperationen jederzeit mit großer Genauigkeit rekonstruiert werden, soweit dies bei der aus graphischen Verfahren hervorgegangenen Mappe im Bereiche des geodätisch Möglichen liegt. Nicht die Mappe, sondern die Natur ist gegenüber der papierenen Grenze unrichtig geworden. Seit Einführung der Zahlenmethoden ist dies aber anders geworden, nicht mehr das Bild der Mappe, sondern die Zahlenangaben der Feldskizze der Neuvermessung, die Daten des Teilungsplanes bilden das Substrat des katastralen Vermessungswerkes, damit aber auch der Grundbuchmappe. Diese kann aber ebensowenig wie eine grundbücherliche schriftliche Eintragung kurzerhand unrichtig werden und noch weniger durch eine beliebige Zeugenaussage zu entkräften sein. Und findet diese Meinung nicht ihre prinzipielle Bestätigung durch die in jüngster Zeit erst erfolgte Äußerung einer sehr hohen Justizstelle, die nachstehend lautet:

„Soweit jedoch im Grundbuch durchgeführte Grundteilungen in Frage kommen, erliegen die Teilungs-Pläne und -Ausweise ohnedies in der Urkundensammlung, die als Bestandteil des Grundbuches schon bisher am öffentlichen Glauben teil hatte, wie überhaupt alle von hiezu befugten Personen ausgestellten Lage- und Teilungspläne nach § 292 ZPO bis zum Beweis des Gegenteils vollen Beweis über die darin bekundeten Tatsachen liefern.“

Es sei nun zugegeben, daß manche der ersten Neuvermessungen, der ersten Teilungspläne, aus menschlicher Schwäche und mangelnder Erfahrung den bestehenden Vorschriften nicht voll entsprechen; ihre Entstehung liegt aber, von heute an gerechnet, ohnehin schon außerhalb der Ersitzungsfristen; sie werden daher einem darauf abzielenden Beweisverfahren nicht standhalten. Es sollte aber wenigstens bei neueren Vermessungselaboraten immer wieder das unwiderlegbare Zahlenmaterial als nur schwer zu überwindendes Hindernis Geltung haben; außerbücherliche Erwerbungen dürften nur in dem Maße der bestehenden Rechtsvorschriften, z. B. bei Ersitzung, den Mappenstand entkräften, im übrigen aber Erwerbungs geschäfte nur unter dem Gesichtspunkte des § 431 ABGB. betrachtet werden.

Zum Schlusse noch eine Frage: Sind solche „papierene Grenzen“, die, in der Natur vermarktet, durch Niederschrift und deren Fertigung seitens der Grundbesitzer rechtsgültig wurden, durch neueste Vermessungsverfahren mit aller Sorgfalt geodätisch unter amtlicher Autorität einwandfrei festgehalten sind und worüber Tausende von Plänen mit Zahlenangaben auch in den Urkundensammlungen für Gemeinden mit alten Mappen erliegen, wirklich eine solche Nebensächlichkeit für das Grundbuch? Bedeutet der Grundsatz von der Überlegenheit der Naturgrenzen gegenüber den papierenen, wie er in der Monographie zum Ausdruck kommt, im Grunde genommen nicht eine förmliche Vorschubleistung für die willkürlichen, sei es in böswilliger Absicht, sei es in gegenseitiger Überein-

kunft veranlaßten, dem Grundbuche aber nicht angezeigten Grenzverschiebungen? Hat das Grundbuch tatsächlich keinen Grund, das seine Grundlage bildende Grundstück auch in der Natur zu schützen, indem es dem neuen Vermessungswerk ein größeres Gewicht beilegt als der Unzulänglichkeit menschlichen Erinnerungsvermögens, und damit der Rechtsbeständigkeit und der Rechtssicherheit an liegendem Gute einen festeren Rückhalt zu verleihen, als dies bisher unter dem Zeichen der behaupteten Unrichtigkeit der Grundbuchsmappe der Fall ist? Das in das Grundbuch gesetzte Vertrauen der Bevölkerung könnte dadurch doch nur gestärkt und dem ohnehin überanstrengten Prozeßrichter seine Tätigkeit erleichtert werden, da die allgemein werdende Erkenntnis von der Beweiskraft einer solchen neuzeitlichen Vermessung einen Kläger auch auf den Augenblickserfolg nach §§ 850—853 ABGB. verzichten lassen wird, denn es wird „bei Vorhandensein solcher Unterlagen die Partei nach § 851, Abs. 2, in der Lage sein, ihr besseres Recht im Prozeßwege durchzusetzen“. Diese ebenfalls von der vorerwähnten Justizstelle stammende Ansicht gibt nun im Zusammenhange mit der ersten Äußerung der Sache wohl eine ganz andere Beurteilungsgrundlage als die in der Monographie aus dem Beispiel gezogenen Folgerungen, die unterschiedslos nur von der Unterlegenheit der papierenen Grenzen gegenüber den Naturgrenzen sprechen. Die Meinung, daß die Grundbuchsmappe, worunter ja das gesamte Vermessungswerk zu verstehen ist, in Bausch und Bogen genommen, unrichtig sein könne, scheint sonach nicht in allen juristischen Kreisen geteilt zu werden; und was hindert einen Prozeßrichter, diese Erkenntnis seiner Entscheidung zugrunde zu legen, wie der Erstrichter im Beispiel dies — allerdings erfolglos — getan zu haben scheint?

Die auf Seite 92 der Monographie bezogene Quelle betrachtet die Sache nur vom Standpunkte der alten und überholten Mappe und urteilt auch darin nicht richtig. So roh, wie sie die alte Mappe hinzustellen beliebt, ist diese denn doch nicht, wie die Praxis beweist. Auch die alte Mappe — und in einer schon an Selbstverleugnung grenzenden Bescheidenheit sei eine weitere Einschränkung gemacht — ist wenigstens im Kulturlande richtig vermessen, sie zeigt nur die geheimen, durch das Fehlen eines Vermarktungszwanges begünstigten Veränderungen nicht auf. Daß diese rechtskräftig werden konnten, ist die Schuld der Verhältnisse, die durch den steten Mangel an Vermessungspersonal, die geringe Bedeutung, die man ursprünglich ganz allgemein dem Vermessungswerk beilegte, die notorische Scheu vor Einbücherung — denn sie ist mit Gerichtsgängen und Kosten verbunden — und schließlich die heute flügelahm gewordene Redensart von der Unrichtigkeit der Mappe geschaffen wurden. Der § 13 LiegTeilG. sucht diesem Übelstande ohnehin nach Möglichkeit zu begegnen und die hiezu ergangene Belehrung sagt ausdrücklich, daß durch § 13 den bisher fälschlich als Mappenrichtigstellung behandelten Fällen eine legale Grundlage gegeben wird. Das neue Vermessungswerk ist nicht unrichtig und kann auch nicht unrichtig werden, es sollte aber im Interesse des Eigentumschutzes in der Natur auch nicht so leicht überholt werden können; wenn aber, so doch nicht aus dem Grunde der Unrichtigkeit, sondern es sollte auch in diesem Falle, wie etwa bei einer ersessenen oder verjährten Dienstbarkeit, ein förm-

liches Grundbuchsverfahren den neuen Stand herstellen, was allerdings schon im Urteil zum Ausdruck kommen müßte. Und ist es wirklich ein „letzter ruhiger Besitzstand“, wenn ein Besitzer an sich schon veranlaßt ist, gegen eine Grenzverletzung richterliche Hilfe in Anspruch zu nehmen, wobei er überdies Dokumente vorweist, die sein weder durch Ersitzung noch einen anderen Rechtsvorgang verändertes Eigentum in eventuell nachfolgender Eigentumsklage erweisen würden? Kann ein Richter nicht allein schon daraus einen solchen „Zwischenfall“ im Sinne des stärkeren Eigentums erledigen, zumal § 852 an erster Stelle die Vermessung anordnet?

Mit vorstehenden Darlegungen soll nun nicht einem auf Biegen oder Brechen aufzustellenden Rechtskataster das Wort geredet werden, dazu ist das Katastralvermessungswerk auf lange Sicht gesehen noch nicht so reif, wie es z. B. der entstehende hervorragende Schweizer Kataster ist, dem Art. 668 SZG. mit vollem Rechte öffentlichen Glauben zubilligt; es soll aber eine Diskussion um den Wert der Grundbuchsmappe auch nicht an den Fortschritten vorübergehen, die das Katastraloperat in den letzten Dezennien erfahren hat, die es auf gleiche Stufe mit den modernen Katastralvermessungen anderer und reicherer Staaten stellen, und die in erster Linie deswegen nutzbar gemacht werden, um auch die österreichische Katastralvermessung — wenigstens stückweise — mehr als bisher in den Dienst am Grundbuch, der Rechtspflege an liegendem Gut und der Sicherheit des Eigentums an Grund und Boden zu stellen.

P.

## **Kleine Mitteilungen**

### **Ehrenpromotionen Santonis**

Die Technische Hochschule in Mailand (Direktor: Prof. G. G a s s i n i s, Dekan der Fakultät der Ingenieurwissenschaften: Prof. G. D e M a r c h i) hat dem bekannten Konstrukteur photogrammetrischer Instrumente der Firma G a l i l e o in Florenz, Herrn Ermenegildo S a n t o n i am 2. April l. J. die Würde eines Doktor honoris causa der Ingenieurwissenschaften verliehen. Anläßlich der feierlichen Überreichung des Diploms sprach Dr. Santoni in der großen Aula der Technischen Hochschule über: Richtlinien für den Bau von Auswertegeräten mit mechanischer Projektion.

Am 7. Mai verlieh ihm die Universität in Bologna gleichfalls die Würde eines Doktor h. c., bei welchem Anlasse der Gefeierte über Aerotriangulation sprach.

### **Roland von Eötvös**

(Zum 100. Geburtstage am 27. Juli 1948)

Am 27. Juli 1948 jährlerte sich zum 100. Male der Geburtstag des größten ungarischen Physikers Roland von E ö t v ö s, dessen experimentelle Untersuchungen über verschiedene Probleme der Gravitation und des Schwerefeldes der Erde zur Erfindung der Drehwaage führten.

E ö t v ö s wurde am 27. Juli 1848 in Budapest als Sohn des ungarischen Staatsmannes und Schriftstellers Josef von E ö t v ö s geboren und bereits mit 23 Jahren, 1873, nach Absolvierung seiner mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien an den Universitäten Heidelberg und Königsberg (Helmholtz, Kirchhoff und Bunsen) zum ordentlichen Professor für Experimentalphysik an die Universität Budapest berufen. Im Jahre 1889 wurde er zum Präsidenten der ungarischen Akademie der Wissenschaften ernannt. 1894/95 bekleidete er das Amt des ungarischen Ministers für Kultus und Unterricht. Er starb am 8. April 1919.

Seine Arbeiten, die sich neben der Erforschung der Oberflächenenergien an Flüssigkeiten und über den kritischen Punkt bei Gasen, hauptsächlich mit Gravitations- und Schwerfeldproblemen befaßten, führten zum bis jetzt genauesten Nachweis der Gleichheit schwerer und träger Massen (gleiche Fallbeschleunigung im luftleeren Raum) im Gravitationsfeld der Erde. Diese Feststellung ist deshalb von großer Wichtigkeit; weil bekanntlich das Äquivalenzprinzip von träger und schwerer Masse eine der Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie Albert E i n s t e i n s bildet.

Zur Nachweisung dieses Prinzipes entwickelte E ö t v ö s die Drehwaage, die auf die Coulombsche Drehwaage zurückgeht. Sie erlaubt die Horizontalkomponenten der Änderungen der Schwerkraft festzustellen, sowie gewisse Aussagen über die Krümmungsverhältnisse des Geoides zu machen. Weiters bei entsprechender Dichte der Beobachtungsstationen und Kenntnis eines scharfen Wertes der Fallbeschleunigung  $g$  in einem Punkt (z. B. aus Pendelmessungen) empirisch die Gleichgewichtsfigur der Erde zu ermitteln.

Die ungeheure Bedeutung der Drehwaage beruht aber darin, daß sie ein fundamentales Hilfsmittel für die sogenannten geologischen Aufschlußmethoden darstellt, d. h. in der Feststellung von unsichtbaren Massenunregelmäßigkeiten in den oberflächennahen Schichten der Erdrinde (z. B. an Bruchlinien, Schollenrändern), die zu un stetigen Änderungen der Krümmungsverhältnisse der Potentialflächen führen, während  $g$  sich stetig ändert. Da sich daraus geologisch, bzw. montanistisch äußerst wertvolle Rückschlüsse auf den inneren Aufbau der Erdrinde ziehen lassen, wurde die Drehwaage zum beherrschenden Forschungsinstrument auf der Suche nach Öl und Erzen.

Josef M i t t e r

### Eine seltene Promotionsfeier

Am 9. Juli l. J. fand im Festsaal der Wiener Technischen Hochschule die Promotion des Ehepaares Dipl.-Ing. Wilhelm E m b a c h e r, Assistent an der Lehrkanzel für Niedere Geodäsie, und Dipl.-Ing. Paula E m b a c h e r, geb. W i n k l m a y e r, Oberkommissär des Vermessungsdienstes in der Triangulierungsabteilung, zu Doktoren der technischen Wissenschaften statt. Beide hatten Dissertationsarbeiten aus dem Fachgebiet der Geodäsie vorgelegt. Die des Dipl.-Ing. Wilhelm E m b a c h e r behandelte das Thema „Vektorielle Ausgleichsrechnung“ und die seiner Frau „Die Liesganig'sche Gradmessung“. Hierüber wurde bereits in dem Gedächtnisartikel über Liesganig\*) berichtet.

Der Rektor der Wiener Technischen Hochschule, wirkl. Hofrat Prof. Dr. H o p f n e r, hatte zur Würdigung dieses besonderen Falles eine e i g e n e Promotion für das Ehepaar angeordnet, bei welcher er nachstehende Ansprache hielt:

„Promotionen sind für die akademischen Funktionäre periodisch wiederkehrende Alltagsereignisse, an denen sie nur bei Vorliegen besonderer Verhältnisse mit erhöhter persönlicher Anteilnahme mitwirken — ganz im Gegensatze zum Promovenden, für den

---

\*) Abbé Joseph Liesganig. Zur 150. Wiederkehr seines Todestages. Ö. Z. f. V. Jhrg. 1949, S. 59.

der Promotionstag immer ein Markstein seines Lebens ist. Heute haben wir es mit einer solchen Promotion zu tun, die nicht leicht auch aus der Erinnerung der akademischen Funktionäre verschwinden wird. Handelt es sich doch um die Promotion eines Ehepaares dessen Ehepartnern gemeinsam und gleichzeitig die Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften verliehen werden soll. Beide Gatten sind Diplomingenieure des Vermessungswesens und beide sind in diesem Fachgebiete praktisch tätig. Die Gattin ist überdies der erste und bis vor einem Jahre einzige weibliche Vermessungsingenieur in Österreich gewesen; sie soll heute der erste weibliche Doktor des Vermessungswesens werden.

Herr Ing. Wilhelm Embacher kann auf den üblichen Werdegang des Vermessungsingenieurs zurückblicken, der freilich durch den zweiten Weltkrieg unterbrochen worden ist. Bei seinen ausgezeichneten fachlichen Qualitäten hätte er ansonsten ohne Zweifel bereits viel früher den Doktorhut erworben. Seine Gattin, Frau Paula Embacher, geb. Winklmayr, Mutter dreier Kinder im Alter von 4 bis 9 Jahren, ist aus der Staatsgewerbeschule für Maschinenbau und Elektrotechnik im 10. Wiener Gemeindebezirk hervorgegangen. Es ist gewiß ein bemerkenswerter Zufall, daß ein ehemaliger Lehrer jener Bundesanstalt, unser hochgeschätzter Kollege und Dekan der Fakultät für Maschinenbau, Herr Prof. Dr. Magyar, der der Maturakommission der Frau Paula Embacher angehörte, heute an ihrer Promotion als akademischer Funktionär teilnimmt. An unserer Hochschule hat Frau Paula Embacher sich dem Studium des Vermessungswesens zugewendet, und zwar mit bestem Erfolge, wie ihre fast fünfzehnjährige Verwendung im ausübenden Vermessungsdienste, meist in der Triangulierungsabteilung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, erkennen läßt. Ihrer Dissertation hat sie ein hochbedeutendes Thema zugrunde gelegt, nämlich die Neureduktion der Liesgani'schen Gradmessung der ersten und ältesten Gradmessung aus der Zeit der Kaiserin Maria Theresia. Es ist ihr der Nachweis gelungen, daß sie den französischen Gradmessungen jener Epoche durchaus ebenbürtig ist und die von Zach gegen Liesganig erhobenen Einwände völlig ungerechtfertigt waren. Frau Paula Embacher hat sich damit um das österreichische Vermessungswesen hoch verdient gemacht. Ich danke ihr dafür in meiner Eigenschaft als Vorsitzender der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung.

Da das Ehepaar alle gesetzlichen Voraussetzungen zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften erfüllt, finde ich mich bestimmt, der Vornahme der Promotion zuzustimmen und ersuche demgemäß den Herrn Promotor, seines Amtes zu walten.“

Hierauf führte Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Rohrer die Promotion durch.

Ein interessantes Zusammentreffen charakterisierte die Feier dadurch, daß sowohl der Rektor als auch der Promotor, Dr. H. Rohrer, Professoren der Geodäsie und ehemalige Beamte des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen sind.

Zur Promotion waren Hofrat Prof. Dr. h. c. Dolžal, der Präsident des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Dipl.-Ing. Lego, als Vertreter des Bundesministeriums für Handel und Wiederaufbau Ministerialsekretär Dipl.-Ing. Püchel und eine große Anzahl der in Wien anwesenden Beamten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen erschienen. Unter den Gratulanten waren auch die drei Kinder des promovierten Ehepaares.

L.



## Literaturbericht

### Buchbesprechung

Friedrich Hopfner: Grundlagen der Höheren Geodäsie, Wien, Springer-Verlag 1949, 8<sup>o</sup>, 246 Seiten und 26 Textabbildungen. Geb. S 81'—.

Was Hopfner in seiner bekannten „Physikalischen Geodäsie“ für den physikalischen Teil der Höheren Geodäsie so erfolgreich beabsichtigt hat, wird hier für das Gesamtgebiet dieser Disziplin auf verbreiteter Basis bei entsprechender stofflicher Beschränkung durchgeführt: die klare Herausschälung der grundlegenden Probleme und ihrer prinzipiellen Lösung. Selten wird auf einem verhältnismäßig so engen Raume ein derart anschaulicher Einblick in den gesamten Aufgabenkreis einer Wissenschaft vermittelt. Trotz dieser schon so oft bewährten Kunst des Verfassers muß aber das Buch in pädagogischer Hinsicht als eine besonders reife Frucht seiner langjährigen Erfahrung als Hochschullehrer bezeichnet werden. Es liegt in der Natur der Sache, daß Hopfners Bücher — ich erinnere neben der schon erwähnten „Physikalischen Geodäsie“ nur noch an seinen ausgezeichneten Artikel „Figur der Erde, Dichte und Druck im Erdinnern“ im Handbuch der Geophysik — nicht immer leicht zu lesen sind. Dazu enthält der Stoff eine allzureiche Fülle schwieriger mathematischer Probleme. Immer aber weiß er die Problemstellung und das Wesen der Sache auch ohne mathematischen Ballast tieferschürfend in klarem logischen Gedankengang und in überaus fesselnder Weise darzustellen, so daß der Leser bis zur letzten Zeile in Spannung gehalten wird und sich für die Mühe, die das Studium schwierigerer Partien notgedrungen mit sich bringt, reichlich entschädigt sieht.

Im ersten, die mathematische Theorie umfassenden Teil wird zunächst auf streng differentialgeometrischer Grundlage die Geometrie auf dem in der Praxis durchwegs als Referenzfläche dienenden Rotationsellipsoid entwickelt. Die erforderlichen Sätze aus der Flächentheorie und der Variationsrechnung sind in einem einleitenden Kapitel zusammengestellt. Eine kurven- und flächentheoretische Herleitung findet man schon mehrfach in neueren Darstellungen. Aber die Formeln werden meist, gestützt auf das Anschauungsvermögen, unmittelbar für das Rotationsellipsoid gegeben, wodurch der Zusammenhang mit der allgemeinen Theorie mehr oder minder verlorengeht. Der Verfasser legt aber mit Recht großen Wert darauf zu zeigen, daß die Geodäsie nur ein Teilgebiet der angewandten Mathematik und Physik ist. Diese Voraussetzungen ermöglichen es ihm, die affine Abbildung auf die reduzierende Kugel an die Spitze der Geometrie des Rotationsellipsoids zu stellen. Für die Berechnung des Meridianbogens wird die Umkehr der elliptischen Integrale und die Einführung der Thetafunktionen empfohlen, welche Methode viel rascher zum Ziele führt als die in der Geodäsie bisher ausnahmslos gebräuchlichen und schwach konvergierenden Reihenentwicklungen. Anschließend werden die Krümmungsverhältnisse des Ellipsoides diskutiert und die Beziehungen der beiden Hauptkrümmungsradien gebracht. Selbstverständlich fehlt auch nicht der Eulersche Satz über den Krümmungsradius des Normalschnittes, die Definition des mittleren Krümmungsradius und die allgemeine Charakteristik der Krümmungslinien. Eine viel gebrauchte Koordinatentransformation beschließt das erste Kapitel.

Einen breiteren Raum nimmt naturgemäß die Erörterung der geodätischen Linie ein. Hier werden im wesentlichen vier Aufgaben behandelt. Die erste ist die Aufstellung und Integration der Differentialgleichung der geodätischen Linie. Diese wird einmal in Form einer Proportion aus der Forderung der kürzesten Verbindung abgeleitet, was erlaubt ist, da sich immer ein Bereich angeben läßt, innerhalb dessen zwischen zwei Punkten nur eine geodätische Linie existiert, die gleichzeitig die Kürzeste ist. In Spezialisierung auf das Rotationsellipsoid folgt der bekannte Satz von Clairaut und für Polarkoordinaten die

Potenzreihen von Weingarten. Die zweite Form der Differentialgleichung wird für krummlinige Koordinaten aus der strengen Definition der geodätischen Linie hergeleitet. Die nachträgliche Beschränkung auf Rotationsflächen vertieft den Einblick in die bestehenden Zusammenhänge. Die zweite Aufgabe betrifft die allgemeinen rechtwinkligen und Polarkoordinaten, aus welcher letzteren der wichtige Begriff der reduzierten Länge der geodätischen Linie hervorgeht, die durch eine Differentialgleichung 2. Ordnung mit dem Gaußschen Krümmungsmaß verbunden ist. Das dritte Problem stellt die differentielle Verschiebung und Verdrehung einer geodätischen Linie sowie die Änderung der Ellipsoidparameter dar. Diese Aufgabe liefert die Grundlage für die astronomisch-geodätische Ausgleichung und die modernen Methoden der Netzzusammenschlüsse und der bestanschließenden Ellipsoide. Ebenso von eminenter Bedeutung für die praktische Geodäsie sind natürlich die Koordinatentransformationen, in erster Linie die beiden Übertragungsaufgaben, die eingehend besprochen werden. Der Verfasser benützt gelegentlich unbewiesen schwierigere Sätze der allgemeinen Flächentheorie; damit aber erreicht er, daß der rote Faden des Aufbaues nicht verloren geht. Dem gleichen Zwecke dient auch die weise Beschränkung auf die Hauptglieder der Entwicklungen. Definitive Gebrauchsformeln werden nicht gegeben.

Das dritte Kapitel behandelt das geodätische Dreieck im Anschluß an die *Disquisitiones* von Gauß. Zunächst wird die totale Krümmung oder der Exzeß des Dreiecks berechnet. Sodann werden die partiellen Differentialgleichungen für die geodätischen Kurven und ihre Parallelkurven aufgestellt und unter geeigneter Wahl rechtwinkliger geodätischer Koordinaten integriert. Ähnlich folgt der Inhalt eines rechtwinkligen Dreiecks aus der Integration einer partiellen Differentialgleichung und schließlich der Inhalt des schiefwinkligen Dreiecks aus der Differenz zweier rechtwinkliger Dreiecke. Der Vergleich des geodätischen Dreiecks mit dem ebenen Dreieck von gleichen Seitenlängen führt auf die exakteren Ausdrücke für die Verebnung der Dreiecke, deren erste Näherung als Satz von Legendre allgemein bekannt ist.

Die Anwendung der entwickelten Theorie auf die Verarbeitung der Triangulierungen auf dem Referenzellipsoid bringt das letzte Kapitel. Dieses ist entsprechend der einführenden Tendenz des Buches relativ kurz gefaßt. Umso instruktiver kann aber der Autor die prinzipiellen Fragen hervorheben und besonders auf die Vernachlässigungen aufmerksam machen, die die Übertragung der an der Erdoberfläche angestellten Beobachtungen auf eine idealisierte Rechenfläche notwendig bedingt. Dieser Punkt betrifft in erster Linie die Reduktion der beobachteten Grundlinien und Winkel. Die astronomischen Ausgangsdaten, d. h. die relative Orientierung von Ellipsoid und Geoid, die Dreiecksberechnung mittels der Formeln der Verebnung und die geodätische Übertragung sind die Vorbedingungen für die Netzausgleichung. Ohne auf die eigentlichen Probleme der Ausgleichsrechnung einzugehen, charakterisiert Hopfner die beiden Hauptgruppen des Netzausgleichs, nämlich die bedingte Ausgleichung mit Winkel-Seiten- und Basisgleichungen und die Methode der Variation der Koordinaten. Den Vorteilen der letzteren bei ausgedehnten Netzen, wie sie gerade die modernen Aufgaben der Großraumtriangulationen mit sich bringen, wird dadurch Rechnung getragen, daß nur für diese Methode die Fehlergleichungen aufgestellt werden. Diese enthalten als systematischen Anteil den Azimutfehler der Nullrichtung, der durch zwei Kunstgriffe Schreibers eliminiert wird. Das Verfahren wird auch für ebene rechtwinklige Koordinaten entwickelt. Schließlich wird, ähnlich wie von A. Prey, die prinzipielle Frage aufgeworfen, ob im Hinblick auf den hohen Stand der modernen Meßtechnik und die unvermeidlichen systematischen Fehlerquellen eine Netzausgleichung überhaupt noch eine tatsächliche Verbesserung zu bringen vermag.

Ebenso wie der geometrische Teil wird auch der zweite, physikalische Teil durch eine Zusammenstellung der mathematischen Hilfsmittel, hier der wichtigsten Sätze aus der Theorie der Kugelfunktionen und des mechanischen Potentials eingeleitet. Die Kugelfunktionen werden als harmonische Polynome definiert und die einzelnen partikulären Integrale ihrer Differentialgleichung abgeleitet und die anschauliche englische Einteilung

durchgeführt. Sodann werden die charakteristischen Eigenschaften des Raumpotentials und der Kräftefunktion einer rotierenden Masse besprochen und die Möglichkeit einer Kugelfunktionsentwicklung für das Potential im Außenraum der Masse sowie die Differentierbarkeit der Reihe nach dem Radiusvektor dargelegt. Damit sind die theoretischen Voraussetzungen für die Lösung der sogenannten zweiten Randwertaufgabe geschaffen. Sie besteht bekanntlich in der Bestimmung der Potentialfunktion für den Außenraum einer die anziehenden Massen umschließenden Fläche, in deren Punkten die Ableitungen des Potentials in Richtung der Flächennormale gegeben sind.

Das erste Kapitel ist den allgemeinen Eigenschaften der Niveaulächen der Erde gewidmet. Aus ihrer Nichtparallelität folgt für die Reduktion des geometrischen Nivellements einerseits die orthometrische Theorie der Seehöhen, andererseits die Theorie der Arbeitshöhen, durch die zwei wesentliche Schwierigkeiten der orthometrischen Theorie beseitigt werden können. Für das trigonometrische Nivellement vermittelt das Theorem von Villarceau eine bisher rein theoretische Beziehung zwischen der Niveauläche und dem Referenzellipsoid. Gewisse die Niveaulächen betreffende Fragen lassen sich nach den allgemeinen Sätzen der Flächentheorie beantworten, wenn durch Pendel- und Drehwaagemessungen die ersten und zweiten Ableitungen der Kräftefunktion bestimmt sind. Besonders Interesse beanspruchen die Unstetigkeitsflächen der Dichte, weilden hauptsächlichsten geodätischen Meßbereich die Erdoberfläche darstellt, sowie die Krümmungsverhältnisse der Niveaulächen, aus deren Untersuchung Bruns den wichtigen Schluß zog, daß die Niveauläche nicht ohne merklichen Fehler durch eine analytische Fläche von einfachem Bildungsgesetz approximiert werden kann. Anknüpfend an Pizzettis Untersuchungen über die Geschlossenheit der Niveaulächen wird gezeigt, daß nur innerhalb sehr kleiner Bereiche nach außen konkave Stellen möglich sind. Die Lotlinien sind als orthogonale Trajektorien der Niveaulächen natürlich Raumkurven und werden demnach kurventheoretisch analysiert. Betrachtungen über die Meridiane und Parallelen der Niveaulächen beschließen das Kapitel.

Es folgt das zentrale Problem der physikalischen Geodäsie, nämlich die Lösung der zweiten Randwertaufgabe oder die Bestimmung der Undulationen des Geoids aus den an der Erdoberfläche beobachteten Schwerewerten. Die dargelegte Methode wurde vom Verfasser selbst aus der Bruns'schen Theorie entwickelt und zeichnet sich durch besondere Eleganz aus. Um den bereits oben erwähnten Forderungen der Theorie gerecht zu werden, wird für die Reduktion der beobachteten Schwerewerte das Inversionsverfahren von Rudzki vorgeschlagen. Dieses spiegelt die über das Geoid herausragenden Massen so in den Innenraum, daß das Potential in den Punkten des Geoids unverändert bleibt. Das zweite an sich einwandfreie Reduktionsverfahren von Prey liefert die tatsächlichen Schwerewerte auf dem Geoid, also über den Kontinenten keine Randwerte im Sinne der Theorie. Die Kugelfunktionsentwicklung der nach Rudzki reduzierten Erdmasse wird nach dem Vorgang von Bruns in die Gleichung des Niveausphäroids und in die Restfunktion zerlegt und für ersteres das bekannte Theorem von Clairaut abgeleitet. Vernachlässigt man Größen von der Ordnung des Quadrates der Abplattung, so erhält man durch Ableitung der Reihe für die Kräftefunktion nach dem Radiusvektor eine theoretische Kugelfunktionsentwicklung für die Schwerebeschleunigung auf dem Geoid. Andererseits werden die nach Rudzki reduzierten beobachteten Schwerewerte in eine ebensolche Reihe entwickelt. Der Vergleich dieser beiden Reihen gibt zusammen mit dem Theorem von Bruns, das die Undulationen des Geoids durch die Restfunktion ausdrückt, schließlich die Lösung des Problems. Eine praktische Erprobung dieses Verfahrens wäre eine sehr dankenswerte Aufgabe. Freilich setzt dies streng genommen ein über die ganze Erde symmetrisch verteiltes Beobachtungsmaterial voraus, das leider noch immer nicht vorhanden ist. Aber bei vorsichtiger Interpolation müßte sich schon jetzt zumindest die Frage nach der Größenordnung der Undulationen endgültig entscheiden lassen, was bisher noch nicht gelungen ist.

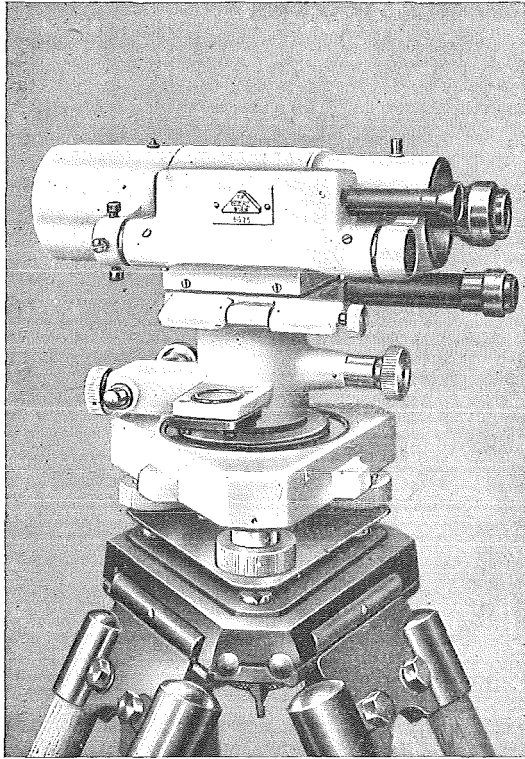
Vergleicht man die Schwerkraftwerte in korrespondierenden Punkten des Geoids und des Niveausphäroids gleichen Potentialwertes, so gelangt man zum physikalischen

Begriff der Störungen in der Intensität und Richtung der Schwerkraft. Die prinzipielle Bedeutung des Terms von Bruns, d. h. des Unterschiedes zwischen den wahren und scheinbaren Schwerstörungen für den systematischen Charakter in der Verteilung der kontinentalen und ozeanischen Schwerkraftwerte wird hervorgehoben, aber gleichzeitig betont, daß trotzdem noch gewichtige Gründe für die Isostasie sprechen. Aus dem Term von Bruns und den Definitionen der beiden Schwerstörungen geht auch eine partielle Differentialgleichung hervor, die die Restfunktion mit der scheinbaren Schwerstörung verbindet und deren Integration die Undulationen des Geoids aus den scheinbaren Schwerstörungen bestimmt. Eine andere Form dieser sogenannten dritten Randwertaufgabe stellt das bekannte Stokes'sche Integral dar. Die potentialtheoretische Definition der Lotabweichungen und die übliche Definition aus dem Richtungsunterschied nach dem astronomischen und ellipsoidischen Zenit werden streng auseinandergelassen und Poincares Verschärfung des Lotabweichungsbegriffes diskutiert. Wieder aber wird mit bemerkenswerter Klarheit der fiktive Charakter der Lotabweichungen im Hinblick auf die Willkür in der Bezugsfläche betont und daraus der wichtige Schluß gezogen, daß Lotabweichung und Massenunregelmäßigkeit nicht ohneweiters in Beziehung gesetzt werden dürfen. Ferner läßt sich noch das Theorem von Bruns in eine Form bringen, die an die übliche Berechnungsweise des astronomischen Nivellements erinnert, jedoch rein physikalische Schlüsse gestattet und auf den Zusammenhang zwischen der physikalisch definierten Lotabweichung und der scheinbaren Schwerstörung hinweist.

Das vierte Kapitel befaßt sich mit den praktischen Methoden zur Bestimmung der Erdfigur. Die physikalische Ausbildung des Begriffs Erdfigur gipfelt in Bruns' hypothesenfreien Verfahren zur Ermittlung der Kräftefunktion der Erde. Die beiden bisherigen, in dieser Richtung unternommenen Lösungsversuche werden einer kurzen Kritik unterzogen. Die praktischen Methoden zur Bestimmung des Geoids umfassen außerdem die Ableitung der Erdabplattung aus dem Clairaut'schen Theorem, d. h. besonders unter Voraussetzung isostatischer Reduktion die Bestimmung der Abplattung des Niveausphäroids, in jüngerer Zeit in erster Linie Untersuchungen Heiskanens, ferner die Methode der Gradmessungen zur Ableitung der Parameter des Erdellipsoids, welche seit Helmert durch die Methode der bestanschließenden Ellipsoide und der Lotabweichungsgleichungen auf Grund der Differentialformeln der geodätischen Linie ersetzt wurde. Auch diese eigentlich das Minimal-system der Lotabweichungen bestimmende Methode ist mehr geometrischer Natur. Eingehender besprochen wird ferner das aus isostatisch reduzierten Lotabweichungen abgeleitete Hayford'sche Ellipsoid. Zum Schluß wird noch Preys jüngst gemachter Vorschlag der Verbindung der Netzberechnung mit der Bestimmung eines bestanschließenden Ellipsoids in seinen Grundgedanken dargelegt.

Diese gedrängte Inhaltsangabe vermag hoffentlich eine Vorstellung von der reichen Fülle des verarbeiteten Stoffes zu geben. Sie kann aber nicht vollends der gänzlich neuartigen Durchdringung, nämlich der streng flächentheoretischen Begründung des geometrischen Teiles und der Vertiefung und Erweiterung der Bruns'schen Theorie und den kritischen Folgerungen für die Praxis gerecht werden. Es muß als besonderes persönliches Verdienst des Autors bezeichnet werden, daß er die Höhere Geodäsie auf eine wesentlich verbreiterte mathematische und physikalische Grundlage gestellt hat. Damit ist es ihm nicht bloß gelungen, den Studierenden der Geodäsie zahlreiche Anregungen zu geben, die sicher auf fruchtbaren Boden fallen werden; vielmehr vermag dieses ungemein fesselnde Buch der Geodäsie in den Kreisen der verwandten Wissenschaften Freunde zu werben und es darf wohl mit Recht erwartet werden, daß auch auf diesem Wege erfreuliche Rückwirkungen zu verzeichnen sein werden.

K. Ledersteger, Wien



## Modernste geodätische Instrumente höchster Präzision:

**Theodolite** für Tachymetrie-Aufnahmen,  
Kleinaufnahmen der Katastermessung  
und Forstvermessung

**Nivellierinstrumente, Type V 200**, mit  
Horizontalkreis, für genaue technische  
Nivellements (siehe Abbildung)

**Nivellierinstrumente, Type V 100**, ohne  
Horizontalkreis, für einfache technische  
Nivellements

**Doppelpentagone 90 und 180°**

**Tachymeter-Vollkreis-Transporteure**

**Auftragsapparate**, System „Demmer“  
System „Michalek“

**Abschiebedreiecke**,  
verbesserte Ausführung

**Lattenrichter**, mit Dosenlibelle

Verlangen Sie ausführliches Prospektmaterial

Optische Anstalt **C. P. GOERZ** Gesellschaft m. b. H.  
Wien X., Sonnleithnergasse 5 / Telephon Nr. U 40-504 Serie

*Reparaturwerk  
für  
Elektromotoren und Transformatoren*

**J. JURASEK & Co.**

Bennoplatz Nr. 8 WIEN VIII. Florianigasse Nr. 62

Telephon: A 20-2-54, A 22-4-80

**WIENER PAPIER-**

GROSSHANDLUNG Ges. m. b. H.

vorm. J. Grünhut, gegründet 1858

Wien I., Mahlerstraße 12 / Tel. R 24-5-70

Spezialsorten:

LANDKARTENPAPIERE, TECHNISCHE  
PAPIERE ALLER ART



**BRUNSVIGA**

DIE

**RECHENMASCHINE**

DES WISSENSCHAFTLERS!

ORGANISATIONS-BÜROMÖBEL

**PLAN-SCHRÄNKE**

FÜR TECHNIKER

Bildprospekte unverbindlich und kostenlos

**BRUNSVIGA**

VERTRIEB VON BÜRO-EINRICHTUNGEN

**ROTHHOLZ & FABER**

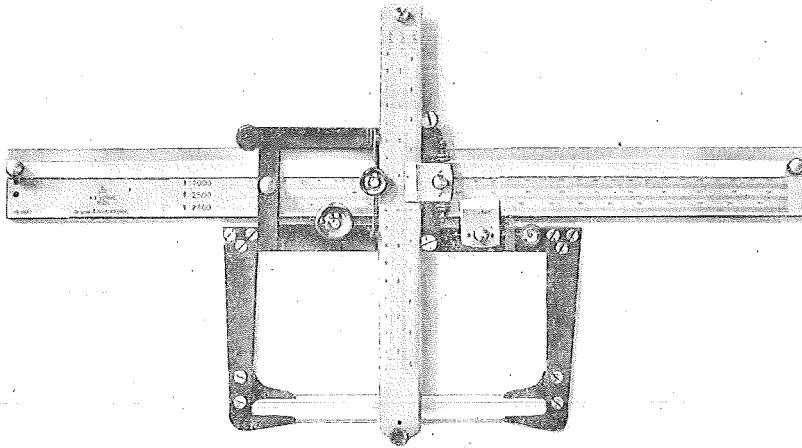
WIEN I., WILDPRETMARKT 1

TELEPHON U 27-0-25

# ADOLF FROMME

Fabrik für geodätische und kartographische Instrumente  
Zeichenmaschinen

Wien XVIII., Herbeckstraße 27 • Tel. A 26-3-83



Nr. 324/II Detail-Koordinatograph nach Cemus-Fromme

*Erzeugung* Präzisions-Koordinatographen  
*von* Detail-Koordinatographen  
Polar-Koordinatographen  
Auftragslineale, Abschiebedreiecke  
Planimeter, Maßstäbe

---

Präzisions-Teilungen und Gravierungen

Österreichischer Verein für Vermessungswesen  
Wien VIII., Friedrich Schmidt-Platz 3

---

I. Sonderhefte zur Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen

- Sonderheft 1: **Festschrift Eduard Doležal.** 198 Seiten, Neuauflage, 1948.  
Preis S 18.—.
- Sonderheft 2: **Die Zentralisierung des Vermessungswesens in ihrer Bedeutung für die topographische Landesaufnahme.** 40 Seiten, 1935. Wird neu aufgelegt.
- Sonderheft 3: **Ledersteger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid.** 140 Seiten, 1948. Preis S 25.—.
- Sonderheft 4: **Zaar, Zweimedienphotogrammetrie.** 40 Seiten, 1948.  
Preis S 18.—.
- Sonderheft 5: **Rinner, Abbildungsgesetz und Orientierungsaufgaben in der Zweimedienphotogrammetrie.** 45 Seiten, 1948.  
Preis S 18.—.

II. Dienstvorschriften

- Nr. 1. **Behelfe, Zeichen und Abkürzungen im österr. Vermessungsdienst,** 1947. Preis S 5.—.
- Nr. 2. **Allgemeine Bestimmungen über Dienstvorschriften, Rechentafeln, Muster und sonstige Drucksorten.** 1947. Preis S 6.50.
- Nr. 8. **Die österreichischen Meridianstreifen.** 1949. Preis S 8.—.
- Nr. 14. **Fehlergrenzen und Hilfstabellen für Neuvermessungen.** 1937.  
Preis S 3.50.
- Nr. 15. **Hilfstabellen für Neuvermessungen.** 1949. Preis S 5.—.
- Nr. 48. **Behelfe für Anlage von Oleaten bei der Neuaufnahme und Kartenrevision.** 1948. Preis S 12.—.

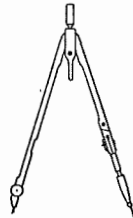
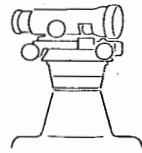
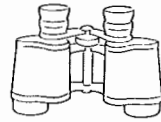
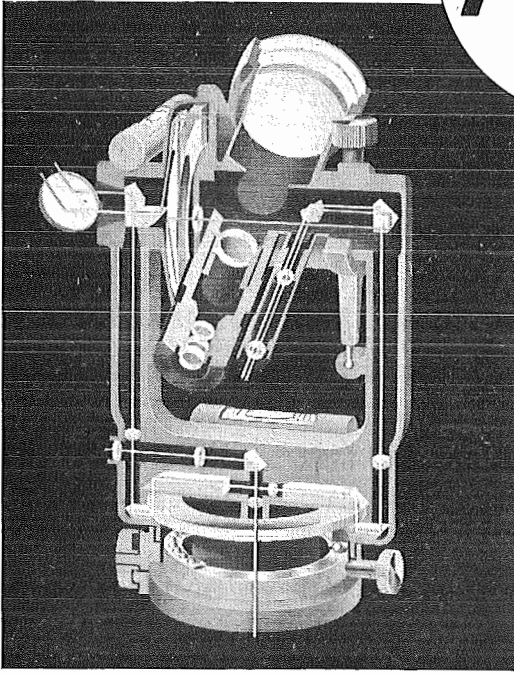
III. Weitere Publikationen

- Prof. Dr. Rohrer: **Tachymetrische Hilfstafel für sexagesimale Kreisteilung.** Taschenformat. 20 Seiten. Preis S 10.—.
- Der österreichische Grundkataster.** 66 Seiten. 1948. Preis S 10.—.
- Behelf für die Fachprüfung der österr. Vermessungsingenieure**  
(herausgegeben 1949)
- Heft 1: **Fortführung 1. Teil,** 55 Seiten, Preis S 10.—
- Heft 2: **Fortführung 2. Teil,** 46 Seiten, Preis S 10.—
- Heft 3: **Höhere Geodäsie,** 81 Seiten, Preis S 10.—
- Heft 4: **Triangulierung,** 46 Seiten, Preis S 7.—
- Heft 5: **Neuvermessung, Nivellement und topographische Landesaufnahme.** 104 Seiten, Preis S 16.—.
- Heft 6: **Photogrammetrie, Kartographie und Reproduktionstechnik.** 70 Seiten. Preis S 10.—.

Sämtliche Publikationen zu beziehen durch den  
Österreichischen Verein für Vermessungswesen, Wien VIII.,  
Friedrich-Schmidt-Platz 3 und in den einschlägigen Buchhandlungen.



**Kern**  
AARAU



Vermessungsinstrumente, Theodolite, Tachymeter,  
Doppelkreis-Theodolite, Nivellierinstrumente,  
Meßtisch-Ausrüstungen, Selbstreduzierende Kippregel,  
Pentaprismen, Prismen-Feldstecher, Aussichtsfernrohre,  
binokulare Prismenlupe, Kolposkop, Polarimeter,  
Elektrophorese-Apparatur, Kino-Aufnahme- und  
Projektionsobjektive, Stroboskop, Präzisions-Reißzeuge

Vertretung für Österreich:

**Ing. Carl Möckli, Wien V./55, Kriehberggasse 10**

Telephon U 49-5-99

**Offizielle österreichische amtliche Karten**

der

# **Landesaufnahme**

des

**Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen**

in Wien VIII., Krotenthallergasse 3

Telephon A 23-5-20



**Für Amtszwecke sowie für Wissenschaft und Technik**

werden folgende Kartenwerke empfohlen:

Die Blätter der

Österreichischen Karte 1 : 25.000 bzw. der

Alten österreichischen Landesaufnahme 1 : 25.000 :

Österreichische Karte 1 : 50.000 bzw. die

Provisorische Ausgabe der Österreichischen Karte 1 : 50.000

Generalkarte von Mitteleuropa 1 : 200.000

Übersichtskarte von Mitteleuropa 1 : 750.000

nach Proj. Bonne bzw. Albers

Diverse Sonder- und Umgebungskarten

Plan von Wien 1 : 15.000 mit Straßenverzeichnis

Bezirkspläne von Wien 1 : 10.000 bzw. 1 : 15.000

Arbeitskarten 1 : 200.000 und 1 : 500.000 von Österreich

Ortsgemeindegrenzenkarten von allen Bundesländern 1 : 500.000

## **Zum Zusammenstellen von Touren und Reisen**

werden folgende Karten empfohlen:

Karte der Republik Österreich 1 : 850.000

Karte der Republik Österreich 1 : 500.000

Verkehrs- und Reisekarte von Österreich 1 : 600.000



### **Für Auto-Touren**

die

Straßenkarte von Österreich 1 : 500.000 in zwei Blättern,  
mit Terraindarstellung, Leporellofaltung

### **sowie für Motorrad und Radfahrer**

die

Straßenübersichtskarte von Österreich 1 : 850.000 in Form  
eines praktischen Handbüchleins



### **Für Wanderungen**

die Blätter der

Wanderkarte 1 : 50.000 mit Wegmarkierungen



Übersichtsblätter und Preislisten werden auf Wunsch kostenlos  
übersendet

**Die Karten sind in sämtlichen Buchhandlungen und in der amtlichen Verkaufsstelle Wien VIII., Krotenthallengasse 3, erhältlich.**

## Theodolite, Nivelliere, Boussolen-Instrumente

sowie sämtliche Vermessungsrequisiten

für Feld- und Kanzleibedarf liefert in erstklassiger Ausführung

**Neuhöfer & Sohn Akt.-Ges., Wien V., Hartmannngasse 5**

Telephon A 35-4-40

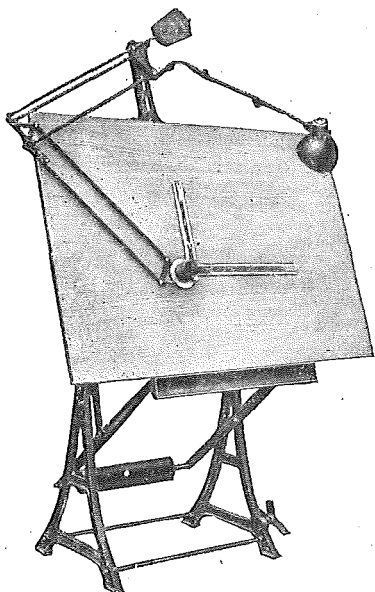
Reparaturen von Instrumenten auch fremder Provenienz raschest und billigst

Prospekte gratis

**Zu tauschen** ein bis sechs neue Exemplare J. Peters Siebenstellige Werte der trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Neugrades, Berlin 1941, Verlag des Reichsamtes für Landesaufnahme

**gegen** ein bis sechs neue Exemplare J. Peters Siebenstellige Werte der trigonometrischen Funktionen von Tausendstel zu Tausendstel des Grades (Altgrad!) entweder Verlag Teubner, Leipzig-Berlin 1918 oder Nachdruck Verlag Teubner, Leipzig 1938

Eilangebote an Optische Werke C. Reichert, Wien 17., Hernalser Hauptstraße 219



„Planis“ Zeichenmaschine 1000 × 1500 mm  
mit verstellbarem Tisch

## Zeichenmaschinen

Bauart Fromme

## „Planis“ Maßstäbe

für jede Zeichenmaschine  
mit jeder Teilung

## ADOLF FROMME

FABRIK FÜR GEODÄTISCHE UND  
KARTHOGRAPHISCHE INSTRUMENTE  
ZEICHENMASCHINEN

**WIEN XVIII., Herbeckstraße 27**

Tel. A 26-3-83



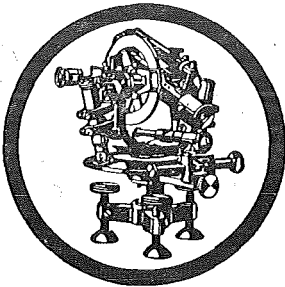
*Feinpapier*      *Spezialpapier*  
*Zellulose*

**LEYKAM-JOSEFSTHAL**

Actiengesellschaft für Papier und Druckindustrie

Wien, I., Parkring 2

Telephon R 27-5-95



**Rudolf & August Rost**

Feinmechanische Werkstätten

Erzeugung von geodätischen Instrumenten,  
Auftragsapparaten und sämtl. Zubehör für  
alle Zweige des Vermessungswesens  
Präzisions-Kreis- und Längenteilungen

Telephon B 33-4-20

Gegründet 1888

Wien, XV., Märzstraße Nr. 7

*Typo*

**Phototechnische Filme und Papiere**

Das bewährte Material für feinste kartographische Arbeiten

Verlangen Sie bitte Prospekt von



Gesellschaft für Reproduktionsbedarf, Inhaber Friedrich A. Heinrici  
Wien, XII., Steinbauergasse 25

Neuzeitliche Nivellierinstrumente

Theodolite und Meßgeräte

**Miller, Innsbruck**