

Paper-ID: VGI_190530



Geodätische Längenmessung mit Invardrähten

August Semerad

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **3** (13–14), S. 185–201

1905

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Semerad_VGI_190530,  
Title = {Geod{\'a}tische L{\'a}ngenmessung mit Invardr{\'a}hten},  
Author = {Semerad, August},  
Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{\'u}r Vermessungswesen},  
Pages = {185--201},  
Number = {13--14},  
Year = {1905},  
Volume = {3}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen.

ORGAN DES VEREINES
DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:
Wien, III., Kegelgasse Nr. 13.
K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und
Clearing-Verkehr Nr. 824.175.

Erscheint am 1. jeden Monats.
Jährlich 24 Nummern in 12 Doppelheften.

Preis:
12 Kronen für Nichtmitglieder.

Expedition und Inserationsaufnahme
durch die
Buchdruckerei J. Wladars (vorm. Haase)
Baden bei Wien, Pfarrgasse 3.

Nr. 13-14.

Wien, am 1. Juli 1905.

III. Jahrgang.

Inhalt: Geodätische Längenmessung mit Invardrähten. Von Dr. techn. A. Semerád. — Eine einfache, graphische Lösung des Rückwärtseinschneidens. Von Oberingenieur S. Wellisch. — Aus dem niederösterreichischen Landtage. — Der Entwurf zum Verarkungsgesetze. — Vereinsnachrichten. — Normalien. — Literarischer Monatsbericht. — Kleine Mitteilungen. — Patent-Liste. — Patentbericht. — Stellenausschreibungen. — Bücherspenden. — Personalien. — Druckfehler-Berichtigung.

Nachdruck der Originalarbeiten mit rechtlichen Einwendungen
des Verlegers gestattet.

Geodätische Längenmessung mit Invardrähten.

Von Dr. techn. A. Semerád derz. Potsdam

Direkte Längenmessung schafft eine wesentliche Grundlage für die Ausführung geodätischer Operationen, welche die Darstellung einzelner Erdteile sowie der Erdgestalt selbst herbeiführen sollen. Es ist leicht erklärlich, daß die Geodäten stets darnach gestrebt haben, die Längenmessungen nach Möglichkeit zu vervollkommen.

Dazu hat die Ausführung der Gradmessungsarbeiten einen neuen Ansporn gegeben, und wie man aus den Verhandlungen der Konferenz der europäischen Gradmessung vom Jahre 1871 entnehmen kann, hat es sich darum gehandelt, die Präzision der Basismessungen auf ihren Höhepunkt zu bringen. Die Exaktheit der Kunstmechanik, sowie der Scharfsinn der beteiligten Geodäten haben die Lösung der Frage der präzisen Basismessung bis ins Detail ausgearbeitet. Die neuen Basismessungen haben die Genauigkeit dieser Operationen möglichst gesteigert, dies geschah aber auf Kosten des Zeit- und Auslagenaufwandes. Es entsteht nun die Frage, wie weit die Grenzen dieser gegenseitigen Konzessionen nach sachlicher Erwägung reichen.

Man kann nach dem Berichte des Gen. Bassot, den er in der letzten allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung in Kopenhagen über die Basismessungen erstattet hat, zu der Ansicht kommen, daß es sachlich wäre, eine gewisse untere Grenze der Genauigkeit (welche für die Basismessungen in den Vereinigten Staaten von Nordamerika durch das Verhältnis $500:1000$ präzisiert worden

ist) anzunehmen und danach zu streben, die Beschleunigung der Ausführung der ganzen Arbeit möglichst zu erhöhen.

Den Grundgedanken zur Lösung dieser für die Geodäsie sehr wichtigen Frage hat um das Jahr 1885 Professor Edv. Jäderin in Stockholm gegeben, indem er horizontal gespannte, freihängende Drähte zur Messung der Linien angewendet hat.

Für jeden Maßstab ist es notwendig, daß derselbe unter bestimmten Umständen auch eine bestimmte Länge definiert, wie es die Theorie der direkten Längenmessungen fordert.

Prof. Jäderin hat durch Erfahrungen, die er aus den Längenmessungen mit Drähten erzielt hatte, nachgewiesen, daß der Draht bei bestimmter Spannung und Temperatur eine bestimmte Länge definiert. Er erfüllt also die Forderungen, welche an ein verlässliches Maß gestellt werden, indem er auch bei guter Behandlung und zweckmäßiger Wahl des Materiales nur sehr kleine Änderungen erleidet.

Den Einfluß der Temperatur auf die Drahtlänge hat Prof. Jäderin so wie bei bimetalischen Maßstäben durch Anwendung eines Stahl- und eines Messingdrahtes zu bestimmen versucht, welcher Umstand als die größte Fehlerquelle dieser Drahtmessungen betrachtet wurde.

Bei der Methode der Längenmessung nach Jäderin kommen also freihängende an ihren Enden gespannte Drähte zur Anwendung.

Die auf diese Art definierte Länge braucht nach seiner Theorie*) folgende Korrekturen:

1. Korrektur wegen Änderung der Drahtlänge durch die Spannkraft;
2. Korrektur wegen der Durchbiegung des Meßdrahtes;
3. Korrektur wegen Änderung der Drahtlänge durch die Temperatur.

Es werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

L_0 Normallänge des Drahtes, welche derselbe bei Ausstreckung auf ebener Unterlage bei der Zugspannung $P=0$ und der Temperatur $T=0$ angibt.

L Sehnenabstand zweier korrespondierenden Indexstriche der Endskalen bei Anwendung der Zugkraft P , bei der Temperatur T und unter Voraussetzung, daß der Draht freihängt und seine Endpunkte gleiche Höhe haben.

α Ausdehnungskoeffizient des Drahtes durch die Temperatur.

λ Ausdehnung der Längeneinheit des Drahtes durch die Einheit der Zugkraft.

g Gravitation des Beobachtungsortes.

G das Gewicht des Drahtes in kg.

P die Zugkraft, die durch freihängende Gewichte an beiden Enden ersetzt wird.

Es ergibt sich die Relation:

$$L = L_0 \left(1 + \alpha T + \lambda P - \frac{G^2}{24 P^2} \right)$$

*) Edv. Jäderin, Geodätische Längenmessung mit Stahlbändern und Metalldrähten.

Durch Anwendung verschiedener Zugkräfte kann aus der Ermittlung des Abstandes zweier Fixmarken durch Lesungen an den Drahtskalen die Ausdehnung des Drahtes mit Rücksicht auf die Spannung bestimmt werden. Prof. Jäderin hat für den Stahldraht A von 1.53 mm Durchmesser bei einer Temperatur von +1° den Wert für $\lambda = 280 \times 10^{-7} m$ erhalten, was dem Werte $672 \times 10^{-6} m$ auf 24 m der Länge entspricht. Daraus geht hervor, daß die Aenderung der Spannung bei Messung mit Drähten nach Jäderin die Resultate beeinflussen würde. Die Spannung muß daher möglichst konstant erhalten werden.

Auf ähnliche Art könnte man vielleicht den Einfluß des Windes durch gewisse Korrekturen der Spannkraft ersetzen. Nach verschiedenen Erfahrungen scheint es, daß Windstöße, die senkrecht zur Messungsrichtung kommen, wohl ein Pendeln des ganzen Drahtes, aber keine merkliche Längenänderung hervorrufen; dagegen können die Stöße in der Richtung der Messung die Meßresultate beeinflussen. Bei nicht zu starkem Winde kann man jedoch derartige Einflüsse durch die Anordnung der Messungen größtenteils eliminieren.

Die Durchbiegung des Drahtes in seiner Mitte unter die Sehne ist durch den Ausdruck

$$a = \frac{1}{8} \frac{G}{P} L$$

gegeben.

Mit der Annahme $G = 0.356 \text{ kg}$ nach Jäderin für 1.7 mm Durchmesser und 24 m Länge des Stahldrahtes und $P = 10 \text{ kg}$ ergibt sich $a = 0.107 \text{ m}$.

Wichtig ist die Neigung an den Enden für Drähte mit Skalen, deren Teilung außerhalb der Drahtaxe liegt. Dieselbe gibt bei vertikaler Haltung der Skalenebene mit der Teilung den Einfluß der Exzentricität der Teilung auf das Resultat. Wenn τ den Neigungswinkel der mit der Teilung versehenen Skale gegen die Horizontale an den Endpunkten bedeutet, so ist näherungsweise

$$\tan \tau = \frac{G}{2P}$$

Für die jetzt konstruierten Drähte bei $P = 10 \text{ kg}$ gibt Herr Guillaume den Wert $\tan \tau = 0.024$. Nach dieser Betrachtung ist es klar, daß die Länge durch die Aenderung der Position der Skale für ihre Dimensionen, wie sie jetzt angewendet werden, in den extremen Fällen das Resultat im Betrage 10^{-2} beeinflussen kann.

Man sieht ein, daß man wohl die angeführten Fehlerquellen der Jäderin'schen Messungs-Methode durch gewisse Einrichtungen an den benützten Apparaten, was später besprochen wird, auf ein Minimum herabsetzen kann.

Es bleibt aber der schädlichste Faktor der Einfluß der Temperatur. Zur Ermittlung des Einflusses der Temperatur hat Professor Jäderin, wie schon erwähnt wurde, die Differenzen gleichzeitiger Lesungen an einem Stahl- und einem Messingdraht benützt. Dadurch ist er auf das System der bimetallischen Stäbe übergegangen und hat so den Mangel, der dieses System behaftet, auch übernommen. Die Bestimmung der Temperatur durch bimetallische Stäbe setzt eine absolut gleiche Temperatur beider Stäbe voraus, welche abgesehen von den Verhältnissen

im Felde, schon wegen der Anwendung zweier verschiedener Metalle, also auch ihrer ungleichen Temperaturträglichkeit, nicht zu erzielen ist. Die mittlere Differenz der Temperatur des genannten Drahtpaares von 1° gibt im Schlußresultat den Fehler von 3×10^{-5} , welcher Wert durch das Verhältnis der Ausdehnungskoeffizienten ^{9.7}_{1.7} erwähnter Metalle vergrößert wird.

Dieser Umstand dürfte wohl die Ursache bilden, daß die Drahtmessung trotz ihrer weiter angeführten großen Vorteile nur selten benützt wurde.

Um ihre Vervollkommnung hat sich Herr Dr. Guillaume, Vizedirektor des internationalen Bureaus für Maße und Gewichte zu Breteuil, die größten Verdienste erworben. Herr Dr. Guillaume hat für das Material der Meßdrähte eine neue Legierung — das Invar — entdeckt, welches vom Einflusse der gewöhnlichen Temperatur und ihrer Schwankungen fast vollkommen unabhängig ist. Nebst dem hat er den ganzen Apparat mit Rücksicht auf die vorhandenen Fehlerquellen umgeändert, und der Methode die der modernen Zeit entsprechende Exaktheit gegeben.

Das Invar ist eine Legierung von Nickel und Stahl, die 36% Nickel enthält. Das Invar besitzt ausgezeichnete physikalische und mechanische Eigenschaften. Es hat eine große Härte, welche seine Dauerhaftigkeit erhöht, und die notwendige Elastizität, läßt sich gut bearbeiten und nimmt die Formen von Stäben oder Draht leicht an. Es läßt sich ebenso gut polieren, was für seinen Temperaturzustand von Wichtigkeit ist.

Die Ausdehnung des Invars infolge der Temperatur ist es möglich auf den Betrag von 1 Milliontel, ja in bestimmten Fällen sogar unter ein halbes Milliontel zu bringen. Der Einfluß der Temperatur des Drahtes wird auf das Messungsergebnis unter diesen Umständen einen solchen Wert annehmen, der sich in den Grenzen der Messungsgenauigkeit bewegt und kann in praktischen Fällen meist vernachlässigt werden.

Für die thermometrische Ausdehnung der Invardrähte des Kgl. Preussischen Geodätischen Institutes, von denen später die Rede sein wird, hat Herr Guillaume folgende Formel angegeben:

$$l_T = l_0 (1 + 28 \cdot 10^{-6} T - 232 \cdot 10^{-11} T^2)$$

Es bedeutet daher: l_0 = die Drahtlänge bei der Temperatur 0° ,
 l_T = die Drahtlänge bei der Temperatur T .

Wenn man die Drahtlänge und die jeweilige Temperatur als variabel ansieht, stellt die geschriebene Gleichung eine Parabel dar. Die Diskussion derselben zeigt, daß ein Invardraht seine größte Länge bei circa $+6^{\circ}$ erreicht. Die Längen des Drahtes für 0° und zirka 12° und für jedes gegen $+6^{\circ}$ symmetrisch liegende Temperaturpaar verbleiben dieselben.

Zur Übersicht über die Temperaturänderungen der Invardrähte dient folgende Tabelle. (Die Längenänderung bezieht sich auf einen Draht von 24 m Länge und auf den Mittelwert der Angaben für das betreffende Temperaturpaar.)

Temperatur T	Drahtlänge l_T	Temperatur T
— 12°	$l_0 - 0.01691$ mm	24°
— 10°	$l_0 - 0.01223$	22°
— 8°	$l_0 - 0.00889$	20°
— 6°	$l_0 - 0.00599$	18°
— 4°	$l_0 - 0.00354$	16°
— 2°	$l_0 - 0.00154$	14°
0°	l_0	12°
+ 2°	$l_0 + 0.00114$	10°
+ 4°	$l_0 + 0.00180$	8°
+ 6°	$l_0 + 0.00293$	6°

Wenn man mit Rücksicht auf die später besprochene Schubier Basislänge für einen 5 km langen Invardraht beim Übergang der Temperatur von 0° auf +20° den Temperatureinfluß bestimmt, so ergibt sich derselbe im Betrage von —1.840 mm, also in den Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler für diese Methode.

Die Invardrähte besitzen im hohen Maße die Unveränderlichkeit ihrer Dimensionen im Laufe der Zeit. Obwohl ihre zeitlichen Aenderungen ebensowenig wie bei einem anderen Material nicht vollständig beseitigt werden können, ist man doch imstande, durch Anwendung extremer Temperaturzustände, sowie durch eine gewisse mechanische Behandlung des Materiales ihre Stabilität noch zu steigern. Die Änderungen erweisen dann verschwindend kleine Beträge. Trotzdem wird man dafür sorgen müssen, ihre Unveränderlichkeit von Zeit zu Zeit zu kontrollieren.

Um die Stabilität der Invardrähte zu erhöhen, hat Herr Guillaume dieselben einer Temperatur von 100° ausgesetzt. Dann wurden sie langsam im Laufe von 3–4 Wochen abgekühlt. Später, solange es möglich war, wurden die Drähte bei der konstanten Temperatur von 25° aufbewahrt. Auch mechanischen Wirkungen, und zwar ziemlich hohen Spannungen, sowie akuten Erschütterungen wurden sie unterworfen.

Durch diese Prozesse erleiden diese Drähte eine gewisse Aenderung, dieselbe ist aber permanent, was für ihre Anwendung sehr wichtig ist.

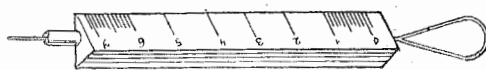
Der Effekt der Spannung auf die Drähte wurde durch Herrn Guillaume untersucht, und es wurde konstatiert, daß die Aenderung der Drähte erst bei der Spannung von 40 kg meßbar ist und 3×10^{-6} beträgt, bei 60 kg Spannung auf 6×10^{-6} steigt. Diese Aenderung ist teils permanenter, teils elastischer Natur.

Als wichtige Bedingung der Unveränderlichkeit der Meßdrähte hat sich die Aufbewahrungsart derselben erwiesen. Nach den Angaben des Prof. Jäderin wurden sie derart zusammengerollt, daß die einzelnen Windungen ganz freie, natürliche, durch die Drähte selbst gegebene Durchmesser bekommen haben. Dies sollte jeden künstlichen Zwang der Spannung, der die Etalonierung beeinflussen könnte, beseitigen.

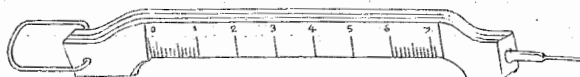
Es ist jedoch beobachtet worden, daß sich der natürliche Durchmesser der Drahtwindungen bei dieser Art der Aufrollung mit der Zeit fortschreitend vermindert, was als bedenklich erscheint. Bei der Erzeugung der Drähte werden dieselben auf einen großen Zylinder, nachdem sie im nötigen Durchmesser ausgezogen waren, aufgerollt. Man ist also auf diese ursprüngliche Aufbewahrungsart zurückgegangen und rollt jetzt ebenfalls die Drähte nach dem Gebrauch auf einen Blechzylinder von etwa 50 cm Durchmesser auf. Die Versuche des Herrn Guillaume haben ergeben, daß der Draht dadurch anfangs eine kleine Verkürzung erleidet, dieselbe bleibt aber in weiterer Zeit konstant, was von Wichtigkeit ist.

Eine kurze Beschreibung des Meßapparates.

Als Maßstab dient der Invardraht. Die Drähte, welche jetzt verfertigt werden, sind 1.7 mm im Durchmesser und zirka 24 m lang. Auf besonderen Wunsch werden auch 25 m lange Drähte erzeugt. An beiden Enden sind die Drähte mit dreiseitigen Prismen versehen, durch welche sie durchgezogen sind. Die Prismen sind ebenfalls aus Invar hergestellt und tragen auf der einen Seite eine präzise Skale von 7 cm Länge, in Millimeter geteilt. Bei den alten Drähten ist diese Skaleneinteilung exzentrisch von der Drahtaxe angebracht und werden die Messungsergebnisse, wie schon früher erwähnt wurde, durch die Neigung der Skale gegen die Vertikalebene bei der Messung beeinflusst. Deswegen ist von dieser Konstruktion Abstand genommen worden, und es werden jetzt Skalen mit der Teilung in der Drahtaxe verfertigt, bei denen die Messungsergebnisse von der Stellung der Skale unabhängig sind.



Prisma mit exzentrischer Skalenteilung.

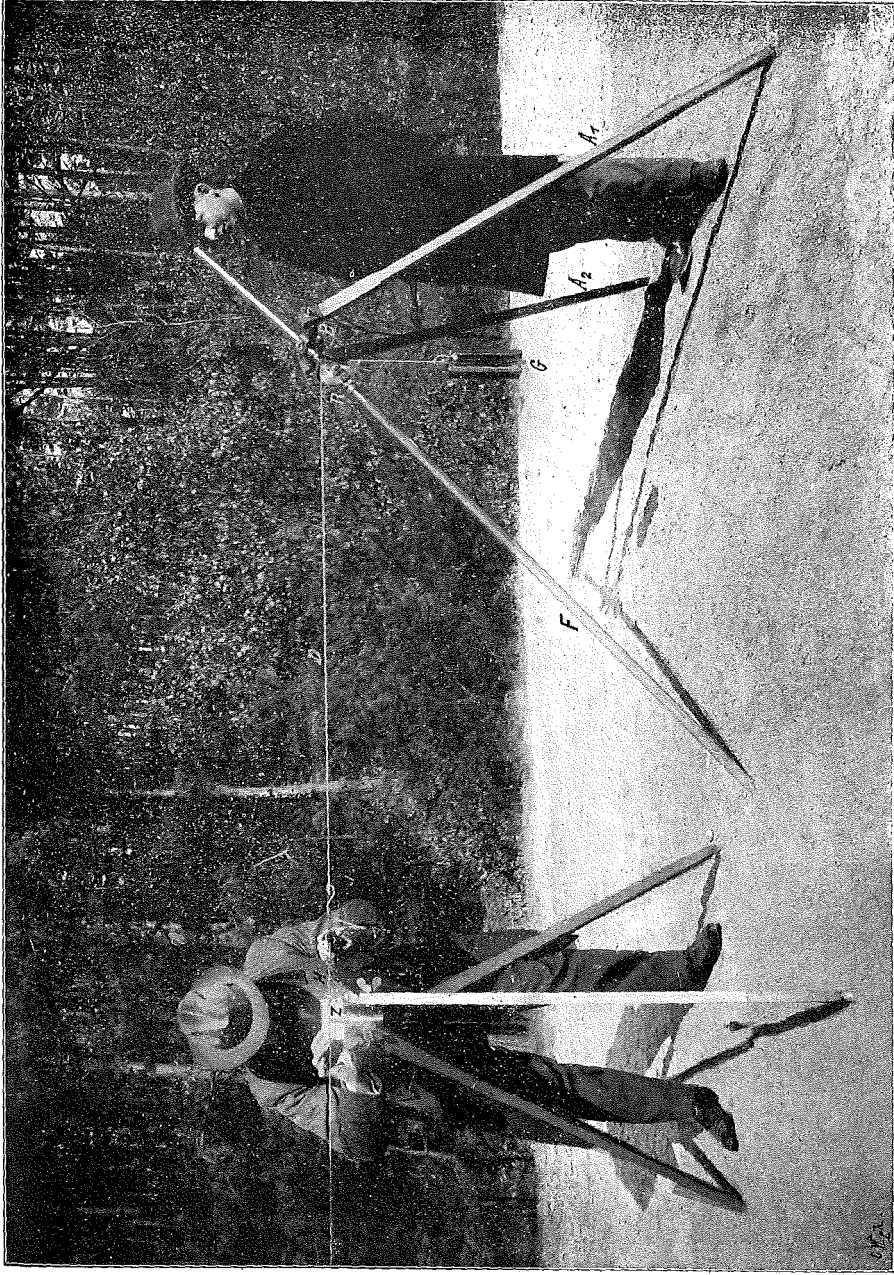


Prisma mit der Skalenteilung in der Drahtaxe.

Auch die neue französische Skale ist für die praktische Benützung nicht ganz einwandfrei, weil durch die scharfen Kanten an den Endteilen der Skalensprismen leicht Anstöße an die Fixmarken und Verschiebungen derselben vorkommen können. An den Enden werden die Drähte mittelst Karabinerhaken gefaßt.

Die Drähte müssen vorsichtig behandelt werden und man muß besonders darauf achten, daß keine Verknotung entsteht, weil dadurch die Etalonierung der Drähte sofort verloren geht.

Wie aus der früher besprochenen Theorie der Drahtmessung hervorgeht, muß der Draht eine konstante Spannung während der Messung bekommen. Prof. Jäderin hat zur Spannung die menschliche Kraft, welche durch Dynamometer



Stativ mit der Fixmarke.

Stativ zur Unterstützung der Spannungsgewichte.

Fig. 1.

kontrolliert wurde, benützt. Herr Guillaume hat eine wesentliche Erleichterung eingeführt, indem er eine sichere und konstante Spannung durch freihängende, auf beiden Enden genau gleiche Gewichte erzielt.

Zur freien Aufhängung der Drähte bei der Messung sind einfache Stative konstruiert, welche nicht nur die Aufhängung des Drahtes, sondern auch seine Einrichtung in die nötige Höhe und in die Basisrichtung durch die Meßgehilfen selbst mit großer Schnelligkeit ermöglichen.

Der nach vorn in die Messungsrichtung gestellte Fuß F des Stativs (Fig. 1) trägt Kugellager für eine Messingrolle R , in deren Rinne der Strick, welcher die Spannung des freihängenden Gewichtes G auf den Meßdraht D in horizontaler Richtung übertragen soll, die nötige Führung findet. Durch die Hebung oder Senkung, respektive Seitwärtsverschiebung beider, durch einen Querarm B festverbundenen rückwärtigen Füße $A_1 A_2$, wird das Allignement des Meßdrahtes mit großer Schnelligkeit durch den Meßgehilfen selbst ausgeführt.

Herr Prof. Borrass hat durch Anwendung von Kugellagern bei den Rollen jede schädliche, die konstante Spannung störende Reibung beseitigt. Die freihängenden Gewichte, die die genaue Ausbalanzierung herstellen, werden nach ihrem Inruhetreten den Draht in die richtige Spannung und in Ruhelage bringen. Die noch vorhandene Torsion wird durch eine entsprechende Drehung am Karabinerhaken H beseitigt.

Bei der Messung wird die Basis durch von einander zirka 24 m weit entfernte Fixmarken (bei Anwendung der Drähte von 24 m Länge) in Sektionen geteilt.

Die Fixmarken sind in die obere Fläche der Stahlzapfen Z (Fig. 1), die mittelst dreifüßiger Stative mit entsprechender Genauigkeit in die Basisrichtung eingestellt sind, eingeritzt. Bei der Aufstellung der Stative ist zu beachten, daß dieselben eine entsprechende Stabilität und für die Lesung eine gute Höhe bekommen. Von der Stabilität der Fixmarken zwischen zwei benachbarten Drahtlagen sind die Messungsergebnisse abhängig. Zur schnellen Ausführung der Messung ist es nötig, die Konstruktion der Stative so auszuführen, daß die stabile Aufstellung und nötige Zentrierung der Fixmarken möglichst rasch erzielt wird. Man hat auch das Nivellieren der Zapfenmarken, welches zur Reduktion der geneigten Drahtlagen auf horizontale nötig ist, durch Anwendung von Nivellierfernrohren mit Okularmikrometern auszuführen ermöglicht, was eine wesentliche Beschleunigung der Messung zur Folge hat.

Auf den Endpunkten der Basis wird die Fixmarke auf einem Lotstab zur Anwendung gebracht, sowie denselben Herr Professor Borrass bei den Drahtmessungen eingeführt hat. Der Lotzylinder C (Fig. 2), der auf seinem oberen Ende eine Fixmarke M trägt, wird zentrisch auf dem Endpunkt aufgestellt. Seine vertikale Lage wird durch eine, mit dem Lotstab fest in Verbindung stehende Libelle L , deren Axe senkrecht zur Lotstabaxe steht, bestimmt. Die benutzte Libelle hat eine genügende Empfindlichkeit, und zwar 1 Parswert $\approx 12'' 56$ gehabt.

Nachdem die bei den Drahtmessungen angeführte Vervollkommung einzelner Apparate besprochen wurde, bleibt nur noch übrig, einen kleinen Überblick über die jetzige Ausführung der Basismessung mit Invardrähten und über deren Genauigkeit zu geben.

Die Vorarbeiten für die Basismessung mit Invardrähten reduzieren sich auf ein Minimum gegen jene Arbeiten, welche zur Herstellung des Terrains etc. bei anderen Methoden notwendig sind. Es genügt, in einem einigermaßen zur Messung günstigen Terrain die Zusammensicht beider Basisendpunkte freizumachen und es kann gleich mit der Markierung der Basis begonnen werden. Die Markierung der Basis empfiehlt sich schon bei einer wenigstens zweimaligen Basismessung. Die Basis wird vorläufig mit dem Stahlband gemessen und in der Richtung der Basis in Abständen von zirka 24 *m* (bei Anwendung der Drähte von 24 *m* Länge) werden Holzpflocke in den Boden eingetrieben. Diese vorläufige Längenmessung braucht keine große Genauigkeit, indem der Spielraum der Skalenteilung 7 *cm* beträgt.

Die Richtung der Basis wird durch in die Holzpflocke eingeschlagene Nägel, deren richtige Lage mit einem Fernrohr vom Basisendpunkte aus bestimmt wird, ausgesteckt. Annähernd zentrisch über die Markiernägel werden die Fixmarken auf den Stativen aufgestellt und einnivelliert. Dann werden die Entfernungen benachbarter Fixmarken mit dem Invardraht gemessen. Die Lesungen auf der Skalenteilung werden von beiden Beobachtern gleichzeitig, u. zw. an fünf verschiedenen Stellen (nach Vereinbarung) der Skale ausgeführt, um etwaige Ablesungsfehler zu eliminieren und die Genauigkeit der Schätzung zu erhöhen, wobei zu bemerken ist, daß die Verschiebung des Drahtes stets in der Messungsrichtung geschieht, damit die Spannung nicht beeinflußt wird. Der Draht muß frei hängen, ohne daß durchs Anhalten der Skalen ein Druck auf ihn ausgeübt wird. Bei neuen Skalen, wo die Teilung in der Drahtaxe liegt, ist man von der Neigung der Skale unabhängig, dagegen bei der alten exzentrisch angebrachten Skalenteilung müssen ihre geteilten Flächen am besten vertikal gehalten werden.

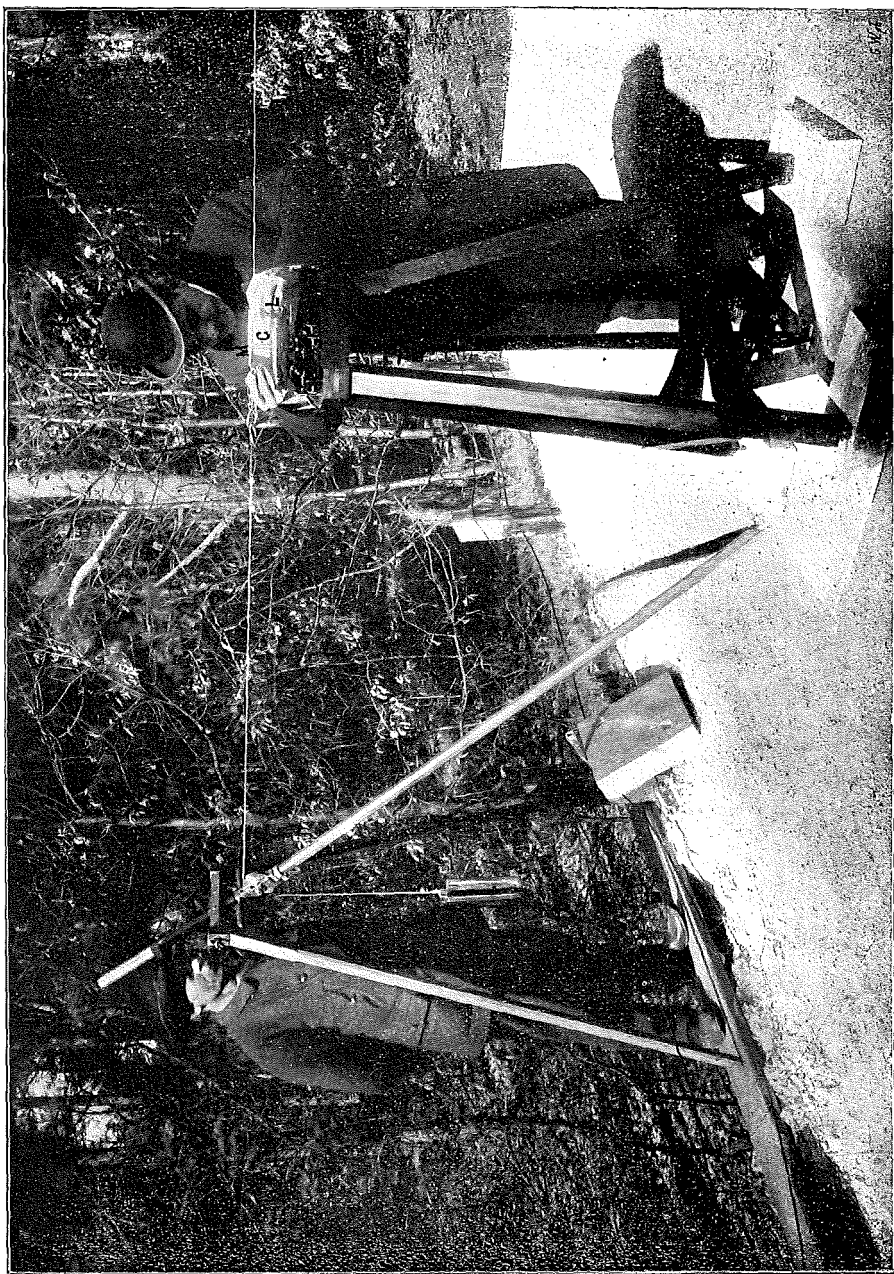
An beiden Endpunkten wird die Lotung mit dem Lotstab handlich und präzise ausgeführt.

Zur Messung der Restlänge der Basis, welche bei der Benutzung des Drahtes von 24 *m* Länge immer auf einen kleineren Betrag als 12 *m* reduziert werden kann, wendet man das Invarband von 12 *m* Länge an. Dasselbe ist in Dezimeter durchlaufend geteilt und die letzten Dezimeter an beiden Enden des Bandes mit einer Millimeterteilung versehen. --- Das Invarband ist auf seine Teilung präzise etaloniert.

Die Messung mit dem Invarbande geschieht analog wie mit dem Invardrahte. An Stelle des Drahtes wird das Band so eingespannt, daß es seiner Breite nach vertikal steht. An einer Fixmarke wird ein der Restlänge entsprechender Dezimeter-teilstrich scharf eingestellt und gleichzeitig auf dem anderen Fixpunkte die Millimeterteilung abgelesen, welcher Vorgang mit beiden Millimeterskalen des Meßbandes nach Vereinbarung wiederholt wird, um die Ablesung zu kontrollieren und ihre Schärfe zu erhöhen.

Irgendwelche Schutzvorrichtung gegen die Sonne fällt weg. Die Lufttemperatur sowie andere Messungsumstände, welche zum Studium der Resultate dienen, werden mitnotiert.

Die Beobachtungen werden in verschiedenen Kombinationen der Beobachter und der Richtung der Messung ausgeführt, damit etwaige persönliche Überein-



Stativ zur Unterstützung der Spannungsgewichte.

Fig. 2.

Lotstab mit der Fixmarke.

stimmung der Beobachter, sowie andere systematische Fehler aus dem Endresultate eliminiert werden können.

Es empfiehlt sich, die Basismessung mit verschiedenen Drähten, deren Etalonierung früher ermittelt wurde, auszuführen und dieselbe auf diese Art zu kontrollieren.

Das Studium der Basismessung mit Invardrähten hat seit 1903 auch das Königl. Preußische Geodätische Institut unternommen und mit diesen Arbeiten den Herrn Prof. E. Borrass, Abteilungsvorstand in diesem Institute, betraut.

Während meines Aufenthaltes in dem genannten Institute wurde mir durch das geneigte Wohlwollen des Herrn Geheimen Regierungsrates F. R. Helmert, Direktor dieses Institutes, die Gelegenheit geboten, an diesen Arbeiten als Beobachter teilzunehmen. Ich erlaube mir daher bei diesem Anlasse dem hochgeschätzten Herrn Direktor F. R. Helmert, sowie dem Herrn Prof. E. Borrass für ihre werthe Unterstützung meiner diesbezüglichen Studien meinen innigsten Dank auszudrücken.

Behufs Beurteilung der Präzision der unter Leitung des Herrn Professor Borrass ausgeführten Messungen dienen die weiters angeführten Daten.

Die Berechnung des horizontalen Abstandes der Basisendpunkte aus den Beobachtungsergebnissen gestaltet sich sehr einfach. In Betracht kommt folgendes:

Die nominelle Länge des Drahtes, so wie sie durch Etalonierung ermittelt wurde, braucht keine Korrektion infolge der Spannung, weil bei der Messung dieselbe Spannkraft angewendet wird, wie bei der Etalonierung. Auch die Temperatur bleibt, wie schon erläutert wurde, unberücksichtigt, weil deren Einfluß unter die Grenze der Beobachtungsfehler sinkt.

Die Messungsergebnisse werden reduziert wegen des Lotungsbetrages, d. h. wegen der Neigung der geometrischen Axe des auf die Endmarken der Basis zentrisch aufgestellten Lotstabes gegen die lotrechte Richtung.

Es gilt folgende Bezeichnung:

h der vertikale Abstand der Fixmarke des Lotstabes von der Marke des Basisendpunktes.

ν der Winkel, den die geometrische Axe des Lotstabes mit der lotrechten Richtung einschließt und der durch das Lotstabniveau in seinen beiden Hauptlagen bestimmt wird.

Dann ist der Betrag durch Ablotung algebraisch genommen gleich $f = h \sin \nu$; oder für geringe Neigungen des Lotstabes $f = h \frac{\nu''}{\rho''}$.

Die Reduktion einzelner Drahtlagen auf die Horizontale, indem durch das Nivellement die Höhenunterschiede benachbarter Fixmarken μ_n in mm bestimmt sind, wird einfach durch Anwendung folgender Reduktionsformel berechnet. Der horizontale Markenabstand:

$$l = D - \frac{1}{2} \frac{\mu_n^2}{D}$$

D bedeutet den gemessenen schiefen Markenabstand.

Für mäßige Höhenunterschiede einzelner Marken kann D der nominellen

Drahtlänge im Korrektionsglied gleich gesetzt werden. Mit dieser Annahme kann für das Glied $\frac{1}{2} \frac{\mu_n^2}{D}$ eine Tabelle angelegt werden, welcher mit dem Argumente von μ_n in *mm* der Wert des Korrektionsgliedes entnommen wird.

Aus diesem kurzen Überblick über die Berechnung der reduzierten Basislänge ist es ersichtlich, wie einfach sich die Ermittlung der gemessenen Grundlinie gestaltet, so daß dieselbe sofort im Felde zur Kontrolle der Messungsergebnisse ausgeführt werden kann.

Die Reduktion der Basislänge auf das Meeresniveau und auf die Schneewird nach bekannter Theorie ausgeführt.

Die von Herrn Prof. Borrass ausgeführten Messungen verfolgen den Zweck, die Unveränderlichkeit und die Etalonierung der Drähte zu prüfen. Deswegen werden hier ihre direkten Ergebnisse ohne Reduktion auf den internationalen Meter, sowie die zur weiteren Genauigkeitsuntersuchung nötigen Daten angegeben.

Einige Ergebnisse der Messungen der Potsdamer Hilfsbasis m. Invardrähten.

Bezeichnung des Drahtes	Anzahl der Drahtlagen	Summe der Skalen-Differenzen		Beitrag der Lotung.	Horizont-Reduktion	Basis-Länge		Beobachter-Kombinat.	Richtung d. Messung	Lage des Nullpunkt.	Luft-Temperatur	Anmerkung
		mm	mm			mm	mm					
A ₁₃	10	+27 37	-0 01	-1 05	10 A ₁₃	+26 31	Se - Kö	EW	E	5 3°	} Skal. vertikal geh. 22. März 1905.	
	10	+27 37	-0 02	1 05	10 A ₁₃	+26 30	Kö - Se	WE	E	5 3°		
	10	+28 59	0 00	-1 84	10 A ₁₃	+26 75	Se - Kö	EW	W	4 6°		
	10	+28 71	-0 01	-1 84	10 A ₁₃	+26 86	Kö - Se	WE	W	5 3°		
A ₁₄	10	+22 62	0 12	-1 05	10 A ₁₄	+21 55	Se - Kö	EW	E	3 3°	} 22. März.	
	10	+22 16	-0 11	-1 05	10 A ₁₄	+21 50	Kö - Se	WE	E	4 3°		
	10	+23 69	-0 03	-1 84	10 A ₁₄	+21 82	Se - Kö	EW	W	2 7°		
	10	+23 85	-0 06	-1 84	10 A ₁₄	+21 95	Kö - Se	WE	W	4 0°		
A ₁₅	10	+27 86	+0 01	-1 38	10 A ₁₅	+26 29	Se - Kö	EW	E	4 5°	} 21. März.	
	10	+27 18	+0 04	-1 38	10 A ₁₅	+25 84	Kö - Se	WE	E	4 9°		
	10	+27 07	+0 03	-1 05	10 A ₁₅	+26 05	Se - Kö	EW	W	7 0°		
	10	+26 64	+0 01	-1 05	10 A ₁₅	+25 60	Kö - Se	WE	W	7 5°		
A ₁₆	10	+17 95	-0 03	-1 38	10 A ₁₆	+16 54	Se - Kö	EW	E	3 3°	} 21. März.	
	10	+17 31	0 00	-1 38	10 A ₁₆	+15 93	Kö - Se	WE	E	4 2°		
	10	+17 07	+0 06	-1 05	10 A ₁₆	+16 08	Se - Kö	EW	W	6 8°		
	10	+16 73	-0 04	-1 05	10 A ₁₆	+15 72	Kö - Se	WE	W	6 9°		
A ₂₇	10	+50 51	-0 01	-1 38	10 A ₂₇	+49 12	Se - Kö	EW	E	2 5°	} Skale gen. 45° 21. März.	
	10	+50 12	-0 04	-1 38	10 A ₂₇	+48 70	Kö - Se	WE	E	2 8°		
	10	+50 88	+0 05	-1 84	10 A ₂₇	+49 09	Se - Kö	EW	W	6 2°		
	10	+50 67	-0 03	-1 84	10 A ₂₇	+48 80	Kö - Se	WE	W	6 9°		

Die vorstehenden Messungen wurden an drei verschiedenen Tagen vom Verfasser und Herrn Ing. F. Köhler ohne jede weitere Vorübung ausgeführt. Die Drähte A₁₃, A₁₄, A₁₅ und A₁₆ haben die alte exzentrische Skalenteilung. Die Skalen wurden bei der Messung vertikal gehalten.

Der Draht A₂₇ besitzt die neue Skalenteilung in der Drahtaxe und die Skalenebene wurde nach Vereinbarung unter dem Winkel 45° zur Vertikale geneigt, um eine gleich scharfe Beleuchtung zu erzielen.

Zur Lotung wurde ein Lotstab vom Mechaniker des geodätischen Institutes Herrn Fechner konstruiert. Das Stabniveau gibt $\mu = 12''.50$ an.

Die Basis wurde durch Holzpflocke in 10 Etagen von zirka 24 *m* Abstand geteilt und die Marken derselben mit einem kleinen Bamberg'schen Nivelierinstrument einnivelliert. Die Höhen der Fixmarken einzelner Stative über ihre korrespondierenden Pflockmarken wurden durch direkte Messung der Vertikalabstände derselben bestimmt.

Untersuchung der Messungsergebnisse.

Messung mit Draht A_{13}	Messung mit Draht A_{14}
Basis = $10 A_{13} \pm 26.59 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{14} \pm 21.75 \text{ mm}$
Basis = $10 A_{13} \pm 26.53 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{14} \pm 21.66 \text{ mm}$
Basis = $10 A_{13} \pm 26.56 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{14} \pm 21.71 \text{ mm}$
Messung mit Draht A_{15}	Messung mit Draht A_{16}
Basis = $10 A_{15} \pm 25.95 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{16} \pm 16.13 \text{ mm}$
Basis = $10 A_{15} \pm 25.95 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{16} \pm 16.01 \text{ mm}$
Basis = $10 A_{15} \pm 25.95 \text{ mm}$	Basis = $10 A_{16} \pm 16.07 \text{ mm}$
Messung mit Draht A_{27}	
Basis = $10 A_{27} \pm 48.96 \text{ mm}$	
Basis = $10 A_{27} \pm 48.90 \text{ mm}$	
Basis = $10 A_{27} \pm 48.93 \text{ mm}$	

Jedes Resultat ist als Mittel aus zwei Einzelmessungen, die in entgegengesetzter Messungsrichtung, Beobachter-Kombination und Nullpunktstage des Drahtes ausgeführt wurden. Die Beobachtungen auf Seite 198 sind in je zweien so kombiniert, daß alle systematischen Fehler eliminiert werden.

Was die Genauigkeit der Skalentesungen an verschiedenen Stellen derselben betrifft, so habe ich aus 24 fünffachen Lesungen für den Draht: A_{14} mit der alten exzentrischen Skalenteilung den mittleren Fehler einer Ablesung der Skalenteilung = $\pm 0.060 \text{ mm}$, A_{27} mit der Skalenteilung in der Drahtaxe den mittleren Fehler einer Ablesung der Skalenteilung = $\pm 0.050 \text{ mm}$ abgeleitet.

Die Resultate der von den systematischen Fehlern befreiten Doppelmessungen ergeben gegen das Hauptmittel für die einzelnen Drähte folgende Genauigkeitsverhältnisse:

Draht A_{13} $\frac{1}{8000000}$, A_{14} $\frac{1}{3800000}$, A_{15} 0, A_{16} $\frac{1}{1000000}$, und A_{27} $\frac{1}{5000000}$.

Das Hauptmittel erscheint als Mittel zweier von den systematischen Fehlern befreiten Resultate. Die relative Übereinstimmung derselben läßt nichts zu wünschen übrig.

Der mittl. Fehler einer Gleichung (Doppelmessung) $\mu = \pm \sqrt{0.00297} = \pm 0.054 \text{ mm}$.

Der mittlere Fehler des Hauptmittels zweier korrespondierender Gleichungen $\frac{\mu}{\sqrt{2}} = \pm 0.038 \text{ mm}$.

Der mittlere Fehler der Längeneinheit (Meter) $\lambda = \pm \frac{\mu}{\sqrt{240}} = \pm 0.0035 \text{ mm}$.

Die systematischen Fehler, welche den Beobachtungen anhaften, sind von der Beobachter-Kombination, von der Richtung der Messung und Lage des Nullpunktes abhängig.

Nach der Anordnung der Beobachtungen wurde mit der Messungsrichtung auch die Beobachter-Kombination geändert und auf diese Weise ist es möglich, nur den Wert dieser systematischen Fehler für die Summe beider Fehlerquellen aus den Beobachtungsergebnissen zu ermitteln.

Bezeichnet man den von der Beobachter-Kombination und Messungsrichtung herrührenden Fehler mit $p = (x + y)$ (wo x die persönliche Gleichung und y den durch die Messungsrichtung bedingten systematischen Fehler bedeutet) und den von der Lage des Nullpunktes abhängigen systematischen Fehler mit z , dann liefern die Beobachtungen mit den ersten vier Drähten, welche die alte Skalenteilung besitzen, für diese systematischen Fehler folgende Werte:

$$p = x + y = -0.106 \text{ mm} \pm 0.061 \text{ mm}$$

$$z = +0.036 \text{ mm} \pm 0.061 \text{ mm}$$

Die Werte dieser systematischen Fehler bewegen sich fast in den Grenzen ihrer mittleren Fehler.

Wenn man dieselben als unvermeidliche Fehler behandelt, ergibt sich für alle fünf Drähte im Zusammenhange der mittlere Fehler einer Gleichung (einer einfachen Messung) $= \pm 0.277 \text{ mm}$ für die ganze Strecke von 240 m Länge. Der mittlere Fehler im arithmetischen Mittel aus den in allen vier Kombinationen ausgeführten Messungen der ganzen Strecke von 240 m würde den Wert $m = \pm 0.139 \text{ mm}$ erhalten, wenn man selbst auf die systematischen Fehler keine Rücksicht nimmt.

Um die systematischen Fehler weiter untersuchen zu können, wurden ihre Werte für jeden Draht eigens gerechnet. Die aus den Beobachtungen aufgestellten Fehlergleichungen liefern folgende Werte der angedeuteten systematischen Fehler in Millimetern ausgedrückt:

Draht A_{13} : $p = (x + y) = +0.03 \pm 0.022$, $z = +0.25 \pm 0.022$

• A_{14} : $p = (x + y) = +0.02 \pm 0.032$, $z = +0.18 \pm 0.032$

• A_{15} : $p = (x + y) = -0.23 \pm 0.005$, $z = -0.12 \pm 0.005$

• A_{16} : $p = (x + y) = -0.24 \pm 0.045$, $z = -0.17 \pm 0.045$

• A_{27} : $p = (x + y) = -0.18 \pm 0.024$, $z = +0.02 \pm 0.024$

Der mittlere Fehler einer Gleichung (einer einfachen Messung) aus dem Systeme aller 20 Fehlergleichungen abgeleitet, ergibt sich mit den gerechneten Werten der systematischen Fehler mit dem Betrage $\mu = \pm 0.056 \text{ mm}$, welcher Wert also mit dem oben angegebenen übereinstimmt.

Wie die Messungsdaten beweisen, liefert die Methode der Invardrahtmessungen, was hier bloß aus Einzelmessungen mit demselben Drahte zu entnehmen ist, sehr gute Resultate.

Die Schnelligkeit der Messungen ist äußerst günstig. Die Potsdamer Hilfsbasis von 240 m Länge wurde von den Beobachtern ohne jede Vorübung in 26 Minuten

im Durchschnitte gemessen. Die mittlere Beobachtungsdauer einer Drahtlage betrug 2.6 Minuten. Bei intensiver Arbeit, wie es weiter angegeben wird, kann die Schnelligkeit noch wesentlich erhöht werden.

Damit die Genauigkeit der Invardrahtmessungen bei Anwendung derselben zur Messung langer Grundlinien dargetan wird, soll hier auf die neueste Messung der Schubiner Basis in Preußen, welche Herr Prof. Borriass im Jahre 1903 mit den vier angeführten Drähten ausgeführt hat, verwiesen werden.

Die Ergebnisse der Schubiner Basismessung*) sind folgende:

Messung mit dem Draht	A ₁₃	. . .	Länge der Basis	5119 176.87 mm
»	»	»	»	»
»	A ₁₄	. . .	»	5119 174.86 »
»	»	»	»	»
»	A ₁₅	. . .	»	5119 191.73 »
»	»	»	»	»
»	A ₁₆	. . .	»	5119 184.74 »
»	»	»	»	»
Mittel aus den Messungen mit allen 4 Drähten				5119 182.05 mm ± 3.87 mm

Jede Zahl ist das Mittel aus der Hin- und Rückmessung. Die mittlere Beobachtungsdauer beträgt 1.8—2.0 Minuten für eine Drahtlage. Die Messungen sind bei ungünstiger Witterung ausgeführt worden.

Die äußerst günstigen Resultate der Invardrahtmessungen haben in geodätischen Kreisen die Überzeugung gestärkt, daß diese Methode auch zur Messung der Grundlinien für wissenschaftliche geodätische Operationen dienen kann. In neuerer Zeit haben die Franzosen bei der Ausführung der neuen Gradmessung in Ecuador und die Russen und Schweden bei der Gradmessung auf Spitzbergen diese Methode angewendet.

In den Verhandlungen der letzten Konferenz der internationalen Erdmessung hat der um diese Methode wohlverdiente Herr Dr. Guillaume den großen Wert der Invardrahtmessungen trefflich beleuchtet, indem er ausführte: »Wenn man die Einfachheit der geodätischen Operationen dieser Methode, ihre schnelle Ausführung, welche in kurzer Zeit die Kontrolle der Messungen ohne bedeutenden Zeit- und Kostenaufwand erlaubt, und wenn man die Möglichkeit ihrer Anwendung fast überall und beinahe ohne Vorbereitung des Terrains, sowie die Möglichkeit, längere Basen in großer Anzahl zu wählen, und wenn man die große Genauigkeit ihrer Resultate in Betracht zieht, wird man annehmen können, daß diese Methode nicht geringeren Wert gegenüber der Methode der Anwendung von Maßstäben besitzt.«

Es wäre nun dafür zu sorgen, durch weiteres Studium die Methode der Invardrahtmessungen auch für einzelne Operationen der niederen Geodäsie, zum Beispiel für die Messung längerer Kontrolllinien bei der Polygonalaufnahme, zur Messung der Hilfsbasen bei der Meßtischaufnahme und zur Kontrolle des Maßverhältnisses älterer trigonometrischer Messungen möglichst einfach zu gestalten.

*) »Jahresbericht des Direktors des königl. geodätischen Institutes«, Potsdam 1904.