

Paper-ID: VGI_190520



Über konstruktive Lösung des Rückwärtseinschneidens

W. Láska ¹

¹ o. ö. Professor an der k. k. techn. Hochschule in Lemberg

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **3** (9–10), S. 117–120

1905

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Laska_VGI_190520,  
Title = {{\U}ber konstruktive L{"o}sung des R{"u}ckw{"a}rtseinschneidens},  
Author = {L{"a}ska, W.},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
Pages = {117--120},  
Number = {9--10},  
Year = {1905},  
Volume = {3}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE

Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES

DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:

Wien, III., Kegelgasse Nr. 13.

Österr. Postsparkassen-Scheck- und
Clearing-Verkehr Nr. 824.175.

Erscheint am 1 jeden Monats.

Jährlich 24 Nummern in 12 Doppelheften.

Preis:

12 Kronen für Nichtmitglieder.

Expedition und Inseratenaufnahme

durch die

Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haase)

Baden bei Wien, Pfarrgasse 3.

Nr. 9—10.

Wien, am 1. Mai 1905.

III. Jahrgang.

Inhalt: Über konstruktive Lösung des Rückwärtseinschneidens. Von Prof. W. Láska. — Mein Schlußwort in der Polemik „Láska-Wellisch. Von S. Wellisch.“ — Der Entwurf zum Vermessungsgesetze. — Aus dem Abgeordnetenhaus. — Aus dem Budgetausschusse des Abgeordnetenhauses. — Taschenfeldstecher neuer Konstruktion. — Literarischer Monatsbericht. — Preisausschreibung. — Vereinsnachrichten. — Bücherschau. — Kleine Mitteilungen. — Patent-Liste. — Patentbericht. — Personalien. — Stellenausschreibungen. — Bücherspende.

Nachdruck der Original-Artikel nur mit Erlaubnis der Redaktion gestattet.

Über konstruktive Lösung des Rückwärtseinschneidens.

Von Professor Dr. W. Láska.

Obschon das konstruktive Rückwärtseinschneiden heutzutage nur noch bei topographischen Aufnahmen zur Anwendung kommt, so dürften dennoch die nachstehenden Zeilen wenigstens vom theoretischen Standpunkte einige Aufmerksamkeit verdienen.

Die Grundlagen dieser Konstruktion bildet die Methode der Transformation nach reziproken Radien.*)

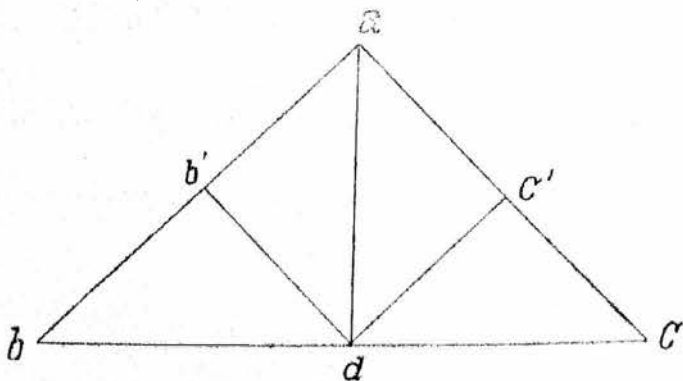


Fig. 1.

*) Vergleiche Deutsche Zeitschrift für Vermessungswesen 1899, Seite 313, Aufsatz von Runge.

Zunächst mögen drei Hilfssätze vorangeschickt werden.

(1.) Sei abc (siehe Figur 1) ein beliebiges Dreieck, dessen Höhe ad und dessen Grundlinie bc ist. Fällt man von d auf ab und ac Senkrechte, dann ist

$$ab' \cdot ab = ac' \cdot ac = (ad)^2$$

d. h. die beiden Seiten ab und ac sind nach der Methode der reziproken Radien geteilt. Der Beweis ist leicht zu führen. Man denke sich von a als Mittelpunkt mit dem Radius ad einen Kreis gezogen. Dann ist bc eine Tangente an diesem Kreis. Es ist demnach, wenn $db' \perp ab$ ist, $ab' \cdot ab = ad^2$.

(2.) Es sei abp (siehe Figur 2) ein beliebiges Dreieck. Von einem beliebigen Punkte b' der Seite ab werde $\sphericalangle ab'q = \sphericalangle bpa = \sphericalangle \alpha$ gemacht,

dann ist der Winkel $\sphericalangle b'qa = \sphericalangle x = \sphericalangle abp = \sphericalangle \varphi$.

(3.) Seien in der Figur 3, im Vierecke $abc p$, die Seiten ab und ac nach der Methode der reziproken Radien geteilt, sowie von b' respektive c' die Winkel

$$\sphericalangle apb = ab's = \alpha$$

$$\sphericalangle apc = qc'a = \beta$$

aufgetragen, dann schneiden sich die Linien $b's$ und $c'q$ in einem Punkte P , welcher auf der Geraden ap liegt.

Dieser Satz ist die unmittelbare Folge der geometrischen Ähnlichkeit der Dreiecke

$ab'P$ und abp sowie

$ac'P$ und acp .

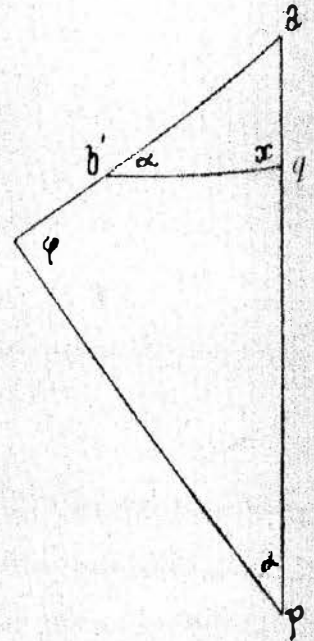


Fig. 2.

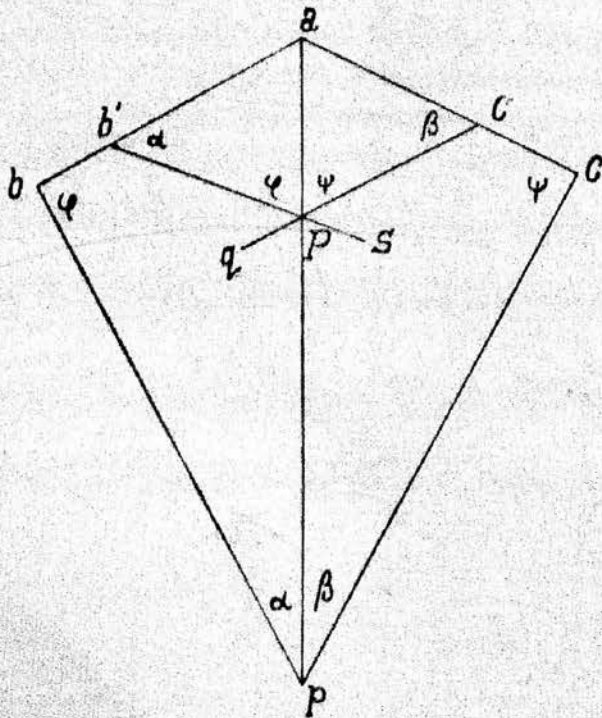


Fig. 3.

Die Anwendung dieser drei Lehrsätze auf die konstruktive Lösung des Rückwärtseinscheidens ergibt sich von selbst. Seien a, b, c die gegebenen Punkte sowie p der gesuchte Standpunkt, so konstruiere man zunächst nach Satz (1) die Punkte b', c' ; sodann nach Satz (3) den Punkt P . Auf der Geraden aP muß sodann der gesuchte Punkt p liegen.

Die weitere Lösung geschieht in bekannter Weise, indem auf aP ein willkürlicher Punkt angenommen wird und von ihm aus an pa der Winkel α angesetzt wird etc.

Bei dieser Methode fallen alle Linien in das Viereck $abcP$, also in das Tischblatt. Die Ermittlung der Punkte $b'c'$ kann offenbar schon zu Hause geschehen. Die ganze Feldkonstruktion reduziert sich dann auf die Anwendung des (3) Lehrsatzes. Man gewinnt hiemit die denkbar einfachste Konstruktion.

Auch die rechnerische Auflösung gestaltet sich nach dieser Einleitung leichter. Man hat nur so viel zu zeichnen, als die Figur 4 zeigt*). Das zur Berechnung der Winkel φ und ψ dienende Dreieck erhält man einfach, indem man im geeigneten Abstände

$$QR \parallel Pc'$$

zieht. Wird hier auch von R die Senkrechte RS auf PQ gefällt, so hat man alles erforderliche.

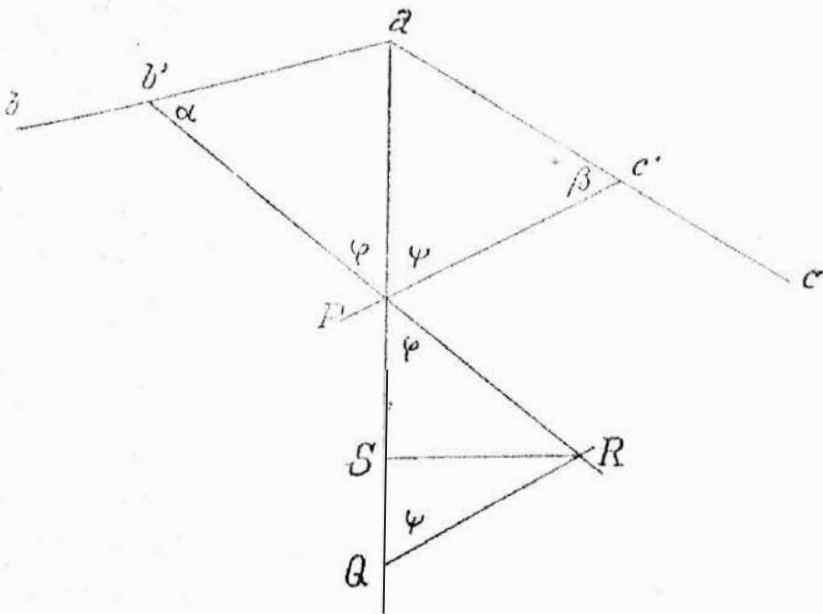


Fig. 4.

Es ist leicht einzusehen, daß der Punkt P der nach der Methode der reziproken Radien konjugierte Punkt zu p ist. Man hat nämlich

$$aP \cdot ap = (ad)^2.$$

Wir werden von diesem Satze in einer späteren Untersuchung eine wichtige Anwendung machen, nämlich bei Gelegenheit der Genauigkeitsuntersuchung des Rückwärtseinschneidens.

Die Berechnung stellt sich wie folgt dar:

Aus geometrischer Konstruktion mit Anwendung des von mir in dieser Zeitschrift, Jahrgang 1905, Seite 83, angegebenen Verfahrens erhält man φ und ψ beliebig genau. Hierauf wird gerechnet (vergl. Fig. 1):

$$(ad) = (ab) \sin (abc) = (ac) \sin (acb)$$

ferner

$$\left. \begin{aligned} (ab') &= (ad) \cdot \sin (abc) \\ (ac') &= (ad) \cdot \sin (acb) \end{aligned} \right\} \text{Kontrollgleichung: } (ab')(ab) = (ac')(ac) = (ad)^2$$

*) Siehe meinen Aufsatz in dieser Zeitschrift 1905, Seite 81 bis 83.

$$(aP) = \frac{(ab')}{\sin \varphi} \cdot \sin \alpha = \frac{(ac')}{\sin \psi} \sin \beta$$

$$(ap) = \frac{(ad)^2}{(aP)} = \frac{(ab)}{\sin \alpha} \cdot \sin \varphi = \frac{(ac)}{\sin \beta} \sin \psi$$

Damit folgt:

$$x_p = x_a + (ap) \cos (\text{Azim. } ap)$$

$$y_p = y_a + (ap) \sin (\text{Azim. } ap)$$

wobei

$$\text{Azim. } ap = \text{Azim. } ab - (180 - \varphi - \alpha)$$

oder

$$\text{Azim. } ap = \text{Azim. } ac + (180 - \psi - \beta).$$

Eine jede Gleichung wird hiebei entsprechend kontrolliert. Durch diese gegenseitige Kontrolle gewinnt die Rechnung viel an Sicherheit. Man sieht daraus, daß dem praktisch so wichtigen Probleme des Rückwärtseinschneidens auch theoretisch noch immer neue interessante Seiten abgewonnen werden können.

Mein Schlußwort in der Polemik „Láska-Wellisch“.

Von S. Wellisch.

Die »Bemerkung zum Rückwärtseinschneiden« von Prof. Dr. W. Láska hat eine so merkwürdige und überraschende Wendung genommen, daß ich mich zu einer Replik veranlaßt fühle.

In der ersten Abhandlung vom 1. Februar behandelt Prof. Láska die Aufgabe, mit Hilfe der »Näherungswerte« φ_0 und ψ_0 die wahren Werte φ und ψ zu ermitteln; in der zweiten Abhandlung vom 1. April ist nur mehr φ_0 ein Näherungswert und ψ_0 bereits ein hievon abgeleiteter Rechnungswert. Beide Aufgaben unterscheiden sich also ganz wesentlich von einander, was auch Professor Láska zugibt, indem er hiedurch »das Wesen des Aufsatzes in der Tat vollkommen verändert« bezeichnet.

Da nun die Lösung der ersten Aufgabe als unrichtig nachgewiesen wurde, gegen die Lösung der zweiten aber nichts einzuwenden ist, so kam es Herrn Prof. Láska nur darauf an, zu beweisen, daß er in der ersten Abhandlung die Aufgabe der zweiten Abhandlung gemeint hat und daß meine Gegenbemerkung vom 1. März nur durch den unrichtigen Gebrauch des Wörtchens »und« veranlaßt worden sei. Auch bekräftigt er diese Meinung damit, daß er darauf hinweist, seine Auflösung schon in der ersten Abhandlung eine rechnerisch-graphische genannt zu haben und daß er hieran die Bemerkung knüpft: »Es mußte sich daher jedermann die Frage stellen: wo ist das Rechnerische?«

Da ich in diesen Worten förmlich den Vorwurf einer leichtfertigen Kritik erblicke und ich in den Augen der Leser nicht als ein ungerechter Tadler erscheinen möchte, so erlaube ich mir vor allem darauf hinzuweisen, daß Herr Láska ja selbst nach Besprechung seiner Konstruktion die Erklärung abgegeben hatte, daß »die weitere Berechnung des Rückwärtseinschneidens wie üblich durch Rechnung erfolgt«, daß sohin eine diesbezügliche Frage zu stellen ganz und gar überflüssig gewesen wäre.