Paper-ID: VGI_190732

Über ein Planimeter für krummlinig begrenzte Figuren

W. Láska [1]

[1] *o. ö. Professor an der k. k. techn. Hochschnle in Lemberg*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **5** (17–18), S. 277–279

1907

BibTeX:


```
@ARTICLE{Laska_VGI_190732,
Title = {{\"U}ber ein Planimeter f{\"u}r krummlinig begrenzte Figuren},
Author = {L{\'a}ska, W.},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {277--279},
Number = {17--18},
Year = {1907},
Volume = {5}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer L. v. Klatecki.

Doppelheft Nr. 17—18.	**Wien, am 1. September 1907.**	V. Jahrgang.

Über ein Planimeter für krummlinig begrenzte Figuren.

Von Dr **W. Láska**, o. ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Lemberg.

Das Planimeter, dessen Theorie im nachstehenden gegeben werden soll, besteht aus einer Schar gerader paralleler Linien, von welchen jede $(3n + 4)$te stärker ausgezogen ist (Fig. 1).

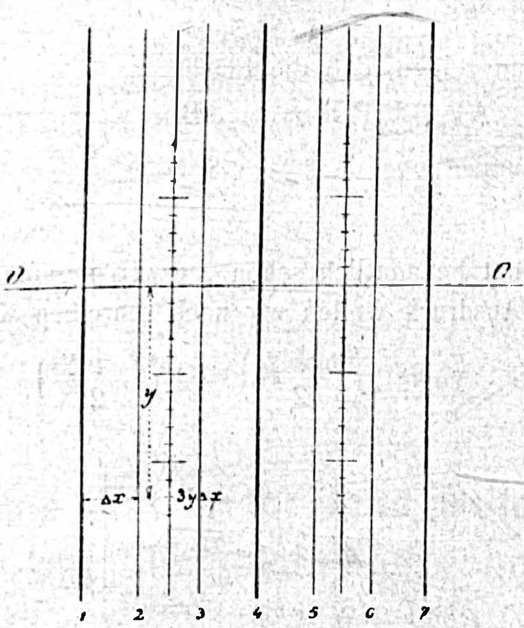

Fig. 1.

Zwischen den Geraden 2,3 sowie 5,6 u. s. w. befindet sich in der Mitte eine Gerade, auf welcher die Flächenteilung $3y\,\Delta x$ aufgetragen ist, wobei Δx den Abstand zweier Geraden bezeichnet. Zu diesem Planimeter, welches auf Pauspapier oder ein Filmblatt zu zeichnen ist, gehört noch eine ebenfalls auf Pause oder Film gezeichnete feine Gerade.

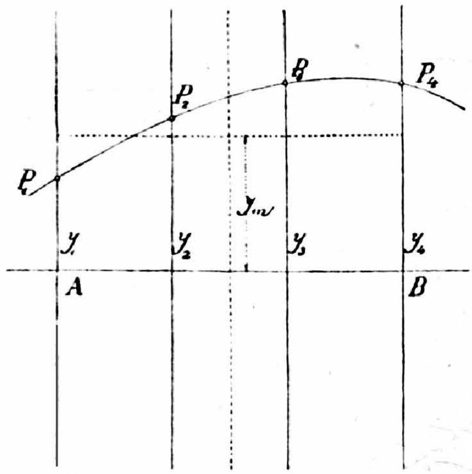

Fig. 2.

Es werde nun angenommen, daß zwischen die gegebenen Kurvenpunkte eine Parabel vom dritten Grade gelegt wird (Fig. 2). Man hat also

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

und zur Bestimmung der Koeffizienten

$$a, b, c, d$$

die vier Ordinaten

$$y_1, y_2, y_3, y_4.$$

Es läßt sich nun zeigen, daß die Fläche

$$A P_1 P_2 P_3 P_4 B = y_m . AB = y_m . 3 \Delta x$$

ist, wobei

$$y_m = \frac{(y_1 + y_4) + 3(y_2 + y_3)}{8}$$

bedeutet.

Diese Formel hat bekanntlich schon Newton gefunden.

Den letzteren Ausdruck wollen wir noch schreiben wie folgt

$$y_m = \frac{1}{4}\left(\frac{y_1 + y_4}{2}\right) + \frac{3}{4}\left(\frac{y_2 + y_3}{2}\right).$$

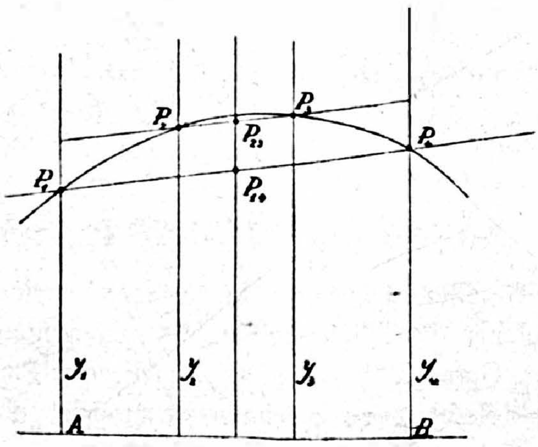

Fig. 3.

Es sei nun P_{14} (siehe Fig. 3) derjenige Punkt, dessen Ordinate

$$\frac{y_1 + y_4}{2}$$

ist und analog P_{23}, ferner P_m der Punkt mit der Ordinate y_m, dann hat man

$$4 P_m = P_{14} + 3 P_{32}.$$

Die Punkte P_{14} und P_{32} sind offenbar die Schnittpunkte einer durch P_1 und P_4 resp. P_2 und P_3 bestimmten Geraden mit der Teilungsgeraden.

Man hat ferner

$$P_m = P_{23} - \tfrac{1}{4}(P_{23} - P_{14}).$$

Wir erhalten so für den Inhalt

$$y_m \,.\, 3 \triangle x = y_{23} \,.\, 3 \triangle x - \tfrac{3}{4}(P_{23} - P_{14}) \triangle x.$$

Auf der geteilten Geraden lesen wir direkt

$$\eta_m = 3 \triangle x \,.\, y_m$$

ab und analog $\eta_{23} = 3 \triangle x \,.\, y_{23}$, $\eta_{14} = 3 \triangle x \,.\, y_{14}$.

Man hat also, wenn die Fläche $A P_1 P_2 P_3 P_4 B$ mit i_{14} bezeichnet wird, sofort

$$i_{14} = \eta_{23} - \tfrac{1}{4}(\eta_{23} - \eta_{14}).$$

Diese Formel gilt streng für eine Parabel dritten Grades. Da man aber eine jede Kurve innerhalb mäßiger Grenzen durch eine solche darstellen kann, allgemein als eine Näherungsformel.

Beim Gebrauche legt man das Planimeter so auf die Figur, daß sie von der Nullgeraden nahezu in zwei gleiche Teile zerlegt wird.

Hierauf wird an die Schnittpunkte $P_2 P_3$ die Filmgerade angelegt und η_{23} abgelesen. Ebenso wird durch Anlegen der Filmgerade an die Punkte $P_1 P_4$ die Lesung η_{14} gewonnen. Die zwischen y_1 und y_4 eingeschlossene Fläche ist dann gegeben durch die Formel

$$i_{14} = \eta_{23} - \tfrac{1}{4}(\eta_{23} - \eta_{14}).$$

Hat man mit Begrenzungen mit nicht abzuwechselnder Krümmung zu tun, so können die Abstände der Ordinaten ziemlich groß genommen werden, ohne daß das Verfahren viel an Genauigkeit einbüßt, was oft eine nicht unbedeutende Zeitersparnis bedeutet.

Theoretische und historische Betrachtungen über die Ausgleichungsrechnung.

Von Oberingenieur **S. Wellisch.**

(Fortsetzung).

X. Über das Prinzip der kleinsten Summen.

Liegen zur Bestimmung der u Unbekannten x, y, z, . . . die n Fehlergleichungen $(n > u)$ mit den Gesamtgewichten vor:

$$\left.\begin{array}{lll} a_1 x + b_1 y + c_1 z - l_1 = v_1 & \text{Gewicht} & g_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z - l_2 = v_2 & \text{»} & g_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ 1)$$