Zentrieren der Winkel

Gustav Polzer [1]

[1] *Triangulierungs- und Kalkulbureau*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **1** (8), S. 125–128

1903

ÖSTERREICHISCHE

Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES
DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:
DER VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:	Erscheint am 1. und 16. jeden Monats.	Expedition und Inseratenaufnahme
WIEN	Preis:	durch
III. Kübeckgasse 12.	12 Kronen für Nichtmitglieder.	Ad. della Torre's Buch- & Kunstdruckerei
		Wien IX. Porzellangasse 28.

Nr. 8. Wien, am 1. September 1903. I. Jahrgang.

Zentrieren der Winkel.

Von *Gustav Polzer*, k. k. Geometer im Triangulierungs- und Kalkulbureau.

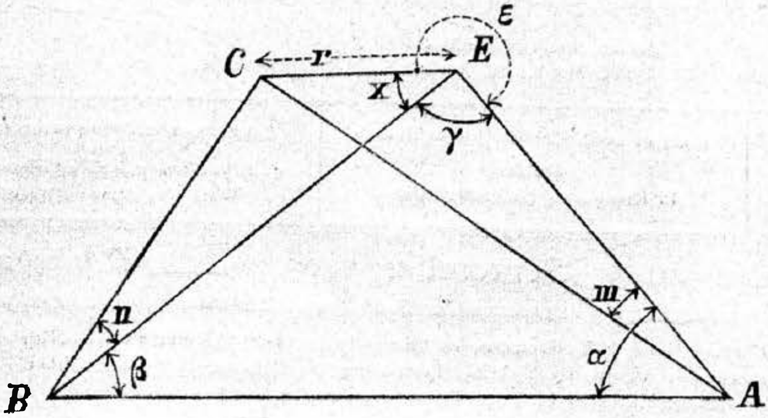
Im Verlaufe der Beobachtungen kann der Fall eintreten, dass man aus irgend welchen Gründen gezwungen ist, das Winkelmessinstrument seitwärts jenes Punktes aufzustellen, den man als Triangulierungspunkt gewählt hat, also verhindert ist, im Scheitelpunkte der zu messenden Winkel zu observieren. Lassen sich weiters die Zentrierungselemente hiezu nicht direkt messen, wie es zum Beispiel bei Observationen auf Kirchtürmen und ähnlichen Bauwerken meistens vorkommt, so werden diese Daten auf verschiedenartige Weise, gewöhnlich durch das Verfahren des Ablotens (Projizierung des Turmknopfes in die Kammer) oder durch Annahme einer Hilfsbasis mittelbar bestimmt.

In der Instruktion für Polygonal-Vermessungen sind für die zweite jetzt allgemeiner angewandte Methode ausführliche Erläuterungen nebst Angabe von Beispielen aus der Triangulierung der Stadt Brünn enthalten.

Durch folgenden Vorgang will ich keinesfalls einen Vergleich mit jenen Reduktionsberechnungen anstellen, sondern bloss einen speziellen, jedoch sehr oft durchführbaren Fall wählen, ausser den Beobachtungen von den beiden Endpunkten der Hilfsbasis nach dem Zentrum und dem exzentrischen Standpunkte noch die Richtungsbeobachtungen, respektive Repetitions-Winkelmessungen, nach den Basispunkten gelegentlich der Observation am Exzenter mit in den Satz aufzunehmen, welchen Winkel ich zur Bestimmung der Zentrierungselemente (hier ε und r angenommen) besonders verwerten will.

In nebenstehender Figur F_1 sei E der exzentrische Standpunkt und C das Zentrum, auf welches die beobachteten Richtungen (Winkel) reduziert werden sollen, d. h. so zu bestimmen sind als ob die Messungen von diesem Punkte aus vorgenommen worden wären und A B die gemessene Hilfsbasis.

Figur F_1



Als gegebene Grössen erscheinen hier folgende gemessene Werte: die Hilfsbasis A B und die Winkel α, β, γ, m und n; gesucht werden Winkel ε und r, wobei jedoch der fragliche Winkel **nicht** durch Ergänzung auf 180° (als Dreiecks - Abschluss) bestimmt werden soll.

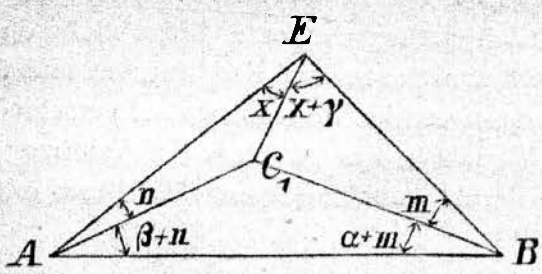
$\varepsilon = 360^0 - (\gamma + x)$, wovon der Winkel x nur aus den gemessenen Grössen durch Anwendung einer Seitengleichung im Vierecke A B C E abgeleitet werden soll.

Diese Ableitung diene bloss zur Aufstellung einer dann allgemein giltigen Formel.

Lindemann und *Firmenich* wendeten schon auf ähnliche Weise Seitengleichungen zur Berechnung unvollständig gemessener Vierecke an.

Nehmen wir C als Spitze des Zentralsystemes für unsere Seitengleichung an, wobei die Günstigkeit der Annahme desselben (nach dem Flächensatze) hier gar keine Ro le spielt. Zur sicheren Aufstellung der gewünschten Gleichung diene die Figur F_2, in welcher C durch Drehung um eine Achse B E gedacht nach C_1 verlegt wurde.

Figur F_2



$$\frac{\sin(x+\gamma)\,.\,\sin n\,.\,\sin(\alpha - m)}{\sin x\,.\,\sin(\beta + n)\,.\,\sin m} = 1 \;\ldots\ldots\ldots \text{daraus ist:}\; \frac{\sin(x+\gamma)}{\sin x} =$$

$$\frac{\sin(\beta + n)\,.\,\sin m}{\sin n\,.\,\sin(\alpha - m)} = \frac{\sin x\,.\,\cos\gamma + \cos x\,.\,\sin\gamma}{\sin x},$$

woraus durch Kürzung und Division beiderseits durch $\sin\gamma$ der zu bestimmende Winkel x resultiert.

$$\operatorname{cotg} x = -\operatorname{cotg}\gamma + \frac{\sin(\beta + n)\,.\,\sin m}{\sin n\,.\,\sin(\alpha - m)\,.\,\sin\gamma} \;\ldots\ldots \text{(I.}$$

$$\varepsilon = 360^0 - (\gamma + x)$$

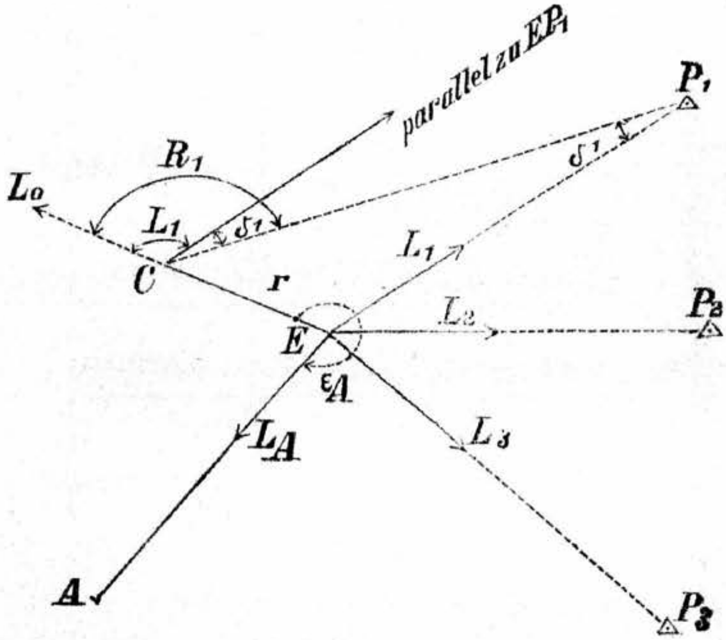
Zur Bestimmung des Wertes von r bilde man $\alpha + \beta + \gamma - 180^0 = \pm v$ und verteile diesen Fehler zu gleichen Teilen auf diese drei Winkel.

Im Dreiecke ACE (siehe Figur F_1) sind bekannt die Winkel ($\gamma + x$ und m; gesucht wird die Seite r.

$$AE = \frac{AB \,.\, \sin\beta}{\sin\gamma} \text{ und weiters } r = \frac{AE \,.\, \sin m}{\sin(m+\gamma+x)} \; \ldots\ldots \text{ (II.}$$

Mit den nun bekannten Zentrierungs-Elementen (ε und r) und der Auflösung der Gleichung $\sin\delta = \frac{r \,.\, \sin CEP}{CP}$ . . . (allgemein) erhält man die gewünschten Werte für die Richtungen nach den Punkten P_1, P_2, P_3 . . . . ., als R_1, R_2, R_3 . . . . . und so weiter (siehe Figur F_3).

Figur F_3



Ablesung am Limbus in Graden, Minuten und Sekunden für die Richtungen . . . .

von E nach C sei L_0 (hier nicht ablesbar)
„ E „ P_1 „ L_1 (abgelesen)
„ E „ P_2 „ L_2 „
„ E „ P_3 „ L_3 „
„ E „ A „ L_A „

Zusammenstellung der Richtungswinkel bezüglich der Richtung EC:

Richtungswinkel von E nach Punkt A ist ε_A vorne gerechnet,
„ „ E „ „ P_1 „ $\varepsilon_1 = \varepsilon_A - P_1 EA = \varepsilon_A - (L_A - L_1$
„ „ E „ „ P_2 „ $\varepsilon_2 = \varepsilon_A - (L_A - L_2)$
„ „ E „ „ P_3 „ $\varepsilon_3 = \varepsilon_A - (L_A - L_3)$
„ „ E „ „ A „ $\varepsilon_A = \varepsilon_A - (L_A - L_A) = \varepsilon_A$

Sind nun aus einer vorausgegangenen Arbeit, einer vorläufigen Berechnung oder aus einer verlässlichen Karte die Entfernungen von C nach den Punkten P_1, P_2 und P_3 bekannt, so folgt:

Auflösung der Gleichung . . . . $\sin\delta = \frac{r \,.\, \sin CEP}{CP}$

Schema.

Zahlen	Logarithmen (mit fünf Dezimalstellen)			
	für P_1	für P_2	für P_3	für A
r ist bis auf Centimeter genau anzugeben	log r	log r	log r	log r
CP näherungsweise in Metern	cpl. log CP_1	cpl. log CP_2	cpl log CP_3	cpl. log CA (hier bis auf Centimeter)
$\sin CEP = \sin \varepsilon$, bloss bis auf Minuten	log sin ε_1	log sin ε_2	log sin ε_3	log sin ε_A (hier bis auf Sekunden)
Summe $= \sin \delta$	log sin δ_1	log sin δ_2	log sin δ_3	log sin δ_A
Zahlen:	δ_1	δ_2	δ_3	δ_A

$L_1 + \delta_1 = R_1$ . . . endgiltiger Wert der Richtung nach P_1
$L_2 + \delta_2 = R_2$ . . . „ „ „ „ „ P_2
$L_3 + \delta_3 = R_3$ . . . „ „ „ „ „ P_3
$L_A + \delta_A = R_A$ . . . „ „ „ „ „ A

auf das Zentrum umgerechnet.

Zur Kontrolle der Richtungswinkel nehme man jetzt die Richtung nach dem zweiten Basisendpunkte mit EB zur Anfangsrichtung an und es besteht:

Richtungswinkel von E nach B ist $\varepsilon_B = \varepsilon_A + \gamma$

„ „ E „ P_1 „ $\varepsilon_1 = \varepsilon_B - P_1 EB = \varepsilon_B - (L_B - L_1)$

dann ebenso für ε_2, ε_3, ε_A.

Um weiters die Werte für δ_1, δ_2, δ_3 und δ_A zu kontrollieren nehme man zur Berechnung derselben die Näherungsformel

$$\delta = 206265 \frac{r \, . \sin CEP}{CP} \text{ Sekunden an.}$$

Reambulierung der Gemeindegrenzen.

Seit der vor zirka sechzig bis achtzig Jahren erfolgten Landesvermessung, wobei auch die Gemeindegrenzen festgestellt und Grenzbeschreibungen verfasst wurden, ist hinsichtlich der Erhaltung der ausserordentlich wichtigen Grenzmarken wenig oder gar nichts geschehen,