

Paper-ID: VGI_190923



Über die Fehlerbestimmung tachymetrischer Aufnahmen

Adolf Klingatsch ¹

¹ *Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **7** (6), S. 161–169

1909

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Klingatsch_VGI_190923,  
Title = {{\U}ber die Fehlerbestimmung tachymetrischer Aufnahmen},  
Author = {Klingatsch, Adolf},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {161--169},  
Number = {6},  
Year = {1909},  
Volume = {7}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer Max Reinisch.

Nr. 6.

Wien, am 1. Juni 1909.

VII. Jahrgang.

Über die Fehlerbestimmung tachymetrischer Aufnahmen.

Von Prof. A. Klingatsch in Graz.

I.

Bei genaueren Punktbestimmungen begnügt man sich nicht allein damit, die Lage und Höhe des Punktes, bezw. dessen rechtwinklige Koordinaten zu berechnen, sondern es sind auch deren mittlere Fehler anzugeben, um dadurch den mittleren Punktfehler und damit ein Genauigkeitsmaß für dessen Lage im Raume zu erhalten.

Bei der Bestimmung von Detailpunkten ist eine solche Fehlerbestimmung bisher nicht üblich gewesen; sie wäre auf dem Wege der Rechnung auch sehr mühsam und würde der Arbeitsaufwand in gar keinem Verhältnisse zu dem Zwecke einer bloßen Genauigkeitsschätzung stehen. Bei der Detailaufnahme handelt es sich um sogenannte einfache Punktbestimmungen, so daß aus Messungswidersprüchen überhaupt nicht auf deren Genauigkeit geschlossen werden kann.

Man ist in diesem Falle angewiesen, Genauigkeitsschätzungen über die beobachteten und den Punkt bestimmenden Größen zu machen. Aus derartigen Annahmen lassen sich, wie im Nachstehenden für die tachymetrische Lage- und Höhenaufnahme gezeigt werden soll, Diagramme konstruieren, welche die zu befürchtenden Fehler in der Distanz, der Lage und Höhe im Wege einer einfachen Interpolation ergeben, wenn die den Punkt bestimmenden Größen gefunden sind.

Daß dadurch in einzelnen Fällen — und für solche ist auch nur die Anwendung gedacht — wünschenswerte Anhaltspunkte für die Beurteilung der Zuverlässigkeit der erlangten Resultate geboten werden, ist ohne weiteres klar. Zwei in ihrer Lage und Höhe sehr wenig von einander abweichende Punkte können doch bezüglich der Genauigkeit ihrer Bestimmung sehr verschieden zu bewerten sein, dann eben, wenn dieselben von verschiedenen Standpunkten ermittelt wurden. Der Plan oder das Aufnahmeprotokoll geben darüber nur insofern Aufschluß, als daraus die Entfernungen und Höhen von den Instrumentenstandpunkten entnommen werden können.

Der Konstruktion der Fehlerdiagramme werden lediglich sogenannte «günstige» Verhältnisse zugrunde gelegt, indem von allen durch Witterungs- oder Beleuchtungsverhältnisse bedingten Störungen, welche sich eben in ihrer Wirkung nicht im voraus bestimmen lassen, abgesehen werden muß. Um sich jedoch von willkürlichen Annahmen tunlichst unabhängig zu machen, sind den Diagrammen nur solche mittlere Fehler, resp. Fehlerverhältnisse zugrunde zu legen, welche dem der Aufnahme dienenden Apparate sowie dem Beobachter entsprechen.

Es wird also vorausgesetzt, daß beispielsweise der mittlere Fehler in der Konstantenbestimmung des Fadendistanzmessers, ferner die einschlägigen Untersuchungen über die Genauigkeit in der Bestimmung des Lattenabschnittes, welche sich leicht mit der Konstantenbestimmung vereinigen lassen, vorausgegangen sind.

In einer früheren Abhandlung*) wurde bereits die Fehlerfläche als Ort konstanten mittleren Punktfehlers für die tachymetrische Punktbestimmung ermittelt. Für die hier in Aussicht genommene Anwendung dürfte es zweckmäßiger sein, die Genauigkeitsuntersuchungen für den mittleren Lagefehler und den mittleren Höhenfehler zu sondern, wodurch sich dann (mittlere) Fehlerflächen bezüglich der Lage — eventuell auch der Distanz — und der Höhe ergeben. Die Anteile dieser beiden Teilfehler zu dem gesamten räumlichen Punktfehler sind eben mitunter ziemlich ungleich, so daß eine Scheidung des letzteren in die beiden ersteren für die Übersicht nur förderlich ist. Zunächst sollen einige Fehleruntersuchungen unserer früheren Arbeit etwas weiter ausgeführt werden.

II.

Der Mittelpunkt O (Fig. 1) des Instrumentes sei der Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystemes XYZ ; dabei Y die Vertikale des Instrumentenstandpunktes A und etwa X die Nullrichtung für den Horizontalkreis. Es be-

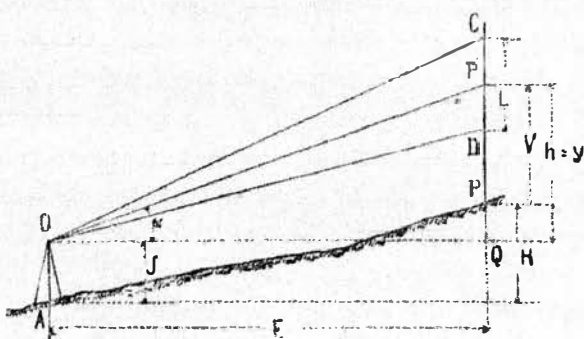


Fig. 1.

zeichne P den zu bestimmenden Bodenpunkt, ferner P' jenen Punkt, in welchem die Mittelvisur des distanzmessenden Fernrohres die in P vertikal aufgestellte Latte trifft; die Koordinaten von P' sind dann x, y, z .

Setzt man die schiefe Distanz $OP' = \rho$ und ω den Winkel zwischen der Horizontalen E und X , so folgt

*) Klingatsch, Die Fehlerflächen topographischer Aufnahmen. Diese Zeitschrift 1908 Heft 2 u. 3.

$$\left. \begin{aligned} x &= E \cos \omega, & y &= h = E \cdot \operatorname{tg} \alpha, & z &= E \sin \omega \\ E &= \sqrt{x^2 + z^2}, & \rho &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1)$$

Für E und den Höhenunterschied H zwischen A und P gelten die bekannten Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} E &= CL \cos^2 \alpha, & H &= h + I - V \\ h &= y = CL \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 2)$$

wo C die Multiplikationskonstante des Fadendistanzmessers bedeutet.

Der Lagefehler M_1 folgt aus

$$M_1 = \sqrt{M_x^2 + M_z^2} \dots \dots \dots 3)$$

während man für den Höhenfehler $M_2 = M_{11}$ aus 2)

$$M_2 = M_{11} = \sqrt{M_{11}^2 + M_v^2} \dots \dots \dots 4)$$

erhält, wenn von dem Fehler in der Messung der Instrumentenhöhe I abgesehen wird.

Aus 3) und 4) folgt der Gesamtfehler M

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \dots \dots \dots 5)$$

Drückt man M_1 und M_2 durch die Koordinaten x, y, z aus, so erhält man für konstante Werte von M_1 , resp. M_2 die Gleichungen der Fehlerflächen für den Lage-, bzw. Höhenfehler.

Ehe diese Gleichungen aufgestellt werden, soll der mittlere Fehler in dem Lattenabschnitte L und der Lattenablesung V untersucht werden.

Es sei φ der in Sekunden ausgedrückte mittlere Ablesefehler an der Latte, wobei φ von dem Apparat und dem Beobachter abhängig, hingegen von der Entfernung und dem Höhenwinkel im allgemeinen unabhängig ist.

An einer zur Visur senkrechten Latte ist dann der durch φ bedingte Lattenablesungsfehler $\overline{OP'}$ $\cdot \frac{\varphi}{\rho}$ wo $\rho = 206265$ ist.

An einer vertikal stehenden Latte ist daher die Ablesung V fehlerhaft um

$$\Delta_1 V = \frac{\overline{OP'}}{\cos \alpha} \cdot \frac{\varphi}{\rho} = \frac{E}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\varphi}{\rho} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{\sqrt{x^2 + z^2}} \cdot \frac{\varphi}{\rho} \dots \dots \dots 6)$$

wie man leicht entnimmt, wenn man 1) berücksichtigt.

Infolge des Fehlers φ an jedem der beiden Seitenfäden wird daher auch der Lattenabschnitt L fehlerhaft um

$$\Delta_1 L = \Delta_1 V \cdot \sqrt{2} = \frac{E}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\varphi}{\rho} \cdot \sqrt{2} = CL \cdot \frac{\varphi}{\rho} \cdot \sqrt{2} \dots \dots \dots 7)$$

Setzt man

$$C \cdot \frac{\varphi}{\rho} \cdot \sqrt{2} = m_1, \dots \dots \dots 8)$$

so wird aus 7)

$$\Delta_1 L = m_1 \cdot L \dots \dots \dots 9)$$

Weicht die Latte um den Winkel m_2 von der Vertikalen ab, so sind die dadurch bedingten Fehler in L und V nämlich $\Delta_2 L$ und $\Delta_2 V$ bekanntlich

$$\Delta_2 L = m_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot L, \quad \Delta_2 V = m_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot V; \dots \dots \dots 10)$$

folglich ist wegen 9) und 10) der Fehler ΔL in der Bestimmung des Lattenabschnittes L :

$\Delta L^2 = \Delta_1 L^2 + \Delta_2 L^2 = (m_1^2 + m_2^2 \operatorname{tg}^2 \alpha) L^2 \dots \dots \dots 11)^*$
 und wegen 6) und 10)

$$M_v^2 = \Delta V^2 = \Delta_1 V^2 + \Delta_2 V^2 = \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{x^2 + z^2} \left(\frac{\varphi}{\rho}\right)^2 + V^2 \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \left(\frac{m_2}{\rho}\right)^2 \dots \dots 12)$$

Da ferner $x = E \cos \omega$ und $z = E \sin \omega$
 ist, so ergeben sich wegen 1) und 2) die Differentialquotienten

$$\frac{\partial x}{\partial C} = \frac{x}{C}, \quad \frac{\partial x}{\partial L} = \frac{x}{L}, \quad \frac{\partial x}{\partial \alpha} = -2y \cos \omega, \quad \frac{\partial x}{\partial \omega} = -z,$$

$$\frac{\partial z}{\partial C} = \frac{z}{C}, \quad \frac{\partial z}{\partial L} = \frac{z}{L}, \quad \frac{\partial z}{\partial \alpha} = -2y \sin \omega, \quad \frac{\partial z}{\partial \omega} = x.$$

Wegen 3) erhält man, wenn zur Abkürzung

$$\frac{\Delta C}{C} = m_0 \dots \dots \dots 13)$$

gesetzt und die Relation 11) berücksichtigt wird,

$$M_1^2 = (x^2 + z^2) \left(m_0^2 + m_1^2 + \frac{m_{\omega}^2}{\rho^2}\right) + \frac{y^2}{\rho^2} (m_2^2 + 4m_{\alpha}^2) \dots \dots 14)$$

In dieser Gleichung, welche für jeden konstanten Wert von M_1 die Gleichung der Fehlerfläche für den Lagefehler gibt, bedeuten m_0 und m_{α} die mittleren Fehler in den gemessenen Winkeln ω und α , während der Reduktionsfaktor $\rho = 206265$ ist.

Nennt man M_1 den mittleren Distanzfehler, so ergibt sich leicht

$$M_e^2 = (x^2 + z^2) (m_0^2 + m_1^2) + \frac{y^2}{\rho^2} (m_2^2 + 4m_{\alpha}^2), \dots \dots 15)$$

woraus die selbstverständliche Beziehung zwischen Lage- und Entfernungfehler, nämlich

$$M_1^2 = M_e^2 + (x^2 + z^2) \frac{m_{\omega}^2}{\rho^2}$$

folgt, da $\frac{Em_{\omega}}{\rho}$ die durch den Richtungsfehler m_{ω} bedingte Verschiebung der Projektion des Punktes P bedeutet.

Zur Bestimmung des Höhenfehlers $M_h = M_n$ hat man wegen 2) und 4) zunächst

$$M_h^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial C}\right)^2 \Delta C^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial L}\right)^2 \Delta L^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial \alpha}\right)^2 \frac{m_{\alpha}^2}{\rho^2}, \dots \dots 16)$$

wo

ist.
$$\frac{\partial h}{\partial C} = \frac{y}{C}, \quad \frac{\partial h}{\partial L} = \frac{y}{L}, \quad \frac{\partial h}{\partial \alpha} = CL \cos 2\alpha = \frac{x^2 + z^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

Wegen 11), 12), 13) und 16) ist aus 4)

$$(x^2 + z^2) M_h^2 = y^2 (x^2 + z^2) \left[m_0^2 + m_1^2 - \frac{2}{\rho^2} (m_{\alpha}^2 - \varphi^2) \right] +$$

$$+ \left(\frac{x^2 + z^2}{\rho^2}\right)^2 (m_{\alpha}^2 + \varphi^2) + \frac{y^2}{\rho^2} \left[m_2^2 + m_{\alpha}^2 + \varphi^2 \right] y^2 + V^2 m_2^2 \dots \dots 17)$$

die Gleichung der Fehlerfläche für konstanten Höhenfehler M_h .

Setzt man $M_1 = K_1, \quad M_2 = K_2, \dots \dots \dots 18)$

*) a. a. O. Seite 40, Gl. 12).

ferner

$$m_0^2 + m_1^2 + \frac{m_0^2}{\rho^2} = a, \quad \frac{m_0^2 + m_1^2}{\rho^2} = b, \quad \dots \dots \dots 19)$$

endlich

$$\left. \begin{aligned} m_0^2 + m_1^2 - \frac{2}{\rho^2}(m_0^2 - \rho^2) &= c, \\ \frac{m_0^2 + \rho^2}{\rho^2} &= d, \\ \frac{m_0^2 + m_1^2 + \rho^2}{\rho^2} &= e, \\ V^2 \frac{m_0^2}{\rho^2} &= f, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 20)$$

so lautet die Gleichung der Fehlerfläche für die Lagebestimmung

$$K_1^2 = a(x^2 + z^2) + by^2 \dots \dots \dots 21)$$

und jene der Fehlerfläche für die Höhenbestimmung

$$(x^2 + z^2) K_2^2 = cy^2(x^2 + z^2) + d(x^2 + z^2)^2 + y^2(e y^2 + f) \dots \dots 22)$$

Da wegen 19) a und b stets positive Größen sind, so sind die Flächen K_1 konzentrische, ähnliche und ähnlich liegende Rotationsellipsoide mit V als gemeinsamer Drehungsachse.

In 22) ist wegen 20) f abhängig von V , somit allerdings von Punkt zu Punkt veränderlich. Nimmt man vorläufig für V einen konstanten Wert — etwa die Instrumentenhöhe — an, so sind die Flächen K_2 Rotationsflächen 4. Grades mit V als Drehungsachse.

Das bisherige Ergebnis ermöglicht eine Verwendung dieser Flächen zur Konstruktion von Fehlerdiagrammen, da es genügt, für verschiedene Werte K_1 resp. K_2 die betreffenden Meridianschnitte zu konstruieren.

III.

c) Diagramm für den Lagefehler.

Die Gleichung für den Meridianschnitt der betreffenden Fehlerfläche ergibt sich aus 21), wenn dort $z = 0$ gesetzt wird, mit

$$K_1^2 = ax^2 + by^2 \dots \dots \dots 23)$$

In dieser Gleichung bedeutet x die Horizontalabstand E des in diesem Schnitte gelegenen Bodenpunktes P vom Aufstellungspunkt des Instrumentes, y hingegen wie immer den Vertikalabstand des in derselben Ebene gelegenen Zeitpunktes P' (Fig. 1) vom Instrumentenhorizont.

Wegen $z = 0$ wird

$$x = \rho \cos \alpha, \quad y = \rho \sin \alpha$$

wo ρ die schiefe Distanz OP' bedeutet.

Zur Konstruktion der durch 23) bestimmten Ellipsen geben wir dieser Gleichung die Form

$$\rho = \frac{K_1}{\sqrt{a \cos^2 \alpha + b \sin^2 \alpha}} \dots \dots \dots 24)$$

Man rechnet dann für die in Betracht kommenden α , etwa von $\alpha = 0 \dots 30^\circ$ in Intervallen von fünf zu fünf Graden die zugehörigen ρ , wodurch die Ellipse für

den Wert K_1 und damit auch die ganze Schar für die Werte $\frac{K_1}{n}$ ($n = 1, 2, 3 \dots$) gefunden ist.

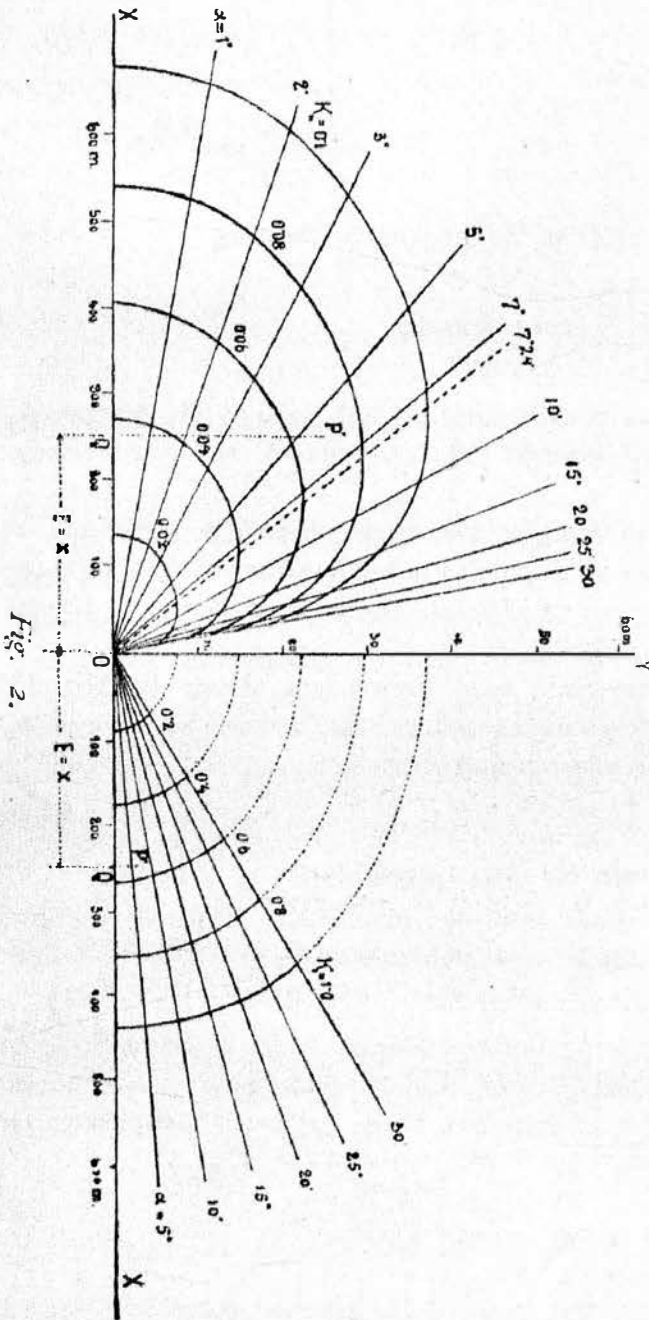
Eine in dem Maßstabe des Diagrammes ausgeführte Teilung auf X und Y , welche den Horizontalabständen $E = x$, bzw. den Höhen h entspricht, dient zur raschen Auffindung des aufgenommenen Bodenpunktes in dem Fehlerdiagramm. Sind nämlich E und h gerechnet, so wird der betreffende Punkt im allgemeinen zwischen zwei Kurven K_1 liegen. Der Lagefehler bestimmt sich dann durch Interpolation.

Vorteilhafter ist es, mit den Fehlerkurven ein Strahlendiagramm, dessen Elemente die Winkel α mit X bilden und welches ohnehin für die Konstruktion der Kurven bereits benützt wurde, in Verbindung zu bringen. Man kann dann in jenen Fällen, in welchen der Fehler eines Punktes geschätzt werden soll, unmittelbar am Felde aus der gerechneten Horizontalabstand ohne Ausrechnung der Höhe den Lagefehler im Diagramme ablesen. In der Regel wird es genügen, lediglich CL — anstatt $CL \cos \alpha$ — in dem Maßstab des Diagramms auf den zu interpolierenden Strahl α aufzutragen, um über den Fehler Aufschluß zu erhalten.

In dem rechten Teile der Fig. 2 ist eine Darstellung der betreffenden Kurven gegeben. Hierbei wurde ein Ableserfehler $\varphi = 2.8''$ für einen Faden vorausgesetzt, so daß sich mit $C = 100$ aus 8)

$m_1 = 0.002$ ergab.

Ist ferner $\frac{\Delta C}{C} = m_c = 0.001$, $m_m = 60''$, $m_\alpha = 30''$; $m_2 = 30' = 1800''$,
so folgt aus 19) $a = 508.10^{-8}$, $b = 761.10^{-8}$.



Die Ellipsen wurden dann mit Benützung von 24) für $K_1 = 0.2 m \dots 1.0 m$ gefunden.

Da der Distanzfehler M_c sich wegen 15) in analoger Weise durch eine Gleichung der Form 23) darstellen läßt, so ist mit dem vorstehenden auch die Konstruktion eines Fehlerdiagrammes für die tachymetrisch bestimmten Horizontalabstände gegeben.

b) Diagramm für den Höhenfehler.

Die Gleichung für einen Meridianschnitt der durch 22) gegebenen Fläche folgt mit $s = a$

$$K_2^2 x^2 = c x^2 y^2 + d x^4 + y^2 (e y^2 + f) \dots \dots \dots 25)$$

Diese Gleichung können auch die folgenden beiden Paare, in welchen λ einen Parameter bedeutet, ersetzen.

$$\left. \begin{aligned} (c + d\lambda^2) x^2 + e y^2 &= K_2^2 \lambda^2 - f \\ x &= \lambda y \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 25^a)$$

$$\left. \begin{aligned} dx^2 + (c + \lambda^2) y^2 &= K_2^2 \\ \frac{x^2}{f} - \frac{y^2}{e} &= \lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 25^b)$$

Die Meridiankurve der Fläche K_2 läßt sich daher entweder (25^a) erzeugen als Schnitte einer mit 0 konzentrischer Ellipsenschar, deren Achsen mit XY zusammenfallen, mit einem ebensolchen Strahlenbüschel, oder (25^b) als Schnitte einer mit 0 konzentrischen Ellipsenschar mit einer ebensolchen Schar von Hyperbeln.

Wir werden zunächst an Stelle der Gleichung 25) eine einfachere setzen.

Wegen $y = x \cdot \text{tg } \alpha$ ist 25) auch identisch mit

$$K_2^2 = (d + c \text{tg}^2 \alpha + e \text{tg}^4 \alpha) x^2 + f \text{tg}^2 \alpha \dots \dots \dots 26)$$

Wie man der weiter unten folgenden zahlenmäßigen Auswertung entnimmt, hat in 26) das letzte, den an und für sich zwar großen Koeffizienten f enthaltende Glied, keinen nennenswerten Einfluß auf K_2 . Wir setzen daher statt 26)

$$K_2^2 = (d + c \text{tg}^2 \alpha + e \text{tg}^4 \alpha) x^2 \dots \dots \dots 26')$$

Da ferner der Schätzungsfehler φ gegen m_x klein ist, so können in 26') die Koeffizienten cde statt durch 20) durch die folgenden Werte 20')

$$\left. \begin{aligned} c &= m_0^2 + m_1^2 - \frac{2 m_x^2}{\varphi^2} \\ d &= \left(\frac{m_x}{\varphi}\right)^2 \\ e &= \frac{m_x^2 + m_z^2}{\varphi^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 20')$$

ersetzt werden.

Mit den bereits früher benützten Werten von m_c, m_t, m_0, m_x, m_z , erhält man mit $V = 1.3 m$ aus 20)

$$c = 496.10^{-8}, \quad d = 2.10^{-8}, \quad e = 7622.10^{-8}, \quad f = 12870.10^{-8},$$

während die Gleichungen 20') ergeben:

$$c = 496.10^{-8}, \quad d = 2.10^{-8}, \quad e = 7618.10^{-8}.$$

Werden die ersten Werte in 26), die letzteren in 26') eingesetzt, so erhält man etwa für $x = 300 m$ und für

$$\alpha = 0^\circ, \quad \alpha = 5^\circ, \quad \alpha = 10^\circ$$

aus beiden Gleichungen bis auf die eingehaltene Rechnungsgrenze übereinstimmend

$$K_2 = 0.044 m, \quad K_2 = 0.076 m, \quad K_2 = 0.150 m.$$

Es genügt daher, der Konstruktion der Fehlerdiagramme für die Höhen die Gleichung 26') oder die Form

$$K_2^2 x^2 = c x^2 y^2 + d x^4 + e y^4 \dots \dots \dots 27)$$

zugrunde zu legen, wobei c, d, e aus 20') zu bestimmen sind.

Die Gleichung 27) kann man auch durch die Parameterform

$$\left. \begin{aligned} d x^2 + c y^2 &= K_2^2 - \lambda^2 \\ y^2 &= \frac{\lambda}{\sqrt{e}} \cdot x \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 27')$$

darstellen; die Kurve K_2 entsteht daher im Schnitt einer mit 0 konzentrischen Schar von Ellipsen mit einer ebensolchen Schar von Parabeln.

Wie man sich leicht überzeugt, gibt die durch 27) bestimmte Kurvenschar die Fehlerkurven für den mittleren Fehler in y , also auch in h . Es genügt daher, den mittleren Fehler $M_n = M_y$ in der Höhe H des Bodenpunktes P zu ersetzen durch den mittleren Fehler M_n in der Höhe $h = y$ des Zielpunktes P' über dem Instrumentenhorizont.

Von dieser Vereinfachung wurde bereits in unserer oben zitierten Abhandlung Gebrauch gemacht.

Für die Konstruktion der durch 27) bestimmten Kurven ist noch folgendes zu beachten.

Es ist
$$\frac{dy}{dx} = \frac{K_2^2 - c y^2 - 2 d x^2}{c x^2 + 2 e y^2} \cdot \frac{x}{y}.$$

Sind x und y von Null verschieden, so wird

$$\frac{dy}{dx} = 0, \text{ wenn } K_2^2 - c y^2 - 2 d x^2 = 0 \dots \dots \dots 28)$$

wird.

Die Verbindung von 28) mit 27) gibt $\text{tg } \alpha_0 = \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{d}{e}}.$

Der Winkel α_0 , welchen der den höchsten Punkten der Kurvenschar entsprechende Radiusvektor mit X bildet, ist demnach unabhängig von K_2 , somit für die ganze Schar derselbe.

Mit den früheren Werten von d und e folgt $\alpha_0 = 7^\circ 24'$. Die zugehörigen den einzelnen Werten von K_2 entsprechenden x erhält man aus 26') für $\text{tg } \alpha = \text{tg } \alpha_0$

mit $x_0 = \frac{K_2}{\sqrt{2d + c} \sqrt{\frac{d}{e}}}$

Für die Konstruktion ist es wieder zweckmäßig, die Polargleichung

$$\rho = \frac{K_2 \cos \alpha}{\sqrt{c \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + d \cos^4 \alpha + e \sin^4 \alpha}} \dots \dots \dots 29)$$

in welcher ρ die schiefe Distanz OP' (Fig. 1) bezeichnet, zu benutzen.

Man rechnet dann wieder für die in Betracht kommenden Höhenwinkel α die einzelnen ρ , wodurch man die Fehlerkurve für K_2 und damit auch die ganze Schar für $\frac{K_2}{n}$ ($n = 1, 2, 3 \dots$) erhält.

Der linke Teil der Figur 2 enthält einige Fehlerkurven für die dort eingeschriebenen $K_2 = 0.02 \dots 0.10 m$. Hierbei wurde eine zehnfache Überhöhung angewendet, so daß die Ordinaten y gegenüber den Abszissen x in dem zehnfachen Maßstabe aufgetragen erscheinen. Zu diesem Zwecke wurde in 29) statt c und e , bezw. gesetzt: $c' = \frac{c}{10^2}$, $e' = \frac{e}{10^4}$.

Zu den Strahlen mit der Bezeichnung α gehört dann ein Neigungswinkel α' mit x , so daß $\text{tg } \alpha' = 10 \cdot \text{tg } \alpha$ ist. Rechnet man dann für $\alpha = 0^\circ \dots 30^\circ$ in angemessenen Intervallen zu diesen α die entsprechenden α' , so ergeben sich mit diesen letzteren Winkeln α' und den Werten c' d' e' aus 29) die Radienvektoren ρ' , welche auf die unter α' gezogenen und mit α bezeichneten Strahlen aufgetragen, die Punkte der Fehlerkurve geben. — Wäre beispielsweise durch die Beobachtung $E = 250 m$ und $\alpha = 6^\circ$ gefunden worden, so ergibt der rechte Teil von Fig. 2 $M_2 = 0.45 m$, hingegen der linke Teil derselben $M_2 = 0.07_0 m$.

Derartige Fehlerdiagramme lassen sich natürlich auch für andere Methoden der Detailpunktbestimmung finden; ihre vorteilhafte Anwendung für die Tachymetrie liegt eben darin, daß die in Betracht kommenden Flächen in diesem Falle Rotationsflächen sind, welche von dem Instrumentenstandpunkt unabhängig sind.

Zentrierscheibchen Löschner-Rost.

Von Dr. H. Löschner in Brünn.

Die Stabilisierung der Triangulierungs- und Polygonpunkte geschieht häufig mittelst eiserner Röhren, welche vertikal in Beton oder Stein eingesetzt werden. Das Winkelmeßinstrument kommt dann über den Mittelpunkt des Röhrenmundes — eines Kreisloches — zu zentrieren, wobei die Lochmitte oft nur geschätzt wird. Haben die Röhren sehr kleine Lichtweite, so ist der Zentrierungsfehler verschwindend klein*) und es kann die Zentrierung genügend exakt und befriedigend rasch ausgeführt werden. Bei wachsender Lichtweite der Röhren wird indessen das Schätzen der Lochmitte immer lästiger und zeitraubender und die Ausführung der Zentrierung erscheint nicht mehr genügend exakt.

Bei Triangulierungen für präzise Eisenbahn- (insbesondere Tunnel-)Vorarbeiten, bei welchen nicht selten Röhren mit größerer Lichtweite (etwa 8, 10 cm) gewählt werden, um mit der Stabilisierung des Punktes auch einen soliden Schuh für das in vielen Fällen hinreichende Stangensignal (etwa nach Figur 1) zu erhalten, werden deshalb bekanntlich schon seit längerer Zeit die in Figur 2 skizzierten Zentrierzylinder mit Einstellkreuz verwendet. Diese Zentrierzylinder müssen in den Röhrenmund strenge einpassen; dies bedingt, daß die Stabilisierungsröhren und die Zentrierzylinder von vorneherein für einander gearbeitet werden.

*) Vergl. Löschner: Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen, Hannover 1902, S. 12.