

Paper-ID: VGI_190325



Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden. Mit besonderer Berücksichtigung der Methode von Professor A. Klingatsch.

Gustav Polzer

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **1, 2** (13, 1, 8, 21), S. 205–211,
3–6, 117–122, 325–330

1903, 1904

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Polzer_VGI_190325,  
  Title = {Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung  
    durch Einschneiden. Mit besonderer Ber{\u}cksichtigung der Methode von  
    Professor A. Klingatsch.},  
  Author = {Polzer, Gustav},  
  Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {205--211, 3--6, 117--122, 325--330},  
  Number = {13, 1, 8, 21},  
  Year = {1903, 1904},  
  Volume = {1, 2}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES

DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

DER VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration: Wien, III. Kúbeckgasse 12. K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und Clearing-Verkehr Nr. 824.175	Erscheint am 1. und 16. jeden Monats: Preis: 12 Kronen für Nichtmitglieder.	Expedition und Inseratenaufnahme durch <i>Ad. della Torre's Buch- & Kunstdruckerei</i> Wien, IX. Porzellangasse 28.
---	---	--

Nr. 13.

Wien, am 16. November 1903.

I. Jahrgang.

INHALT: Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden. Mit besonderer Berücksichtigung der Methode von Professor *A. Klingutsch*. — Auftrags-Apparat mit Piquier-Vorrichtung. — Aus den Landtagen. — Vereinsnachrichten. — Kleine Mitteilungen. — Stellenausschreibungen. — Offener Sprechsaal. — Bücherschau. — Inserate

Nachdruck der Original-Artikel nur mit Einverständnis der Redaktion gestattet.

Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden.

Mit besonderer Berücksichtigung der Methode von Professor *A. Klingutsch*.

Immer mehr tritt das Bestreben zu Tage, die Aufgaben der Punktbestimmung für die Dreiecke niederer Ordnungen (Detail-Triangulationen) statt nach der strengen aber sehr zeitraubenden und oft umständlichen Methode, der kleinsten Quadrate — nach praktischen Regeln — durch einfache Verfahren durchzuführen, ohne dabei die Gesetze der Fehlertheorie ausser acht zu lassen. Hieher gehören die empirischen Ausgleichungs-Methoden, die vor allem dort gute Dienste leisten, wo weniger auf besondere Schärfe der Resultate geachtet, sondern mehr auf Zeitgewinn Wert gelegt wird, wie zum Beispiel für vorläufige Bearbeitung der Netze höherer Ordnung; weiters die graphischen Verfahren nach der fehlerzeigenden Figur, bei welchen entweder die Widersprüche in den Beobachtungsdaten allein dargestellt werden oder der fragliche Punkt direkt konstruiert wird.

Zur Ausgleichung mit fehlerzeigenden Figuren ist zuerst das vom Oberst *Tulla* in Baden eingeführte Verfahren zu nennen. Hier werden vorher die Winkel in jedem Dreiecke (Polygon) durch eine einfache Verteilung der vorhandenen Beobachtungsfehler ausgeglichen.*) Ist nun auf diese Weise eine Uebereinstimmung unter den gemessenen Winkeln, respektive den

*) Ein derartig durchgeführtes Beispiel befindet sich im Taschenbuche: „Die Vermessungskunde“ von *W. Miller*, Verlag Gebrüder *Jänecke*, Hannover, Preis 3 Mark.

gegebenen Neigungswinkeln, hergestellt, so werden mit diesen verbesserten Werten und auf Grundlage der gegebenen Seite (mehrerer Seiten) die einzelnen Dreiecke aufgelöst, wobei durch die doppelte Berechnung der Seiten zweierlei Werte für dieselben resultieren, mittels derer Differenzen — Seitendifferenzen — die fehlerzeigende Figur gebildet wird.

Ein zweites Verfahren, die fehlerzeigende Figur aus — Querverschiebungen der Strahlen — herzustellen, wurde zum erstenmale von *J. H. Franke* angewendet und später durch Professor *Hammer* mit sehr wichtigen wie ebenso interessanten Zusätzen bereichert. Selbes ist die jetzt beim Württemberg'schen Kataster vorgeschriebene graphische Ausgleichungsmethode. Der Vorgang hiezu ist kurz folgender:

Mit den Koordinaten eines aus irgend einem beliebigen Dreiecke berechneten Näherungspunktes und jenen der gegebenen Punkte rechnet man die vorläufigen Richtungswinkel (Näherungswerte). Mit den Differenzen (nur wenige Sekunden betragend z. B. δ''), die aus diesen Näherungswerten und den beobachteten Winkel oder Richtungs-Werten gefunden werden und den vorläufigen Längen (z. B. S in km) der Seiten erhält man die Masse (z. B. p) für die Querverschiebungen der Strahlen ($p = \frac{S \delta''}{s''}$).

Trägt man somit die Richtungen, bloss in Zehntel-Graden, auf ein bei fast allen graphischen Ausgleichungen übliches Millimeter-Karré-Papier mit Randteilung, dessen Mittelpunkt mit dem Näherungspunkte identisch angenommen wurde auf, so bekommt man durch nachherige parallele Verschiebung der Strahlen um den oben ermittelten Betrag (p) eine fehlerzeigende Figur. Wählt man in dieser einen Punkt bloss nach dem Augenmasse, doch mit Berücksichtigung einer gewissen Bedingung (*Hammer'sches* Prinzip), so hat man den gewünschten Punkt. Zur Ausführung der Querverschiebungen der Richtungen wie auch der *Hammer'schen* Streifen eignet sich der von der Firma *L. Tesdorpf* in Stuttgart sehr einfach konstruierte Abschiebeapparat (Parallellinea) ganz ausserordentlich gut. Zu dieser Methode gehört auch das beim österreichischen Kataster eingeführte Ausgleichungs-Verfahren mit Hilfe des *Horsky'schen* Diagrammes, welches durch die besonders praktische und wertvolle Bestimmung mehrerer Punkte im Zusammenhange noch vollkommener als das eben Genannte erscheint. Im Anschlusse zu letzterem sei noch auf das in Nr. 11 der „Oesterreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen“ behandelte Verfahren vom k. k. Geometer *M. Komel* hingewiesen.

Als dritte Art verdient weiters die auf geniale Weise entwickelte Ausgleichung trigonometrischer Messungen — nach der Methode der geometrischen Oerter — von *Adolf Weixler*, k. u. k. technischer Offizial, besonderer Erwähnung, welche im Bande XVI der „Mitteilungen des k. u. k. militär-geographischen Institutes“ publiziert worden ist. Der Verfasser dieser Studie war von dem Gedanken geleitet, die Ausgleichung von Dreiecken als ein Problem der Geometrie des Raumes zu behandeln. Die auszugleichenden Elemente (beobachtete Winkel) der Dreiecke werden hier durch Gerade ver-

anschaulicht, welche in einer horizontalen Koordinaten-Ebene liegen. Es werden bei dieser geodätischen Punktbestimmung geometrische Oerter von dreierlei Gattung unterschieden. Schliesslich sind noch Anwendungen dieser Methode auf die allgemeinen Aufgaben bei Netzausgleichungen und zwar auf die Polygons-Ausgleichung, die Ausgleichung im Vierecke, bei der Doppel- und mehrfachen Punkteinschaltung und bei der einfachen Punkteinschaltung im oben zitierten Bande angegeben.

Ein vierter Vorgang besteht in der Aufzeichnung der fehlerzeigenden Figur — nach Koordinaten-Differenzen — an welchen sich die direkte Punktkonstruktion nach Professor *A. Klingatsch* anschliesst, die ich zum Schlusse durch einige Beispiele eingehender berücksichtigen will.

Eine weitere direkte Punktkonstruktion gibt die Lösung von *Bertot*. Siehe die „Vermessungsanweisung IX vom 25. Oktober 1881 für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten des preussischen Katasters“. Dieselbe gründet sich auf eine Schwerpunktsbestimmung. Sind nämlich mehrere Gerade gegeben, so ist jener Punkt, für welchen die Summe der Quadrate seiner Entfernungen von den Geraden (Fusspunkten) ein Minimum ist, gleichzeitig der Schwerpunkt der Fusspunkte der Normalen. Die Bestimmung des fraglichen Punktes erfolgt mittels eines Hilfskreises aus der Darstellung der Schwerpunkte. *D'Ocagne* führt dieselbe Aufgabe ohne Hilfskreis und zwar linear durch.

Klingatsch sucht zwei den Normalgleichungen entsprechende Gerade zu bestimmen. Seine Lösung erfolgt nicht analytisch, sondern durch eine einfache Konstruktion, die aus ganz elementaren Sätzen der graphischen Statik hergeleitet worden ist.

Ich will mich hier auf die Ableitungen über „die Bestimmung des Minimumpunktes in einer fehlerzeigenden Figur“ wie über „die Genauigkeit der Punktbestimmung“ nicht näher einlassen, sondern verweise bloss auf des Verfassers Werk: „Die graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden“, Verlag von *Karl Gerold's Sohn* in Wien, Preis 3 Kronen.

Der erste Teil dieses Werkes umfasst lediglich die Punktbestimmung und der zweite Untersuchungen über die Genauigkeit der Methode bei gleichzeitiger sehr vorteilhafter Anwendung der Fehlerellipse. Was die soeben genannten „elementaren Sätze der graphischen Statik“ anbelangt, so sei noch bemerkt, dass schliesslich auch in dieser Hinsicht vom Verfasser, durch Beigebung eines Anhanges über die notwendigsten Regeln derselben, bestens gesorgt wurde.

Als erster Fall sei ein Beispiel*) über eine Punktbestimmung durch „Vorwärtseinschneiden nach mehr als zwei gegebenen Punkten“ oder auch Bestimmung eines Punktes durch äussere Richtungen gewählt.

*) Entnommen dem „Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate“ von Professor *E. Hegenann*, Verlag von *Paul Parey*, Berlin, 1902.

In Figur 1 seien F_1, F_2, F_3 und F_4 vier fest gegebene Standpunkte (Festpunkte) mit folgenden Koordinaten:

	y		x
F_1	+ 22951'19 m	— 6068'08 m
F_2	+ 22549'91	— 1836'33
F_3	+ 24460'73	— 3583'49
F_4	+ 21200'73	— 2820'63
F_5	+ 22234'06	— 4441'63

Die Koordinaten des Näherungspunktes N sind:

	y		x
N	+ 22616'00 m	— 3826'60 m (abgerundet)

Die aus früheren Rechnungen bereits bekannten Südwinkel der Richtungen zwischen den Festpunkten sind:

$$\begin{aligned}
 [\text{Von } F_1 \text{ nach } F_2] &= 336^\circ 12' 23.5'' \\
 [\text{ " } F_3 \text{ " } F_1] &= 211^\circ 16' 52.5'' \\
 [\text{ " } F_2 \text{ " } F_3] &= 132^\circ 26' 18.1'' \\
 [\text{ " } F_4 \text{ " } F_2] &= 53^\circ 53' 13.4''
 \end{aligned}$$

Durch Richtungsmessungen (Winkelmessungen) auf den Stationen F_1, F_2, F_3 und F_4 wurden die Richtungen nach dem zu bestimmenden Punkte im Koordinatensystem festgelegt, welche im Nachfolgenden mit $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ und φ_4 (beobachtete Werte) bezeichnet sind. Nach dem Winkel-Manuale (siehe dieses in „Hegemann Ausgleichsrechnung“) sind:

$$\begin{aligned}
 \text{Winkel } \alpha &= 15^\circ 17' 35.0'' & \text{Winkel } \gamma &= 45^\circ 39' 10.9'' \\
 \text{ " } \beta &= 51^\circ 12' 10.5'' & \text{ " } \delta &= 71^\circ 31' 13.3''
 \end{aligned}$$

Durch entsprechende Addition dieser hier bloss auszugsweise angegebenen Winkeln erhält man für:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= 351^\circ 29' 58.5'' & \varphi_3 &= 262^\circ 29' 03.0'' \\
 \varphi_2 &= 178^\circ 05' 29.0'' & \varphi_4 &= 125^\circ 24' 26.7''
 \end{aligned}$$

Das Auftragen der Fehlerfigur geschieht nun am praktischesten nach der von *F. G. Gauss* angegebenen Weise wie folgt: Seien ξ und η die Abschnitte der Achsen, (Entfernungen der Kreuzungspunkte vom Ursprunge des Systemes), so besteht:

$$\begin{aligned}
 \xi &= (y_N - y_F) \cdot \cotg \varphi_F + x_F \\
 \eta &= (x_N - x_F) \cdot \tang \varphi_F + y_F
 \end{aligned}$$

wobei der einfacheren Schreibweise wegen statt φ_{F_1} u. s. w. bloss φ_1 u. s. w. in der Folge gesetzt wurde. Ich will hier nur für einen der vier Strahlen (Richtungen) den übrigens ganz simplen Vorgang durchführen.

Näherungspunkt N	..	$y_N = + 22616.00$...	$x_N = - 3826.60$
Standpunkt F_1	...	$y_{F_1} = + 22951.19$	$x_{F_1} = - 6068.08$
Differenzen		..	$y_N - y_{F_1} = - 335.19$	$x_N - x_{F_1} = + 2241.48$

$$\begin{array}{l} \log (y_N - y_{F_1}) = 2.525291 \\ \log \cotang \varphi_1 = 0.825487 \\ \log (y_N - y_{F_1}) \cotang \varphi_1 = 3.350778 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \log (x_N - x_{F_1}) = 3.350535 \\ \log \tang \varphi_1 = 9.174513 \\ \log (x_N - x_{F_1}) \tang \varphi_1 = 2.525048 \end{array}$$

$$(y_N - y_{F_1}) \cdot \cotang \varphi_1 = + 2242.73 \qquad (x_N - x_{F_1}) \cdot \tang \varphi_1 = - 335.00$$

$$\begin{array}{l} \text{Strahl } F_1 N \dots x_1 = - 3825.35 \dots \dots \dots y_1 = + 22616.19 \\ \text{Dagegen der Wert für} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} N \dots x_N = - 3826.60 \dots \dots \dots y_N = + 22616.00 \\ \text{Ergibt somit für } \xi_1 = + 1.25 \text{ (südlich)} \qquad \eta_1 = + 0.19 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{(westlich)} \end{array}$$

Ebens• berechnet, bekommt man für die anderen Achsenschnitte:

$$\begin{array}{l} \xi_2 = + 7.00 \text{ m,} \quad \xi_3 = - 0.27 \text{ m,} \quad \xi_4 = - 0.09 \text{ m} \\ \eta_2 = + 0.23 \text{ m,} \quad \eta_3 = + 2.06 \text{ m,} \quad \eta_4 = - 0.13 \text{ m} \end{array}$$

Ergeben sich im Verlaufe der Rechnung für die Anfertigung der Zeichnung unbequeme Resultate, wie z. B. für $\xi_2 = + 7.00$ m, so kann man sich leicht durch Ermittlung von Rand-Schnitten helfen. Für den genannten Fall haben wir:

$(7.00 - 0.50) : 7.00 = m_2 : 0.23$ daraus ist $m_2 = 0.213$ m, weiters $m_1 = 0.114$ m und $m_3 = 0.204$ m. Die Berechnung der Randschnitte erscheint jedoch im allgemeinen für überflüssig.

Die Bestimmung derselben kann wohl in zwei Fällen für sehr zweckmässig erscheinen, Erstens einmal wenn ξ und η , respektive ξ oder η allein zu kleine Werte ergeben und zweitens, wenn die Zeichenfläche (wie es auch bei mir der Fall war) zu klein ist.

Behufs Feststellung der Gewichte (hier mit p bezeichnet) benötigt man noch die Entfernungen s_1, \dots, s_4 , welche man nach der Formel

$$s = \sqrt{(y_F - y_N)^2 + (x_F - x_N)^2}$$

wie folgt erhält:

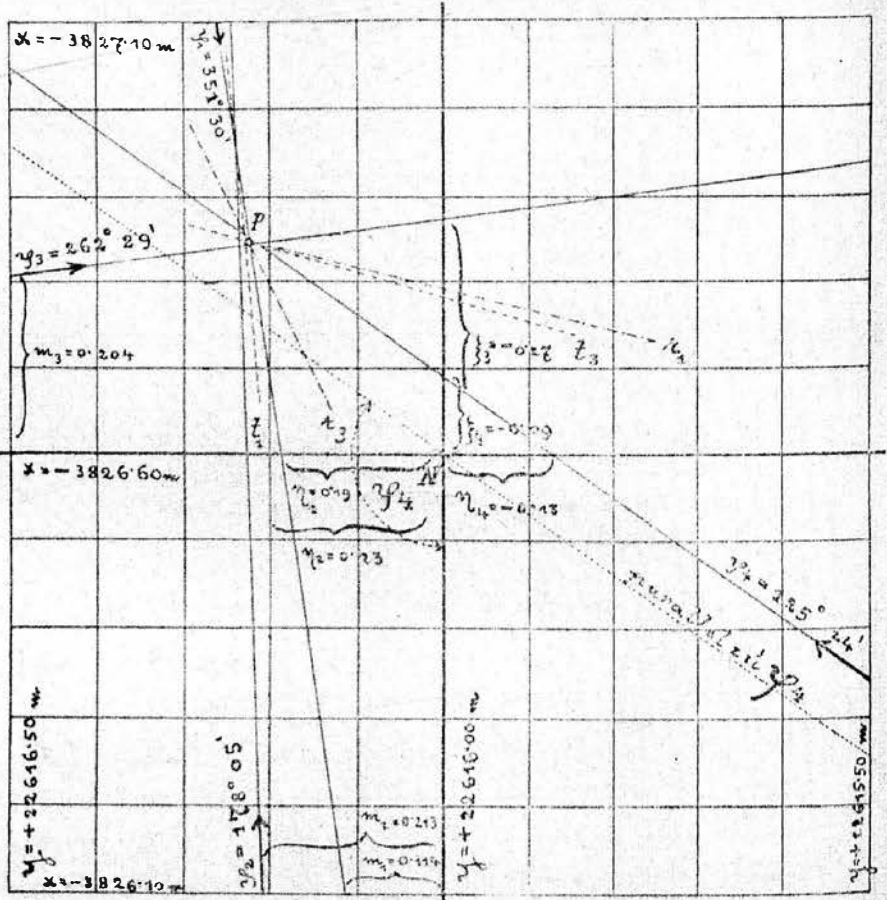
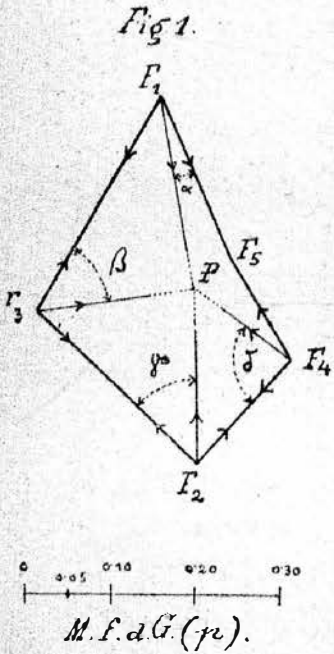
$$s_1 = 2.27 \text{ km,} \quad s_2 = 1.99 \text{ km,} \quad s_3 = 1.86 \text{ km,} \quad s_4 = 1.42 \text{ km.}$$

Professor *A. Klingatsch* setzt nämlich $p = \frac{1}{s^2}$ (die Begründung hiezu siehe § 3 seiner schon oben genannten Publikation). Darnach ist:

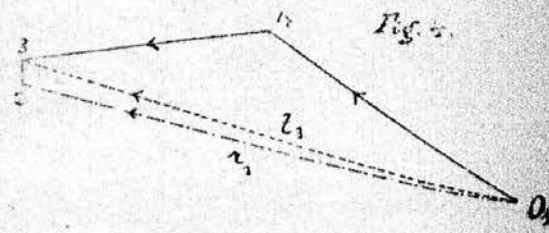
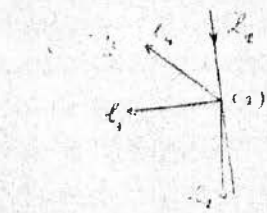
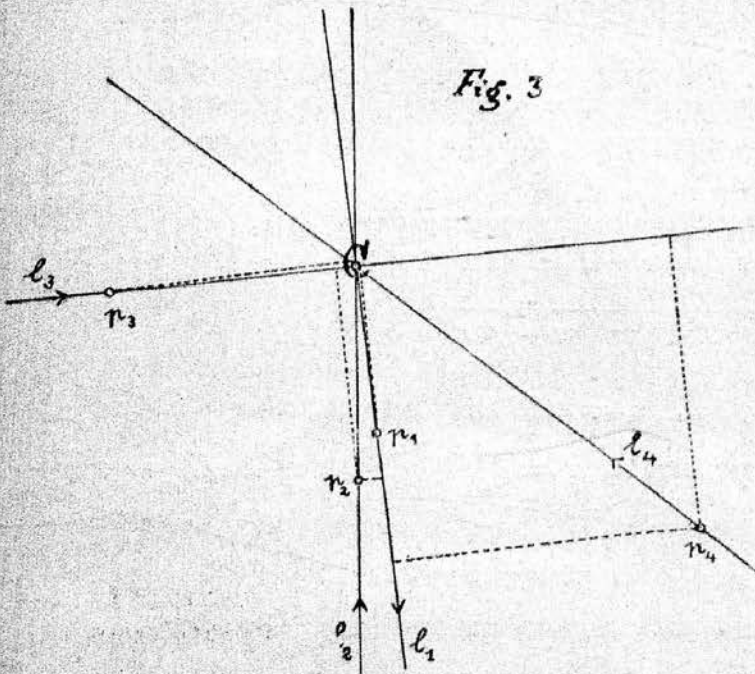
$$p_1 = 0.194, \quad p_2 = 0.252, \quad p_3 = 0.289, \quad p_4 = 0.495$$

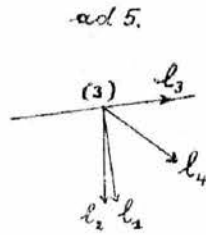
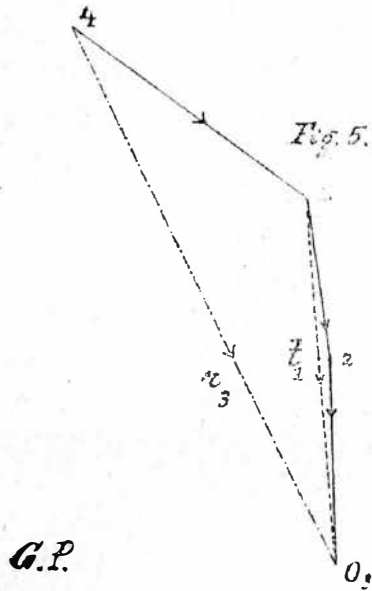
Was die Erläuterungen zu den nebenstehenden Figuren betrifft, so dient Fig. 1 zur Uebersicht über die Lage der gegebenen Punkte zum Neupunkte, Fig. 2 ist die Fehlerfigur, Fig. 3 ist die Gewichtsfigur und Fig.

Fig. 2



M = 1:10





Nach der Konstruktion

$$\text{Ist: P. . . } \begin{cases} y = + 22616.225 \text{ m} \\ x = - 3826.845 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Nach der Rechnung P. . . } \begin{cases} y = + 22616.226 \text{ m} \\ x = - 3826.841 \text{ m} \end{cases}$$

G.P.

4 und 5 zwei „Mittelkraftspolygone“ dienen zur Bestimmung zweier Resultanten, welche letztere in Figur 2 sinngemäss eingetragen, uns in ihrem Schnittpunkte den gewünschten Punkt geben. Man hat nun nichts anderes zu tun, als bloss Δy und Δx an der Millimeterteilung abzulesen und den Koordinaten des Näherungspunktes nach dem Vorzeichen beizufügen.

Nachdem man in der vorher beschriebenen Weise die Fehlerfigur angefertigt hat, wähle man seitwärts davon einen Punkt (C), ziehe durch denselben parallele Linien (l) zu den Richtungen (Strahlen) der Fehlerfigur und trage die Gewichte (p) nach beigefügtem Masstabe hier auf. Um die zwei Resultanten (r_1 und r_2) bezüglich deren Schnittpunktes (P) günstig zu bekommen, benütze man vorteilhaft solche zwei Seiten zu Fusspunktlinien, die nach Fig. 1 nahezu rechtwinkligen Schnitt erwarten lassen; hier wurde (F_1N) und (F_3N) angenommen. Zur sicheren Konstruktion der beiden Mittelkraftspolygone skizziere man sich zwei Hilfsfiguren (ad 4 und ad 5). Durch den Schnittpunkt der Richtungen φ_1 und φ_3 , respektive φ_2 und φ_1 ziehe man auf Grund des Polygons 4, respektive 5 die Subresultanten t_3 , respektive t_1 bis zum Schnitte mit φ_3 und φ_1 . Durch diese zwei neu erhaltenen Schnittpunkte führe man Gerade parallel zu r_1 respektive r_3 (Siehe Fig. 4 und 5), in deren Schnittpunkte erhalten wir den gewünschten Punkt (hier P).

Gustav Polzer.

Auftrags-Apparat mit Piquiervorrichtung.

Bei Anfertigung von Ortsriedmappen, Regulierungsplänen und dgl., wo auf eine Abscisse oft sehr viele Ordinaten in kurzen Abständen zur Auftragung gelangen, ist es Bedürfnis, sich eines Auftragapparates zu bedienen, der das zeitraubende Errichten von Senkrechten entbehrlich macht und die Geuanigkeit der Arbeit wesentlich erhöht.

Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden.

Nach der Methode von Professor *A. Klingatsch*.

(Fortsetzung).

Im Anschlusse an die in der Nummer 13 dieser Zeitschrift Jahrgang 1903 gebrachten Erläuterungen und Ausführungen über die obige Methode will ich im folgenden als zweiten Fall die Aufgabe einer Punktbestimmung durch »Rückwärtseinschneiden (Pöthenotsches Problem) nach mehr als drei gegebenen Punkten« oder auch die Bestimmung eines Punktes durch innere Richtungen behandeln und hierzu ein nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnetes Beispiel*) annehmen. Klingatsch führt in seiner Publikation auch eine Lösung der Pöthenotschen Aufgabe mit »Winkelbeobachtungen« durch, auf die ich jedoch nicht näher eingehen will, da man heutzutage überall nur mehr mit Richtungsbeobachtungen zu tun hat. In diesem Falle muß überdies noch eine sekundäre Fehlerfigur konstruiert werden, welche die Darstellung kompliziert, während bei jenem mit »Richtungsbeobachtungen« die Konstruktion des Minimumpunktes unmittelbar, wie bei der mehrfachen Punktbestimmung durch Vorwärtseinschneiden, aus bloß einer fehlerzeigenden Figur vorgenommen werden kann.

Hat man auf dem zu bestimmenden Punkte (Neupunkte) einen Richtungssatz nach den gegebenen Fixpunkten (Festpunkten) gemessen, so sind diese Richtungen vorher genähert zu orientieren, was durch Berechnung von Näherungskoordinaten des Neupunktes und dem damit erhaltenen vorläufigen Südwinkel von nur einer Seite geschieht. Dreht man jetzt den ganzen gemessenen Richtungssatz entsprechend nach dieser näherungsweise Orientierung, so werden auch die anderen Richtungen mit den Südwinkeln der betreffenden Strahlen nahezu stimmen und immer noch den Charakter von Originalmessungen beibehalten.

Mit nun abgerundeten Werten der Näherungskoordinaten des Neupunktes konstruiere man die Fehlerfigur ebenso wie im Falle des Vorwärtseinschneidens. Wählt man diese Werte derartig, daß sie denjenigen des Neupunktes sehr nahe kommen, so kann man sogar den natürlichen Maßstab für die Fehlerfigur verwenden, was zwar eine genauere Konstruktion des gewünschten Punktes ergibt aber für die Berechnung der Koordinaten ξ und η der Abschnitte der Strahlen unbequemer wird, da man ξ und η bis auf drei Dezimalstellen berechnen müßte.

In Figur 1 seien F_1 , F_2 , F_3 , F_4 und F_5 fünf fest gegebene Punkte (Festpunkte) mit folgenden Koordinaten:

*) Entnommen dem »Handbuch der Vermessungskunde« von Dr. W. Jordan, I. Band, 4. Auflage, Stuttgart 1895.

Fig. 2.

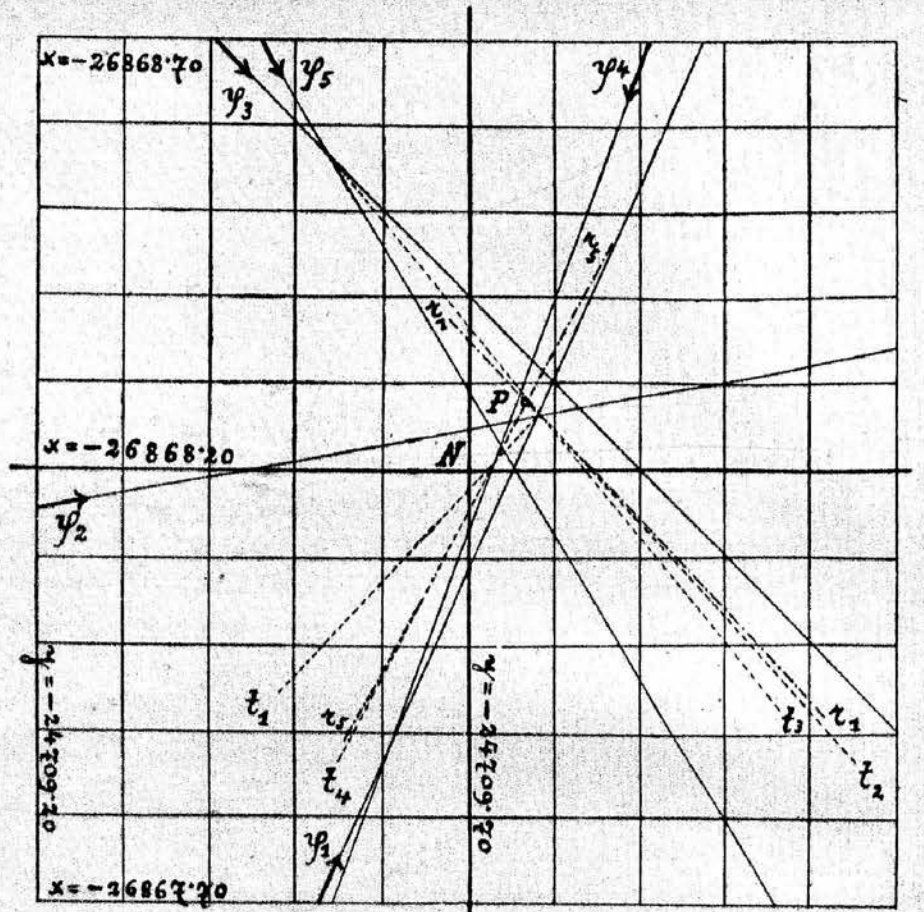
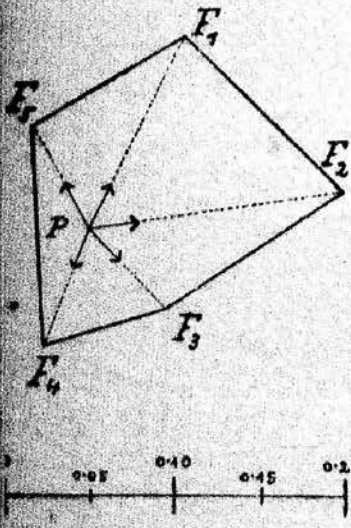


Fig. 1.



M. f. d. G. (p).

M=1:10

Fig. 3.

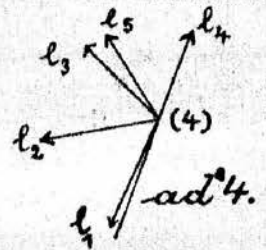
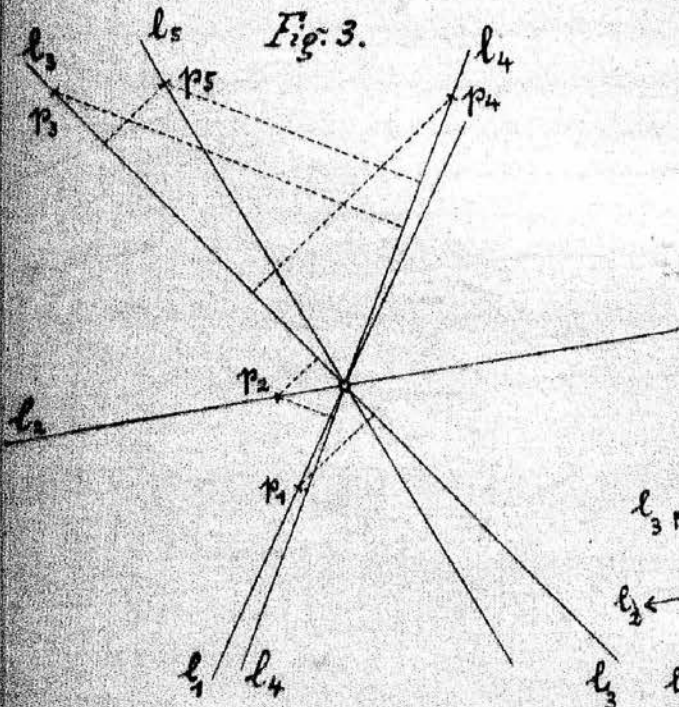


Fig. 4.

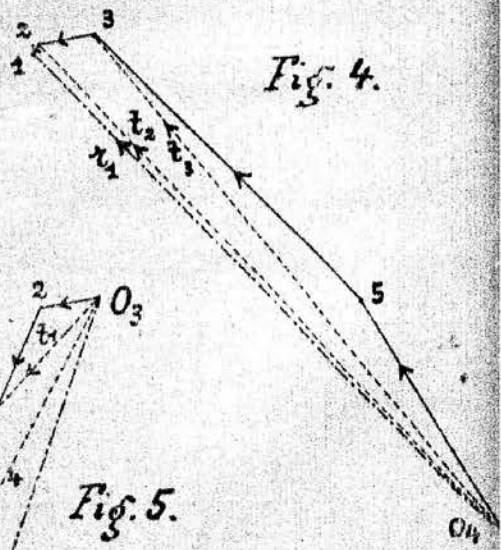
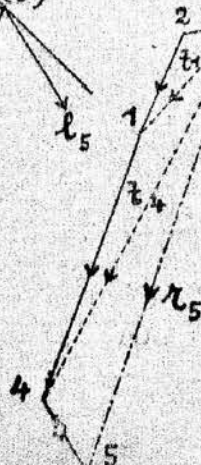
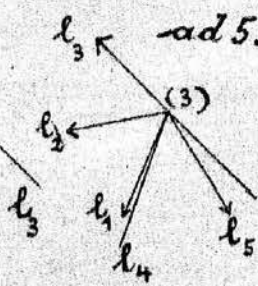


Fig. 5.



G.P.

	y		x
F ₁	23086·93	m	23266·61
F ₂	19888·67		25951·88
F ₃	23271·81		28308·40
F ₄	25538·49		29071·47
F ₅	25842·80		24977·40

und P sei der zu bestimmende Punkt (Neupunkt). Aus drei günstig gelegenen Punkten erhält man vor allem für den Neupunkt P die Näherungskordinaten:

P Näherung . . . (y) = 24709·80 m . . . (x) = 26868·30 m.

Nun folgt die Berechnung des vorläufigen Süd winkels eines Strahles, hier von P Näherung nach F₃, welche bei diesem Beispiele nur deshalb durchgeführt wird, da die vorläufigen Koordinaten des Neupunktes schon aus einer früheren Arbeit bekannt sind und die neuerliche pothenotische Bestimmung derselben somit unterbleibt.

F (Festpunkt)	y _F	x _F	log Δ y
P (Näherung)	y _P	x _P	log Δ x
	y _F — y _P = Δ y	x _F — x _P = Δ x	log tang (P F)
F ₃	— 23271·81	— 28308·40	3·157755
P	— 24709·80	— 26868·30	3·158391
	+ 1437·99	— 1440·10	9·999364

Man erhält für (P F₃) = 44° 57' 29" und weiters, wenn man berücksichtigt, daß beim österreichischen Kataster die Vorzeichen — und + (statt + und — in Deutschland) für diese Differenzen gelten, für φ₃ = 315° 02' 31·0".

Der auf dem Neupunkte P gemessene Richtungssatz (Mittel aus mehreren Sätzen) beträgt:

Von P nach F ₁	249° 12' 49·4"
„ P „ F ₂	304 11 45·1
„ P „ F ₃	0 0 0·0*)
„ P „ F ₄	65 34 18·8
„ P „ F ₅	194 1 35·2

Die durch Verdrehung (Addition) des gemessenen Satzes nach φ₃ gebildeten vorläufigen Süd winkel sämtlicher Strahlen ergeben für:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 204^\circ 15' 20\cdot4'' \\ \varphi_2 &= 259 14 16\cdot1 \\ \varphi_3 &= 315 02 31\cdot0 \text{ (wie oben)} \\ \varphi_4 &= 20 36 49\cdot8 \\ \varphi_5 &= 149 04 06\cdot2 \end{aligned}$$

Das Auftragen der Fehlerfigur geschieht nun auch hier wie im ersten Falle (Vorwärtseinschneiden) nach der von F. G. Gauss angegebenen Weise.

*) Dieser Wert wurde nicht durch separate Einstellung, sondern durch Reduktion erhalten.

Zum Ursprunge (Mittelpunkte) der nachstehenden Fehlerfigur sei der Näherungspunkt N wie folgt angenommen.

$$\begin{array}{ccc} & y & x \\ N \dots & - 24709\cdot70 \text{ m} & \dots - 26868\cdot20 \text{ m} \end{array}$$

Man bekommt nach Formel:

$$\begin{aligned} \xi &= (y_N - F_F) \cdot \cotg \varphi^F + x_F \\ \eta &= (x_N - x_F) \cdot \tang \varphi^F + y_F \end{aligned}$$

Für die einzelnen ξ und η die Werte:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= + 0\cdot11 \text{ m (südlich)} \dots \xi_2 = - 0\cdot05 \text{ m} \dots \xi_3 = - 0\cdot20 \text{ m} \dots \\ \eta_1 &= - 0\cdot05 \text{ m (östlich)} \dots \eta_2 = + 0\cdot25 \text{ m} \dots \eta_3 = - 0\cdot20 \text{ m} \dots \\ &\dots \xi_4 = + 0\cdot07 \text{ m} \dots \xi_5 = - 0\cdot09 \text{ m} \\ &\dots \eta_4 = - 0\cdot026 \text{ m} \dots \eta_5 = + 0\cdot06 \text{ m} \end{aligned}$$

Hier erscheint die Berechnung von Randschnitten als überflüssig. Wurden die Lagen der Strahlen mittels eines Transporteurs überprüft, so erfolgt die Anfertigung der Gewichtsfigur und der beiden Mittelkraftspolygone wie früher. Man bilde sich die Gewichte ($p = \frac{1}{s^2}$) aus den Entfernungen

$$s = \sqrt{(y_F - y_N)^2 + (x_F - x_N)^2}$$

$$p_1 = 0\cdot064; p_2 = 0\cdot041; p_3 = 0\cdot240;$$

$p_4 = 0\cdot181; p_5 = 0\cdot206$ und skizziere sich einen ganz beliebigen Maßstab für dieselben.

Was die Erläuterung zu den nebenstehenden Figuren anbelangt, so dient Fig. 1 zur Übersicht über die Lage der Festpunkte zum Neupunkte, Fig. 2 ist die Fehlerfigur, Fig. 3 ist die Gewichtsfigur und Fig. 4 und 5 sind zwei Mittelkraftspolygone, welche zur Bestimmung der Resultanten (und Subresultanten) dienen.

In Fig. 3 wurden die Seiten l_3 und l_1 , Parallele zu den Seiten s_3 und s_1 , als Fußpunktlinien angenommen.

Nach Fig. 4 wurden in Fig. 1 die Subresultanten t_3 und t_1 durch die Schnittpunkte der Strahlen φ_3, φ_1 resp. t_3, φ_3 und dann die Resultante r_1 durch denjenigen von t_2, φ_1 durch parallele Verschiebung gezogen.

Ebenso geschah dies auch bezüglich der Figur 5.

Darnach wurden t_1 durch den Schnitt von φ_2, φ_1 , dann t_1 durch denjenigen von t_1, φ_4 und endlich r_3 durch den von t_1, φ_5 geführt.

Im Schnittpunkte von r_1 und r_3 erhält man den gewünschten Punkt P.

Die Konstruktion ergibt für den Neupunkt P die Koordinaten:

$$y = - 24709\cdot765 \text{ m} \dots \dots x = - 26868\cdot280 \text{ m}$$

und die Rechnung:

$$y = - 24709\cdot762 \text{ m} \dots \dots x = - 26868\cdot280 \text{ m}.$$

ÖSTERREICHISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES

DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

DER VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration: Wien, III. Kúbeckgasse 12. K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und Clearing-Verkehr Nr. 824.175.	Erscheint am 1. und 16. jeden Monats. Preis: 12 Kronen für Nichtmitglieder.	Expedition und Inseratenaufnahme durch Ad. della Torre's Buch- & Kunstdruckerei Wien, IX. Porzellangasse 28
--	---	--

Nr. 8.

Wien, am 16. April 1904.

II. Jahrgang.

INHALT: Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden. Nach der Methode von Professor A. Klingatsch. (II. Fortsetzung). — Zur Vermarkungsfrage. Von Viktor Dimacze k. k. Geometer für agrarische Operationen in Brünn. — Zur Überwachung der trigonometrischen Signale und deren Stabilisierungsmarken. — Der Schutz der Kunst- und Naturdenkmale in Österreich. — Vereinsnachrichten. — Kleine Mitteilungen. — Bücherschau. — Personalien. — Inserate.

Nachdruck der Original-Artikel nur mit Einverständnis der Redaktion gestattet.

Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden.

Nach der Methode von Professor A. Klingatsch.

(II. Fortsetzung)

Ist ein Neupunkt sowohl durch Vorwärtseinschneiden, als auch durch Rückwärtseinschneiden festgelegt worden, das heißt, wurden in den gegebenen Punkten und außerdem in dem zu bestimmenden Punkte Winkelmessungen vorgenommen, so daß durch die Beobachtungen die Lage desselben überbestimmt ist, wobei auf dem Neupunkte selbst wenigstens zwei Festpunkte eingestellt worden sind, gleichgültig, ob Standpunkte darunter sind oder nicht, so liegt der in der Praxis der Detail-Triangulation am häufigsten vorkommende Fall einer Punktbestimmung durch »Vereinigtes (kombiniertes) Vorwärts- und Rückwärts-Einschneiden« oder auch der Bestimmung eines Punktes durch äußere und innere Richtungen vor.

Das im folgenden nach der obigen Methode durchgeführte Beispiel erscheint im »Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate« von E. Hegemann vollständig berechnet.

In Figur 1 sind F_1, F_2, F_3 und F_4 vier fest gegebene Punkte, von denen F_1 und F_2 Standpunkte, dagegen F_3 und F_4 Fixpunkte sind.

Der Neupunkt P wird durch die in F_1 und F_2 gemessenen äußeren Richtungen und durch die in P selbst gemessenen inneren Richtungen nach F_3, F_2 und F_4 bestimmt.

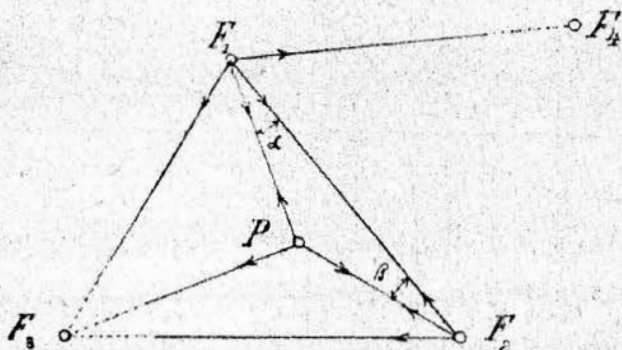
Die Koordinaten der vier Festpunkte, bezogen auf F_2 als Nullpunkt, sind:

	y	x
F_1	— 5052·61 m	+ 6307·11 m
F_2	0·00	0·00
F_3	— 8912·67	— 24·30
F_4	+ 2856·40	+ 7216·54

Die Koordinaten des Näherungspunktes N (vorläufige Koordinaten am bequemsten auf den nächsten Decimeter abrunden) lauten:

	y	x
N	— 3785·90 m	+ 2077·70 m

Fig. 1.



Die gleich genauen Richtungsmessungen (Mittel aus mehreren Sätzen) ergaben:

Auf Station P		Station F_4	
nach F_1	0° 0' 00"	F_3	0° 0' 00"
„ F_2	135° 25' 51·4"	P	28° 54' 47·1"
„ F_3	264° 22' 52·7"	F_1	51° 27' 26·9"
Station F_1			
F_4	0° 0' 00"		
F_2	57° 51' 40·1"		
P	79° 53' 08·5"		
F_3	127° 55' 44·8"		

Hier wurden die reduzierten Mittel so berechnet, daß auf jeder Station ein Punkt (Leitpunkt) mit der Richtung = 0° 0' 00" gewählt wurde. Im allgemeinen gibt man dem Limbus von vornherein eine solche Stellung, daß man die einzelnen Richtungen genähert orientiert als Ablesungsergebnis erhält (siehe die Instruktion für Polygonal-Vermessungen).

Vorläufige (genäherte) Orientierung der äußeren Richtungen.

Aus den Koordinaten der Festpunkte F_1 und F_2 rechne man zunächst die Südwinkel (endgültige Werte) der Seite $F_1 F_2$ für den Punkt F_1 , wie auch für den Punkt F_2 .

Die beiden Südwinkel sind:

$$\text{Von } F_1 \text{ nach } F_2 = 321^\circ 18' 06.7'' \text{ und}$$

$$\text{„ } F_2 \text{ „ } F_1 = 141^\circ 18' 06.7''$$

Bei Berücksichtigung der Werte von α und β (siehe Fig. 1) erhält man die vorläufig orientierten Richtungen von F_1 , resp. F_2 nach dem Neupunkte P wie folgt:

$$[F_1 F_2] = 321^\circ 18' 06.7''$$

$$[F_2 F_1] = 141^\circ 18' 06.7''$$

$$+ \alpha = 22^\circ 01' 28.4''$$

$$- \beta = - 22^\circ 32' 39.8''$$

$$(F_1 P) = \varphi_1 = 343^\circ 19' 35.1'' \text{ (rund } 35.00''). \quad (F_2 P) = \varphi_2 = 118^\circ 45' 26.9'' \text{ (rund } 27.00'').$$

Vorläufige Orientierung der inneren Richtungen

Mit Benützung von bloß einer der beiden orientierten äußeren Richtungen φ_1 oder φ_2 orientiere man nun die inneren Richtungen ebenso, wie im Falle der mehrfachen Punktbestimmung durch Rückwärtseinschneiden*).

Aus $(F_1 P) = \varphi_1 = 343^\circ 19' 35.00''$ folgt für

$$(P F_1) = \psi_1 = 163^\circ 19' 35.00''.$$

Dreht man jetzt den auf Station P gemessenen Richtungssatz nach dieser genäherten Orientierung $(P F_1)$, so werden auch die anderen Richtungen mit den betreffenden Südwindeln nahezu übereinstimmen.

Gesamtmittel der auf Station P gemachten Observationen:	Vorläufig orientierte Richtungen mittels: + $(P F_1) = 163^\circ 19' 35.0''$
Nach F_1 $0^\circ 0' 0.0''$	$\psi_1 = 163^\circ 19' 35.0''$
„ F_2 $135^\circ 25' 51.4''$	$\psi_2 = 298^\circ 45' 26.4''$ (rund $26.0''$)
„ F_3 $264^\circ 22' 52.7''$	$\psi_3 = 67^\circ 42' 27.7''$ (rund $28.0''$)

Hieraus ist $\psi_1 = \varphi_1 - 180^\circ$ (wie oben).

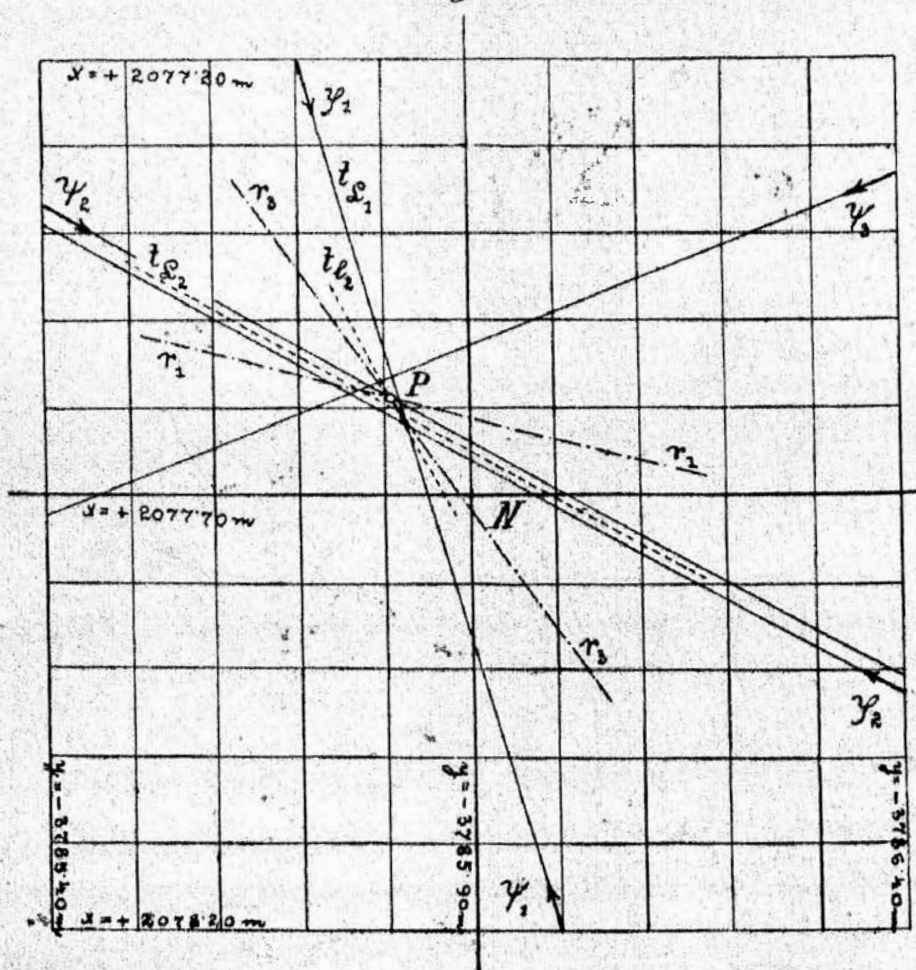
Das Auftragen der Fehlerfigur findet hier wieder nach dem von F. G. Gauß angegebenen Verfahren statt.

Zum Mittelpunkte (Ursprunge) der umstehenden Fehlerfigur Fig. 2 sei der schon oben angeführte Näherungspunkt N angenommen.

Bei der Beschreibung der Fehlerfigur habe ich mich betreffs der Annahme der Vorzeichen für die Koordinaten-Achsen an die diesbezüglichen Vorschriften beim österreichischen Kataster gehalten, ganz ungeachtet der im Beispiele gegebenen Bezeichnung für die Koordinaten der Festpunkte.

*) Vergleiche hiezu das Beispiel im Hefte Nr. 1, II. Jahrgang, Seite 5.

Fig. 2.



M-1:10

Berechnet man weiters die Schnittpunkte der Strahlen mit den durch N gezogenen Koordinaten-Richtungen aus den Formeln:

$$\xi = (y_N - y_F) \cdot \cotg \varphi_F + x_F$$

$$\eta = (x_N - x_F) \cdot \text{tang } \varphi_F + y_F$$

so erhält man für diese Achsen-Schnitte (Abstände) die Werte:

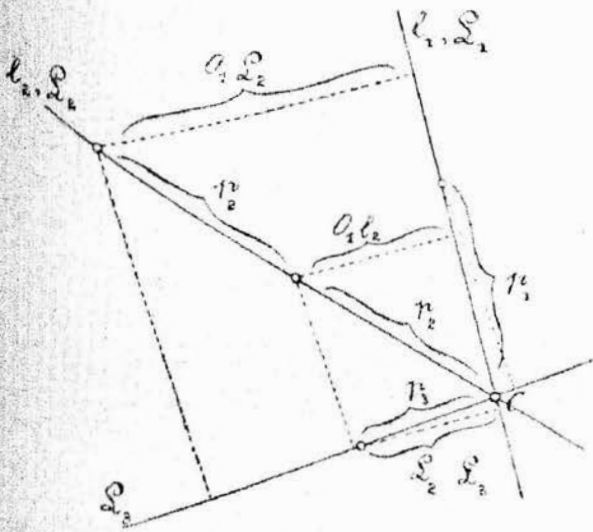
$\xi_1 = +0.17 \text{ m (südlich)}$
 $\eta_1 = +0.05 \text{ m (westlich)}$
} geltend für die äußere Richtung ψ_1 , wie auch für die innere Richtung ψ_1 (nach der Annahme).

$\xi_2 = -0.04 \text{ m}$
 $\eta_2 = -0.075 \text{ m}$
} für die äußere Richtung ψ_2

$\xi_2' = -0.06 \text{ m}$
 $\eta_2' = -0.11 \text{ m}$
} für die innere Richtung ψ_2

$\xi_3 = -0.17 \text{ m}$
 $\eta_3 = +0.43 \text{ m}$
} für die innere Richtung ψ_3

Fig. 3.



ad Fig. 4.

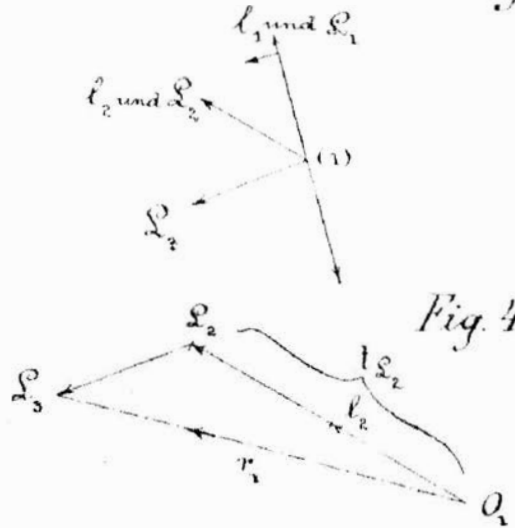


Fig. 4.

Hat man die Lagen der Strahlen mittels eines Transporteurs oder mit Benützung einer Randteilung überprüft, so erfolgt die Anfertigung der Gewichtsfigur und der beiden Mittelkraftspolygone wie früher.

Man bilde die Gewichte*) $p = \frac{1}{s^2}$ aus den Entfernungen

$$s = \sqrt{(y_F - y_N)^2 + (x_F - x_N)^2}$$

$$p_1 = 0.051, p_2 = 0.054, p_3 = 0.033$$

und skizziere sich einen ganz beliebigen Maßstab für dieselben.

Nun wurden in Fig. 3 von einem Punkte C Strahlen parallel zu φ_1, φ_2 (äußere Richtungen), wie auch zu ψ_1, ψ_2 und ψ_3 (innere Richtungen) gezogen, mit l_1, l_2 und l_1, l_2, l_3 entsprechend bezeichnet und auf diesen im beige-fügten Maßstabe die Größen (Strecken) p_1, p_2, p_3 aufgetragen.

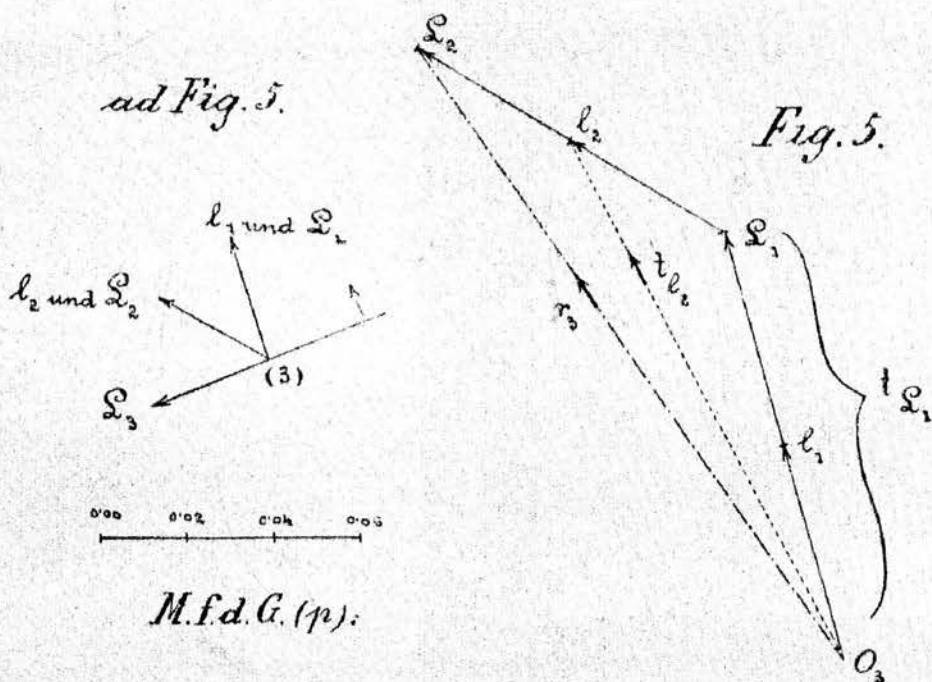
Zur Ermittlung der beiden Resultanten r_1 und r_2 , in deren Schnitte man nach Fig. 2 den Punkt P erhält, verwendet man zwei Mittelkraftspolygone (siehe Fig. 4 und Fig. 5) über deren allgemeine Konstruktion im Anhang der schon genannten Publikation sehr Ausführliches mitgeteilt ist.

In diesem Beispiele fallen l_1 und l_1 nach der Annahme, dann l_2 und l_2 nach der Darstellung (Richtungsunterschied von φ_2 und ψ_2 bloß eine Sekunde) zusammen.

Als Fußpunktlinien wurden l_1 für Fig. 4 und l_3 für Fig. 5 angenommen.

Nach Fig. 4 wurde in Fig. 2 die Subresultante r_1 durch den Schnitt der Strahlen φ_2 und ψ_2 (Halbierungslinie) bis zum weiteren Schnitte mit ψ_3 durch parallele Verschiebung gezogen. Durch diesen zweiten Schnittpunkt wurde nun die Resultante r_1 geführt.

*) Die Gewichte p haben hier nur die Bedeutung von Konstruktions-Gewichten, während die wirklichen Beobachtungen (φ und ψ) als gleich genau angenommen werden.



Bezüglich der Fig. 5 wurde durch den Schnitt der Subresultante tL_1 , welche mit φ_1 und ψ_1 zusammenfällt, und φ_2 die Subresultante tL_2 und endlich die Resultante r_3 durch denjenigen von tL_1 und ψ_2 gezeichnet.

Im Schnittpunkte der beiden Resultanten r_1 und r_3 erhält man den gewünschten Punkt P.

Die Konstruktion ergibt für den Neupunkt P die Koordinaten:

$$y = -3785.805 \text{ m} \dots \dots \dots x = +2077.590 \text{ m}$$

und die Rechnung nach der Meth. d. kl. Qu.:

$$y = -3785.808 \text{ m} \dots \dots \dots x = +2077.584 \text{ m.}$$

Zur Kontrolle der Darstellung des Neupunktes wähle man noch eine dritte Richtung (L_2) als Fußpunktlinie und zeichne das zugehörige Mittelkraftspolygon. Die nun erhaltene Resultante (r_2) geht durch den Schnitt (P) der beiden anderen Resultanten (r_1 und r_3).

Gustav Polser.

Zur Vermarktungsfrage.

Von **Viktor Dlmaczek**, k. k. Geometer für agrarische Operationen in Brünn.

So oft schon auch die Frage der Erneuerung und Sicherung der Landes-, bzw. Gemeindegrenzen im Allgemeinen und Besitzgrenzen im Speziellen erörtert wurde, sollte es wohl doch nicht ganz überflüssig erscheinen, eine kurze einschlägige Erwähnung hiervon zu tun, umso mehr, da noch in so manchem die Ansichten behufs Feststellung, Neubestimmung, besonders aber praktischer Durchführung kräftig auseinandergehen.

Ein neues Vermarktungsgesetz zu schaffen, dürfte ja nicht den allerschwierigsten Entscheidungen angehören, die genaue Befolgung und eigentliche

ÖSTERREICHISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES
DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

DER VEREIN DER ÖSTERR. VERMESSUNGSBEAMTEN

Redaktion und Administration: Wien, III./ ₂ Kegelgasse Nr. 13. K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und Clearing-Verkehr Nr. 824.175.	Erscheint am 1. und 16. jeden Monats. Preis: 12 Kronen für Nichtmitglieder.	Expedition und Inseratenaufnahme durch die Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haase) Buden bei Wien, Pfarrgasse 3.
--	--	---

Nr. 21.

Wien, am 1. November 1904.

II. Jahrgang.

Inhalt: Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden. (Nach der Methode von Professor A. Klingatsch.) Von Gustav Polzer. — Von den Grundlösungen. — Entscheidungen des Obersten Gerichtshofes. — Anzeigepflicht katastraler Veränderungen. — Kleine Mitteilungen. — Patent-Liste. — Patentbericht. — Vereinsnachrichten. — Personalien. — Stellenausschreibungen. — Brief- und Fragekasten. — Druckfehlerberichtigung. — Inserate.

Nachdruck der Original-Artikel nur mit Einverständnis der Redaktion gestattet.

Graphische Ausgleichung bei der trigonometrischen Punktbestimmung durch Einschneiden.

Nach der Methode von Professor A. Klingatsch.

(3. Fortsetzung und Schluß).

Die Triangulierung eines größeren Verbandes von Grundstücken für Zwecke der Katastralaufnahme erfolgt im Anschlusse an die trigonometrisch bestimmten Punkte erster und zweiter Ordnung der Landstriangulierung (Haupttriangulierung) durch Festlegung neuer Punkte dritter und vierter Ordnung (Klein- oder Detail-Triangulierung).

Am einfachsten ist diese Verbindung dann durchführbar, wenn man die durch ihre rechtwinkligen η -ebenen Koordinaten gegebenen Punkte der grundlegenden Haupttriangulierung, vor deren Benützung man sich von der Identität der Markierungszeichen auf das Genaueste überzeugt hat, unmittelbar in das Detailnetz einbeziehen und sämtliche Neupunkte desselben durch das System der Einzelschaltung der Punkte (fortgesetzten Einzelpunkteinschneidungen) bestimmen kann.

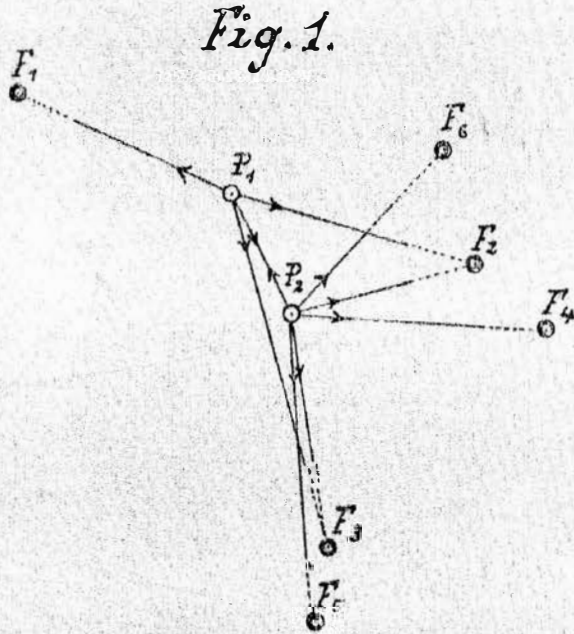
Im allgemeinen jedoch und bei der Aufnahme ausgedehnter, wenig übersichtlicher Gebiete, wie zum Beispiel bei der Vermessung von Gemeinden und Forsten, wird man zunächst die wichtigsten Netzpunkte (Brechungspunkte) im Zusammenhange und die übrigen hierauf einzeln ausgleichen.

Manchmal aber wird ein solcher direkter Anschluß sehr schwer möglich sein, da viele Punkte des Dreiecksnetzes dritter Ordnung natürliche Signale, wie Türme von Kirchen, Kapellen und Klöstern, Kreuze etc. sind, welche nur exzentrische

Aufstellungen gestatten und nicht selten sehr umständliche und zeitraubende Erhebungen der Zentrierungs-Elemente verursachen. Um diesen Schwierigkeiten auszuweichen, legt man in einigen Staaten, besonders bei Stadt-Triangulierungen*), über das zu vermessende Gebiet ein selbständiges in sich abschließendes Dreiecksnetz und leitet die Basis zu demselben durch eine Doppelpunkt-Einschaltung aus den vorhandenen trigonometrischen Punkten höherer Ordnung ab.

Der einfachste Fall für das Einschalten von Punktpaaren ist das Problem von Hansen**) bei welchem zwei Punkte derart festgelegt werden, daß nur in diesen zu bestimmenden Punkten Winkelmessungen auszuführen sind.

Sind auf zwei Neupunkten P_1 und P_2 mehr als zwei Fixpunkte, also mehr als zu einer einfachen Bestimmung des Hansen'schen Problems notwendig waren, observiert, so sind diese Richtungs-Beobachtungen obiger Aufgabe gemäß noch auszugleichen.



Im nachstehenden Beispiele sind auf den Stationen P_1 und P_2 sechs durch ihre Koordinaten gegebene Punkte dritter Ordnung eingeschnitten worden, wobei man folgende hier schon gemittelte Richtungswerte erhalten hat:

Auf Station P_1			Station P_2		
nach F_1	0^0	$0'$ $0.0''$	F_2	0^0	$0'$ $0.0''$
» F_2	170^0	$42'$ $0.8''$	F_4	17^0	$24'$ $05.6''$
» P_2	217^0	$37'$ $25.0''$	F_3	95^0	$39'$ $44.4''$
» F_3	229^0	$42'$ $30.3''$	F_6	100^0	$26'$ $18.0''$
			P_1	256^0	$46'$ $59.2''$
			F_6	327^0	$36'$ $30.3''$

*) Ausführliches über die Anlage von Stadt-Triangulierungsnetzen enthält das »Handbuch der Vermessungskunde« von Dr. W. Jordan, 2. Band, 5. Auflage, Stuttgart 1897.

**) Beispiele hierzu befinden sich im »Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichsrechnung nach der Meth. d. kl. Qu.« von Prof. E. Hegemann.

Die Koordinaten der sechs anvisierten Fixpunkte sind:

	y	x
F ₁	— 8587.76 m	— 17903.76 m
F ₂	+ 1792.00 »	— 22103.90 »
F ₃	— 1841.31 »	— 28234.48 »
F ₄	+ 3387.99 »	— 23549.16 »
F ₅	— 2218.51 »	— 30019.50 »
F ₆	+ 12.701 »	— 19408.96 »

Die Näherungs-Koordinaten der beiden Neupunkte (berechnet durch Benützung der Fixpunkte F₂ und F₃) lauten:

N₁ y₁ = — 3727.00 m x₁ = — 20361.40 m (abgerundet)
 N₂ y₂ = — 2450.20 m x₂ = — 23031.70 m (abgerundet)

In Figur 1 sind P₁ und P₂ die zwei im Zusammenhange zu bestimmenden Neupunkte und F₁ . . . F₆ sechs gegebene Fixpunkte.

Nun folgt die vorläufige Orientierung der auf den Stationen P₁ und P₂ gemachten Observationen, d. h. der Gesamtmittel aus allen Beobachtungen, und zwar für:

Station P₁ mittels (P₁ F₂) = 287° 31' 20.0"
 » P₂ » (P₂ F₃) = 257° 39' 45.0"

welche Werte schon bei der Berechnung der vorläufigen Koordinaten erhalten wurden.

Durch die Reduktion der beiden Beobachtungsergebnisse auf die betreffende Orientierung ergibt sich:

Vorläufig orientierte Richtungen bezüglich der

Station P₁

- nach P₁ = 116° 49' 19"
- » F₂ = 287° 31' 20" Orientierungsstrahl,
- » P₂ = 334° 26' 44"
- » F₃ = 346° 31' 49"

Station P₂

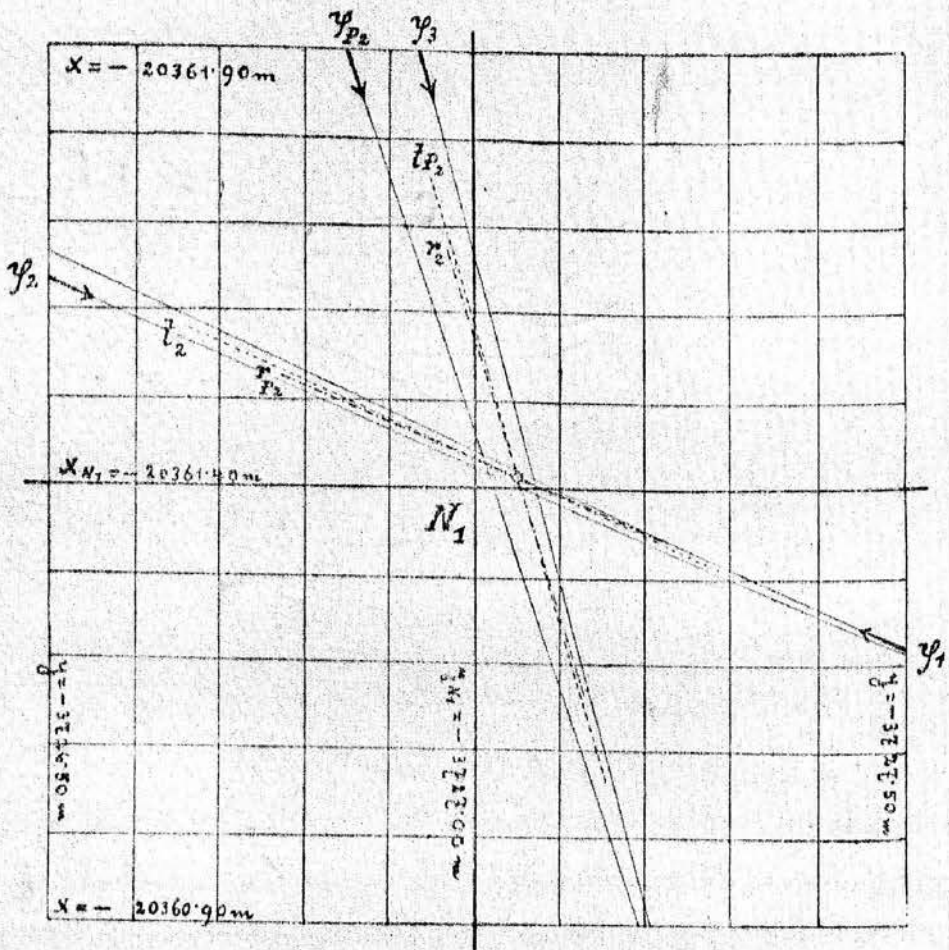
- nach F₂ = 257° 39' 45" Orientierungsstrahl,
- » F₃ = 275° 03' 51"
- » F₃ = 353° 19' 29"
- » F₅ = 358° 06' 03"
- » P₁ = 154° 26' 44" = (P₁ P₂) — 180°
- » F₆ = 225° 16' 15"

Jeder Neupunkt wird nach bloß inneren Richtungen graphisch ausgeglichen, wobei jedesmal der andere Neupunkt als **Fixpunkt** betrachtet wird.

Über das Auftragen der Fehlerfigur ist nichts Besonderes mehr zu sagen. Es erfolgt wieder nach dem von F. G. Gauss angegebenen Verfahren.

Als Mittelpunkte der beiden Fehlerfiguren 2 und 3 seien die schon oben angeführten Näherungspunkte N₁ und N₂ angenommen.

Fig. 2.



$M = 1:10$

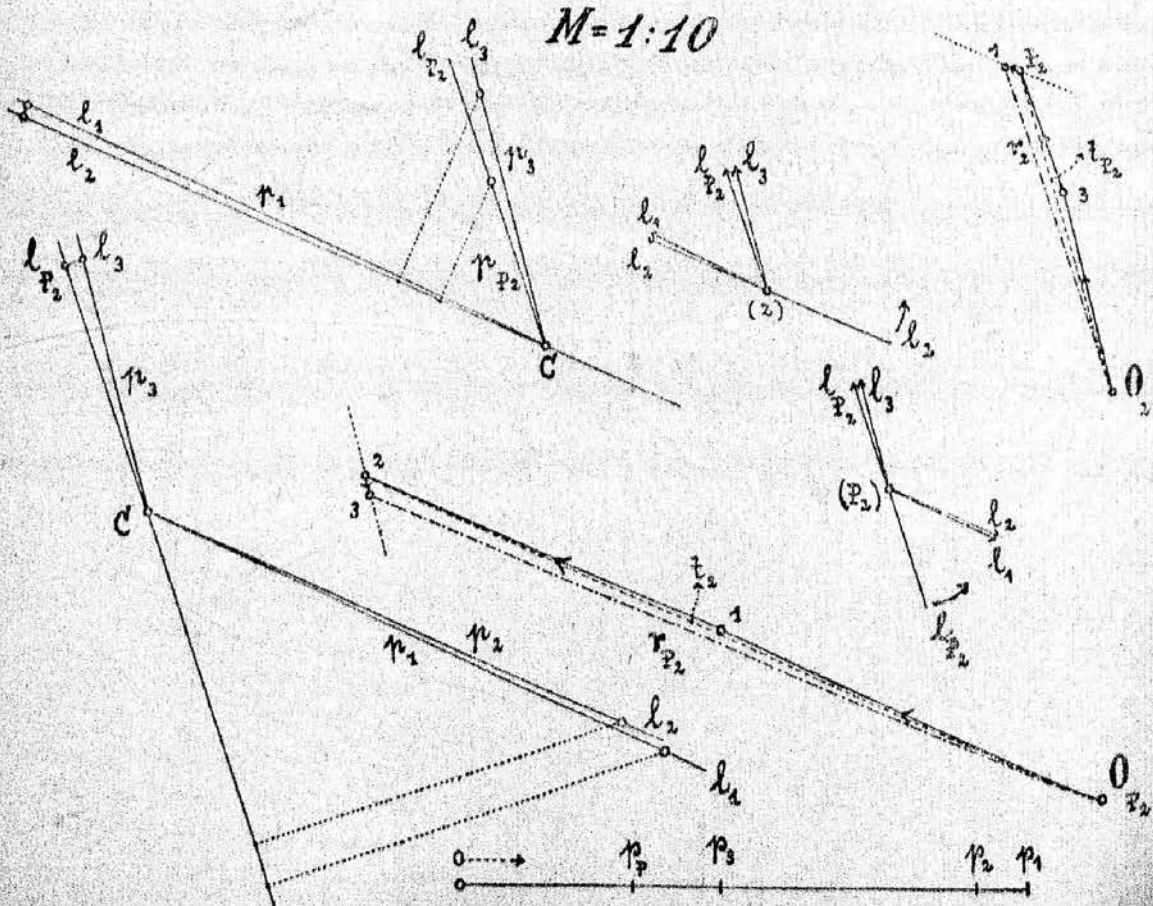
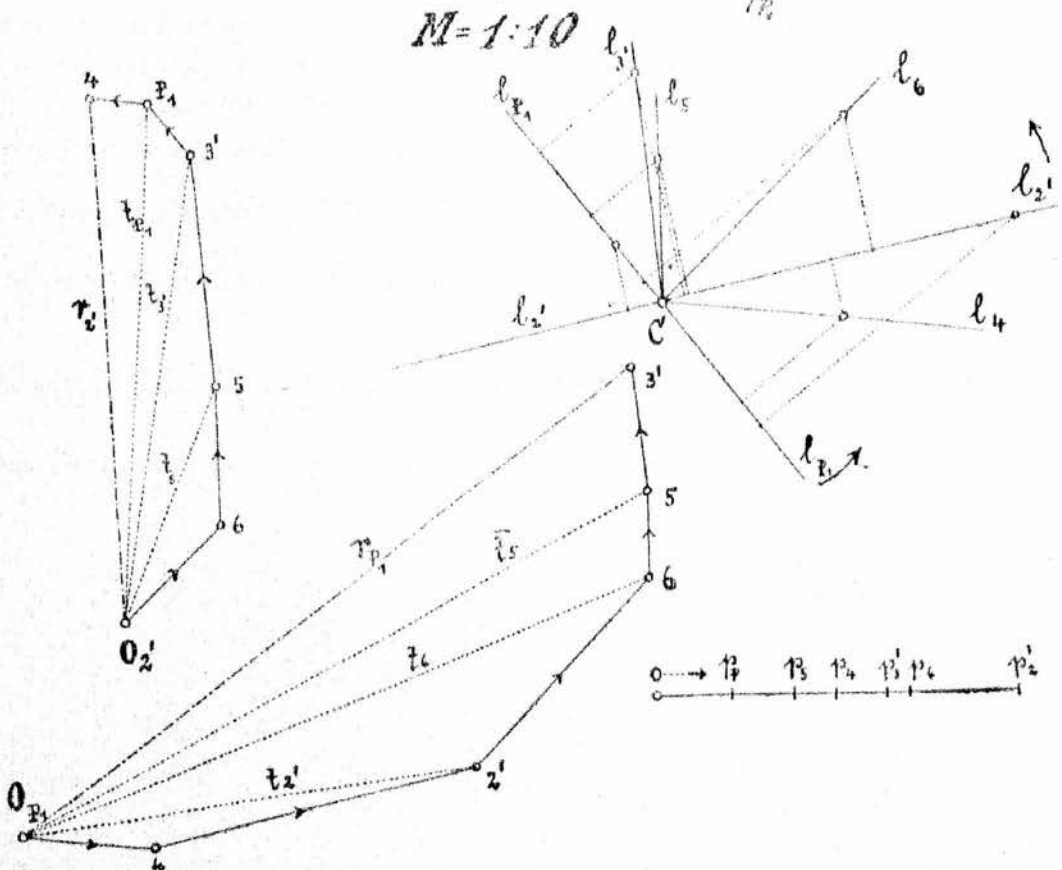
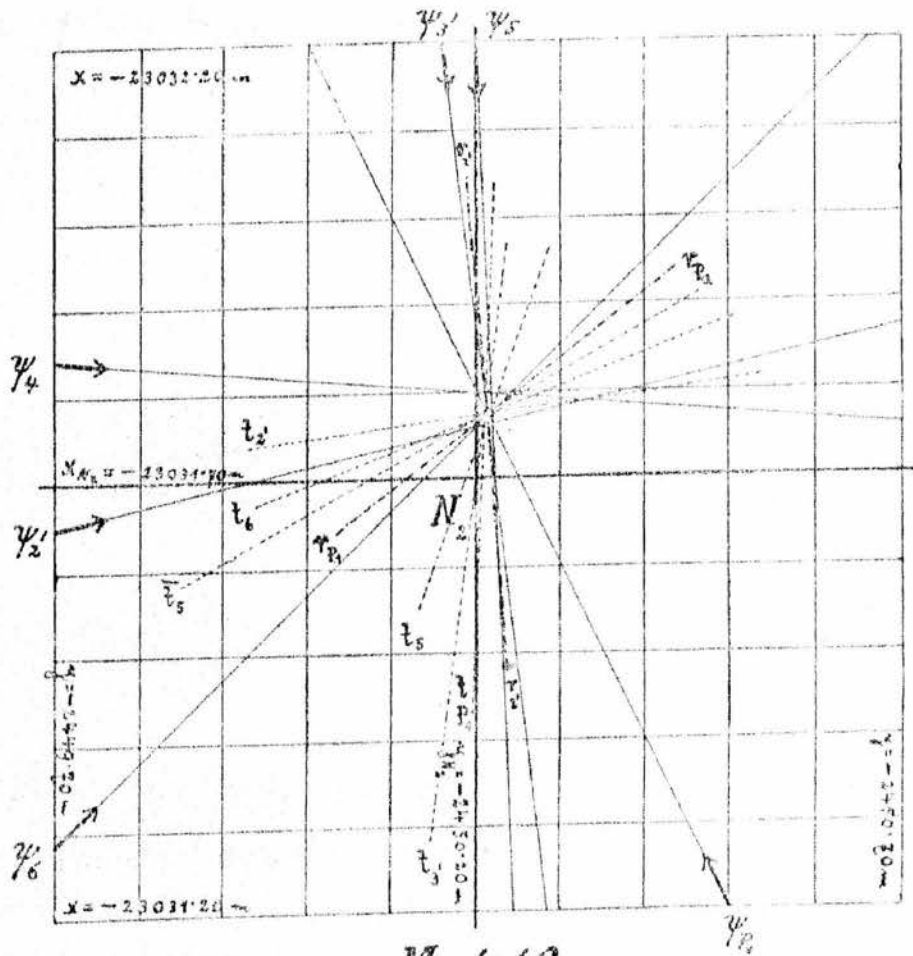


Fig. 3.



Aus der bekannten Formel:

$$\xi = (y_n - y_F) \cdot \cot \gamma_F + x_F$$

$$\eta = (x_n - x_F) \cdot \tan \gamma_F + y_F$$

erhält man allgemein die Schnittpunkte der Strahlen mit den durch den Näherungspunkt (als Ursprung) gezogenen Koordinaten-Richtungen.

Man bekommt nun der Reihe nach folgende Werte:

für den Näherungspunkt N_1 . . . $\xi_1 = -0.04 m$, $\xi_2 = -0.02 m$, $\xi_{P_2} = -0.06 m$,
 $\eta_1 = -0.09 m$, $\eta_2 = -0.05 m$, $\eta_{P_2} = -0.02 m$,
 $\xi_3 = -0.26 m$,
 $\eta_3 = -0.07 m$.

für den Näherungspunkt N_2 . . . $\xi'_1 = -0.06 m$, $\xi'_2 = -0.10 m$, $\xi'_3 = -0.17 m$,
 $\eta'_1 = +0.26 m$, $\eta'_2 = -1.09 m$, $\eta'_3 = -0.02 m$,
 $\xi_4 = -0.50 m$, $\xi_{P_1} = -0.10 m$, $\xi_5 = -0.06 m$,
 $\eta_4 = -0.02 m$, $\eta_{P_1} = -0.05 m$, $\eta_5 = +0.06 m$.

Nachdem man die Lagen der Strahlen in Figur 2 und 3 mittels eines Transporteurs oder mit einer am Rande angebrachten Südwinkel-Teilung überprüft hat, erfolgt die Anfertigung der betreffenden Gewichtsfiguren und der zugehörigen Mittelkraftspoligone.

Man bilde die Konstruktions-Gewichte $p = \frac{1}{s^2}$ und nehme zwei ganz beliebige Maßstäbe für dieselben an:

Die so erhaltenen Gewichte lauten:

$$p_1 = 0.033, \quad p_2 = 0.029, \quad p_3 = 0.011, \quad p_4 = 0.015,$$

$$p_5 = 0.038, \quad p_2' = 0.053, \quad p_4 = 0.028, \quad p_3' = 0.036,$$

$$p_5 = 0.020.$$

Die Konstruktion ergibt für den Neupunkt P_1 die Koordinaten:

$$y_1 = -3727.050 m \quad . . . \quad x_1 = -20361.410 m$$

und die Rechnung nach der Meth. d. kl. Qu.:

$$y_1 = -3727.051 m \quad . . . \quad x_1 = -20361.405 m.$$

Für den Neupunkt P_2 erhält man graphisch die Koordinaten:

$$y_2 = -2450.220 m \quad . . . \quad x_2 = -23031.775 m$$

und die Rechnung nach der Meth. d. kl. Qu. ergibt:

$$y_2 = -2450.225 m \quad . . . \quad x_2 = -23031.786 m.$$

Stehen für die Bestimmung der beiden Neupunkte noch **äußere** Richtungen (Vorwärtseinschnitte) zur Verfügung, so sind diese in ganz ähnlicher Weise wie beim kombinierten Einschneiden **eines** Punktes den inneren Richtungen hinzuzufügen.

Gustav Polzer.

Von den Grundeinlösungen.

(Schluß).

Die weiteren Bestimmungen des Gesetzes betreffen die Fällung des Einteilungserkenntnisses, den Rekurs dagegen, die Ermittlung der Entschädigung