Paper-ID: VGI_190823

Geodätische Tischgespräche

N. N.

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **6** (6), S. 176–181

1908

BibTEX:


```
@ARTICLE{N._VGI_190823,
Title = {Geod{\"a}tische Tischgespr{\"a}che},
Author = {N., N.},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {176--181},
Number = {6},
Year = {1908},
Volume = {6}
}
```

Das ganze Ausgleichsverfahren beruht also im Wesen darauf, daß wir durch eine nicht ganz genaue Punktreihe eine Gerade ziehen.

Wir könnten allerdings aus der Punktreihe p_1', p_2' ... die wahrscheinlichsten Werte $a_0\, b_0$ auch rechnen; das gäbe aber mehr Arbeit, als wenn wir direkt das Normalverfahren auf die Gleichungen 1) anwenden.

Die angenäherten Werte $a'\, b'$ können wir aber in anderer Weise verwerten, wenn sie uns nicht genug genau erscheinen. Wir können sie in die Gleichungen 1) einführen, indem wir etwa die erste Gleichung so schreiben:

$$(a' + \Delta a)\, x_1 + (b' + \Delta b) y_1 = z_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Wenn wir von z_1 die Zahlenwerte $a' x_1 + b' y_1$ abziehen, bleibt uns ein Rest Δz_1 und Gleichung 6) lautet einfacher:

$$x_1\, \Delta a + y_1\, \Delta b = \Delta z_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

wo Δa und Δb die Unbekannten sind. Wenn wir so alle Gleichungen umformen, dann erhalten wir eine Reihe von Bestimmungsgleichungen für die kleinen Korrektionen Δa und Δb und diese können wir nach dem Normalverfahren mit zwei- oder dreistelligen Zahlen berechnen. Es gilt dann für die wahrscheinlichsten Werte a_0 und b_0:

$$a_0 = a' + \Delta a \qquad b_0 = b' + \Delta b$$

und so haben wir auf leichte Weise etwa vier- oder fünfstellige Werte von a_0 und b_0 gewonnen.

In der Photogrammetrie hat sich die geschilderte Methode bewährt.

Geodätische Tischgespräche.

I. Das Würfelspiel.

Einige Studienkollegen, Freunde der Geodäsie, hatten zwanglose Zusammenkünfte im Café «zur Mutter Erde». Als Studiosus Faß heute das Kaffeehaus betrat, saßen bereits seine Kommilitonen Spund und Pump an dem gemütlichen Stammtische und würfelten. Nach kurzer, aber herzlicher Begrüßung nahm auch Faß an dem Stammtische, der sogenannten «geodätischen Ecke», Platz, trank seine «Schale Gold» und sah dann eine Zeit lang dem Spiele zu. Es wurde mit zwei Würfeln geworfen. Bei jedem Wurfe der Summe 7 gewinnt Pump, fällt aber die Summe 6, so gewinnt Spund; jeder andere Wurf ist als Niete ungiltig.

+ Wenn Du, lieber Spund, heute einen Gewinn davonträgst, dann kannst Du von Glück sagen, — sprach Faß —, denn nur ein Spiel des Zufalls wäre es.

= Selbstverständlich. Wie bei jedem Zufallsspiel ist der Gewinn eine glückliche Fügung des Schicksals, das mit weiser Hand Weh und Freuden verteilt.

+ Es will aber das Geschick, daß Du unter den gegebenen Umständen bei hinreichend langem Spiele verlieren mußt.

= Wenn ich schon zugebe, daß die Gesetzmäßigkeit oder die Ordnung des Geschehens berechnet werden kann, so möchte ich doch wissen, wie sich das Gesetzlose, die Unregelmäßigkeit oder die Unordnung, womit der Zufall charakterisiert erscheint, angeben läßt.

△ Nach meiner idealistischen Auffassung, ließ Pump sich vernehmen, ist auch der Zufall nicht etwas Gesetzloses. Jedes Ereignis, ob wir es voraussagen können oder nicht, ist die Folge eines Naturgesetzes; aber der Mensch mit seinem begrenzten Verstand vermag nicht, diese Gesetze vollkommen zu überblicken und alle Faktoren, die dabei mitspielen, zu berücksichtigen. Mit erhabenen Worten hat Salvatore Farina diesen Gedanken zum Ausdrucke gebracht. Da ich die betreffende Stelle gerade bei mir habe, so will ich sie zur Verlesung bringen.

«Es gibt einen Zufall, und man muß allen Respekt vor ihm haben. Aber was ist er? Ist er die Unordnung oder die Ordnung des Geschehenden? Du sagst die Unordnung, weil Du ihn mit dem Unerwarteten verwechselst und ihn auf die beschränkte menschliche Einsicht beziehst; ich sage die Ordnung, weil ich ihn an sich auffasse und ihn auf eine Reihe von Tatsachen beziehe, über welche ich mir nicht Rechenschaft geben kann, deren wunderbares Zusammentreffen ich aber anstaunen muß. Ich will mich durch ein Beispiel deutlich machen: Es lag ein Dachziegel auf einem Dache, er hat sich losgelöst und ist hinuntergefallen; ein Mensch ging gerade in dem Augenblicke vorüber und bekam ihn auf den Schädel. — Da haben wir die Unordnung, da haben wir den Zufall, sagst Du, denn Du meinst, der Ziegel hat die Bestimmung, auf dem Dache zu bleiben. — Aber wer hat jenen Menschen eingegeben, gerade in der Minute das Haus zu verlassen, in solchem Schritt zu gehen, so lange und nicht länger vor einem Laden zu verweilen, und gerade unter der Falllinie des Ziegels vorbei zu gehen? Und wer hat den Ziegel geheißen, nicht eher das Gleichgewicht (welches die Geduld der Dachziegel ist) zu verlieren, bis jener sich in der Ebene befände, auf welche seine Senkrechte trifft? In der bewundernswerten Genauigkeit all dieses Zusammentreffens sehe ich die Ordnung und das ist der Zufall».

In diesem Augenblick wurde der Redeschwall Pumps durch einen lauten Krach unterbrochen; der Pikkolo hatte die Türe hinter sich zufallen lassen.

= Da hast Du auch einen Zufall, meinte Spund, «daran ist aber die Unordnung des Pikkolo Schuld».

+ «Silentium!» rief Faß, «laß Pump ausreden!»

△ Ist es nicht ein Zufall, fuhr Pump in seiner stolzen Rede fort, wenn die Erdbahn durch einen zufällig auftretenden Meteoriten gestört wird, und dennoch wird kein Astronom in diesem Falle von einem Zufall sprechen, da sich solche Störungen, wenn nur die Elemente des Meteoriten bekannt wären, berechnen ließen. Ich erkläre demnach, daß zwischen Zufall und Notwendigkeit kein wesentlicher, sondern nur ein gradueller Unterschied besteht.

╪ Aus Dir spricht die philosophische Schulung. Meine realistische Anschauung in dieser Frage ist die: Der Zufall, worunter man das Zustandekommen von unbekannten Umständen versteht, die das uns interessierende Ereignis herbeiführen, herrscht unregelmäßig oder gesetzlos, zum Unterschiede von den gesetzmäßig wirkenden Ursachen, und nur die Wahrscheinlichkeit einer durch Zufall eintretenden Begebenheit, oder das Maß für die Berechtigung einer vom Zufall abhängigen Erwartung kann berechnet werden, und zwar nach einem strengen Modus, der unter dem Namen der «Theorie des Zufalls» oder der «Wahrscheinlichkeitstheorie» bekannt ist. Auch jeder Wurf mit den Würfeln ist als ein Glied in einer Reihe gleichartiger aber zufällig auftretender Erscheinungen zu betrachten und es ist demnach auch die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln eine bestimmte Summe zu treffen, der Theorie des Zufalls unterworfen. Und weil dieser Theorie gemäß der Wurf der Summe 7 wahrscheinlicher ist, als derjenige der Summe 6, so wird Spund dem Willen des Schicksals kaum entgehen.

= Du weißt, lieber Faß, daß Pump und ich aus einem Gymnasium entsprungen sind, wo wir zwar viel von Rhetorik, aber nichts von Kombinatorik gelernt haben. Möchtest Du daher so freundlich sein, uns den mathematischen Beweis für Deine Vorhersagung kurz vorzutragen?

+ Sehr gerne. Die mathematische Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen eines Ereignisses ist gleich dem Verhältnisse der Anzahl aller dem Ereignisse günstigen Fälle zu der Anzahl der überhaupt möglichen Fälle. Um die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, daß mit zwei Würfeln eine bestimmte Summe falle, hat man zu beachten, daß die sechs Elemente 1, 2, 3, 4, 5, 6 im ganzen 6^2 mögliche Fälle liefern, da jedes Element des einen Würfels mit jedem Elemente des anderen Würfels sich kombinieren kann, daß aber unter diesen 36 gleichmöglichen Fällen die Summen 2 bis 12 in verschiedener Anzahl auftreten, nämlich:

Summe	2	und	12	je	1mal	
»	3	»	11	»	2	»
»	4	»	10	»	3	»
»	5	»	9	»	4	»
»	6	»	8	»	5	»
»	7	aber			6	»

Es besitzt daher der Fall, die Summe 7 zu werfen, das Maximum der Wahrscheinlichkeit.

△ Da könnte man ja eine «Wahrscheinlichkeitskurve» konstruieren, wenn man die Summen als Abszissen und die Häufigkeiten als Ordinaten aufträgt?

+ Gewiß. Für die Abszisse 7 hat dann diese Kurve ein Maximum.

= Dieses Resultat, meinte Spund, kann man ja viel einfacher erhalten: Die wahrscheinlichste aller 11 Summen von 2 bis 12, die zusammen 77 zur Gesamtsumme geben, ist ihr arithmetisches Mittel $77 : 11 = 7$, oder mit Rücksicht auf den symmetrischen Verlauf der Summenwahrscheinlichkeiten auch das arithmetische Mittel der kleinsten und größten Summe, d. i. $\frac{2+12}{2} = 7$. Allgemein ist bei einem Spiele mit n Würfeln die wahrscheinlichste Summe bestimmt durch das arithmetische Mittel zwischen der kleinsten Summe $1 . n$ und der größten Summe $6 . n$, d. i. $\frac{7n}{2}$.

+ Du darfst, Verehrtester, mit der Regel des arithmetischen Mittels nicht so leichtfertig manipulieren. Nur weil Du sicher bist, daß die Summe n eben so häufig (oder wahrscheinlich) ist, als die Summe $6n$, u. s. w. und weil es gewiß ist, daß die wahrscheinlichste Summe nur an einer Stelle, u. zw. in der Mitte liegt, gegen welche die Häufigkeiten der Summen von den Enden aus stets zu-nehmen, verleiten Dich die Resultate zu der allgemeinen Anwendung des arithmetischen Mittels bei Berechnung der wahrscheinlichsten Summen. Ohne Kenntnis derartiger Kriterien spielt das arithmetische Mittel nur die Rolle des Mittelwertes einer vom Zufall abhängigen Größe, nicht aber diejenige des wahrscheinlichsten Wertes.

= Und ist denn der Mittelwert mehrerer gleichartig gebildeter Größen nicht immer auch ihr wahrscheinlichster Wert?

△ Laßt mich zur Klärung dieser strittigen Frage ein drastisches Beispiel zum besten geben. Ich erhielt von unserem Freunde Spieß nach Anzbach, wo ich noch vor kurzem wohnte, ein Telegramm folgenden Inhalts: «Eintreffe bestimmt morgen per Bahn». Da keine nähere Zeitangabe gemacht wurde und ich seine Gewohnheit, mir bei jeder Gelegenheit Rechenexempel aufzugeben, kannte, versuchte ich seine Ankunft zu berechnen. Zu diesem Behufe schrieb ich aus dem Taschen-Fahrplan für den Wiener Lokal- und Stadtbahnverkehr, giltig von 1. Oktober 1907, sämtliche von Wien abgehenden und in Anzbach haltenden Züge der Reihe nach in folgender Weise zusammen:

1. Zug	. . . .		6 Uhr 30 Min.
2. »	. . . .		7 » 36 »
3. »	. . . .		7 » 53 »
4. »	. . . .		10 » 09 »
5. »	. . . .		12 » 49 »
6. »	1 Uhr 56 Min.	=	13 » 56 »
7. »	2 » 39 »	=	14 » 39 »
8. »	3 » 49 »	=	15 » 49 »
9. »	4 » 16 »	=	16 » 16 »
10. »	5 » 25 »	=	17 » 25 »
11. »	6 » 24 »	=	18 » 24 »
12. »	7 » 21 »	=	19 » 21 »
13. »	8 » 05 »	=	20 » 05 »
14. »	10 » 14 »	=	22 » 14 »
15. »	11 » 32 »	=	23 » 32 »
16. »	12 » 49 »	=	24 » 49 »

arithmetisches Mittel = 15 Uhr 43 Min. = 3 Uhr 43 Min.

Da um die Zeit 3 Uhr 43 Min. nachmittags kein Zug in Anzbach hält, nahm ich den dem arithmetischen Mittel zunächst liegenden, nämlich den um 3 Uhr 49 Minuten ankommenden 8. Zug an und traf auch für diese Zeit meine Vorbereitungen zu dem Empfange. Wie groß war aber meine Überraschung, als ich Freund Spieß bereits mit dem 6. Zuge eintreffen sah. Auf seine Bemerkung, ob ich denn nicht den wahrscheinlichsten Zug nach dem Prinzip des arithmetischen Mittels berechnet habe, gab ich zur Antwort, daß ich dies wohl getan habe, daß er aber meiner Berechnung zufolge um zwei Züge zu früh eingetroffen sei. Nach längerem hin- und herreden stellte es sich endlich heraus, daß Spieß die Zeit des letzten Zuges anstatt wie ich mit 24 Uhr 49 Min. mit 0 Uhr 49 Min. in Rechnung gestellt hatte, was er damit zu begründen versuchte, daß, ähnlich wie bei Rechenoperationen mit Azimuten u. dgl. um einen vollen Umkreis oder einen ganzen Tag = 24 Stunden reduziert werden dürfe. Da ich unmöglich mit dieser Begründung mich zufrieden geben konnte, indem doch die Zeit nicht wie eine periodische Erscheinung wiederkehrt und da auch er meine Auffassung nicht teilen wollte, so rufe ich euch in dieser Sache zum Schiedsrichter auf.

+ Verzeihe, lieber Pump, daß ich dem abwesenden Spieß recht geben muß. Er hat vom Standpunkte der bürgerlichen Zeitzählung ganz richtig gerechnet, ohne aber selbst zu wissen, warum. Der bürgerliche Tag reicht von Mitternacht bis Mitternacht. Der Zug um 24 Uhr 49 Min. kommt daher übermorgen an, Spieß «eintrifft» aber morgen, also vielleicht schon um 0 Uhr $\underline{49}$ Min. Das Mittel ist demnach 14 Uhr 13 Min. und der 6. Zug, der eigentlich der 7. ist, da der 16. Zug zum ersten wird, ist tatsächlich der mittelste, also derjenige, mit welchem Spieß mit größter Berechtigung zu erwarten gewesen wäre. — Schade, daß Spieß nicht zugegen ist, denn die Ausrede, daß 24 Uhr = 0 Uhr gesetzt werden dürfe, verdient wirklich, daß man den Spieß umkehrt und — — — — (hiebei machte er die nicht mißzuverstehende Bewegung eines kräftigen Quarthiebes).

«Viel zu wenig!» erscholl es im wirren Durcheinander. «Faule Ausrede!» «Rückwärtseinschneiden! — Bisezieren! — Aufs Meßrad flechten!»

Nachdem sich die Gemüter wieder beruhigt hatten, bemerkte Pump ganz scheinheilig:

△ Wenn täglich überhaupt nur zwei Züge, nämlich um 6 Uhr 30 Min. und 12 Uhr $\underline{49}$ Min., oder richtiger um 0 Uhr $\underline{49}$ Min. und 6 Uhr 30 Min verkehren würden, dann fiele, wenn ich recht verstanden habe, der allein giltige Mittelwert auf die Zeit 3 Uhr $\underline{39{\cdot}5}$ Min. morgens, nicht aber auf die Zeit 3 Uhr 39·5 Min. nachmittags. Aber von zwei beliebigen Richtungsbeobachtungen kann das arithmetische Mittel sowohl der Halbierungsvisur des hohlen als auch des erhabenen Winkels angehören, weil in diesem Falle jede Richtung mit der Periode $2n\pi$ behaftet gedacht werden kann.

+ Wozu noch diese unnütze Bemerkung? Zwischen zwei Eisenbahnzügen gibt es weder einen mittleren noch einen wahrscheinlichsten Zug. Eisenbahnzüge sind doch keine Basismessungen. Nach dem, was die Wahrscheinlichkeitstheorie uns lehrt, kann überhaupt auch von mehreren Zügen die wahrscheinlichste Ankunftszeit nicht berechnet werden, weil alle Züge gleich wahrscheinlich sind.

= Das ist's, verehrtester Pump! Du hast uns da mit Deiner Geschichte schön aufs Eis geführt. Die Wahrscheinlichkeitskurve der Ankunftszeiten ist eine zur Abszissenachse Parallele, welche kein Maximum der Wahrscheinlichkeit besitzt, weshalb es auch keinen «wahrscheinlichsten» Zug gibt. Faß hat also recht: Das arithmetische Mittel hat manchmal gar keine wahrscheinlichkeitstheoretische Bedeutung.

Pump grinst vergnügt vor sich hin und streicht schadenfroh seinen Gewinst beim Würfelspiele ein. Dann stellt er sich gravitätisch vor seinen Freunden auf und deklamiert: Jetzt begreife ich auch den von August Strindberg entwickelten Ideengang. In seinem Trauerspiel «Der Vater» beschließt der Rittmeister, daß seine Tochter in der Stadt in Pension gegeben werde, während seine Frau ihr Kind zu Hause zu erziehen wünscht. Auf die Frage der Frau, ob es nicht möglich sei, daß Vater und Mutter in dieser Angelegenheit eine Einigung erzielen könnten, erwidert der Rittmeister: «Wie sollte das geschehen können. Ich will, daß sie in der Stadt wohnt, Du willst, daß sie hier bleibt. Das arithmetische Mittel würde sein, daß sie auf der Eisenbahnstation mitten zwischen der Stadt und ihrem Heim bleibe».

Dieses literarisch-mathematische Zitat, in dem ein «hier und dort» nach der Elle gemessen wird, schlug dem Faß den Boden aus und ließ den Spund überlaufen.

Da gingen sie lieber ins Kolleg.

«Apajune».

Die Josephinische Matrikel im Deposit des Landesarchives in Lemberg.

Einer der bei uns am meisten vernachlässigten Zweige der historischen Wissenschaft ist zweifellos die Geschichte der sozial-wirtschaftlichen Verhältnisse. Man braucht sich nicht viele Mühe zu nehmen, um alle, auf der Höhe der wissenschaftlichen Anforderungen stehenden Arbeiten aufzuzählen, welche dieses Gebiet des vergangenen Lebens unserer Gesellschaft zum Vorwurfe haben. Der Mangel an Bearbeitungen, von denen wir sprechen, läßt sich bis zu einem gewissen Grade teils durch die Dürftigkeit, teils durch die Unzugänglichkeit des entsprechenden Quellenmaterials erklären. Man muß jedoch gestehen, daß die Anzahl der Werke dieses Inhaltes nicht im mindesten dem Vorrate an Quellen entspricht; unserer Wissenschaft harrt noch die große Aufgabe der Ausbeutung der letzteren. Und da fällt auf sie in der Person ihrer Repräsentanten eine neue Pflicht: vor kurzem ist zugewachsen oder genauer sprechend ist für die wissenschaftlichen Forschungen zugänglich gemacht worden ein ganzer Komplex handschriftlicher Quellen zur Wirtschaftsgeschichte. Wir sprechen von der sogenannten Josephinischen Matrikel. Es ist angezeigt, daß auch weitere Kreise von dieser Tatsache benachrichtigt werden.

Den Namen «Josephinische Matrikel» tragen die Bücher des Grundsteuer-Katasters, welcher zufolge der Anordnung Kaiser Joseph II. vom Jahre 1785 in allen österreichischen Ländern durchgeführt wurde. Wegen der Ungenauigkeiten des ehemaligen, sogenannten Theresianischen Katasters hat dieser Monarch zum Zwecke einer besseren Steuerbemessung die Anfertigung eines neuen angeordnet, welcher zwar eine zeitlang die praktische Anwendbarkeit einbüßte; seit Leopold II. (1790) hat man nämlich die Steuern weiterhin auf Grund des Theresianischen Katasters eingezogen. Erst als Franz I. (im Jahre 1817) den Gedanken der Zusammenstellung eines neuen Katastralverzeichnisses gefaßt hatte und als es sich herausgestellt hatte, daß diese Arbeit eine lange Reihe von Jahren dauern müsse, wurde in der Form einer provisorischen Verordnung der Josephinische Kataster wiederhergestellt.