Paper-ID: VGI_190908

Der logarithmische Kreisrechenschieber nach Franz Riebl

Theodor Dokulil [1]

[1] *Adjunkt an der k. k. Techn. Hochschule in Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **7** (2, 3), S. 44–51, 72–81

1909

BibTeX:

```
@ARTICLE{Dokulil_VGI_190908,
Title = {Der logarithmische Kreisrechenschieber nach Franz Riebl},
Author = {Dokulil, Theodor},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {44--51, 72--81},
Number = {2, 3},
Year = {1909},
Volume = {7}
}
```

	a	l	p	paa	pal
1	1	0	$\frac{1}{s_1}$	$\frac{1}{s_1}$	0
2	-1	$-w_1$	$\frac{1}{s_2}$	$\frac{1}{s_2}$	$\frac{w_1}{s_2}$
3	-1	$-(w_1+w_2)$	$\frac{1}{s_3}$	$\frac{1}{s_3}$	$\frac{w_1+w_2}{s_3}$

$$\left(\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_3}\right)v_1=-\left(\frac{w_1}{s_2}+\frac{w_1+w_2}{s_3}\right)$$

Womit also wieder die volle Übereinstimmung erwiesen ist.

Der logarithmische Kreisrechenschieber nach Franz Riebl.

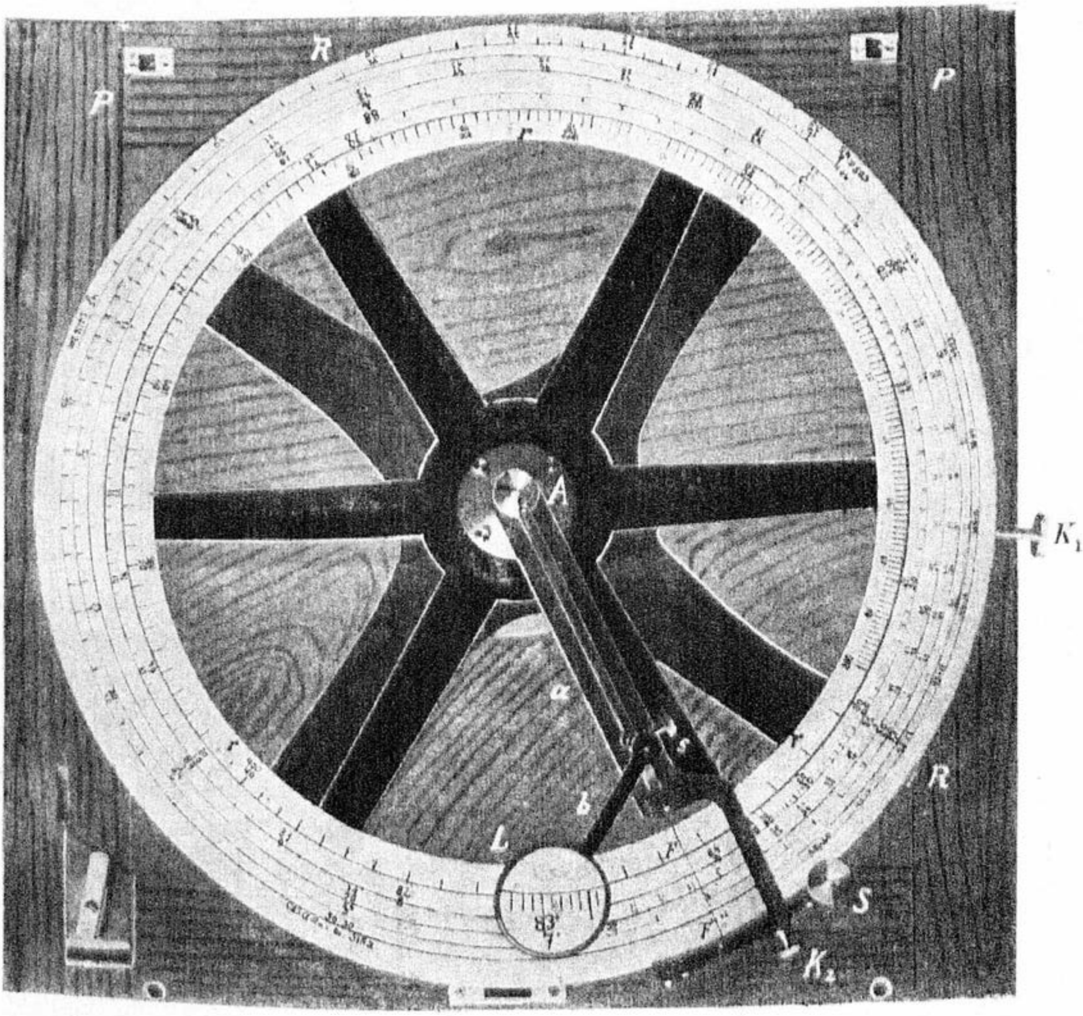
Von Ing. **Dr Theodor Dokulil**, Adjunkt an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

In der Koordinatenrechnung, und zwar sowohl in der analytischen Punktebestimmung als auch insbesondere bei der Polygonzugsberechnung bildet die Berechnung der Koordinatendifferenzen zweier Punkte aus der horizontalen Entfernung derselben und dem Richtungswinkel dieser Seite eine sehr häufig auszuführende Operation, welche, wenn sie mit Hilfe von Logarithmentafeln ausgeführt und eventuell noch auf demselben Wege kontrolliert werden muß, nicht nur äußerst zeitraubend und langwierig, sondern auch sehr ermüdend ist, so daß infolgedessen bei diesen Rechnungen sehr häufig Fehler unterlaufen, die sich am Schlusse als grobe Widersprüche herausstellen und dann eine nochmalige Wiederholung des oft sehr umfangreichen Rechnungselaborates erfordern. Diesem Umstande suchte man durch die Berechnung von Tafelwerken, sogenannten Koordinatentafeln, zu begegnen, welche mit zwei Argumenten, der horizontalen Distanz und dem Richtungswinkel, die Koordinatendifferenzen ergeben oder aus denen man für die auf logarithmischem Wege berechneten Koordinatendifferenzen eine einfache und rasche Kontrolle erhält. Da diese Tafeln jedoch dann, wenn man mit ihnen eine größere Genauigkeit zu erzielen beabsichtigt und ihren Gebrauch möglichst vereinfachen will, einen größeren Umfang erhalten müssen, was natürlich wieder ihre Handlichkeit ungünstig beeinflußt, bei Tafeln kleineren Umfanges dagegen zum Behufe der Entnahme der Koordinatendifferenzen zeitraubende und die Möglichkeit eines Irrtums wieder vergrößernde Zwischenrechnungen und Interpolationen notwendig sind, ist trotz dieser Koordinatentafeln das Bedürfnis nach einem mechanischen Hilfsmittel der Koordinatenrechnung, welches mit einer einmaligen Operation beide Koordinatendifferenzen mit entsprechender Sicherheit und Genauigkeit ergibt, vorhanden, und es hat dieses Bedürfnis schon wiederholt Theoretiker und Praktiker veranlaßt, sich mit der Konstruktion eines solchen Hilfsmittels zu befassen.

In einer den Anforderungen der Praxis tatsächlich entsprechenden Weise wurde nun diese Aufgabe vom k. k. Forstrate der k. k. Ministerialkommission für agrarische Operationen Franz Riebel durch die Konstruktion seines logarithmischen Kreisrechenschiebers gelöst, dessen mechanische Ausführung von dem math.-mech. Institute Gebrüder Fromme in Wien übernommen und vollkommen einwandfrei durchgeführt wurde. Das Instrument beruht auf dem allgemeinen Prinzipe der logarithmischen Rechenschieber, und zwar ist es für die mechanische Auswertung der in der Koordinatenrechnung zur Verwendung kommenden Relationen

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = s \,.\, \cos \varrho \\ \Delta y = s \,.\, \sin \varrho \end{array}\right| \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1)$$

eingerichtet, wenn mit s die horizontale Entfernung zweier Raumpunkte, mit ϱ der Richtungswinkel dieser horizontalen Distanz in dem gewählten ebenen Koordinatensysteme und mit Δx und Δy die Koordinatendifferenzen dieser Punkte bezeichnet werden. Da bekanntlich die Genauigkeit der mit einem logarithmischen Rechenschieber erhaltenen Resultate von der gewählten Länge der logarithmischen Einheit



abhängig ist und mit dieser wächst, hat Riebel für seinen Schieber die Kreisform in Anwendung gebracht, bei welcher eine bedeutende Vergrößerung der logarithmischen Einheit ohne wesentliche Beeinträchtigung seiner Handlichkeit erreichbar ist.

Es besteht daher das Instrument, welches in der umstehenden Figur in perspektivischer Draufsicht dargestellt ist, aus einem versilberten Metallring *r*, welcher einen Durchmesser von 385 *mm* besitzt und dessen äußerer Umfang (1209·5 *mm*) als logarithmische Einheit angenommen wurde. Von dem als Anfangspunkte dieser Teilung angenommenen Punkte des Umfanges sind die Logarithmen der mit bestimmten Intervallen fortschreitenden Seitenlängen aufgetragen; die radial gehenden Teilstriche sind unmittelbar mit der Länge der Seite, deren Logarithmus sie angeben, bezeichnet, so daß der einer bekannten Seitenlänge entsprechende Teilstrich durch seinen Abstand von dem Nullpunkte der Teilung den Logarithmus dieser Seite in der vorstehend angegebenen Einheit darstellt. Der Anfangspunkt dieser Teilung ist mit den übereinanderstehenden Ziffern 10,100 und 1000 beziffert, da dem vollem Umfange des Kreises jenes Zahlenintervall entspricht, für welches sich der Logarithmus um eine Einheit ändert. Jedes der durch die Einheiten der Logarithmen abgegrenzte Intervall der Seitenlängen ist in weitere, bezüglich des Numerus gleichmäßige Unterabteilungen geteilt, wodurch natürlich eine ungleichförmige, logarithmische Teilung entsteht. Diese Unterteilung ist so durchgeführt, daß eine dekadische Skala der Seitenlängen entsteht, und zwar ist diese Unterteilung in jedem der oben angegebenen Intervall bis zur doppelten Größe der das Intervall beginnenden Seitenlänge auf den tausendsten Teil der letzteren, von der doppelten bis zur dreifachen Größe der dem Anfangspunkte entsprechenden Seite bis auf ein Zweitausendstel und von da bis zur fünffachen Größe des Anfangswertes auf ein halbes Hundertstel des Anfangswertes durchgeführt, während der übrige Teil des Intervalles als kleinste Unterabteilung ein Hundertstel desjenigen Wertes der Seitenlänge aufweist, mit welchem der Anfangspunkt der Teilung beschrieben ist. Die kleinsten Intervalle haben in der ganzen Teilung eine solche Größe, daß eine weitere Unterteilung durch Schätzung bis mindestens auf ein Fünftel dieses Intervalles möglich ist.

Der Ring *r* ist von einem zweiten breiteren Ringe *R*, welcher ebenfalls an seiner Oberfläche versilbert ist, umschlossen, auf welchem die Teilung für log cos ϱ, beziehungsweise log sin ϱ aufgetragen ist. Der Anfangspunkt dieser logarithmischen Teilung der Winkelfunktionen ist als Nullpunkt der Logarithmen angenommen und entspricht, da cos $0^0 = 1$, daher log cos $0^0 = 0$ ist dem cos 0^0, und ist demgemäß auch mit der Ziffer 0 beschrieben. Von diesem Nullpunkte sind die Logarithmen der Kosinuse der Winkel aufgetragen, und zwar da dieselben kleiner als Null sind, in dem der Seitenskala entgegengesetzten Sinne. Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Intervalle der Winkel, mit welchem die logarithmische Kosinusteilung durchgeführt ist.

Bereich	Intervall	Lineare Größe des Intervalles der Teilung für log cos ϱ	
des Winkels		am Beginne des Bereiches	am Ende des Bereiches
		mm	*mm*
0° . . . 2°	2°	0·32	—
2° . . . 3°	1°	0·40	—
3° . . . 7°	30′	0·26	0·54
7° . . . 10°	15′	0·29	0·40
10° . . . 25°	10′	0·27	0·71
25° . . . 50°	5′	0·36	0·91
50° . . . 70°	2′	0·36	0·84
70° . . . 84°	1′	0·42	1·45
84° . . . 87°	30″	0·73	1·45
87° . . . 89°	10″	0·49	1·46
89° . . . 89° 59′	5″	0·73	42·04
89° 59′ . 89° 59′ 57″	1″	8·83	151·11

Da für den Bereich von 0° bis 89° 59′ 57″ der Kosinus von Null bis ungefähr 0·00001 abnimmt, die Logarithmen der Kosinuse dieser Winkel also zwischen den Werten 0 bis —5 liegen, geht die logarithmische Teilung der Winkelfunktionen ungefähr fünfmal um den Kreis herum. Damit sich hiebei die Teilungen nicht gegenseitig stören, ist die Teilung in der zweiten negativen Einheit nach außen versetzt, aus welchem Grunde sich auch die Einheit der Logarithmen bei dem jedesmaligen Hinausrücken der Teilung im Verhältnis zu dem dadurch bedingten Wachstume des Kreisdurchmessers vergrößert. Die Größen der Intervalle sind mithin in diesen nach auswärts gerückten Teilungen etwas größer als sie in der vorstehenden Tabelle angegeben sind, was auf die Genauigkeit beim Gebrauche des Instrumentes günstig einwirkt. Da weiters $\cos \varrho = \sin (90 - \varrho)$, also auch $\log \cos \varrho = \log \sin (90 - \varrho)$ ist, kann die im Vorhergehenden angegebene Teilung auch unmittelbar für die logarithmische Sinusskala verwendet werden, nur sind die entsprechenden Teilstriche mit den Komplementwerten der für die logarithmische Kosinusteilung giltigen Größen zu beziffern. Um die Bezifferungen rasch von einander unterscheiden zu können und dadurch jeden Irrtum beim Gebrauche des Instrumentes zu vermeiden, sind die einzelnen Teilstriche mit schwarzen und roten Ziffern beschrieben, von denen die schwarzen für die Kosinusteilung, die roten dagegen für die Sinusteilung Giltigkeit haben; die beiden bei einem Teilstriche stehenden Winkelwerte geben in ihrer Summe 90°, wie es durch die Gleichheit von $\cos \varrho$ und $\sin (90 - \varrho)$ bedingt ist. Aus der vorstehenden Tabelle ergeben sich ohneweiteres auch die Intervalle, mit welchen die logarithmische Sinusteilung ausgeführt ist, wenn man den dort angegebenen Bereich des Winkels durch den entsprechenden Komplementbereich ersetzt.

Die beiden Ringe R und r sind nun mit vier, beziehungsweise sechs Speichen ausgestattet und auf einer soliden Unterlage P aus Holz derart gelagert, daß ihre geteilten Oberflächen in eine Ebene fallen und daß jeder der beiden Ringe sich um eine durch ihren gemeinsamen Mittelpunkt gehende und auf den Teilungsebenen normalstehende Achse A drehen läßt. Zu diesem Zwecke ist der durch die vier Speichen gebildete zentrale Teil des Ringes R mit einer durch ihn hindurchgehenden und oben und unten aus ihm hervorragenden, stählernen Achse verschraubt. Der untere Teil dieser Achse ruht in einer auf der Unterlage befindlichen Büchse aus Holz, so daß eine Drehung des ganzen Ringes R und der mit ihm verbundenen Bestandteile möglich ist. Diese Drehung hat nur den Zweck, den Ring R in eine für den Beobachter bequeme Stellung zu bringen, wozu die Einlagerung der Achse in die Holzbüchse vollkommen genügt. Auf den oberen, konisch gestalteten Teil dieser Achse ist der Ring r mit einem sorgfältig gearbeiteten, mit seinen Speichen verschraubten Lager aus Messingbronze aufgesteckt, wodurch die Möglichkeit einer präzisen, zentrischen Drehung der beiden Ringe gegeneinander gewährleistet ist. Die Verdrehung der beiden Ringe gegeneinander kann entweder freihändig oder mit einer Mikrometervorrichtung erfolgen. Zu diesem Zwecke ist der Umfang des Ringes r mit Einkerbungen versehen, in welche Kerben ein feines Zahnrad eingreift, das mit Hilfe einer Kegelradübersetzung durch die Schraube K_1 in Drehung versetzt werden kann. Die Schraube K_1 ist an dem Ende eines Armes eingelagert, welcher mit der Unterseite des Ringes R so verbunden ist, daß er um seinen zweiten Endpunkt leicht drehbar ist. Durch eine starke Feder wird dieser Arm gegen den Mittelpunkt des Ringes R gedrückt, so daß das Zahnrad stets in die Einkerbungen des Ringes r eingreift und auf diese Weise einerseits eine gegenseitige Fixierung der Ringe R und r und andererseits durch die Drehung der Schraube K_1 eine Verdrehung des Ringes r gegen den Ring R ermöglicht. Indem man weiters die Schraube K_1 anfaßt und nach auswärts zieht, kommt die Vorrichtung außer Eingriff mit den Kerben des Ringes r und es kann dann der letztere mit der Hand um seine Achse gedreht werden. Damit bei der gegenseitigen Verdrehung der beiden Ringe keine Reibungen zwischen denselben auftreten können, ist zwischen beiden Ringen ein freier Zwischenraum von ungefähr 1 *mm*, welcher nur am Beginne der logarithmischen Teilung der Winkelfunktionen durch ein kleines, mit dem Ringe R in justierbarer Verbindung stehendes Plättchen ausgefüllt ist, auf welchem der Strich für log cos 0^0 verlängert ist, so daß dieser Strich als Index für die Ablesungen an dem Ringe r verwendet werden kann.

Auf die zylindrische Achse A ist weiters der ⌴-förmig gestaltete Arm a mit einer entsprechenden Büchse aufgesteckt und daher ebenfalls um diese Achse drehbar. Das Ende dieses Armes ist rahmenartig ausgebildet und in diesem rahmenartigen Teile ist ein sehr feiner Roßhaarfaden FF aufgespannt, welcher sich unmittelbar über der geteilten Ebene der Ringe R und r befindet und zu Ablesungen und Einstellungen auf diesen Teilungen verwendet wird. Damit der Faden stets die richtige Lage (radial gegen den Mittelpunkt der Achse) einnimmt, sind an der Unterseite des Rahmens entsprechende Vertiefungen angebracht, in welche der Faden eingelegt und nachher durch kleine Schräubchen festgeklemmt wird. Mit dem äußeren Rahmenteile ist ebenfalls eine starke Feder verbunden, deren eines Ende an dem Rahmen angeschraubt ist, während in dem zweiten Ende desselben die Schraube S mit einem Halse eingelagert ist. Die Spindel dieser Schraube trägt ein feingeschnittenes Zahnrad, welches durch die erwähnte Feder gegen die am Umfange des Ringes R eingeschnittenen Kerben gepreßt wird, so daß eine Verdrehung der Schraube S eine Drehung des Armes um die Achse A bewirkt. Um diese Drehung des Armes a eventuell auch mit freier Hand ausführen zu können, geht durch den Rahmen die Schraube K_2 hindurch, deren Mutter mit der unterhalb des Rahmens befindlichen Feder fest verbunden ist. Durch das Anziehen dieser Schraube wird die Feder nach auswärts bewegt und das an der Schraube S angebrachte Zahnrad außer Eingriff mit den Kerben des Ringes R gebracht.

Auf dem Arme a ist der Lupenträger b reitend aufgesetzt und kann auf ihm mit Hilfe der Schraube s festgeklemmt werden. Die Ableselupe L ist um die Achse des Lupenträgers b drehbar und außerdem kann die Entfernung der Lupe von der Ebene der Teilungen dadurch geändert werden, daß der Lupenträger aus zwei in einander verschiebbaren und gegeneinander feststellbaren Teilen besteht, wodurch verschiedene Beobachter im Stande sind, sich die Lupe so zu stellen, daß sie die Teilungen und den Faden vollkommen deutlich sehen.

Was nun die Verwendung des vorstehend beschriebenen Kreisrechenschiebers anbelangt, so sei erwähnt, daß derselbe zur mechanischen Lösung der verschiedensten Aufgaben der Rechnung benützt werden kann. Im folgenden seien diese mit dem Instrumente lösbaren Aufgaben und der zu dem Zwecke einzuhaltende Vorgang besprochen.

1. Multiplikation zweier natürlicher Zahlen. Sind die beiden natürlichen Zahlen m und n miteinander zu multiplizieren, so wird zuerst der die Logarithmen der natürlichen Zahlen enthaltende Ring r in eine solche Stellung gebracht, daß der Anfangspunkt dieser Teilung, d. i. der mit 10, 100 und 1000 bezifferte Teilstrich mit dem Anfangspunkte der Winkelteilung koinzidiert und hierauf der Faden F auf den dem ersten Faktor m entsprechenden Teilstrich des Ringes r scharf eingestellt, wodurch man es erreicht, daß der Abstand des Anfangspunktes der Winkelteilung von dem Faden F dem Logarithmus der Zahl m entspricht. Da nun $\log (m \, . \, n) = \log m + \log n$ ist, hat man nun bei unveränderter Stellung des Fadens F gegen den Anfangspunkt der Winkelteilung den Ring r solange in dem seiner Bezifferung entgegengesetzten Sinne zu verdrehen, bis beim Anfangspunkte der Winkelteilung auf dem Ringe r der Faktor n abgelesen wird. Es ist dann die Entfernung des Anfangspunktes der auf dem Ringe r aufgetragenen logarithmischen Teilung der natürlichen Zahlen vom Faden F die Summe der Logarithmen der beiden Faktoren und man kann daher das Produkt $m \, . \, n$ bei der zweiten Stellung des Ringes r unmittelbar unterhalb des Fadens F ablesen. Der Stellenwert des Produktes kann dann analog wie bei jedem Rechenschieber durch Überlegung bestimmt werden.

2. Bildung des Quotienten zweier natürlicher Zahlen. Soll der Quotient $\frac{m}{n}$ gebildet werden, so wird der Faden F in einen Abstand von dem Anfangspunkte der Winkelteilung gebracht, welcher dem Logarithmus des Divisors n entspricht, was dadurch geschieht, daß man die beiden Ringe R und r in die Nullstellung (Koinzidenz der Anfangspunkte der beiden Teilungen) bringt und den Arm a dann

so lange um die Achse A dreht, bis der Teilstrich n des Ringes r unterhalb des Fadens F zu liegen kommt. Gibt man dann dem Ringe r durch Drehung um die Achse A eine solche Stellung, daß man an dem unverändert belassenen Faden F den Dividenden m abliest, so gibt die Ablesung an dem bei dieser und der vorhergehenden Verwendungsart nur als Index benützten Anfangspunkte der Winkelteilung den Quotienten $\frac{m}{n}$. Auch hier geschieht die Bestimmung des Stellenwertes am einfachsten durch Überlegung.

3. Berechnung der Koordinaten-Differenzen aus den Seitenlängen und Richtungswinkeln nach den Gleichungen 1). Ist die horizontale Entfernung zweier Punkte und der Winkel (Richtungswinkel) gegeben, welchen diese Seite mit der positiven Richtung der Abszissenachse einschließt, so handelt es sich in der Koordinatenrechnung bekanntlich um die Berechnung der Abszissen- und Ordinatendifferenz. Diese Berechnung geschieht mit dem Kreisrechenschieber folgendermaßen. Der Kreisring r wird so lange um die Vertikalachse A gedreht, bis der Anfangspunkt der logarithmischen Winkelteilung an der Teilung der natürlichen Zahlen die der Seitenlänge s entsprechende Ablesung ergibt. Wenn man nun diese gegenseitige Stellung der Ringe r und R unverändert beibehält und den Faden F durch Drehung des Armes a nacheinander auf die mit der Maßzahl des Richtungswinkels ϱ bezifferten Teilstriche der logarithmischen Kosinus- und Sinusteilung einstellt, so kommt der Faden F über jene Stellen der logarithmischen Teilung des Ringes r zu stehen, welche der Maßzahl der Abszissen-, beziehungsweise Ordinatendifferenz entspricht und es können diese beiden Werte daher unmittelbar bei einer und derselben Einstellung des Schiebers abgelesen werden. Für Richtungswinkel, welche kleiner als 90° sind, kann die Einstellung des Fadens F ohneweiteres vorgenommen werden, da, wie vorhergehend hervorgehoben wurde, sowohl die Kosinus- als auch die Sinusteilung direkt von 0° bis 90° beziffert ist. Ist dagegen der Richtungswinkel ϱ größer als 90°, so muß ϱ von 180° oder 360° subtrahiert, beziehungsweise um 180° vermindert werden, so daß das Resultat positiv und kleiner als 90° wird und die Einstellung des Fadens auf den so erhaltenen Winkel vorgenommen werden. Die an dem Faden F abgelesenen Abszissen- und Ordinatendifferenzen sind dann mit jenem Zeichen weiter zu verwenden, welches ihnen mit Rücksicht auf die Größe des Winkels ϱ, also das Vorzeichen seines Kosinus und Sinus, zukommt.

4. Bestimmung der Entfernung zweier durch ihre rechtwinkeligen Koordinaten gegebenen Punkte, wenn außer diesen Koordinaten der Richtungswinkel der Seite gegeben ist. Die Lösung dieser Aufgabe erfordert einfach die Umkehrung der unter 3) angegebenen Operationen. Der Teilstrich des Ringes r, welcher der Differenz der gegebenen Abszissen zugeordnet ist, wird mit jener Stelle des Ringes R zur Koinzidenz gebracht, welcher dem Logarithmus des Kosinus des Richtungswinkels entspricht, wozu natürlich wegen des zwischen den beiden Ringen vorhandenen Zwischenraumes der Faden F zu Hilfe zu nehmen ist, und dann bei dem Anfangspunkte der Winkelteilung an der Teilung der natürlichen Zahlen die Seite s abgelesen. Zur Kontrolle kann die Seite s auch aus der Ordinatendifferenz

berechnet werden, in welchem Falle die Einstellung des Instrumentes so vorzunehmen ist, daß der der Ordinatendifferenz Δy zugeordnete Strich der Teilung auf r mit dem Teilstriche für log sin ϱ zur Übereinstimmung gebracht wird.

5. Ermittlung des Richtungswinkels einer Seite, wenn die Koordinaten der Eckpunkte gegeben sind. Indem man die Koordinatendifferenzen quadriert und addiert, erhält man zunächst durch die Quadratwurzel aus dieser Summe die Länge der Seite. Dabei kann die Bildung der Quadrate der Koordinatendifferenzen mit Vorteil mit Hilfe des Schiebers nach dem für die Multiplikation der natürlichen Zahlen angegebenen Vorgange ausgeführt werden. Da nun $\cos\varrho = \frac{\Delta x}{s}$ und $\sin\varrho = \frac{\Delta y}{s}$ ist, erhält man zunächst den Wert von cos ϱ, beziehungsweise sin ϱ, indem man nach dem unter 2. angedeuteten Vorgange die Quotienten $\frac{\Delta x}{s}$, respektive $\frac{\Delta y}{s}$ bildet. Anstatt nun diese Quotienten direkt bei dem Nullpunkte der logarithmischen Winkelteilung abzulesen, kann man sofort den Winkel ϱ bei derselben Einstellung des Schiebers ermitteln, indem man den Faden F auf den Anfangspunkt der Teilung des Ringes r einstellt und mit dem so eingestellten Faden dann an der Teilung von R abliest. Je nachdem man bei dieser Bestimmung Δx oder Δy verwendet, hat man bei der Schlußablesung die schwarze oder rote Bezifferung des Kreises zu berücksichtigen. Um bei der Ablesung des Winkels jeden Irrtum zu vermeiden, ist es notwendig, daß man vor dieser Ablesung die Charakteristik der Quotienten $\frac{\Delta x}{s}$ beziehungsweise $\frac{\Delta y}{s}$ feststellt. Da Δx und Δy stets kleiner als s ist, ist die Charakteristik jedenfalls negativ; je nachdem nun diese Charakteristik -1, -2, -3, . . . $-k$ ist, hat man die Ablesung des Winkels ϱ in dem 1., 2., 3., beziehungsweise k^{ten} Ringe der logarithmischen Winkelteilung vorzunehmen, wobei als erster Ring der unmittelbar an der inneren Peripherie des Ringes R, der Charakteristik -1 entsprechende, zu bezeichnen ist.

(Schluß folgt.)

Ergänzungen

zu der Abhandlung vom Universitätsprofessor Dr. Johannes Frischauf im Jännerhefte dieses Jahrganges, betitelt: «Zur Gauß'schen sphäroidischen Trigonometrie».

Seite 6, 14. Zeile von oben:

Sie kann aber bis h^6 fortgesetzt werden, also:

$$s = \frac{Ah}{(m)} + \frac{A\mu''' h^5}{120} + \frac{A\mu'''' h^6}{48}.$$

Seite 7, 8. Zeile von unten:

$$\frac{d^5 m}{d\sigma^5} = -e^2 \cos\psi \cos N (16 \sin\psi - \sin P), \text{ u. s. w.}$$

Seite 8, 4. Zeile von unten:

$$\mu'''' = \frac{e^2}{16} \sin 2P \cos E.$$

Herr Cappilleri ist endlich nicht befriedigt durch das, was ich auf Seite 12 über Gewichte sage. So möge denn Herr Cappilleri mein Verfahren als Eliminationsverfahren ansehen, als das es auch ursprünglich ersonnen worden ist; da haben die Gewichte überhaupt keine Bedeutung. *Karl Fuchs.*

Der logarithmische Kreisrechenschieber nach Franz Riebel.

Von Ing. **Dr Theodor Dokulil**, Adjunkt an der k. k. Technischen Hochschule in Wien.

(Schluß.)

6. Berechnung der linearen tachymetrischen Elemente D und h nach den Formeln

$$\left.\begin{array}{l} D = C\,.\,L\cos^2\varphi + c\,.\cos\varphi \\ h = \tfrac{1}{2}\,CL\sin 2\varphi + c\,.\sin\varphi \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 2)$$

Die erste dieser Gleichungen kann man ohne besonderen Nachteil für die Genauigkeit des Resultates mit

$$D = (CL + c)\,.\cos^2\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 3)$$

schreiben; ebenso kann man, da näherungsweise $\sin\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$ gesetzt werden kann, die zweite Gleichung in der Form

$$h = \tfrac{1}{2}\sin 2\varphi\,(C\,.\,L + c) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 4)$$

ansetzen, welche nach Einführung des Wertes $\frac{1}{2}\sin 2\varphi = \cos^2(45^0 - \varphi) - \frac{1}{2}$ die bei dem beschriebenen Rechenschieber zur Verwendung gelangende Gleichung

$$h = (CL + c)\,.\cos^2(45^0 - \varphi) - \frac{C\,.\,L}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 5)$$

liefert, wobei die Vernachlässigung des Gliedes $\frac{c}{2}$ wegen seiner Kleinheit statthaft ist. Die Auswertung der Gleichungen 3) und 5) ist nun mit einer einzigen Teilung möglich, welche die Logarithmen der Werte von

$$\cos^2\varphi \text{ von } \varphi = 0^0 \text{ bis } \varphi = 45^0$$

enthält und außer der Beschreibung mit dem entsprechenden Winkel eine zweite, im entgegengesetzten Sinne verlaufende Bezifferung mit den Werten $(45^0 - \varphi)$ trägt. Diese Teilung für $\cos^2\varphi$ ist als Segmentteilung an dem äußeren Umfange des Kreisringes R mit dem diesem Durchmesser entsprechenden Umfange als logarithmische Einheit aufgetragen. Die Intervalle des Winkels φ betragen:

von	0^0	bis	2^0	. . . . .	1^0
»	2^0	»	5^0	. . . . .	$30'$
»	5^0	»	10^0	. . . . .	$15'$
»	10^0	»	25^0	. . . . .	$10'$ und
»	25^0	»	45^0	. . . . .	$5'$.

Die den ganzen Graden zugeordneten Teilstriche sind mit schwarzen Ziffern beschrieben, unterhalb welchen die Ergänzungen der betreffenden Winkel auf 45^0 mit roten Ziffern notiert sind. Beim Anfangspunkt dieser logarithmischen Teilung für $\cos^2\varphi$ befindet sich zwischen den beiden Ringen R und r ebenfalls ein kleines, mit dem Ringe R fest verbundenes Indexplättchen, auf welchem der Strich für $\log \cos^2 0^0$ fortgesetzt ist, so daß dieser Strich zu Einstellungen auf der Skala des Ringes r verwendet werden kann.

Ist die Multiplikationskonstante $C = 100$, so wird zur Bestimmung von D der Anfangspunkt der Teilung für $\cos^2 \varphi$ mittelst des erwähnten Indexstriches auf den um c vermehrten hundertfachen Lattenabschnitt L eingestellt und dann der Faden F auf den mit φ bezifferten Teilstrich der beschriebenen Segmentteilung gebracht; die Stellung des Fadens in der Teilung r gibt dann unmittelbar die zu ermittelnde Horizontaldistanz D. Ist dagegen $C \gtrless 100$, so hat man die Einstellung auf den mit Hundert multiplizierten und um c vermehrten Lattenabschnitt mit einem Punkte der Teilung für $\log \cos^2 \varphi$ vorzunehmen, welcher von dem Nullpunkte dieser Teilung einen Abstand besitzt, der der Differenz $\log C - \log 100 = \log C - 2$ entspricht, und zwar muß dieser Punkt außerhalb oder innerhalb der Teilung für $\cos^2 \varphi$ liegen, je nachdem C größer oder kleiner als 100 ist. Hat man daher für ein bestimmtes tachymetrisches Instrument die Auswertung der Horizontaldistanzen durchzuführen, so kann man sich in entsprechendem Abstande von dem Anfangspunkte der $\cos^2 \varphi$ Teilung einen Hilfsindex mit dem Ringe R fest verbinden lassen.

Gleichzeitig mit der Ermittlung der Horizontaldistanz kann, ohne die Einstellung des Schiebers zu verändern, der Höhenunterschied an dem Ringe r abgelesen werden, denn der erste Summand der Gleichung 5) entspricht in seinem Baue unmittelbar der Gleichung 3) und ist deshalb bei dem Teilstriche $(45^0 - \varphi)$ der $\cos^2 \varphi$-Teilung ablesbar; der zweite Summand $\frac{CL}{2}$ kann auch in der Form $CL \cos^2 45^0$ geschrieben werden und wird daher erhalten, indem man den Faden auf den Teilstrich 45^0 der Segmentteilung einstellt und die Stellung des Fadens auf der Teilung r ermittelt. Die Differenz der so erhaltenen Größen ist unmittelbar der fragliche Wert h.

Erwähnt sei an dieser Stelle, daß das mathem.-mechan. Institut Gebrüder Fromme auch tachymetrische Kreisrechenschieber aus Karton in den Handel bringt, welche nach demselben Prinzipe hergestellt sind und die einen ganz vorzüglichen Ersatz für die im Gebrauche stehenden Tafelwerke bilden.

Was die Genauigkeit der mit dem vorstehend beschriebenen Rechenschieber erhaltenen Resultate anbelangt, so hängt dieselbe ebenso wie bei jedem logarithmischen Rechenschieber, abgesehen von der soliden Ausführung und der Richtigkeit der Skalenteilungen desselben, vorzugsweise von der Schärfe ab, mit welcher die Einstellung des Schiebers und das Ablesen an den Teilungen bewerkstelligt werden kann. Diese beiden Operationen bieten keine besonderen Schwierigkeiten dar, wenn mit Hilfe eines Teilstriches der einen Skala eine Einstellung oder Ablesung bei einem Teilstriche der zweiten Teilung auszuführen ist. Meistens tritt jedoch der Fall ein, daß entweder bei der Einstellung oder bei der Ablesung an einer oder an beiden Skalen eine Schätzung in den kleinsten Unterabteilungen vorzunehmen ist. Die insbesondere in letzterem Falle entstehende Schwierigkeit, welche einen nicht unbeträchtlichen Einfluß auf die Genauigkeit des Rechnungsresultates ausüben kann, wird ebenso wie bei jedem logarithmischen Schieber durch die Verwendung des Fadens F als beweglicher Index behoben; dadurch wird der komplizierte Vorgang der Schätzung in einem Intervalle der einen Teilung mit Hilfe einer ebenfalls geschätzten Stelle der zweiten Teilung in zwei Schätzungen der Stellung des Fadens in den kleinsten Unterabteilungen der beiden Teilungen aufgelöst.

Wird entweder der bei dem Anfangspunkte der logarithmischen Winkelteilung befindliche Indexstrich oder der Faden F auf einen Punkt eines Intervalles i der Teilung des Ringes r eingestellt, so kann unter der Voraussetzung, daß die Schätzung auf $\frac{i}{n}$ des jeweiligen Intervalles ausgeführt werden kann und E die der Konstruktion der logarithmischen Skala der natürlichen Zahlen zugrunde liegende logarithmische Einheit bezeichnet, der Fehler $\triangle s$, in der Bestimmung der Seitenlänge s aus der Relation

$$i = E\left\{\log(s + n\,.\,\triangle s) - \log s\right\} \quad \ldots\ldots\ldots 6)$$

ermittelt werden, wenn s die dem Anfangspunkte des Intervalles i entsprechende Seitenlänge vorstellt, da die dem Endstriche des Intervalles i zugeordnete Seitenlänge s' dem Ausdrucke $s + n\,.\,\triangle s$ gleich zu setzen ist. Die Entwicklung dieser Gleichung gibt

$$i = E\,.\left\{\log s\,.\left(1 + n.\frac{\triangle s}{s}\right) - \log s\right\} = E\,.\log\left(1 + n.\frac{\triangle s}{s}\right) \quad \ldots 7)$$

Wird für $\log\left(1 + n\frac{\triangle s}{s}\right)$ die entsprechende Reihe gesetzt und werden in dieser die Glieder höherer Ordnung in Bezug auf $\triangle s$ vernachlässigt, so erhält man für den absoluten Einstellungsfehler eines Indexstriches auf die Seite s

$$\triangle s = \frac{\frac{i}{n}}{0{\cdot}4343\,E}\,s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 8)$$

und für den relativen Fehler

$$\frac{\triangle s}{s} = \frac{\frac{i}{n}}{0{\cdot}4343\,E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 9)$$

Setzt man für $E = 1209{\cdot}5\,mm$, wie dies bei dem vorstehend beschriebenen Schieber der Fall ist, und für $\frac{i}{n} = 0{\cdot}1\,mm$, bis auf welche lineare Größe die Einstellung des Indexes jedenfalls möglich sein wird, so erhält man

$$\frac{\triangle s}{s} = \frac{1}{5253} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 10)$$

Wird der Faden F auf die logarithmische Teilung für $\cos\varphi$ oder $\sin\varphi$ eingestellt, so kann auch hier die Schätzung bis auf einen bestimmten Bruchteil $\frac{i}{n}$ des betreffenden Intervalles vorgenommen werden. Die diesen Schätzungsfehlern entsprechenden Winkeländerungen $\triangle\varrho$ erhält man aus den Konstruktionsgleichungen der Teilung

$$c_1 = E\,.\log\cos\varrho \text{ beziehungsweise } c_2 = E\,.\log\sin\varrho\,, \quad \ldots 11)$$

wenn c_1 und c_2 die Entfernung der dem Winkel ϱ zugeordneten Teilstriche von dem Anfangspunkte der Teilung vorstellen. Durch Differentiation dieser Gleichungen erhält man

$$\triangle c_1 = \frac{i_1}{n_1} = 0\cdot 4343\, E\,.\, \mathrm{tg}\,\varrho\,.\, \widehat{\triangle\varrho} \text{ und } \triangle c_2 = \frac{i_2}{n_2} = 0\cdot 4343\, E\,.\, \mathrm{cotg}\,\varrho\,.\, \triangle\varrho\,, \quad . \; . \; 12)$$

in welchen Ausdrücken die linearen Fehler $\triangle c_1$ und $\triangle c_2$ die Fehler $\frac{i_1}{n_1}$ und $\frac{i_2}{n_2}$ bedeuten, die bei der Einstellung des Fadens begangen werden. Aus diesen Beziehungen ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\widehat{\triangle\varrho}}{\mathrm{cotg}\,\varrho} &= \frac{\frac{i_1}{n_1}}{0\cdot 4343\, E} \text{ und} \\ \frac{\widehat{\triangle\varrho}}{\mathrm{tg}\,\varrho} &= \frac{\frac{i_2}{n_2}}{0\cdot 4343\, E} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 13)$$

Setzt man $\frac{i_1}{n_1} = \frac{i_2}{n_2} = 0\cdot 1\, mm$ und $E = 1209\cdot 5\, mm$, so folgen für die Berechnung der Winkelfehler $\triangle\varrho$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\widehat{\triangle\varrho}}{\mathrm{cotg}\,\varrho} &= \frac{1}{5253} \text{ bei der Einstellung auf die logarithmische Kosinusteilung} \\ \frac{\widehat{\triangle\varrho}}{\mathrm{tg}\,\varrho} &= \frac{1}{5253} \text{ » » » » » Sinusteilung} \end{aligned}\right\} \; . \; . \; 14)$$

Was nun die Annahme $\frac{i}{n} = \frac{i_1}{n_1} = \frac{i_2}{n_2} = 0\cdot 1\, mm$ betrifft, so ist wohl zu beachten, daß dieselbe eigentlich nicht längst des ganzen Schiebers zutrifft, da die Zahl n nicht größer als 10 angenommen werden darf. Jedenfalls aber ist es möglich, den Faden mit einem linearen Schätzungsfehler von $0\cdot 1\, mm$ einzustellen, wenn $i < 1\, mm$ oder nicht viel von dieser Größe verschieden ist, welche Bedingung zufolge der vorstehenden Tabelle auf der logarithmischen Kosinusteilung für die Winkel von 0° bis 89°, auf der logarithmischen Sinusteilung für alle Winkel zwischen den Grenzen 1° und 90° erfüllt ist; für die außerhalb dieser Intervalle liegenden Winkelwerte kann der Quotient $\frac{i}{n}$ aus der obigen Tabelle berechnet werden, wenn man $n = 10$ setzt. Der Maximalwert von i auf der logarithmischen Winkelteilung ist $151\cdot 1\, mm$; es ergiebt sich damit $\frac{i}{10} = 15\cdot 1\, mm$ und somit

$$\left(\frac{\widehat{\triangle\varrho}}{\mathrm{cotg}}\right)_{max} = \left(\frac{\widehat{\triangle\varrho'}}{\mathrm{tg}\,\varrho}\right)_{max} = \frac{1}{35} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 15)$$

als größter Wert des Fehlerverhältnisses.

Wird nun der fixe Index des Ringes K auf die Seite s eingestellt, der bewegliche Index F auf einen Punkt der logarithmischen Kosinus- oder Sinusteilung gebracht und die dadurch erhaltene Stellung des Fadens auf der Teilung des Ringes r abgelesen, so ist die Ablesung $\triangle x$ oder $\triangle y$ mit einem mittleren Fehler behaftet, welcher sich zusammensetzt aus den Einstellungsfehlern der beiden Indexe und aus dem Ablesefehler bei der auszuführenden Schlußablesung. Es ist daher

$$m_{\triangle k} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 16)$$

wenn man mit α den Einfluß der beiden Schätzungsfehler auf die betreffende Koordinatendifferenz und mit β den bei der Ablesung dieser Koordinatendifferenz begangenen Ablesefehler bezeichnet. Durch Differentiation der Gleichungen $\triangle x = s \cos \varrho$ und $\triangle y = s \sin \varrho$ erhält man

$$\left.\begin{aligned} \alpha_x &= \triangle x \cdot \sqrt{\left(\frac{\triangle s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\widehat{\triangle \varrho}}{\operatorname{cotg} \varrho}\right)^2} \\ \alpha_y &= \triangle y \cdot \sqrt{\left(\frac{\triangle s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\widehat{\triangle \varrho}}{\operatorname{tg} \varrho}\right)^2} \end{aligned}\right\} , \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 17)$$

während die Ablesefehler β zufolge der Gleichung 8) durch die Relationen

$$\left.\begin{aligned} \beta_x &= \frac{\dfrac{i_{\triangle x}}{n_{\triangle x}}}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \triangle x \\ \beta_y &= \frac{\dfrac{i_{\triangle y}}{n_{\triangle y}}}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \triangle y \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 18)$$

gegeben sind. Setzt man für $\frac{\triangle s}{s}$, $\frac{\widehat{\triangle \varrho}}{\operatorname{cotg} \varrho}$ und $\frac{\widehat{\triangle \varrho}}{\operatorname{tg} \varrho}$ die früher erhaltenen Werte, so ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} m_{\triangle x} &= \frac{\triangle x}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \sqrt{\left(\frac{i_s}{n_s}\right)^2 + \left(\frac{i_{\cos \varrho}}{n_{\cos \varrho}}\right)^2 + \left(\frac{i_{\triangle x}}{n_{\triangle x}}\right)^2} \\ m_{\triangle y} &= \frac{\triangle y}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \sqrt{\left(\frac{i_s}{n_s}\right)^2 + \left(\frac{i_{\sin \varrho}}{n_{\sin \varrho}}\right)^2 + \left(\frac{i_{\triangle y}}{n_{\triangle y}}\right)^2} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 19)$$

also absolute und

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_{\triangle x}}{\triangle x} &= \frac{1}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \sqrt{\left(\frac{i_s}{n_s}\right)^2 + \left(\frac{i_{\cos \varrho}}{n_{\cos \varrho}}\right)^2 + \left(\frac{i_{\triangle x}}{n_{\triangle x}}\right)^2} \\ \frac{m_{\triangle y}}{\triangle y} &= \frac{1}{0 \cdot 4343\, E} \cdot \sqrt{\left(\frac{i_s}{n_s}\right)^2 + \left(\frac{i_{\sin \varrho}}{n_{\sin \varrho}}\right)^2 + \left(\frac{i_{\triangle y}}{n_{\triangle y}}\right)^2} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; 20)$$

als relative mittlere Fehler der zu bestimmenden Koordinatendifferenzen $\triangle x$ und $\triangle y$.

Aus diesen Gleichungen können in jedem einzelnen Falle mit den entsprechenden Intervallwerten und den Bruchteilen n, bis auf welche die Schätzung des Intervalles möglich ist, die mittleren Fehler $m_{\triangle x}$ und $m_{\triangle y}$ der Koordinatendifferenzen $\triangle x$ und $\triangle y$ berechnet werden. Um jedoch einen generellen Überblick über die Genauigkeit des Instrumentes zu erhalten, kann man, wie sich aus den vorstehenden Erläuterungen ergibt,

$$\frac{i_s}{n_s} = \frac{i_{\triangle x}}{n_{\triangle x}} = \frac{i_{\triangle y}}{n_{\triangle y}} = \frac{i_{\cos\varphi}}{n_{\cos\varphi}} = \frac{i_{\sin\varphi}}{n_{\sin\varphi}} = 0 \cdot 1\, mm$$

setzen, womit sich ergibt:

$$\frac{m_{\triangle x}}{\triangle x} = \frac{m_{\triangle y}}{\triangle y} = \pm \frac{0 \cdot 1\sqrt{3}}{0 \cdot 4343\, E} = \pm \frac{1}{3033} = \pm\, 0 \cdot 00033 \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

Hat daher $\triangle x$ oder $\triangle y$ eine Größe von $100\, m$, so wird der bei der Abschiebung dieser Koordinatendifferenzen im Mittel auftretende Fehler $33\, mm$. Bei Polygonzügen sollen die Seitenlängen den Wert von $300\, m$ nicht überschreiten, woraus folgt, daß auch die Koordinatendifferenzen diese Größen nie übersteigen werden. Unter diesen Voraussetzungen kann man sagen, daß der Maximalfehler, welcher bei der Bestimmung der Koordinatendifferenzen mit Hilfe des besprochenen Schiebers auftreten kann, nicht größer sein wird als $1\, dm$, welcher Fehler mit Rücksicht auf den tolerierten, mittleren Fehler in der Messung der Seitenlängen der Polygonzüge ebenfalls als zulässig zu bezeichnen ist. Man kann daher den logarithmischen Kreisrechenschieber mit großem Vorteile und bedeutender Zeitersparnis zur Berechnung der Polygonzüge verwenden und es muß dieses Instrument daher als ein willkommenes Hilfsmittel der Rechnung bezeichnet werden, insbesondere dort, wo es auf die Berechnung vieler und langer Polygonzüge ankommt.

Beispiel für den Gebrauch. Nachstehend ist die Einkettung eines aus 7 Punkten bestehenden polygonalen Zuges zwischen zwei durch ihre Koordinaten gegebene Punkte durchgeführt. Um einen Überblick über die Vorteile zu erhalten, welche der Gebrauch des beschriebenen Rechenschiebers in der Praxis bietet, ist die Berechnung der Koordinatendifferenz zunächst mit Benützung der Logarithmen durchgeführt, wobei die Zusammenstellung der Werte in der üblichen tabellarischen Weise erfolgte und erst dann die Berechnung mit dem Kreisrechenschieber angegliedert.

Die folgende Tabelle gibt neben dem Verzeichnisse der Anschluß- und Polygonpunkte die Längen der gemessenen Polygonseiten und die verbesserten Anschluß- und Brechungswinkel; die Bestimmung der Winkelverbesserungen geschieht in der gewöhnlichen Art und Weise durch gleichmäßige Aufteilung des Winkelwiderspruches auf die einzelnen gemessenen Winkel. Ferner enthält die Tabelle die mit den verbesserten Brechungswinkeln berechneten Richtungswinkel, welche den folgenden Bestimmungen der Koordinatendifferenzen zu Grunde gelegt werden.

Anschluß- Punkt	Polygon- Punkt	Seite s	Brechungswinkel α und β verbessert			Richtungswinkel ω Quadrant Spitzer Winkel		
		m	0	′	″	0	′	″
P						158	07	53
							II	
						21	52	07
A			196	04	47	174	12	40
		149·45					II	
						5	47	20
	1		186	10	52	180	23	32
		165·00					III	
						0	23	32
	2		157	32	31	157	56	03
		154·69					II	
						22	03	57
	3		143	13	11	121	09	14
		214·00					II	
						58	50	46
	4		158	39	27	99	48	41
		71·73					II	
						80	11	19
	5		171	02	23	90	51	04
		254·54					II	
						89	08	56
	6		160	42	39	71	33	43
		119·92					I	
						71	33	43
	7		234	42	51	126	16	34
		164·70					II	
						53	43	26
B			158	07	46	104	24	20
							II	
						75	35	40
Q								
		1294·03						
		[s]						

Mit den auf diese Art erhaltenen Richtungswinkeln und den gemessenen Polygonseiten erfolgte nun die in der folgenden Tabelle gegebene logarithmische Berechnung der Koordinatendifferenzen, die Aufteilung des Widerspruches derselben proportional den Seitenlängen und die Bestimmung der ausgeglichenen Koordinaten der Polygonpunkte.

Punkt (Anschluß- / Polygon-)	Logarithmen: cos ω / s / sin ω	p/n	Logarithmen: Δx / Δy	p/n	gerechnet Δx ±	gerechnet Δx m	gerechnet Δy ±	gerechnet Δy m	verbessert Δx' ±	verbessert Δx' m	verbessert Δy' ±	verbessert Δy' m	Koordinaten x ±	Koordinaten x m	Koordinaten y ±	Koordinaten y m	Punkt
P													+	852·97$_0$	—	196·35$_0$	P
A													+	500·32$_0$	—	54·81$_0$	A
	9·997 780 2 174 496 9·003 533	n p	2·172 276 1·178 029	n p	— —	148·688 0·060	+ +	15·067 0·119	—	148·748	+	15·186					
1													+	351·57$_2$	—	39·62$_4$	1
	9·999 990 2·217 484 7·835 405	n n	2·217 474 0·052 889	n n	— —	164·996 0·067	— +	1·130 0·129	—	165·063	—	1·001					
2													+	186·50$_9$	—	40·62$_5$	2
	9·966 965 2·189 462 9 574 808	n p	2·156 427 1·764 270	n p	— —	143 360 0·062	+ +	58·113 0·126	—	143·422	+	58·239					
3													+	43·08$_7$	+	17·61$_4$	3
	9·713 776 2·330 414 9·932 362	n p	2·044 190 2·262 776	n p	— —	110·711 0·085	+ +	183·137 0·171	—	110·796	+	183·308					
4													—	67·70$_9$	+	200·92$_2$	4
	9·231 484 1·855 701 9·993 601	n p	1·087 185 1·849 302	n p	— —	12·223 0·028	+ +	70·681 0 057	—	12·251	+	70·738					
5													—	79 96$_0$	+	271·66$_0$	5
	8·171 850 2·405 756 9·999 952	n p	0·577 606 2·405 708	n p	— —	3 781 0·101	+ +	254·512 0·202	—	3·882	+	254·714					
6													—	83·84$_2$	+	526·37$_4$	6
	9·500 131 2·078 891 9·977 113	p p	1 579 022 2·056 004	p p	+ —	37·933 0·049	+ +	113·764 0·095	+	37·884	+	113 859					
7													—	45·95$_6$	+	640·23$_3$	7
	9·772 085 2·216 694 9·906 429	n p	1·988 779 2 123 123	n p	— —	97 449 0·065	+ +	132·777 0·130	—	97·514	+	132·907					
B													—	143·47$_0$	+	773·14$_0$	B
Q													—	284·72$_0$	+	1323·04$_0$	Q

K o o r d i n a t e n v e r b e s s e r u n g e n

Δx	±	m		Δy	±	m	
$[\Delta x]$	—	643·27	Ist	$[\Delta y]$	+	826·92$_1$	Ist
$X_B - X_A$	—	643·79$_0$	Soll	$Y_B - Y_A$	+	827·95$_0$	Soll
f_x	—	0·51$_5$	Soll-Ist	f_y	+	1·02$_9$	Soll-Ist
$k_x = \frac{f_x}{[s]}$	—	0·0003993		$k_y = \frac{f_y}{[s]}$	+	0·0007977	

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 1{\cdot}150\,m \qquad f_{max} = 0{\cdot}02\sqrt{[s]} + 0{\cdot}0006\,[s] = 1{\cdot}50\,m$$

Wenn nun die Koordinatendifferenzen nicht auf logarithmischem Wege berechnet, sondern mit dem Riebel'schen Kreisrechenschieber abgeschoben werden, erhält man die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Werte, durch deren Ausgleichung sich ebenfalls die zu bestimmenden Koordinaten der Polygonpunkte ergeben. Die folgende Tabelle enthält sämtliche bei dieser Ermittlung zu protokollierende Zahlen und gibt somit eine Übersicht über den Umfang der auszuführenden Operationen.

Anschluß-	Polygon-	Koordinatendifferenzen								Koordinaten				Punkt
		abgeschoben				verbessert								
		Δx		Δy		$\Delta x'$		$\Delta y'$		x		y		
Punkt		±	*m*	±	*m*	±	*m*	±	*m*	±	*m*	±	*m*	
P										+	852·97	—	196·35	*P*
A										+	500·32	—	54·81	*A*
		— —	148·69 0·07	+ +	15·08 0·10	—	148·76	+	15·18					
	1									+	351·56	—	39·63	1
		— —	165·00 0·07	— +	1·14 0·11	—	165·07	—	1·03					
	2									+	186·49	—	40·66	2
		— —	143·35 0·07	+ +	58·20 0·09	—	143·42	+	58·29					
	3									+	43·07	+	17·63	3
		— —	110·71 0·10	+ +	183·16 0·16	—	110·81	+	183·32					
	4									—	67·74	+	200·95	4
		— —	12·20 0·04	+ +	70·68 0·06	—	12·24	+	70·74					
	5									—	79·98	+	271·69	5
		— —	3·78 0·12	+ +	254·50 0·18	—	3·90	+	254·68					
	6									—	83·88	+	526·37	6
		+ —	37·94 0·07	+ +	113·76 0·09	+	37·87	+	113·85					
	7									—	46·01	+	640·22	7
		— —	97·38 0·08	+ +	132·80 0·12	—	97·46	+	132·92					
B										—	143·47	+	773·14	*B*
Q										—	284·72	+	1323·04	*Q*

Koordinatenverbesserungen							
Δx				Δy			
	±	*m*			±	*m*	
$[\Delta x]$	—	643·17	Ist	$[\Delta y]$	+	827·04	Ist
$X_B - X_A$	—	643·79	Soll	$Y_B - Y_A$	+	827·95	Soll
f_x	—	0·62	Soll-Ist	f_y	+	0·91	Soll-Ist
$k_x = \frac{f_x}{[s]}$	—	0·0004791		$k_y = \frac{f_y}{[s]}$	+	0·0007033	
$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = 1·10\,m$				$f_{max} = 0·02\sqrt{[s]} + 0·0006\,[s] = 1·50\,m$			

Aus dem Vergleiche der Resultate, welche man einerseits durch die direkte logarithmische Berechnung und andererseits bei Benützung des Schiebers erhält, folgt, daß

1. die Bestimmung der Koordinaten-Differenzen mit Hilfe des Universal-Kreisrechenschiebers von Riebel bedeutend einfacher und rascher vor sich geht als ihre Berechnung mit Benützung von Logarithmentafeln, und
2. die Koordinaten, welche auf Grund der Verwendung des Schiebers erhalten wurden, sich von den logarithmisch berechneten Koordinaten höchstens um einige Zentimeter unterscheiden, welche Unterschiede insbesondere dann, wenn die Messung der Polygonseiten auf optischem Wege erfolgte, für die Praxis vollkommen belanglos sind.

Man kann daher aus den vorausgeschickten Genauigkeitsuntersuchungen und dem vorstehenden numerischen Beispiele den Schluß ziehen, daß die Verwendung des Riebel'schen Kreisrechenschiebers für die Berechnung von Polygonzügen, bei welchen die Seiten nicht mit Latten gemessen wurden, statthaft und vorteilhaft ist und daß die Genauigkeit der Resultate in diesem Falle unter der Anwendung des Schiebers keine erwähnenswerte Einbuße erleidet.

Zur Neuvermessung.

Von Obergeometer i. R. L **Mielichhofer** in Wien.

(Fortsetzung).

Bei Ausführung der Triangulation läßt sich nicht unwesentliche Zeitersparnis, resp. eine Beschleunigung derselben erzielen, wenn das Personal des Triangulierungs-Bureaus seine Feldarbeit nach Tunlichkeit darauf beschränkt, die Auswahl und flüchtige Bezeichnung der trigonometrischen Punkte vorzunehmen, wohingegen Stabilisierung derselben, Anfertigung der topographischen Beschreibung, Richtungs(Winkel)beobachtungen und Abschluß der Winkelprotokolle dem Evidenzhaltungsgeometer des betreffenden Vermessungsbezirkes übertragen wird. Es wird in einzelnen Fällen gewiß möglich sein, durch den letzteren auch die Berechnung der trigonometrischen Punkte, nach vorhergegangener Festlegung des Berechnungsplanes durch das Triangulierungs-Bureau, besorgen zu lassen.

Die trigonometrischen Punkte werden in Zukunft ordnungsmäßig in Evidenz zu halten sein und zu diesem Zwecke werden Änderungen an solchen, besonders auch Bauveränderungen an trigonometrischen Fixpunkten an entsprechender Stelle sogleich angezeigt werden müssen, damit die erforderlichen Nachmessungen eingeleitet werden können.

Vermarkung der einzelnen Eigentumsgebiete, als einer unerläßlichen Grundlage jeder Neumessung, soll nicht ängstlich betrieben und auf die wichtigsten Eckpunkte der Grundstücke beschränkt, diese aber sicher und gut vermarkt werden; die Zwischenpunkte werden ohnedies durch Messung bestimmt und dadurch ihre Lage für die Zukunft viel besser sichergestellt, als durch Vermarkung.