

Paper-ID: VGI_190625



Zur Geschichte der Schweremessungen

Hans Löschner ¹

¹ *k.k. Statthaltereii-Ingenieur in Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **4** (15–16, 17–18, 19–20, 21–22),
S. 235–240, 261–266, 293–298, 325–333

1906

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Loeschner_VGI_190625,  
Title = {Zur Geschichte der Schweremessungen},  
Author = {L{\o}schner, Hans},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {235--240, 261--266, 293--298, 325--333},  
Number = {15--16, 17--18, 19--20, 21--22},  
Year = {1906},  
Volume = {4}  
}
```



Die durch die Lunisolarwirkung erzeugte Amplitude ist annähernd um die Hälfte größer, als die von dem Monde allein herrührende; die infolge der hydrostatischen Gezeiten in der Lotrichtung von Berlin auftretenden Schwankungen können daher keine größeren Amplituden aufweisen als

$$\text{extr. max } \ominus = 0.05''.$$

Hält man diesem Resultate die von Dr. Eggert in der «Zeitschrift für Verm.», 1905, S. 60, zusammengestellten, aus zehnjährigen Beobachtungen hervorgegangenen Daten gegenüber, welche im Mittel eine Hin- und Herbewegung der Lotrichtung mit einer Amplitude von $0.2''$ ausweisen, so gelangt man zur Überzeugung, daß die hydrostatischen Gezeiten allein nicht ausreichen, die wahrgenommenen Störungserscheinungen zur Gänze aufzuklären, daß vielmehr noch andere, störend wirkende Ursachen daran Teil haben müssen, zu denen die eingangs erwähnten meridionalen Massentransporte, die ungleiche Luftdruckverteilung, namentlich aber die Wärmebewegungen in nicht unwesentlichem Maße zu rechnen sind.

Zur Geschichte der Schweremessungen.

Zu einem Vortrage zusammengestellt von **Dr. Hans Löschner**, k. k. Statthalterei-Ingenieur in Graz.

Schwere ist bekanntlich die Kraft, welche die Massenpunkte der Körper nach der Erde hin beschleunigt.

Die exakten Schwerebestimmungen mit Benützung des Pendels gehören heute zu den Arbeiten der im Jahre 1886 aus der «Europäischen Gradmessung» durch Beitritt außereuropäischer Staaten hervorgegangenen «Internationalen Erdmessung», weil ihre Ergebnisse sowohl bei den Untersuchungen über die mathematische Erdform, das Geoid, als auch bei der genauen Reduktion der über ganze Erdteile vorgenommenen Präzisions-Nivellements eine bedeutende Rolle spielen.

Die Erde kann aufgelöst werden als ein um eine Axe sich drehender Körper von nahezu ellipsoidischer Oberflächengestaltung, auf welchem jeder Punkt dem Einflusse der Fliehkraft und Schwerkraft unterworfen ist. Die Wirkung dieser beiden Kräfte läßt sich durch ihr kombiniertes Potential, die Kräftefunktion W ausdrücken.¹⁾ Der geometrische Ort der Punkte gleichen Potentials heißt Niveaulfläche der Kräftefunktion oder kurz Niveaulfläche. Diese hat somit die Gleichung:

$$W = \text{Konstante.}$$

Die Niveaulflächen der Erdrinde sind geschlossene, stetige, von Kanten und Ecken freie Flächen, welche einander schalenförmig umschließen und in ihrer Gestalt sich nur wenig von einem Ellipsoid unterscheiden. Von je zwei solchen Flächen gehört zu der inneren der größere Wert von W . Die orthogonalen Trajektorien der Niveaulflächen, die sog. Kraftlinien, haben die Eigenschaft, daß die Tangente in jedem Punkte die Richtung der Schwere angibt.

¹⁾ Näheres in Helmert, die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, II., 1884, Seite 8.

Größe und Richtung der Schwerkraft erleiden aber infolge von Massenanhäufungen und Massendefekten lokale Abnormitäten, welche noch nicht im Detail bekannt sind. Man kennt daher die Größe und Richtung der Schwerkraft nur annähernd, und das gleiche gilt sonach von den Niveauflächen. Diese Annäherungen an die wirkliche Gestalt der Niveauflächen heißen Niveausphäroide oder kurz «Sphäroide» (Ausdruck: $W_0 = U = \text{Konstante}$).¹⁾

Die beobachteten und auf das Meeresniveau reduzierten Werte der Schwerkraft lassen sich mit Vernachlässigung untergeordneter Größen durch die Formel

$$\gamma = g_a (1 + b \sin^2 \varphi)$$

interpolieren. Hierin bedeutet γ die interpolierte, auf das Meeresniveau sich beziehende, sogen. «normale» Schwere eines Ortes mit der geographischen Breite φ ; g_a die Schwere am Äquator und b eine Konstante.

Bestimmt man nun in dem Potentialausdruck U eines Sphäroids die Konstanten so, daß die eben angeführte Interpolationsformel für das Niveausphäroid des Geoids in Strenge erfüllt wird, so erhält man damit die «Normalform» der Niveausphäroide.²⁾

Diese Normalform eines Niveausphäroids reicht von einem Rotationsellipsoid gleicher Abplattung $\left(\frac{a-b}{a}\right)$ um sehr geringe Beträge ab; das Maximum der Abweichung $\varphi = 45^\circ$ beträgt nach Helmert 12,7 *m*, nach Bruns 19,1 *m*. Es erscheint hiernach der Gebrauch der Geodäten gerechtfertigt, das Geoid, abgesehen von den Verbiegungen lokalen und kontinentalen Charakters als abgeplattetes Rotationsellipsoid anzusehen und die Berechnungen auf dem Normalsphäroid nach den für das Ellipsoid giltigen Rechnungsvorschriften vorzunehmen.³⁾ Diese Identifizierung von Sphäroid und Ellipsoid gilt nicht allein für eine bestimmte Niveaufläche, sondern für alle in der Nähe der Erdoberfläche verlaufenden, mit der vorerwähnten Normalform. Deshalb kann als allgemeiner Ausdruck für die Erdgestalt unter den unendlich vielen Niveauflächen, welche der für die Beobachtung zugänglichen physischen Erdoberfläche angehören, irgend eine gewählt werden. Nach Gauß-Beßel gilt als mathematische Figur der Erde jene Niveaufläche, von der die Oberfläche der Weltmeere einen Teil bildet. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Meeresoberfläche eine Niveaufläche sei, eine Annahme, welche allerdings nicht in aller Strenge zutrifft.⁴⁾ Die so definierte Erdgestalt nennt man nach Listing das Geoid.⁵⁾ Da nun aber der Erdkörper eine wechselnde Massenordnung zeigt, so kann das Geoid nicht die bisher betrachtete einfache sphäroidische (ellipsoidische) Gestalt haben, sondern es wird dasselbe dieser unregelmäßigen Massenordnung entsprechende Ausbiegungen (Deformationen) gegenüber dem Sphäroid aufweisen.

¹⁾ Bruns, Figur der Erde, 1878, — Helmert Höhere Geodäsie, 1884, II. S 16—18; — Mitt. des k. u. k. Mil.-Geogr. Instit., 1900.

²⁾ Helmert, Höh. Geod. II., S. 90; — Bruns, Figur der Erde, 1878, S. 16.

³⁾ Reinhertz, in Lueger's Lexikon, III. Bd. (Erde).

⁴⁾ Bruns, Figur der Erde.

⁵⁾ Listing, Über unsere jetzige Kenntnis der Gestalt und Größe der Erde; Göttingen, 1873.

Die Erdgestalt, das Meeresspiegelgeoid, ist demnach im Sinne der heutigen Erdmessung als eine u. regelmäßig gestaltete Gleichgewichtsoberfläche aufzufassen.

Die Aufgabe der Erdmessung ist es, entsprechende Werte für das Normalsphäroid abzuleiten und sodann die Geoid-Formen zu bestimmen, oder in allgemeiner Auffassung des Problems nach Bruns: Beiträge zur Aufstellung der Gleichung (W) der Kräftefunktion zu liefern.

Zur Lösung dieser Aufgabe dienen zunächst die Gradmessungen.

Es ist hierbei zu beachten, daß die Messungspunkte der Gradmessungssysteme auf der physischen Erdoberfläche liegen, daß die durch die Punkte hindurchgehende Schar der Niveaulächen nach ihrem Bildungsgesetze, ihrer gegenseitigen Lage zu einander, sowie zum Geoid unbekannt sind und dementsprechend auch die Richtung der Lote in den betreffenden Punkten.

Wegen der Lage der in sich geschlossenen Gradmessungssysteme auf den Gipfeln oder Hängen der unbekanntenen Geoidfläche besteht gar kein unmittelbarer Zusammenhang zwischen den Ergebnissen verschiedener Gradmessungen; diese beziehen sich vielmehr auf verschieden gekrümmte Flächenstücke, deren Lage zur Umdrehungsaxe ebenfalls unbekannt bleibt.

Selbst wenn über die ganze Erdoberfläche ein in sich geschlossenes Gradmessungssystem geschaffen werden könnte und dieses dann unter Berücksichtigung aller notwendigen Reduktionen berechnet würde, ließe sich nur ein allen Messungen möglichst entsprechendes Rechnungsellipsoid ableiten, dagegen wäre damit über die Lage des Erdschwerpunktes und der Erdaxe zu diesem geometrischen System nichts bestimmt.

Das kann eben durch Gradmessungen allein nicht geleistet werden, weil gar kein Zusammenhang zwischen der nach geometrischen Grundsätzen bestimmten Ellipsoidaxe und der nach dynamischen Grundsätzen gelagerten Erdaxe besteht.

Der erforderliche Zusammenhang kann nur durch eine Kombination geometrischer und dynamischer Bestimmungen erzielt werden. Dementsprechend sind die von der modernen Erdmessung zur Lösung ihrer Aufgaben auszuführenden Messungen sowohl geometrischer, als auch dynamischer Natur.

Die Messungen dynamischer Natur bestehen in Schweremessungen mittelst des Pendels. Sie ermöglichen eine dynamische Bestimmung der Abplattung des Normalsphäroids und gewinnen gegenüber den Gradmessungen dadurch an Bedeutung, daß sie 1. gleichmäßiger und beliebig reichlich über die Erde verteilt werden können, und 2. nicht wie die Gradmessungen einzig und allein auf den Ausbiegungen des Geoids liegen.¹⁾

Nach diesem Hinweis auf die Bedeutung der Schweremessungen für das Studium des Geoids sei auf die Verwertung der Ergebnisse der Schwerebestimmungen bei der exakten Reduktion von Präzisionsnivellierungen über große Staatsgebiete oder ganze Erdteile hingewiesen.

Bekanntlich benützt man bei der Ausführung geometrischer Nivellements die Ablesungen im Instrumentenhorizont, welcher einen Teil der durch die Visierlinie

¹⁾ Vgl. Bruns, Figur der Erde, und Reihertz in Lueger's Lexikon.

des Instrumentenfernrohres gelegten Niveaufläche abgibt. Die Niveauflächen eignen sich aber streng genommen nicht zur Bestimmung von Seehöhen oder Höhenunterschieden, weil sie keineswegs parallele, gleichabständige Flächen sind, sondern vom Äquator nach den Polen hin konvergieren (Abb. 1). Der Abstand zweier

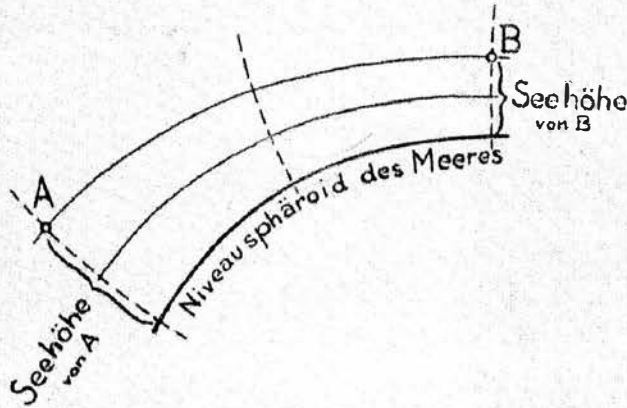


Fig. 1.

Niveauflächen ist also, an verschiedenen Punkten gemessen, verschieden. Punkte ein und derselben Niveaufläche können daher verschiedene Seehöhen besitzen und umgekehrt: Punkte mit gleicher Seehöhe müssen nicht notwendig auf derselben Niveaufläche liegen.

Von diesen Widersprüchen befreit man sich dadurch, daß man die Niveaudifferenzen als Arbeitsgrößen im Sinne der Mechanik auffaßt. An allen Punkten zweier Niveauflächen hat nämlich das Produkt aus der Größe g der dort wirkenden Schwerkraft in den normalen Abstand der beiden Niveauflächen denselben Wert; ¹⁾ oder: es erfordert dieselbe Arbeit, wenn man die Masseneinheit von irgend einem Punkte der einen Niveaufläche nach dem in derselben Lotlinie gelegenen Punkte der zweiten Niveaufläche hebt. Wo die Niveauflächen näher aneinander liegen, ist eben die Schwerkraft größer.

Die Ermittlung von genauen Höhenunterschieden und Seehöhen ist also durch das bloße Nivellement ohne Zuziehung der Schwerkraft nicht möglich. Einen deutlichen Beweis dessen gibt folgende Betrachtung: (Abb. 2.)

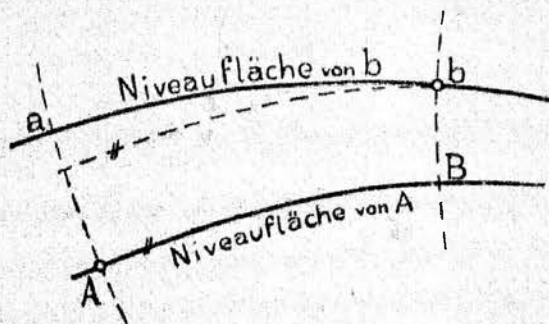


Fig. 2.

Wir fragen nach dem Höhenunterschied $A - b$.

¹⁾ $dW = -gdh$; Helmert, Höhere Geodäsie, II., S. 10.

Ein Nivellement von A über a (zunächst rasch ansteigend) bis b gibt die Größe A a als gesuchten Höhenunterschied; hingegen liefert ein Nivellement von A über B, zuletzt rasch ansteigend nach b, die kleinere Größe B b als gesuchten Höhenunterschied.

Die Nivellementschleife A a b B A wird also, selbst wenn es möglich wäre, ohne jedweden Beobachtungsfehler zu nivellieren, den Schlußfehler $\pm A a - B b$ ergeben.

Diese Erscheinung tritt am stärksten auf, wenn in der Meridianrichtung nivelliert wird; beim Nivellieren in der Parallelkreisrichtung verschwinden diese Differenzen gänzlich.

Um die Nivellements-Ergebnisse von dem Arbeitswege unabhängig zu machen, muß an den Resultaten jedes Nivellements die sogenannte orthometrische Verbesserung angebracht werden. Diese ist

$$\frac{\sum g l}{g_0} - \sum l$$

wenn mit l die einzelnen Steigungen des Nivellements, mit g die den einzelnen Stationen zugehörigen Beschleunigungen der Schwere und mit g_0 ein Mittelwert der Schwerebeschleunigung im Nivelliergebiete bezeichnet werden.

Ist nun mittelst eines Präzisions-Nivellements unter Berücksichtigung der orthometrischen Korrektion die Höhe eines Punktes P (Abb. 3) über einem bestimmten

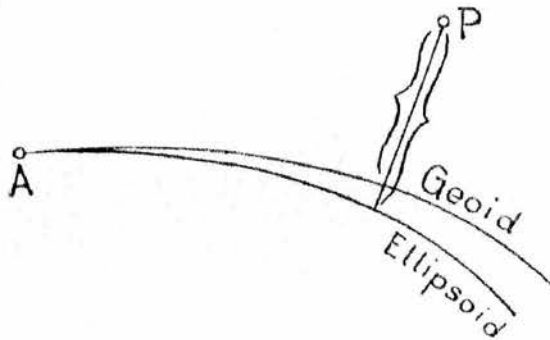


Fig. 3.

Ausgangspunkte A gemessen, so bezieht sich dieselbe auf die Höhe über dem durch A gelegten Geoid. Vollführt man weiter von A eine trigonometrische Höhenbestimmung nach Punkt P, so bezieht sich diese Höhe auf das durch A gelegte Rechnungs-Ellipsoid.

Es gibt dies somit einen Weg zur Bestimmung der Abstände des Geoids von dem Ellipsoid, wozu allerdings zu bemerken ist, daß die Genauigkeit der trigonometrischen Höhenmessung wegen der Unsicherheit in der Bestimmung der Refraktionskorrektur heute noch zu wünschen übrig läßt.

Im übrigen gestatten auch die Differenzen zwischen den beobachteten und den normalen Schwereintensitäten eine Schätzung der Abstände des Geoids vom Ellipsoid; die bezüglichen Rechnungen sind aber keineswegs einfach; korrekte Formeln gab Stockes in seiner Abhandlung: «On the Variation of Gravity» 1849.¹⁾

* * *

¹⁾ Vgl. Helmert, Höhere Geodäsie, I, S. 21; II S. 249

Nachdem im Vorstehenden versucht worden ist, die Wichtigkeit und Bedeutung der Schweremessungen auf dem Gebiete der Geodäsie darzulegen, sei im folgenden eine geschichtliche Skizze über die Ausführung und Verwertung der Schweremessungen gebracht.

Die erste zuverlässige, aus gemessenen Pendellängen abgeleitete Bestimmung der Beschleunigung g der Schwere dürfte Christian Huygens ausgeführt haben, welcher aus zuerst die für ganz kleine Elongationen eines mathem. Pendels gültige Näherungsformel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

aufgestellt hat, wobei t die Dauer einer einfachen Schwingung, l die Länge des Pendels bedeutet.¹⁾

Für ein Sekundenpendel gilt hiernach die Beziehung: $g = 1\pi^2$.

Huygens fand in alt-französischem Maße $g = 30' 1''$.²⁾ (Dies entspricht $9,77 m$.)

(Fortsetzung folgt.)

Grundeinlösung für Eisenbahnzwecke und Katastralmappe.

(Schluß.)

Ein weiterer Umstand, welcher die Durchführung einer Reambulierung zu einem sehr problematischen Unternehmen gestaltet, ist die Tatsache, daß die in Gegenwart zur Ausführung gelangenden Bahntrassen in ihrem größeren Teile durch ein Gelände geführt werden, dem es überhaupt an brauchbaren Anhaltspunkten mangelt, oder solche nur in einer Entfernung von den in Betracht kommenden Gebieten aufweisen, welche ein »Hinarbeiten« äußerst zeitraubend gestalten, sehr häufig ohne Instrumentenarbeit überhaupt nicht zulassen.

Steilgelegener Hochwald mit eingesprenkelten Alpweiden wird durchschient, wüste Felspartien erklimmen, mächtige Wasserrisse überbrückt, deren örtliche Lage und Gestalt einer augenblicklich kaum merkbaren, aber dennoch steten Änderung unterworfen sind, dann wieder Hochlandsacker durchschnitten, der dem einsamen Berghäusler das Notdürftigste an Nahrung liefern muß.

Von einer Vermarkung des Besitzes ist hier wenig zu sehen. Zäune Frieden die Äcker ab, um dem Vieh den Zutritt zu wehren, werden nach Bedarf in kürzerer oder längerer Frist erneuert oder ausgebessert, welche Arbeit dem Grenz zug ein alljährlich verschiedenes Bild gibt — ein Bild, welches zum Schlusse allem möglichen, nur nicht der in der Mappe verzeichneten Grenze ähnelt.

¹⁾ Wolf, Handb. der Astron., 1890, I, S. 293 und 295. Die genauere Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \sin^6 \frac{\alpha}{2} + \dots \right]$$

wurde später, wahrscheinlich 1736 durch Euler, aufgestellt.

²⁾ Wolf, Handb. der Astron., 1890, I, S. 292.

ÖSTERREICHISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen

ORGAN DES VEREINES
DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:
Wien, III., Kegelgasse 29, Parterre, T. 2.
K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und
Clearing-Verkehr Nr. 824.175.

Erscheint am 1. jeden Monats.
Jährlich 24 Nummern in 12 Doppelheften.
Preis:
12 Kronen für Nichtmitglieder.

Expedition und Inseratenaufnahme
durch die
Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haase)
Baden bei Wien, Pfarrgasse 9.

Nr. 17—18.

Wien, am 1. September 1906.

IV. Jahrgang.

Inhalt: Zur Geschichte der Schweremessungen. Von Dr. Hans Löschner, k. k. Statthalterei-Ingenieur in Graz. — Differential-geometrische Konstruktionen beim Rückwärtszeichnen. Von Prof. W. Laska. — Mathematische Kleinigkeiten. Von Prof. K. Fuchs, Preßburg. — Die neuerlichen Positionen der k. k. Evidenzhaltungsbeamten. — Vereinsnachrichten. — Kleine Mitteilungen. — Literarischer Monatsbericht. — Büchereinflauf. — Normalien. — Stellenausschreibungen. — Personalien. — Druckfehler-Berichtigung.

Nachdruck der Original-Artikel nur mit Einverständnis
der Redaktion gestattet.

Zur Geschichte der Schweremessungen.

Zu einem Vortrage zusammengestellt von Dr. Hans Löschner, k. k. Statthalterei-Ingenieur in Graz.

(Fortsetzung.)

Im Jahre 1669 machte derselbe Gelehrte die Pariser Akademie darauf aufmerksam, daß infolge der beim Rotieren des Erdkörpers auftretenden Zentrifugalkraft die Schwere und deshalb auch die Länge des einfachen Sekundenpendels mit der geographischen Breite abnehmen müsse. Auch das Lot könne nicht überall genau nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtet sein, weshalb die nach den Gesetzen der Hydrostatik allorts zur Lotrichtung senkrechte Oberfläche des Meeres eine sphäroidische Gestalt haben müsse.

Dieser Lehre schloß sich — allerdings mit einer gewissen Reserve — Picard an, welcher gelegentlich der im Jahre 1669 begonnenen ersten französischen Gradmessung eine Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels für Paris durchgeführt und den Satz aufgestellt hatte, daß die Länge des einfachen Sekundenpendels an einem bestimmten Orte ein sehr genau definiertes und immer wieder herstellbares Maß sei, welches man «Rayon astronomique» nennen und als Normalmaß benützen könnte.¹⁾

¹⁾ Wolf, Handb. der Astronom., 1892, III, S. 177. Den Gedanken, die Länge des Sekundenpendels als Maßeinheit einzuführen, hatte zuerst Christoph Wren im Jahre 1661 ausgesprochen: Wolf, III, S. 197.

Sein Pendel bestand aus einer an einem feinen Seiden-, später Hanffaden gehängten, kupfernen Kugel von einem Zoll Durchmesser und war vor einer auf mittlere Zeit regulierten Pendeluhr befestigt. Die Länge l des mathematischen Sekundenpendels in Paris maß nach Picard $36'' 8\frac{1}{4}'''$ ($= 0.99392$ m). Diesen Wert hat nachher Isaac Newton bei seinen theoretischen Berechnungen über die Erdgestalt verwendet.¹⁾

Als nun im Jahre 1672 der Adjunkt der Pariser Akademie, Jean Richer in Cayenne in Süd-Amerika über Wunsch des Picard Pendelmessungen vornahm, ergab sich, daß das Sekundenpendel in Cayenne um $1\frac{3}{4}$ Linien (d. i. 3.9 mm) kürzer als in Paris war. (Hiezu sei bemerkt, daß Cayenne nahe 5° nördl. Breite, Paris za. 49° nördl. Breite liegt). Dominique Cassini wollte dies anfangs einer ungenauen Beobachtung und einer unvollkommenen Berücksichtigung der Temperatureinflüsse zuschreiben, mußte aber ein Dezennium später, nachdem ähnliche Bestimmungen am Kap Vert in Französisch-Hinterindien (unter 12° nördl. Breite) gemacht worden waren, die Richtigkeit der Angaben des Richer anerkennen. Im übrigen berichtete auch der Astronom Edmond Halley, daß er im Jahre 1676 auf der Insel St. Helena (unter 16° südl. Breite) sein Sekundenpendel merklich verkürzen mußte.²⁾

Alle diese Erfahrungen fanden in den theoretischen Betrachtungen der beiden Zeitgenossen Huygens und Newton ihre Begründung. Newton nahm ein homogenes Ellipsoid an, berücksichtigte die Anziehung aller Massenteile und berechnete die Abplattung mit $\alpha = 1 : 230$ auf Grund der Voraussetzung, daß in einem mit Wasser gefüllten Kanale, der von einem der Pole nach dem Erdmittelpunkte und von da bis zu einem Punkte des Äquators führen würde, Gleichgewicht bestände. Newton knüpfte an seine Untersuchung bereits die Bemerkung, daß für den Fall, als die Dichte des Erdkörpers nicht gleichförmig sein, sondern von der Oberfläche nach dem Innern zunehmen sollte, die Abplattung kleiner sein müsse. Huygens, der den Sitz der Anziehungskraft in einem einzigen Zentralpunkt, dem Erdmittelpunkte vermutete, gelangte auf Grund der vorerwähnten Voraussetzung zu dem Werte $\alpha = 1 : 578$.³⁾

Im Gegensatz zu den eben besprochenen Beobachtungen und Theorien standen nun die Ergebnisse der von Picard begonnenen und von verschiedenen Gelehrten fortgesetzten ersten französischen Gradmessung, über welche Jaques Cassini, ein Sohn des früher genannten Dominique Cassini, in seiner Schrift «De la grandeur et de la figure de la Terre, Paris 1720» berichtete. Hiernach nahm innerhalb Frankreichs die gemessene Bogenlänge der Meridiangrade nach Norden etwas ab, was auf längliche (citronenförmige) Erdgestalt anstatt auf abgeplattete (orangenförmige) hinwies.⁴⁾

Zur Behebung dieses Widerspruches wurden über Vorschlag des Jean Théo-

¹⁾ Wolf, 1892, III, S. 175 u. 178.

²⁾ Wolf, 1892, III, S. 178.

³⁾ Helmert, Theorien der höheren Geodäsie, 1884, I, S. 11; Wolf, Astronomie 1892, III, S. 179.

⁴⁾ Helmert, I. S. 13; Wolf 1892, III, S. 180 etc.

phile Désaguliers in den Jahren 1735 bis 1743 zwei der Breite nach möglichst verschiedene Gradmessungen in Peru und Lappland ausgeführt¹⁾, wobei auch Beobachtungen über die Länge des Sekundenpendels, bezw. der mit ihr zusammenhängenden Beschleunigung der Schwere vorgenommen wurden. Die Sache entschied sich in einem den dynamischen Theorien günstigen Sinne.

Während die Länge des Sekundenpendels in Paris mit $36'' 8.58'''$ gefunden wurde, ergaben die Beobachtungen in Peru $36'' 7.015'''$, d. h. beinahe um $2'''$ weniger. Beobachter war Pierre Bouguer. Das Pendel bestand aus einem Doppelkonus von Kupfer, welcher an einer in eine Pinzette eingeklemmten Mantelhanf-Faser vor einer astronomischen Pendeluhr schwang. In Peru geschahen die Messungen auf dem za. 4787 m hohen Pichincha, und Bouguer betonte in einer Abhandlung vom Jahre 1736 ausdrücklich, daß der ermittelte Unterschied in der Länge des Sekundenpendels nicht nur dem Breitenunterschiede, sondern auch dem bedeutenden Höhenunterschiede der Beobachtungsorte zuzuschreiben ist²⁾.

Die von Authier und Camus in Lappland vollführten Versuche über die Länge des Sekundenpendels lieferten keine sicheren Ergebnisse.

Von ausschlaggebendster Bedeutung für die Geschichte der Anwendung der Schwermessungen auf die Bestimmung der Erdgestalt wurde das Theorem, welches der französische Mathematiker Clairaut zuerst in den Philosophical Transactions von 1738 und dann erweitert in seinem klassischen Werke *«Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique»*, Paris 1743, veröffentlichte. Dieses Theorem bietet die Möglichkeit, die Abplattung der Erde aus Messungen der Schwerkraft an ihrer Oberfläche zu bestimmen und lautet:

$$\begin{aligned} (\text{Abplattung der Erde}) &+ \frac{\text{Zunahme der B. der Schwerkraft vom Aequator bis Pol}}{\text{Beschleunigung der Schwerkraft am Aequator}} \\ &= \frac{5}{2} \frac{\text{Zentrifugalbeschleunigung am Aequator}}{\text{Beschleunigung der Schwerkraft am Aequator}} \end{aligned}$$

Bei der Ableitung des nicht streng richtigen Satzes nimmt Clairaut homogene Schichten an, deren äußerste, falls sie flüssig wäre, im Gleichgewichte sein würde; er denkt sich dieselbe eigentlich von einer sehr dünnen Flüssigkeitsschicht bedeckt. Die Abplattung des Erdkörpers wird von vorneherein so klein eingeführt, daß sich wesentliche Erleichterungen ergeben³⁾.

Die in der Formel vorkommende Beschleunigung der Schwerkraft am Pol wird rechnerisch aus Beobachtungen an Orten verschiedener geographischer Breiten bestimmt. Clairaut zeigte nämlich noch, daß die Schwerkraft auf dem homogenen, im Gleichgewichte befindlichen Rotationsellipsoid proportional ist zu

$$\frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \text{ wenn } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

¹⁾ Den ersten Hinweis auf die Notwendigkeit einer Gradmessung in sehr geringer oder sehr hoher Breite hatte übrigens D-m. Picard schon 1713 gegeben. Wolf, III, S. 182.

²⁾ Wolf, III, S. 217 (Bouguer *«Sur la longueur du pendule dans la Zone torride»* in Mém. Par. 1736.)

³⁾ Helmerl in Zeitschr. f. Verm., 1878, S. 121.

das Quadrat der numerischen Exzentrizität und φ die geographische Breite des Beobachtungsortes bedeutet; und weil

$$\frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \approx (1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi)$$

ist, so läßt sich für die Verteilung der Schwere g_φ auf der Erdoberfläche die Gleichung aufstellen:

$$g_\varphi = g_a (1 + b \sin^2 \varphi)$$

worin g_φ die der geographischen Breite φ und g_a die den Orten am Äquator zukommende Beschleunigung der Schwere, endlich b eine Konstante ausdrückt ¹⁾

Von Clairaut stammt auch der Ausdruck Niveaufläche (surface courbe de niveau) als Bezeichnung aller krummen Flächen, welche die Lot- (oder Kraft-) Linien normal schneiden.²⁾

Spätere Untersuchungen änderten nichts an dem Clairaut'schen Satze, sondern verfeinerten nur die Herleitung. Epochemachend sind die Entwicklungen von Legendre (1789) und Laplace (1799 und 1825), weil dabei die später als Potentialfunktion bezeichnete Kräftefunktion eingeführt wurde und weil zur Darstellung dieser Kräftefunktion in Reihen zum erstenmale jene Funktionen Verwendung fanden, welche später den Namen Kugelfunktionen oder Laplace'sche Koeffizienten erhalten haben. Weitere Untersuchungen gaben Eduard Schmidt (1829) und Paucker (1854). Paucker dürfte wohl der letzte gewesen sein, der aus Annahmen über die Massenlagerung im Erdinnern das Clairaut'sche Theorem abgeleitet hat. Der englische Physiker Stockes untersuchte nämlich im Jahre 1849 das Theorem, indem er sich von der Voraussetzung über die Schichtung der Massen im Erdinnern frei machte; und auch Helmert kam bei seinen Entwicklungen im Jahre 1878 zu dem Schlusse, daß eine Voraussetzung über die Gestalt der mathematischen Erdoberfläche genügt, um zu erkennen, daß die aus dem Theorem berechnete Abplattung als Näherungswert Geltung hat. Es ist die Voraussetzung, daß Radius vector und Normale der mathematischen Erdoberfläche nirgends um Winkel von einander abweichen, welche (im Bogenmaß) Beträge von der Ordnung der Abplattung α überschreiten. Nach den Ergebnissen astronomischer Messungen und jener der Gradmessungen trifft diese Voraussetzung mit größter Wahrscheinlichkeit zu.³⁾

Mit der Berechnung einer Interpolationsformel für den Verlauf der Beschleunigung g auf der mathematischen Erdoberfläche (bezw. im Niveau des Meeres) haben sich verschiedene Gelehrte beschäftigt. Nach ersten Versuchen einer Formelaufstellung durch Laplace und Walbeck, wobei jedoch wenig Beobachtungsmaterial vorlag, gelangt Eduard Schmidt im ersten Band seiner mathematischen Geographie 1829 durch Ausgleichung von 47 beobachteten Pendellängen zur folgenden Gleichung:

$$g_\varphi = 9.78056 (1 + 0.0052005 \sin^2 \varphi) \text{ Meter.}$$

¹⁾ Wolf, III, S. 217 u. Helmert, Höhere Geodäsie, II, S. 107.

²⁾ Helmert in Zeitschr. f. Verm., 1878, S. 144.

³⁾ Helmert, Höhere Geodäsie, II, S. 112—115, Zeitschr. für Verm. 1878, S. 121—144.

Die Beobachtungen verteilten sich auf 11 südliche Stationen bis $- 52^{\circ}$, und auf 33 nördliche Stationen bis $+ 80^{\circ}$ Breite.

Nahe dieselbe Gleichung liefern die Beobachtungen des Kapitäns Edw. Sabine¹⁾ auf 13 Stationen von $- 13^{\circ}$ bis $+ 80^{\circ}$ geographischer Breite aus den Jahren 1822 bis 1824 ($g_{\varphi} = 9.78056 (1 + 0.0051807 \sin^2 \varphi)$) und des Kapitäns Foster auf 12 Stationen außer London und Greenwich von $- 63^{\circ}$ bis $+ 11^{\circ}$ geographischer Breite aus den Jahren 1828 bis 1831

$$(g_{\varphi} = 9.78056 (1 + 0.0051961 \sin^2 \varphi)).$$

Von späteren Formel-Ausrechnungen ist jene des Francis Baily vom Jahre 1834 deshalb erwähnenswert, weil hierbei verschiedene wichtige Korrekturen, u. a. die Reduktionen wegen des Mitschwingens der Luft, wegen der Temperatur und auf das Meeresniveau zum erstenmale Berücksichtigung fanden.²⁾

Nach den neueren umfassenden Untersuchungen von Helmert gilt endlich für die Länge des mathematischen Sekundenpendels für Festland und Küsten, nach der Helmert'schen Kondensationsmethode aufs Meeresniveau reduziert, die Gleichung:

$$L = 0.990918 (1 + 0.005310 \sin^2 \varphi) \text{ Meter.}^3)$$

Zur Ableitung dieser Formel wurden 122 Pendellängen benützt.

Durch Multiplikation mit π^2 wird für die auf das ideale Meeresniveau reduzierte Schwere, d. h. für die sogenannte «normale Schwere» auf dem Normal-sphäroid die Formel erhalten:

$$\gamma = 9.7800 (1 + 0.005310 \sin^2 \varphi) \text{ Meter.}$$

Hiezu berechnet Helmert (1884)⁴⁾ die Abplattung mit

$$a = \frac{1}{299.26 \pm 1.26}$$

Dieser aus Pendelmessungen abgeleitete Wert stimmt zufälligerweise mit der aus 10 Gradmessungen abgeleiteten Abplattung des Bessel'schen Erdellipsoids fast ganz überein.⁵⁾

Bessel findet nämlich (1841):

$$a = \frac{1}{299.1528 \pm 4.667}$$

Auch die aus 14 Breitengrad- und einigen Längengradmessungen bestimmte Abplattung des Engländers Airy (1830):

$$a = \frac{1}{299.325}$$

nähert sich diesen zwei Werten auffallend.⁶⁾

Dabei besteht aber wegen der unregelmäßigen Konstitution des Erdkörpers und der geoidischen Abweichungen kein unmittelbarer Zusammenhang zwischen den geometrisch-astronomischen Werten und den nach dynamischen Sätzen ge-

¹⁾ Wolf, *Astronomie*, III, S. 217.

²⁾ Helmert, *Höhere Geodäsie*, II, 1884 S. 85--87.

³⁾ Helmert, *Höhere Geodäsie*, II S. 241.

⁴⁾ Helmert, *Höhere Geodäsie*, II, S. 85 u. 215--241.

⁵⁾ Helmert, *Höhere Geodäsie*, II, S. 85, und Jordan, *Vermessungskunde*, III, 1890, S. 9.

⁶⁾ Jordan, *Handb. der Vermessungskunde*, III, 1890, S. 9.

wonnenen Werten. Trotzdem scheint die früher (von Fischer in seinen Untersuchungen über Gestalt und Größe der Erde, Darmstadt 1868) als unmöglich bezeichnete Aussicht nicht unbegründet zu sein, daß mit der Erweiterung unserer Kenntnis vom Geoid und von der Erdkruste, sowie mit der Vermehrung des Beobachtungsmaterials die beiden einander fremdartigen Methoden innerhalb gewisser Grenzen in Übereinstimmung kommen werden.¹⁾

Mit diesen Mitteilungen sind wir in der Geschichte der Schweremessungen zum Teil bereits vorausgeilt.

Es sind einige Angaben über die Ausführung der exakteren Schweremessungen durch Pendelbeobachtungen seit dem Anfang des 19. Jahrhunderts nachzutragen.

Die Schwingungsdauer eines mathematischen Pendels ist:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots \dots 1)$$

Die wirklich herstellbaren Pendel, bei welchen die Masse am ganzen Pendel verteilt ist, sind physische Pendel; und für diese ist die Schwingungsdauer:

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{P \cdot z}} \dots \dots \dots 2)$$

Hierin bedeutet K das Trägheitsmoment des Pendels und $P \cdot z$ das Drehungsmoment, welches die wirksamen Kräfte dem Pendel erteilen, wenn dasselbe in horizontaler Lage ist.

Die beiden Gleichungen (1) und (2) gehen in einander über, d. h. t wird gleich T , wenn bei Einführung der Masse m des Pendels

$$l = \frac{K}{m \cdot z} \text{ ist} \dots \dots \dots 3)$$

Der in diesem Abstände l von der Drehungsaxe liegende Punkt des physischen Pendels heißt der Schwingungspunkt des Pendels.

Das Beobachtungsprinzip ist nun bekanntlich das folgende: Man beobachtet mit möglichster Genauigkeit die Schwingungsdauer eines physischen Pendels, bestimmt die Länge des mathematischen Pendels von gleicher Schwingungsdauer und berechnet dann g . Selbstverständlich kann hernach auch leicht die Länge des mathematischen Sekunden-Pendels des Beobachtungsortes berechnet werden.

Die einzige Schwierigkeit ist die Bestimmung der Länge des mit dem physischen Pendel isochron schwingenden mathematischen Pendels.

Es können hiebei 2 Wege eingeschlagen werden: Entweder gibt man dem Pendel eine geometrisch bestimmte Gestalt und sorgt dafür, daß die Masse des Pendels überall die gleiche Dichtigkeit hat, so daß man das Trägheitsmoment des Pendels berechnen kann; oder man gibt dem Pendel eine solche Form, daß man an ihm experimentel die Länge des mit ihm isochron schwingenden mathematischen Pendels bestimmen kann: d. h. man verwendet Reversionspendel.²⁾

Nach der ersten Methode haben unter anderen Borda, Arago, Biot und Bessel ihre Bestimmungen von g durchgeführt.

(Fortsetzung folgt.)

¹⁾ C. Reihertz in Luegers Lexikon, III, S. 780.

²⁾ Vgl. Wüllner, Experim. Physik, 1882, S. 119 u. 124.

ÖSTERREICHISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen

ORGAN DES VEREINES

DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:
Wien, III/2 Kegelgasse 29, Parterre, T. 2.
K. k. Österr. Postsparkassen-Scheck- und
Clearing-Verkehr Nr. 824.175.

Erscheint am 1. jeden Monats.
Jährlich 24 Nummern in 12 Doppelheften.
Preis:
12 Kronen für Nichtmitglieder.

Expedition und Inseratenaufnahme
durch die
Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haase)
Baden bei Wien, Pfarrgasse 5

Nr. 19 -- 20.

Wien, am 1. Oktober 1906

IV. Jahrgang.

Inhalt: Zur Geschichte der Schweremessungen. Von Dr. Hans Löschner, k. k. Statthaltereii-Ingenieur in Graz. — Das Pothenot'sche Problem im Raume. Von Prof. K. Fuchs, Preßburg. — Beitrag zur Absteckung der Bahnachse beim Bane zweiter Geleise mittelst Koordinaten von der Anlage aus nebst einem Spiegelinstrument zum Fällen radialer Visuren. Von Ingenieur Ernst Neumann. — Die neuerlichen Petitionen der k. k. Evidenzhaltungsbeamten. — Vereinsnachrichten. — Kleine Mitteilungen. — Literarischer Monatsbericht. — Büchereinflaß. — Patent-Liste. — Patent-Bericht. — Stellenausschreibungen. — Personalien. — Brief- und Fragekasten.

Nachdruck der Original Artikel nur mit Einverständnis der Redaktion gestattet

Zur Geschichte der Schweremessungen.

Zu einem Vortrage zusammengestellt von Dr. Hans Löschner, k. k. Statthaltereii-Ingenieur in Graz.

(Fortsetzung.)

Der Versuchsapparat, wie ihn Borda und später Arago und Biot verwendeten, war im Prinzip der nachfolgende:

An einer massiven, von belebten Straßen entfernten Mauer waren 2 Konsolen befestigt, welche ein horizontales Flacheisen trugen. Auf diesem Flacheisen lag eine polierte Platte von Stahl oder Achat. Flacheisen und Platte waren durchbohrt und ließen eine Klemmvorrichtung hindurch, welche oben mit einem nach

einer Schneide auf der Platte aufliegenden Stahlprisma verbunden war und nach abwärts das Pendel festhielt. Letzteres bestand aus dünnem Platindraht mit angehängter Platinkugel. Um die Berechnung des Trägheitsmomentes der Aufhängevorrichtung zu umgehen und die Reduktion des physischen Pendels auf ein mathematisches Pendel zu vereinfachen, richtete Borda die Aufhängevorrichtung so ein, daß sie auf die Schwingungsdauer des Pendels keinen Einfluß hat. Der Schwerpunkt der ganzen Aufhängevorrichtung liegt wegen der unter dem Prisma befindlichen Klemmvorrichtung unterhalb der Schneide. Stellt man daher das Prisma (mit Klemmvorrichtung) ohne Pendel auf die Unterlage, so schwingt es selbst

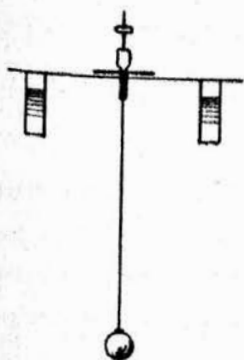


Fig. 4.

als Pendel hin und her. Zur Ermöglichung einer Veränderung der Schwingungsdauer dieses kleinen Pendels befestigte nun Borda auf das Prisma eine kleine Schraubenspindel mit Laufgewicht. Dieses Laufgewicht wurde so gestellt, daß die Schwingungsdauer der Aufhängevorrichtung für sich allein genau gleich war der Schwingungsdauer des ganzen zusammengesetzten Pendels. Damit ist nämlich die Schwingungsdauer gleich jener eines Pendels, welches nur aus dem Aufhängedraht und der angehängten Kugel bestehen würde.

Das Pendel hing vor einer astronomischen Uhr, deren Gang genau bekannt war.

Pendel und Uhr waren endlich von einem Glasgehäuse umgeben, welches etwaige Luftströmungen vom Pendel abhielt.¹⁾

Zur Ermittlung der Fadenlänge, welche bei der Berechnung der Länge des mit dem physischen Pendel isochron schwingenden mathematischen Pendels gebraucht wird, brachte Borda eine horizontale Platte mittelst einer Mikrometerschraube mit dem tiefsten Punkte der Kugel zur Berührung und maß dann mit einem Maßstabe den Abstand der Platte von der Schneide. In späterer Zeit wurde die Bestimmung der Fadenlänge durch die Anwendung des Kathetometers sehr vereinfacht.

Die Schwingungsdauer des Pendels wurde — wie Bessel bemerkt — durch Borda zum erstenmale nach der vorzüglichen Koinzidenzmethode erforscht.²⁾ Man beobachtet bei dieser Methode die kleinen Schwingungen des Pendels am Apparat und des Uhrpendels durch ein mehrere Meter entferntes Fernrohr und nimmt den Zeitpunkt einer Koinzidenz der beiden Pendel als Ausgangspunkt der Beobachtungen. Unter der Voraussetzung, daß das Uhrpendel genau Sekunden schwingt, gilt die Formel

$$t = \frac{n}{n+m}$$

wenn n die Anzahl der Sekunden bedeutet, welche im Momente der m^{ten} Koinzidenz beider Pendel seit dem Ausgangspunkte der Beobachtungen verstrichen sind.

Borda erhielt für g in Paris unter $48^{\circ} 50' 14''$ n. B., reduziert auf das Meeresniveau:

$$g = 9,80882^3)$$

Biot fand unter denselben Verhältnissen

$$g = 9,80896$$

also sehr nahe denselben Wert.

Die Reduktion auf das Meeresniveau geschah mit großer Annäherung nach der Gleichung:

$$g_0 = g_p \left(1 + \frac{2h}{R} \right)$$

worin h die Höhe des Beobachtungsortes über der Erdoberfläche und R den Erdradius bedeutet.⁴⁾

¹⁾ Wüllner, Exper.-Physik, S. 125—127

²⁾ Bessel, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels; Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissensch. 1826; — Intern. Erdmessg., 1883 (publ. 1884) Ann VI., S. 4.

³⁾ Wüllner, Experim. Physik; vergl. auch Wolf, Astron., I., S. 294

⁴⁾ Helmert, Höhere Geodäsie, II., S. 201 u. Wüllner, S. 159.

Es bleibt noch zu bemerken, daß schon Borda, sowie später Bessel, gezeigt hat, daß der Wert von g derselbe ist, aus welcher Substanz man auch die Kugel des Pendels wählt. Daraus folgt, daß die Schwere auf alle Körper gleichmäßig wirkt, daß alle Körper beim freien Fall dieselbe Beschleunigung erhalten.¹⁾

Von den älteren Beobachtungen mit sehr einfachen, invariablen Pendeln verdienen noch jene von Kater (1818), Sabine (1822 u. 1828) und Foster (1824 u. 1828) Erwähnung. Die Pendel bestanden aus flacher Stange mit Linse und wurden mittelst einer Schneide auf eine Achatplatte gehängt, welche ihrerseits auf einem stabilen Gerüste an einer Wand oder auf einem stabilen Metallstativ befestigt war.²⁾

Hervorragende Bedeutung besitzen die Untersuchungen, welche Bessel durchgeführt und in den Abhandlungen der Berliner Akademie, 1826, veröffentlicht hat.³⁾ Seinem Pendelapparate liegt der Gedanke zugrunde, die Unsicherheit über den Mittelpunkt der Pendelbewegung sowie die Fehler in der Messung der Länge des Pendels auf das Mindestmaß zu bringen. Bessel erreichte dies dadurch, daß er nicht Schwingungszeit und Länge eines einzigen Pendels, sondern die Schwingungszeiten zweier Pendel beobachtete, deren Längenunterschied einer Toise du Pérou gleich gemacht wurde. Der Apparat, der 1825 von Repsold in Hamburg fertiggestellt und hernach an einer Wand in der Königsberger Sternwarte befestigt worden ist, zeigt im Prinzip folgende Einrichtung. Im Innern eines festen Holzgehäuses mit vorderseitigen Spiegelfenstern ist an einem ins Lot einstellbaren Flacheisen ein Ansatz mit einer kleinen ebenen Auflegfläche befestigt. Auf die letztere kann die Toise in aufrechter Lage gestellt werden, und dient sodann der obere Punkt der Toise als Stützpunkt für die Aufhängevorrichtung des aus Stahlfaden und Messingkugel bestehenden Pendels. Eine am unteren Ende des lotrechten Flacheisens befindliche Mikrometerschraube ermöglicht die genaue Feststellung der Höhenlage der Messingkugel. Wird hernach die Aufhängevorrichtung des Pendels statt auf das obere Ende der Toise nach erfolgtem Abheben derselben auf ihr früheres Auflager gegeben und die Kugel des Pendels auf ihre frühere Höhe gebracht, so ist der Unterschied in der Fadenlänge der beiden Pendel gleich der Länge der benützten Toise. Kleine Unterschiede in der Höhenlage der Kugel werden mittelst der Mikrometerschraube genau gemessen.

Die beobachteten Schwingungszeiten dieser zwei Pendel, deren Längen selbst unbekannt sind, deren Längenunterschied aber bekannt ist, genügen zur Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels.

Es sei noch bemerkt, daß alle Umstände, welche auf die Länge beider Pendel gleichmäßig einwirken, keinen Einfluß auf das Ergebnis haben, wenn — wie dies Bessel tat — die Versuche mit beiden Pendeln bei gleichen Schwingungswinkeln gemacht werden.

¹⁾ Bessel, Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht; Abhandl. der Berliner Akad. 1830. (Engelmann's Ausgabe, S. 247).

²⁾ Näheres s. Helmert II., S. 191; Literatur auch Wolf, Astronomie III. S. 217.

³⁾ Bessel, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels, 1826.

Zur Ermittlung der Schwingungszeit eines Pendels verwendete Bessel die Koinzidenzmethode, welche er besonders verfeinerte.

Was die Reduktion der Pendelbeobachtungen anlangt, so hat Bessel insbesondere die Reduktion auf luftleeren Raum vervollkommenet. Der Einfluß der Luft, in welcher das Pendel schwingt, ist ein doppelter: erstens wird das Gewicht des Pendels, also auch das statische Moment, die bewegende Kraft, verkleinert; zweitens — und darauf hat eben Bessel zuerst hingewiesen — wird die Bewegung des Pendels durch den Luftwiderstand verzögert. Bei der Untersuchung des letzteren Umstandes vergleicht Bessel die Schwingungsdauer zweier Pendel von vollkommen gleicher Gestalt und Größe, aber von verschiedenem Gewichte: das eine der Pendel hat eine Messingkugel, das andere eine (4,6mal leichtere) Elfenbeinkugel.¹⁾

Bessel erhielt (i. J. 1827) in Königsberg unter $54^{\circ} 42' 50''$ n. B., auf die Oberfläche der Ostsee reduziert, die Länge des einfachen Sekundenpendels mit

$$L = 440,8179 \text{ Pariser Linien}^2) \text{ (0,994410 Meter)}$$

(i. J. 1835) für Berlin unter $52^{\circ} 30' 16''$ n. B.

$$L = 440,7390 \text{ Par. Lin.}^3) \text{ (0,994232 Meter).}$$

Nach diesen Angaben folgt:

$$\text{für Königsberg: } g = 9,814434$$

$$\text{für Berlin: } g = 9,812677.$$

Die bisher behandelte Methode zur Bestimmung von g unter Benützung von Fadenpendeln leidet insoferne an einer Unsicherheit, als bei der Berechnung des Trägheitsmomentes angenommen wird, daß die Kugel des Pendels in allen ihren Teilen die gleiche Dichtigkeit besitze. Diese Unsicherheit entfällt bei der Methode der Bestimmung der Länge des mit dem physischen Pendel isochron schwingenden mathematischen Pendels durch Verwendung eines Reversionspendels. Letzteres ist bekanntlich ein physisches Pendel, welches um zwei parallele, reziproke Axen so schwingen kann, daß die Schwingungen um beide Axen einander vollkommen gleich sind.⁴⁾ Die Entfernung des Aufhängepunktes vom Schwingungspunkte gibt dann die Länge des isochron schwingenden mathematischen Pendels. Die erste Anregung zur Ausführung eines solchen Pendels gab François Marie Riche de Prony in einer i. J. 1801 der Pariser Akademie vorgelegten Abhandlung «Méthode pour déterminer la longueur du pendule simple . . .». Er dachte sich einen Metallstab mit zwei einander gegenübergestellten Schneiden (s und s') und verschiebbarem Laufgewichte (G), mit dessen Hilfe die allfällig etwas von einander differierenden Schwingzeiten ausgeglichen werden können (Fig. 5).

¹⁾ Bessel's Abhandlungen, Engelmann's Ausgabe 1876, S. 155, 156; auch Wüllner's Experim-Physik.

²⁾ Bessel, Untersuchungen über die Länge des einf. Sekundenpendels, 1826 (Engelmann's Ausgabe, S. 162); vgl. auch Helmert, Höh. Geod., II., 1884, S. 209.

³⁾ Bessel, Bestimmung der Länge des einfachen Sekundenpendels für Berlin, Abhandl. d. Berliner Akad. d. Wiss. Math. Klasse. 1835, S. 161.

⁴⁾ Vgl. Schell in Lueger's Lexikon, VI., S. 717.

Der deutsche Astronom Bohnenberger schlug i. J. 1811, wohl ohne etwas von dem Aufsatze des Prony zu wissen, in seiner «Astronomie» die Anwendung von Reversionspendel vor, und der englische Naturforscher Capt. Kater beschrieb i. J. 1818 — unabhängig von Bohnenberger und Prony — in seiner Schrift «Experiments for determining the length of the pendulum . . .», Philos. Transact., ein Reversionspendel, welches er nachher auch vielfach in Anwendung brachte.¹⁾

Das Kater'sche Reversionspendel bestand aus einem Messingstabe, der an den beiden Enden zugespitzt war, um die Beobachtung der Schwingungen nach der Koinzidenzmethode leicht vornehmen zu können. Die beiden Schneiden s und s_1 (Fig. 6) waren unveränderlich am Pendel befestigt, u. zw. so, daß das fertige Pendel näherungsweise Schwingungen nach Sekunden vollführte. Zwischen einem der Stabenden und der diesem nächstliegenden Schneide war eine Metallrinne angebracht, welche den Schwerpunkt des Pendels, das im übrigen in Beziehung auf beide Schneiden symmetrische Form hatte, sicher unterhalb die Mitte des Abstandes beider Schneiden legte. Zwischen den letzteren ließen sich zwei Massen (m und m_1) auf der Stange verschieben, wovon die eine mit einer Feinstellvorrichtung versehen war.²⁾

Die Beobachtungen nahmen folgenden Gang: Man hing das Pendel an die eine der Schneiden und beobachtete die Schwingungsdauer. Darauf wurde es an die zweite Schneide gehängt und durch eine Verschiebung der Massen (m und m_1) die frühere Schwingungsdauer erreicht. Das mittels eines Kathetometers bestimmte Maß der Entfernung der Schneiden gab die Länge des mit dem physischen Pendel isochron schwingenden mathematischen Pendels.

Die Hauptergebnisse von Kater's Messungen finden sich in Helmer's «Theorien der höheren Geodäsie» wiedergegeben.³⁾

Wie aus der Beschreibung des Kater'schen Reversionspendels hervorgeht, hatte dasselbe eine unsymmetrische Form, was den Umstand mit sich führte, daß der Einfluß des Mitschwingens der Luft in beiden Pendellagen ungleich war und deshalb nur teilweise eliminiert wurde.

Um den Einfluß vollständiger zu eliminieren, brachte zunächst der englische Astronom Airy (in den 30er Jahren des 19. Jahrh.) in Vorschlag, die Beobachtung von invariablen Pendeln im Vacuum vorzunehmen. Diese Methode fand aber naturgemäß keine große Anwendung. Helmert erwähnt in seinen «Theorien der höheren Geodäsie»⁴⁾ die in den Jahren 1864—1874 in Vorderindien durchgeführten Beobachtungen

von Basevi und Heaviside mit zwei invariablen Pendeln im Vacuum über festen, großen Holzstativen.

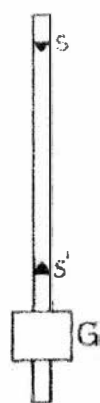


Fig. 5.

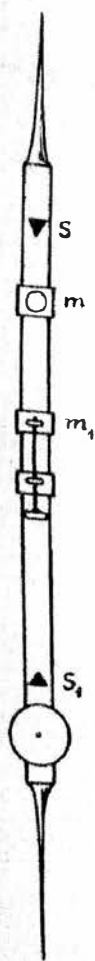


Fig. 6.

¹⁾ Wolf, Astronomie, I, S. 297.

²⁾ Intern. Erdmessg 1900 (publ 1901) S. 301, Wättner, S. 133

³⁾ Helmert, II, S. 192

⁴⁾ Helmert, II, S. 207.

Umso größere Verbreitung fand die von Bessel im Jahre 1850 angegebene Methode der Elimination des Einflusses der Luft mittelst symmetrischer Reversionspendel, bei welchen der Schwerpunkt der beim Schwingen verdrängten Luftmenge stets in die Mitte der beiden Schneiden fällt.¹⁾

Solche symmetrische Reversionspendel wurden seither fast ausschließlich zur Ausführung der sogenannten absoluten Schwerebestimmungen verwendet.²⁾

Die Erkenntnis der Notwendigkeit einer möglichst großen Verbreitung der Schweremessungen führte Airy auf den Gedanken, neben den umständlichen absoluten Schwerebestimmungen auch leichter durchführbare relative Schwerebestimmungen in Vorschlag zu bringen.³⁾ Der Unterschied geht aus folgendem hervor:

Die reduzierte Pendelgleichung lautet:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \dots \dots \dots \text{I)}$$

woraus

$$g = \frac{4\pi^2}{t^2} \dots \dots \dots \text{II)}$$

Zur absoluten Bestimmung von g ist hiernach zu messen: Die Pendellänge l und die Schwingungsdauer t .

Aus Gleichung II) ergibt sich weiter, wenn vorausgesetzt wird, daß die Pendellänge (einschließlich aller Reduktionen) unveränderlich ist, die Beziehung:

$$gt^2 = K = \text{Konstante.}$$

Werden daher an verschiedenen Orten der Erdoberfläche die Schwingungszeiten t eines unveränderlichen Pendels gemessen, so erhält man relative Werte für die Schwereintensitäten g_n , bezogen auf einen bestimmten Vergleichsort (Referenzstation) nach

$$g_n = \frac{K}{t_n^2}$$

Ist für die Referenzstation g in absolutem Werte bekannt, so lassen sich dadurch aus den relativen Messungen absolute Werte ableiten.

(Fortsetzung folgt.)

Das Pothenot'sche Problem im Raume.

Von Professor **Karl Fuhs** (Preßburg).

Im Anschlusse an S. Wellisch's Artikel über «Punktbestimmung durch räumliches Einschneiden» sei hiemit eine einfache Lösung des Pothenot'schen Problem es im Raume gegeben. Geometrisch läßt sich das Problem folgendermaßen formulieren.

An einer dreieckigen Pyramide sind die Kanten abc der Basis und die

¹⁾ Bessel: in Astron. Nachr. 30, S. 1, und in Engelmann's Abhandl. von F. W. Bessel, Leipzig 1876, S. 223.

²⁾ Andere Pendelapparate hat v. Oppolzer in seinem Berichte der Intern. Erdmessg. 1883 (publ. 1884) Ann. VI, S. 20, erwähnt.

³⁾ Herz, Geodäsie, S. 379.

ÖSTERREICHISCHE

Zeitschrift für Vermessungswesen

ORGAN DES VEREINES

DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Herausgeber und Verleger:

VEREIN DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion und Administration:

Wien, III., Kogelgasse 29, Parterre, T. 2.

Erscheint am 1. jeden Monats.

Jährlich 24 Nummern in 12 Doppelheften.

Expedition und Inseratenaufnahme

durch die

Buchdruckerei J. Wladarz (vorm. Haas)

Baden bei Wien, Pfarrgasse 3.

K. k. österr. Postsparkassen-Scheck- und

Clearing-Verkehr Nr. 894.175.

Preis:
12 Kronen für Nichtmitglieder.

Nr. 21—22.

Wien, am 1. November 1906.

IV. Jahrgang.

Inhalt: Zur Geschichte der Schweremessungen. Von Dr. Hans Löschnor, k. k. Statthalterei-Ingenieur in Graz. — Beitrag zur Absteckung der Bahnachse beim Baue zweiter Geleise mittelst Koordinaten von der Altlage aus nebst einem Spiegelinstrument zum Füllen radialer Visuren. Von Ingenieur Ernst Neumann. — Mit und ohne Qualifikation. — Vereinsnachrichten. — Kleine Mitteilungen. — Literarischer Monatsbericht. — Patent-Liste. — Patentbericht. — Stellenausschreibungen. — Personalien.

Nachdruck der Original Artikel nur mit Einverständnis der Redaktion gestattet.

Zur Geschichte der Schweremessungen.

Zu einem Vortrage zusammengestellt von Dr. Hans Löschnor, k. k. Statthalterei-Ingenieur in Graz.

(Schluß).

Bei den absoluten Schwerebestimmungen müssen alle konstanten Fehler vermieden oder deren Einflüsse möglichst genau bestimmbar gemacht werden.¹⁾ Da dies für die Einzelbeobachtungen, insbesondere die Maßvergleichung für die Pendellänge zwischen den Schneiden, große Schwierigkeiten verursacht, so sind dazu dauernde Beobachtungsstationen in entsprechend eingerichteten Observatorien erforderlich, so daß diese absoluten Bestimmungen auf einige Hauptpunkte beschränkt bleiben.²⁾

Bei den relativen Schwerebestimmungen sind die konstanten Fehler fast ohne Nachteil; hingegen müssen jene Fehler eliminiert oder deren Einfluß ermittelt werden, welche die Unterschiede in den Einzelergebnissen desselben Apparates bedingen.³⁾

Auf das Bessel'sche Reversionspendel zurückkommend, ist zu erwähnen, daß ein solches erstmals vom Mechaniker Repsold in Hamburg für die Schweiz aus-

¹⁾ Reinhertz in Lueger's Lexikon, VI., S. 718; Intern. Erdmessg. 1883 (publ. 1884) Ann. VI. (v. Oppolzer), S. 2.

²⁾ Helmert gibt in seinem Berichte, S. 374, der Intern. Erdmessg. 1900 (publ. 1901) ein Verzeichnis der wichtigsten Anschlußstationen für relative Messungen.

³⁾ Intern. Erdmessg., 1883 (publ. 1884). Ann. VI., S. 2.

geführt und von Emile Plantamour, der es in Genf 1865 erprobte, in seiner Schrift «Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion, Genève 1866» beschrieben wurde.¹⁾ Ganz ähnliche Apparate lieferte Repsöld später für andere Staaten, wie z. B. Österreich, Deutschland, Italien, Spanien, Rußland.²⁾

Auch Lohmeier hielt sich bei der Konstruktion des Pendelapparates, mit welchem 1863 in Australien, 1869 und 1870 in Deutschland beobachtet wurde, an die Bessel'schen Vorschriften.³⁾

Eine bemerkenswerte Konstruktion symmetrischer Reversionspendel ist auch jene der Gebrüder Brunner in Paris nach den Angaben des Capitaine Defforges. Sie wurde bei Pendelbeobachtungen in Frankreich (1885) und Nordafrika (1886) erprobt und findet sich in den Abhandlungen der Internationalen Erdmessung vom Jahre 1887 (publ. 1888) Ann. Vc beschrieben und abgebildet.

Betreffend die österreichischen absoluten Schweremessungen wird bemerkt, daß im Erdgeschoß der Sternwarte in Währing bei Wien (Türkenschanze) Hofrat Ritter von Oppolzer im Jahre 1884 fundamentale Bestimmungen vorgenommen hat. Es ergab sich nach Berücksichtigung aller erforderlichen Reduktionen: die Länge des Sekundenpendels $L = 993,825 \text{ mm}$ und die Beschleunigung der Schwere $g = 9,80866 \text{ m}$.

Der massive, tief fundierte Steinpfeiler, welcher zur Aufstellung des Pendelapparates gedient hat, wurde 1889 an das Präzisionsnivellement und das Hauptdreiecksnetz der Gradmessung angeschlossen und dient als Hauptausgangspunkt für Schwerebestimmungen.⁴⁾

Oppolzer hat auf Grund seiner reichen Erfahrungen in seinem Berichte in der Europäischen Gradmessung 1883⁵⁾ folgende Sätze aufgestellt:

1. Für absolute Schwerebestimmungen eignet sich in hohem Maße das Bessel'sche Reversionspendel, wenn man zwei Exemplare desselben von wesentlich verschiedenem Gewicht auf demselben Stative schwingen läßt.

2. Nicht nur müssen die nämlichen Schneiden an beiden Pendeln in Verwendung kommen, sondern dieselben müssen auch an jedem Pendel vertauschbar sein; als Material für dieselben empfiehlt sich Achat.

3. Die Beobachtungen müssen in Räumen von nahezu konstanter Temperatur angestellt werden; die Benutzung des Vacuums ist nicht zu empfehlen.

4. Die Schwingungszeiten müssen in beiden Lagen des Pendels innerhalb derselben Amplitudengrenzen erhalten werden —

Die Anwendung von zwei Reversionspendeln mit verschiedenem Gewichte bei Benützung derselben Schneiden auf demselben Stativ wird deshalb empfohlen,

¹⁾ Wolf, Astron., I, S. 297; — Intern. Erdmessg. (Paris) 1900 (publ. 1901), Bd. 2, S. 249.

²⁾ Vgl. Europäische Gradmessg., 1869 (publ. 1870), S. 29; 1871 (publ. 1872) S. 131; — Intern. Erdmessg. 1887 (publ. 1888), Ann. IIa.

³⁾ Intern. Erdmessg., 1887 (publ. 1888), Ann. IIa, S. 14; dto 1900 (publ. 1901), S. 193. — Helmert, II, S. 207.

⁴⁾ Mitt. des k. u. k. milit. geogr. Instit. 1891 (publ. 1892), S. 127; vgl. auch Mitt. des k. u. k. milit. geogr. Instit. 1890 (publ. 1891), S. 84, Fußnote.

⁵⁾ Europ. Gradmessg. (publ. 1894), Ann. VIa, S. 21.

weil hiedurch nach dem Vorschlag Cellérier's zwei Fehlerquellen, nämlich die Wirkung des Mitschwingens des Stativs und die Wirkung der Deformation der Schneiden und Lagerflächen eliminiert, bezw. der genauen Berücksichtigung zugeführt werden.¹⁾ (Das Mitschwingen des Stativs bei den neueren Reversionspendeln konstatierte C. S. Peirce für seinen Apparat gelegentlich seiner Beobachtungen in Berlin 1875, wobei er abwechselnd das Pendel an der Wand und auf dem Stativ schwingen ließ. Weitere Untersuchungen von E. Plantamour zeigten, daß auch das Fundament des Stativs von Einfluß ist.²⁾ Über den Einfluß verschiedener Schneiden und Unterlagen hat schon Sabine und Bessel Untersuchungen angestellt.³⁾

Hier sei eingeschaltet, daß neueste absolute Pendelmessungen auch in der Weise ausgeführt wurden, daß nach der Idee Mendenhalls als Konsole eine Schneide diente, während die Reversionspendel mit ebenen Lagerflächen versehen waren.⁴⁾

Was die Genauigkeit der absoluten Bestimmung der Schwere betrifft, so kann sie nach Oppolzer im Durchschnitt mit dem 100.000. Teil der Gesamtgröße angenommen werden; dies entspricht dem 100. Teil eines Millimeters beim Sekundenpendel.⁵⁾

Es sei schließlich bemerkt, daß die Elastizität langer Pendel, wie sie bei absoluten Schwerebestimmungen Anwendung finden, nach Helmer's neuen Untersuchungen nicht ohne Einfluß bleibt.⁶⁾ — —

Die relativen Schwerebestimmungen, welche für die Gradmessung aus dem Grunde eine erhöhte Bedeutung haben, weil es bei der Ermittlung der Erdgestalt aus Pendelbeobachtungen fast nur auf das Verhältnis der Schwerkraft ankommt, sind vorzugsweise mittelst invariabler Pendel durchgeführt worden.⁷⁾ Seit 1887 kommen allgemein Pendelapparate zur Anwendung, deren Prinzip vom österr. Major Robert von Sterneck herrührt.⁸⁾

Der Sterneck'sche Apparat, welcher zuerst vom Mechaniker Ernst Schneider in Wien ausgeführt worden ist, hat in erster Linie die Bestimmung, die Unterschiede der Schwere je zweier Orte durch gleichzeitige Beobachtungen an beiden Orten mit Benützung nur einer Uhr sehr genau zu bestimmen; demgemäß besteht er aus zwei gleichen und vollständigen Pendelapparaten, die auch einzeln zu relativen Schwerebestimmungen mittelst invariabler Pendel verwendbar sind.

Die wesentlichsten Teile sind die Pendel nebst Pendelstativ und die Vorrichtung zur Bestimmung der Schwingungsdauer (Koinzidenzapparat und Koinzidenzuhr).

¹⁾ Europ. Gradmessg., 1883 (publ. 1884), Ann. VIa, S. 11 u. 16.

²⁾ Helmert, Höhere Geodäsie, II S. 202.

³⁾ Bessel, Länge des einfachen Sekundenpendels, 1826.

⁴⁾ Intern. Erdmessg., 1900 (publ. 1901), I. Teil, S. 73.

⁵⁾ Europ. Gradmessg., 1883 (publ. 1884), Ann. VIa, S. 20.

⁶⁾ Astron. Nachrichten, Bd. 143 (1897), S. 344; Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1899, S. 24

⁷⁾ Europ. Gradmessg., 1883 (publ. 1884), Ann. VIa, S. 20.

⁸⁾ Mitteil. des k. u. k. milit.-geogr. Institutes, VI, 1887, S. 83; Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1888, S. 157.

Die aus vergoldetem Messing hergestellten Pendel schwingen halbe Sekunden und sind daher etwa 25 *cm* lang; ihre Linse ist ungefähr ein Kilogramm schwer. Sie ruhen mittelst Achatschneiden auf einer Achatplatte, welche von einem starken, aus einem Stück gegossenen Stativ in Form eines abgestutzten Kegels getragen wird. Über der Aufhängevorrichtung tragen die Pendel einen kleinen Planspiegel, dessen Fläche zur Schwingungsebene des Pendels senkrecht und in der Ruhelage desselben lotrecht steht.

Zur Temperaturbestimmung dienen an diesem Stativ angebrachte, über $\frac{1}{4}$ *m* lange feine Quecksilber-Thermometer. Das Stativ steht auf einem zerlegbaren Steinpfeiler, dessen Teile auf der Feldstation durch Gips verbunden werden.

Dieser Pendelapparat wird behufs Abhaltung des Luftzuges, Staubes und Erzielung einer gleichmäßigen Temperatur mit einem Glaskasten überdeckt. —

Der Koinzidenzapparat ermöglicht es, gleiche Schwingungsphasen des Messungspendels und des Pendels einer Hilfsuhr (Sekundenpendeluhr mit Kontaktwerk) in einem Beobachtungsfernrohr durch Koinzidenzen der vom Pendelspiegel entworfenen momentanen Reflexbilder eines beleuchteten Spaltes mit dem Fadenkreuze zu erkennen und in Uhrzeiten auszudrücken. Aus den Intervallen *c* dieser Koinzidenzen ergibt sich die Schwingungszeit

$$s = \frac{c}{(2c - 1)}$$

welcher noch verschiedene Verbesserungen beizulegen sind. Zunächst diejenige zur Umwandlung der Uhrzeit in Sternzeit, wozu telegraphische Vergleichung mit einer nach Sternzeit regulierten Normaluhr oder unmittelbare, auf den Feldstationen auszuführende Zeitbestimmungen dienen können. Weitere Reduktionen sind anzubringen wegen der thermischen Änderungen des Pendels, des Einflusses der Luftdichte und der Amplitude, welche etwa 12 bis 15' beträgt. Die diesen letzteren Einflüssen entsprechenden Konstanten werden durch besondere Versuche bei verschiedenen Temperaturen, Luftdichten und Amplituden für jedes Pendel sorgfältig bestimmt. Eine besondere Bestimmung erfordert ferner der Einfluß des Mitschwingens von Stativ und Pfeiler, welches die Schwingungszeit vergrößert. Zur Bestimmung desselben diente früher ein am Stativ befestigtes Fadenpendel, dessen Amplituden ein Maß für die Reduktion abgaben; in neuerer Zeit hat sich hingegen das sog. Wippverfahren ausgebildet, bei welchem der Pfeiler durch ein Dynamometer künstlich in Schwingungen versetzt wird, deren Übertragung auf das Messungspendel ebenfalls zur Bestimmung der Reduktion Benützung findet.¹⁾

Der v. Sternecksche Apparat ist in seinen verschiedenen Teilen auch abgeändert und verbessert worden. Besonders bemerkenswert ist das Pendelstativ, welches vom Mechaniker Karl Bamberg nach Angaben des Prof. Dr. Haid in Karlsruhe gebaut worden ist.²⁾ Bei diesem Stativ, welches zur gleichzeitigen Aufhängung von vier Sterneckschen Pendeln mit zwei auf einander senkrechten Schwingungsebenen dient, wird der störende Einfluß des Mitschwingens der Unter-

¹⁾ Reihertz in Lueger's Lexikon, VI, S. 718. — Europ. Gradmessg. 1883 (publ. 1884), Ann. VIa, S. 14. — Astron. Nachrichten, Bd. 140 (1896), S. 257.

²⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 1896, S. 193; Astron. Nachrichten, Bd. 143 (1897), S. 146.

lage und des Stativs sowie die Unsicherheit in der Temperaturbestimmung der schwingenden Pendel möglichst reduziert. Die Aufstellung des Stativs erfolgt unmittelbar auf dem Boden durch Vermittlung einer großen Granitplatte. In der Axe des Stativs hängt ein Pendelthermometer von Hofrat Prof. Lehmann (Karlsruhe). Gegen etwaige Wärmestrahlung schützt eine zwischen der steinernen Grundplatte und den Pendeln angeordnete Glasplatte. Zur Erzielung gleichmäßiger Temperatur ist der Apparat nicht mit einem Glaskasten (Sterneck), sondern mit einem innen und außen polierten Metallkasten überdeckt, welcher entsprechend viele Beobachtungsfenster enthält und durch verdeckbare Öffnungen die Benützung der das Herablassen, Arretieren und Beruhigen der Pendel bewirkenden Vorrichtungen gestattet.

Der Einfluß des Mitschwingens der Unterlage und des Stativs auf die Schwingungen eines der Pendel wird durch das zu diesem im Abstände von 22 cm parallel aufgehängte Pendel bestimmt (ein überdies vorhandenes Fadenpendel dient nur zur Kontrolle). Diese Bestimmung wird unter den gleichen Verhältnissen ausgeführt, unter welchen die Schwingungsdauer der Pendel bestimmt wird. Man gibt dem einen Pendel die gleiche Anfangsamplitude wie bei der Bestimmung seiner Schwingungsdauer; es wird dann das anfänglich ruhige Parallelpending ebenfalls zu schwingen beginnen. Haben beide Pendel nahezu gleiche Schwingungsdauer erreicht, so wird für längere Zeit die Amplitude des anfangs ruhig gewesenen Pendels wachsen. Die Größe seiner nach Verlauf einer bestimmten Zeit vorhandenen Amplitude läßt auf das Mitschwingen des Stativs schließen.¹⁾

Statt des früher bereits erwähnten Wippverfahrens mit vom Beobachter zu handhabenden Dynamometer wird also hier als Wippmaschine ein zweites Pendel gebraucht. Das Prinzip der Methode rührt von Giuseppe Lorenzoni (1885) her; die Verfeinerung derselben ist ein Verdienst Schumann's in Potsdam.²⁾

Um den Einfluß des Mitschwingens der Unterlage und des Stativs ganz zu beseitigen, hat K. R. Koch in Stuttgart eine besonders stabile Aufhängevorrichtung für das Pendel durch feste Verbindung eines kurzen eisernen Aufhängebalkens mit den Fundamentwänden eines Hauses konstruiert.³⁾

Diesem gegenüber sei ein Ausspruch Prof. Hammer's gestellt: „Bei der Einfachheit, Genauigkeit und großen Raschheit der Bestimmung des Mitschwingens nach der Lorenzoni-Schumann'schen Methode werden Pendelstative ganz entbehrlich, die das Mitschwingen ganz unterdrücken sollen oder bei denen gewisse Teile der Unterlage bei jeder Aufstellung einen konstanten Beitrag zum Gesamtmit-schwingen liefern sollen.“⁴⁾

Der Sterneck'sche Pendelapparat in seiner ursprünglichen oder in modifizierter Form hat bei der Ausführung von relativen Schweremessungen eine sehr ausgebreitete Verwendung gefunden: so beispielsweise bei den seitens des k. u. k.

¹⁾ Zeitsch. f. Instrumentenkunde 1896, S. 196; desgl. 1897, S. 7. — Astron. Nachrichten, Bd. 146 (1898), S. 331.

²⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1897, S. 7; desgl. 1899, S. 375.

³⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1898, S. 293.

⁴⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1899, S. 376.

militär-geographischen Institutes, der Wiener Akademie der Wissenschaften und der k. u. k. Kriegsmarine von Österreich-Ungarn veranlaßten Messungen, welche sich nicht nur auf Orte Österreich-Ungarns, sondern auch auf zahlreiche Orte des übrigen Europa und der anderen Erdteile erstrecken¹⁾; ferner bei Messungen in Deutschland und auf deutschen Expeditionen, in Italien, Dänemark, Schweden, Norwegen, auf der Polar-Expedition des Fridtjof Nansen (1893—1896), in der Schweiz (seit 1892) u. s. w.²⁾

Der von P. Stückrath nach den Angaben von Borras konstruierte Halbskunden-Pendelapparat, wie je ein solcher für das königl. preußische Geodätische Institut, dann für Finnland und (1899) für Japan angefertigt worden ist, erscheint im wesentlichen nach dem Vorgange v. Sternecks erbaut. Die Pendel hängen aber mit einer die Schneide enthaltenden Öse an einem durchgesteckten Stahlblock.³⁾

In Frankreich erfolgen die relativen Schweremessungen mit einem nach den Angaben von Defforges in den Werkstätten des Service géographique von Huetz konstruierten invariablen Reversionspendel mit festen Stahlschneiden im Abstände von $\frac{1}{2} m$ und vertauschbaren Gewichten. Die französischen Beobachter unternahmen auch Messungen außerhalb ihres Vaterlandes, so namentlich in Amerika, Afrika und Rußland. Einen Pendelapparat nach dem System Defforges besitzen außer Frankreich die Niederlande.⁴⁾

Bemerkenswert ist, daß bei den Schweremessungen in Württemberg i. J. 1903 zwecks möglicher Einschränkung einer Änderung der Pendellänge infolge der Spannungen im Material statt der alten Pendel aus Messing solche aus Delta-Metall verwendet wurden, weil sich letzteres durch größere Zähigkeit und Homogenität auszeichnet.⁵⁾

Dem Vorschlage Prof. J. Wilsing's auf Verwendung einer besonderen Form invariabler Pendel (nämlich einer exzentrisch durchbohrten Achat- oder Metallscheibe), durch welche der Einfluß der langsam fortschreitenden Veränderungen der Pendellänge und eines Fehlers in der Annahme der Temperatur der Apparate auf ein möglichst geringes Maß gebracht werden könnte, scheint bisher keine praktische Anwendung gefolgt zu sein.⁶⁾

Jedem an einem Punkte der Erdoberfläche mit dem Pendelapparate nach Anbringung der Korrekturen erhaltenen Beobachtungswerte g sind nun, um ihn mit dem auf die ideelle Fläche des Normalsphäroids (Geoids) bezogenen normalen Werte γ vergleichbar zu machen, gewisse Reduktionen beizulegen. Diese sind:

¹⁾ Mitteilungen des k. u. k. milit.-geogr. Inst., IX. Bd. (1889); desgl. X. (1890), S. 59. — Internat. Erdmessg. 1900 (publ. 1901), S. 144 u. 168.

²⁾ Intern. Erdmessg. 1900 (publ. 1901), S. 197 . . . ; Astron. Nachrichten Bd. 134 (1894), S. 161; Bd. 137 (1895), S. 157 und Bd. 148 (1899), S. 289; Zeitschr. f. Vermessungswesen 1903, S. 412; Mitt. d. k. u. k. milit.-geogr. Instituts, XXI. Bd. (1902), S. 77 . . . etc.

³⁾ Intern. Erdmessg. 1900 (publ. 1901), S. 23 u. 197; desgl. 1903 (1904), I, S. 135; Astron. Nachrichten 150 (1899), S. 97.

⁴⁾ Intern. Erdmessg. 1887 (publ. 1888), Ann. Vc (mit Abbildung); desgl. 1900 (1901), S. 268 bis 286. — Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1896, S. 181.

⁵⁾ Intern. Erdmessg. 1903 (1904) I, S. 236.

⁶⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1897, S. 109

1. Die lineare Reduktion wegen der Meereshöhe¹⁾:

$$+ \frac{2H}{R} g$$

worin H die Meereshöhe und R der Erdradius ist;

2. die dieser entsprechende Reduktion wegen der Anziehung der Schicht zwischen Beobachtungspunkt und ideeller Meeressfläche mit der Meereshöhe H und der Dichte θ der unterliegenden Massen, wobei diese als in den Meeresspiegel kondensiert aufgefaßt werden (Helmert's Kondensationsmethode), ist:²⁾

$$- \frac{3 \theta H}{2 \theta_m R} g$$

worin θ_m die mittlere Erddichte bedeutet;

3. die Reduktion auf horizontales Terrain oder die topographische Reduktion, d. h. die Berechnung des Einflusses der Bodengestaltung in der Umgebung des Punktes. Die Ableitung derselben geschieht mit Benützung topographischer Karten und Ersetzen der Geländetorm durch geometrische Körper von bekannter (geschätzter) Dichte, wozu je nach den Verhältnissen besondere Rechnungsarten (Kegel-, Zylinder-, Trichter-, Prismenformel) anzuwenden sind.³⁾

Die Abweichungen, welche diese so reduzierten Werte g_1 gegen die nach der normalen Interpolationsformel berechnete «normale» Schwere γ zeigen (also $\Delta g = g_1 - \gamma$) sind das Maß für die Störung der Schwerkraft gegen die auf einem ideellen Vergleichsphäroid stattfindende. Diese «Störung» läßt sich nach Helmert anschaulich ausdrücken durch die Wirkung, welche eine im Meeresniveau unter der Station gedachte störende Schichte von der Dichte θ und der Mächtigkeit (Dicke) D nach außen hin auf dem Beobachtungspunkt ausüben würde. Helmert stellt folgende Näherungsformel auf:

$$\Delta g = g_1 - \gamma = \frac{3\gamma}{2R} \left(\frac{\theta \cdot D}{\theta_m} - N \right)$$

worin N den Abstand des Geoids vom Vergleichsphäroid bedeutet. Aus dieser Formel, in welcher gewöhnlich $\theta = \frac{1}{4} \theta_m$ gesetzt wird, folgt die Dicke D der störenden Schichte, wenn Δg und N bekannt sind; die Formel erlangt aber erst dann Bedeutung, wenn mittelst der Stokes'schen Formel N aus den Δg für einzelne Erdorte berechnet werden kann.⁴⁾ Für die Mächtigkeit der ideellen Störungsschichte ergeben sich bei Einführung einer Vergleichsdichte von $\theta = 2,4$ relative Unterschiede von rund 10 m für je eine Einheit der Änderung der fünften Stelle von Δg .⁵⁾

Auf diese Weise läßt sich durch die Schweremessungen ein Ausdruck für die Massenwirkungen des Untergrundes in relativen Beträgen gewinnen, welcher der Geologie eine wesentliche Grundlage für das Studium der Erdkruste darbieten

¹⁾ Helmert, Höhere Geodäsie 1884, II. Bd., S. 166.

²⁾ Helmert, Theorien der höheren Geodäsie, 1884, II. Bd., S. 164 u. 169.

³⁾ Helmert, Theorien der höheren Geodäsie, 1884, II, S. 167...; Intern. Erdmessg. 1900 (publ. 1961), S. 280; Reinhertz in Lueger's Lexikon, VII, S. 328—330.

⁴⁾ Helmert, Theorien der höheren Geodäsie 1884, II, S. 249—261.

⁵⁾ Intern. Erdmessg. 1895 (publ. 1896), Ann. 6, S. 126.

wird. Über den Stand der Untersuchungen wird insbesondere berichtet in den Verhandlungen und Veröffentlichungen der Internationalen Erdmessung.¹⁾

Die bis 1895 erfolgten absoluten und relativen Schweremessungen hat Helmer in seinem Berichte der Internationalen Erdmessung in Berlin 1895 durch Anknüpfung an gemeinsame Anschlußpunkte und absolute Bestimmungen auf ein einheitliches System gebracht²⁾. Es ergab sich, daß von einer Neuberechnung der 1884 von Helmer in seinen Theorien der höheren Geodäsie (S. 241) auf Grund eines verhältnismäßig geringen Beobachtungsmaterials aufgestellten Gleichung für die normale Schwere zur Zeit noch abgesehen werden kann.

Es wird auch nach wie vor mit dieser Formel gerechnet. (Helmer erwähnt nur, daß eine Vergrößerung der Konstante 9,78000 in 9,78035 nötig ist, um alles auf Wiener System zu reduzieren.³⁾

Bei der Auswertung der bisher ausgeführten Pendelbeobachtungen haben sich nun Abweichungen gezeigt, welche einen gewissen systematischen Charakter verraten. Es erscheint nämlich die mit allen in Betracht kommenden Reduktionen versehene, in der Meeres-Niveauläche gerechnete Schwere gegenüber der ihrer theoretischen Beziehung entsprechenden derart gestört, daß die Intensität auf dem Festlande im allgemeinen kleiner als an den Küsten und hier wieder kleiner als auf den isolierten ozeanischen Inseln sich bestimmt. Da nun auch aus den Ergebnissen der Lotabweichungsbestimmungen die Wirkungen der sichtbaren Gebirgsmassen teilweise durch unterirdische Defekte kompensiert erscheinen, so liegt der Analogieschluß nahe, daß in ähnlicher Weise die Kontinente gewissermaßen leichtere Schollen der Erdkruste als die den Meeresboden bildenden Schichten sein könnten, oder in hypothetischer Form ausgedrückt: durch irgend welche geologische Prozesse sind die Kontinentschollen aufgelockert und die Meeresböden verdichtet worden.⁴⁾ Zur weiteren Untersuchung dieser Hypothese sind vor allem sehr ausgedehnte Schweremessungen notwendig, weshalb dieselben fortdauernd im Arbeitsplane der Internationalen Erdmessung aufgenommen sind. Von ganz besonderer Wichtigkeit wären auch ausgedehnte Bestimmungen der Schwere auf dem Meere. Diesbezügliche Versuche sind mittelst des Bathometers (einer Art Quecksilber-Federwage) von William Siemens 1875 gemacht worden. Doch blieb dessen Wert als Schweremesser bis heute ein zweifelhafter.⁵⁾ Helmer erwähnt in seinem Berichte der Internationalen Erdmessung 1903⁶⁾ die Bestimmung der Schwerkraft auf dem Atlantischen Ozean durch Professor Hecker, welcher mit Erfolg Barometer und Kochthermometer zur relativen Schwerebestimmung mittelst

¹⁾ Vgl. Intern. Erdmessg. 1887 (publ. 1888), Ann. II, S. 1—17; desgl. 1889 (1890), Ann. VII, S. 1—5; desgl. 1892 (1893), Ann. V, S. 489; desgl. 1895 (1896), Ann. VI, S. 118—179; desgl. 1900 (1901), S. 366—377. — Für die mittlere Dichte der Erde setzt Helmer jetzt entsprechend den neueren Bestimmungen den Wert 5,52. Vgl. hiezu Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1899, S. 56.

²⁾ Intern. Erdmessg. 1895 (publ. 1896), Ann. 6, S. 125.

³⁾ Vgl. Intern. Erdmessg. 1900 (1901), S. 370.

⁴⁾ Vgl. Helmer, Theorien d. höh. Geodäsie, II, S. 367; auch: Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1896, S. 338.

⁵⁾ Helmer, Theorien, II, S. 256 und 366; Reinherz in Lueger's Lexikon, III, S. 780.

⁶⁾ Intern. Erdmessg. 1903 (1904) I, S. 78.

Luftdruckmessung benutzte. Über die Konstruktion anderer Schweremessungsapparate zur See verlautet noch nichts. Brillouin, der sich auf Wunsch der Internationalen Erdmessung darum bemüht und eine Quarzlamelle benutzen will, ist noch mit dem Studium solcher Lamellen beschäftigt.¹⁾ Immerhin steht in Aussicht, daß Schweremessungen auf dem Meere durch Interpolations-Instrumente im Laufe der Zeit möglich werden.

Graz, im Feber 1906.

Beitrag

zur Absteckung der Bahnachse beim Baue zweiter Geleise mittelst Koordinaten von der Altlage aus nebst einem Spiegelinstrument zum Fällen radialer Visuren.

Von Ingenieur Ernst Neumann.

(Schluß).

Die Absteckung des Außenbogens ist, da die Geleise parallel bleiben, nicht durchaus notwendig. Wird trotzdem dieselbe vorgenommen, so kann man ohne die Genauigkeit zu beeinträchtigen, für $y_1 = a - y$ setzen, denn nach Fig. 10, in welcher P ein Punkt der Altlage, P_1 und P_2 die korrespondierenden Punkte der Radialrichtung PO der neuen Achse sind, ist, das Dreieck P_1P_2H als geradlinig rechtwinklig betrachtet

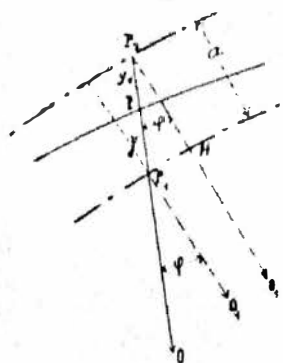


Fig. 10.

$$P_1P_2 = \frac{a}{\cos \varphi_1} = y + y_1$$

und

$$y_1 = \frac{a}{\cos \varphi_1} - y$$

Setzen wir aber $y_1' = a - y$, so ist der Fehler, den wir in y_1 begehen

$$\Delta y_1 = y_1 - y_1' = \frac{a}{\cos \varphi_1} - a = \frac{a}{\cos \varphi_1} (1 - \cos \varphi_1)$$

φ_1 ist im allgemeinen, selbst für eine größere Bogenlänge noch ein sehr kleiner Winkel, daher $\Delta y_1 = 0$. Betrachten wir z. B. den ungünstigen Fall der Verschwenkung eines 350er Bogens, so ist für diesen für eine Bogenlänge von 130 m $\varphi_1 = 3^\circ 16' 50''$, und bei einem $a = 400$ m ergibt sich Δy_1 mit 0.64 cm.

Der Radius R_1 des verschwenkten Innenbogens wird nach Gleichung 15) stets kleiner sein als der der alten Trasse. Letztere wird somit nach der Verschwenkung schärfer. Man wird gut tun, sich ein Bild über die zu verschwenkende Bogenlänge zu machen, um R_1 nicht zu klein zu erhalten. Nach Gleichung 15) ist

$$R_1 = R - \frac{a}{1 - \cos \alpha}$$

woraus sich ergibt

$$\cos \alpha = 1 - \frac{a}{R - R_1}$$

¹⁾ Über die nähere Konstruktion findet sich noch nichts. Vgl. hierzu die Quarzlastenwage von R. Threlfall und J. A. Pollock in Zeitsch. f. Instrumentenkunde 1900, S. 151.