Paper-ID: VGI_190708

Gleichungswage

Karl Fuchs

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **5** (3–4), S. 50–52

1907

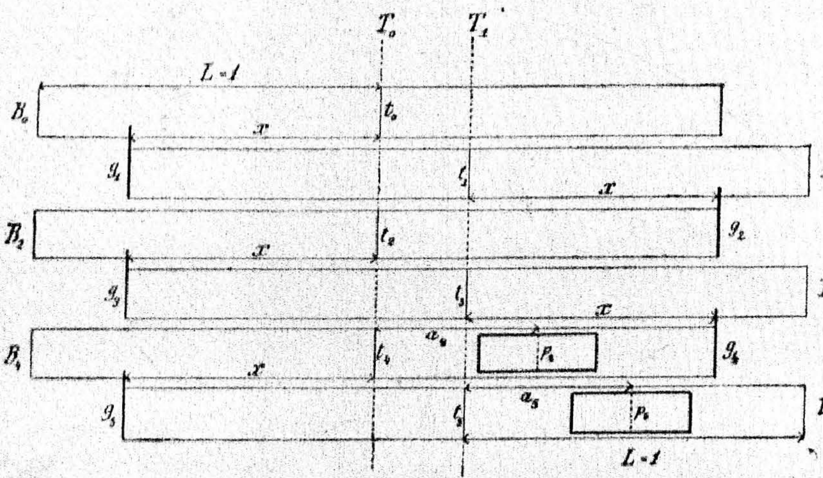
BibTeX:

```
@ARTICLE{Fuchs_VGI_190708,
Title = {Gleichungswage},
Author = {Fuchs, Karl},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {50--52},
Number = {3--4},
Year = {1907},
Volume = {5}
}
```

Gleichungswage.

Von Prof. **Karl Fuchs** (Preßburg).

Vor etwa 15 Jahren habe ich zu meinem Privatgebrauche einen Apparat angefertigt, der in sehr einfacher Weise die reellen Wurzeln höherer Gleichungen angibt. Ich habe ihn damals einem hervorragenden Fachmanne, Prof. Bodola, gezeigt. Vor kurzem wurde ich darauf aufmerksam gemacht, daß der Techniker wohl selten höhere Gleichungen aufzulösen hat, dann aber durch die Schwerfälligkeit der gebräuchlichen Rechenmethoden sehr aufgehalten wird. Da nun mein Apparat weit einfacher ist, als alle bisher veröffentlichten Gleichungswagen, will ich ihn beschreiben.



Der Apparat besteht aus so viel Wagenbalken, wie viel Glieder die gegebene Gleichung hat. Die Abbildung stellt also einen Apparat dar, auf dem Gleichungen bis zum fünften Grade aufgelöst werden können. Ein Wagbalken besteht aus einem Brettchen von etwa 3—4 *cm* Breite und etwa 30—40 *cm* Länge. Die Achsen t_0 t_2 t_4 der geraden Balken liegen in einer Geraden T_0 und ebenso liegen die Achsen t_1 t_3 t_5 der ungeraden Balken in einer Geraden T_1. Die Wagen sind durch Gabeln $g_0 \ldots g_5$ mit einander kettenartig gekuppelt. Die Geraden T_0 und T_1 können gegen einander verschoben werden, so daß stets jede Gabel g den folgenden Balken in demselben Achsenabstand x angreift. Damit man diesen Abstand x ablesen und die Richtigkeit des Apparates jederzeit kontrollieren könne, trägt jeder Balken eine x-Skala, längs der die betreffende Gabel läuft.

Wenn die Wagen im Gleichgewicht sind und wir legen auf den Balken B_5 ein prismatisches Gewicht $p_5 = 1$ in den Achsenabstand a_5, dann werden sich sämtliche Wagen in demselben Sinne drehen. Wenn wir aber den Balken B_0 festhalten, dann werden alle Balken durch das Gewicht p_5 ein gewisses Drehungsmoment erleiden und diese Momente wollen wir berechnen. Die Gabeln denken wir uns an den Balkenenden befestigt, und die Länge einer Balkenhälfte, also den Abstand einer Gabel von der betreffenden Achse, sehen wir gleich $L = 1$, und diese Längeneinheit liegt auch den x-Skalen sowie den sogleich zu erwähnenden a-Skalen zugrunde.

Das Gewicht $p_5 = 1$ am Arme a_5 (die Länge des Armes wird an einer Skala des Balkens abgelesen) übt auf den Balken B_5 das Moment $1 \times a_5$ oder a_5 aus. Die Gabel g_5 am Arme $L = 1$ drückt also mit der Kraft a_5 nach oben und übt auf den Balken B_4 das Moment $a_5\,x$ aus. Wenn aber so der Balken B_4 das Moment $a_5\,x$ erleidet, dann übt die Gabel g_4 am Arme $L = 1$ den Druck $a_5\,x$ aus, wirkt also auf den Balken B_3 mit dem Momente $a_5\,x^2$ etc. So finden wir, daß der Balken B_0 durch das Laufgewicht $p_5 = 1$ das Moment $a_5\,x^5$ erleidet.

Auf gleiche Weise finden wir, daß ein Gewicht $p_4 = 1$ auf dem Balken B_4 im Achsenabstand a_4 auf den Balken B_0 ein Moment $a_4\,x^4$ ausübt etc. Wenn wir also auf die Balken $B_5 \ldots B_0$ Gewichte $p_5 \ldots p_0 = 1$ an die Arme $a_5 \ldots a_0$ legen, dann erleidet der Balken B_0 insgesamt das folgende Moment m:

$$a_5\,x^5 + a_4\,x^4 + a_2\,x^3 + a_2\,x^2 + a_1\,x^1 + a_0 = m \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Wenn wir nun die Geraden T_0 und T_1 zuerst zusammenfallen lassen und dann auseinander rücken, bis der Balken B_0 im Gleichgewicht bleibt, also das Moment $m = 0$ erleidet, dann ist der Abstand x, den wir an dem Balken ablesen, eine reelle Wurzel der Gleichung $a_5\,x^5 + \ldots + a^4 = 0$.

Nach dieser Darstellung können wir den Apparat nur dann gebrauchen, wenn alle Konstanten $a_5 \ldots a_0$ kleiner als Eins sind und er liefert nur die reellen Wurzeln, die zwischen $x = +1$ und $x = -1$ liegen. Es soll aber gezeigt werden, wie wir uns von diesen Schranken befreien können.

Wenn alle oder einige Konstanten größer sind als ± 1, dann können wir die Gleichung immer mit irgend einer Zahl, z. B. mit 10 oder 100 etc. dividieren, so daß alle Konstanten in das Intervall ± 1 fallen. Ferner brauchen wir nicht durchaus Laufgewichte $p = 1$ zu verwenden. Wenn beispielsweise eine Konstante den exzessiven Wert 3·76 hat, dann können wir sie auf der Wage durch ein Gewicht $p = 4$ zum Ausdruck bringen, indem wir diesem Gewichte den Arm $3{\cdot}76 : 4 = 0{\cdot}94$ geben. Somit ist die erste Schranke beseitigt.

Die Wurzeln, die außerhalb des Intervalles ± 1 liegen, bestimmen wir auf folgende Weise. Wenn wir in der gegebenen Gleichung:

$$a_5\,x^5 + a_4\,x^4 + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

x durch $10\,x'$ ersehen, dann erhalten wir eine neue Gleichung:

$$a_5\,10^5 . (x')^5 + a_4\,10^4 . (x')^4 + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Wenn eine Wurzel x der Gleichung 2) zwischen 1 und 10 liegt, dann liegt die entsprechende Wurzel x' der Gleichung 3) zwischen 0·1 und 1; wir werden also auf der Wage die Gewichte entsprechend Gleichung 3) auflegen und so erst die Wurzel x', dann daraus die Wurzel $x = 10\,x'$ bestimmen. Analog können wir in Gleichung 2) für x den Ausdruck $x = 100\,x''$ einsetzen und erhalten eine neue Gleichung:

$$a_5\,100^5\,(x'')^5 + a_4\,100^4\,(x'')^4 + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Wenn in 2) eine Wurzel x zwischen 10 und 100 liegt, dann liegt in 4) die entsprechende Wurzel x'' zwischen 0·1 und 1 und wir können sie wieder mittelst unseres Apparates bestimmen etc. Analog können wir in 2) für x den Ausdruck

$x' = 0{\cdot}1$ einsetzen; wenn dann eine Wurzel x in 2) zwischen 0·01 und 0·1 liegt, dann liegt die entsprechende Wurzel x' in der neuen Gleichung zwischen 0·1 und 1, und sie kann wieder mittelst unseres Apparates bestimmt werden. Wir sehen, daß so auch die zweite Schranke beseitigt ist.

Unser Apparat gibt die Wurzeln nur auf etwa zwei Stellen richtig an, z. B. + 0·75 oder — 0·13. Dennoch können wir mit unserem Apparate die Wurzeln mit beliebiger Genauigkeit berechnen. Wenn wir nämlich eine angenäherte Wurzel x_1 der Gleichung 2) gefunden haben, dann können wir die genaue Wurzel mit $x = x_1 + \xi$ bezeichnen. Wenn wir aber in 2) x durch $x_1 + \xi$ ersetzen, dann erhalten wir eine Gleichung von der Form

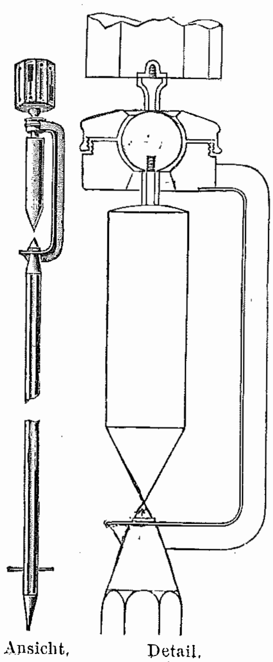
$$\alpha_5 \xi^5 + \alpha^4 \xi'' + \ldots = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 5)$$

und nun können wir mittelst unseres Apparates auch ξ auf zwei Stellen genau bestimmen; dann ist die Wurzel x auf vier Stellen genau berechnet.

Es sind noch einige Kleinigkeiten zu bemerken. Die Gewichte, die positiven Konstanten entsprechen, werden auf die rechte Balkenhälfte gelegt, die Gewichte aber, die negativen Konstanten entsprechen, auf die linke Balkenhälfte. Die Balken müssen abweichend von der Abbildung über die Gabeln hinaus verlängert werden, da man sonst die Gewichte nicht auf $a = 1$ einstellen könnte, ohne daß sie herunterfielen. Der Schwerpunkt der Gewichte muß genau bestimmt und markiert werden, da diese Schwerpunktmarken auf a eingestellt werden. Der letzte Balken B_0 darf nur einen sehr kleinen Spielraum, etwa 20' haben, und auch die Gabeln dürfen nur einen sehr kleinen Spielraum haben, weil die Balken von der horizontalen Lage nie stark abweichen dürfen. Zu anderen Rücksichten führt die Praxis.

„Simplex"-Winkeltrommel

von Ing. O. G. Mayer. (Gesetzlich geschützt.)



Ansicht. Detail.

Das Wesentliche beistehend gezeichneter Winkeltrommel besteht darin, daß sich dieselbe vermöge des um ein Kugelgelenk drehbaren Pendels (Senkels) stets selbsttätig in die vertikale Lage einstellt. Spielt das Pendel über die Marke ein, so ist zugleich das Stockstativ vertikal. Durch beistehende Konstruktion entfällt das zeitraubende Absenkeln der Winkeltrommel vollkommen und es ist zugleich eine raschere und genauere Zentrierung als mit den bisherigen Apparaten ermöglicht. Der Vorteil stets vertikaler Visuren kommt insbesondere beim genauen Einrichten der Trassierstangen auf längere Distanzen in koupiertem Terrain in Betracht, da schon eine geringere Neigung der Visur-Ebene, welche bei gewöhnlichen Winkeltrommeln kaum zu vermeiden ist, genügt, um eine größere Abweichung vom rechten Winkel bei der Absteckung zu bewirken.