

Paper-ID: VGI_190932



Die Wirkungsweise eines Zielachsenfehlers und einer Kippachsen-Neigung in geometrischer Darstellung

Joseph J. Adamczik ¹

¹ *deutsche techn. Hochschule in Prag*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 7 (8), S. 225–232

1909

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Adamczik_VGI_190932,  
  Title = {Die Wirkungsweise eines Zielachsenfehlers und einer Kippachsen-  
    Neigung in geometrischer Darstellung},  
  Author = {Adamczik, Joseph J.},  
  Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {225--232},  
  Number = {8},  
  Year = {1909},  
  Volume = {7}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Prof. E. Doležal und Obergeometer Max Reinisch.

Nr. 8.

Wien, am 1. August 1909.

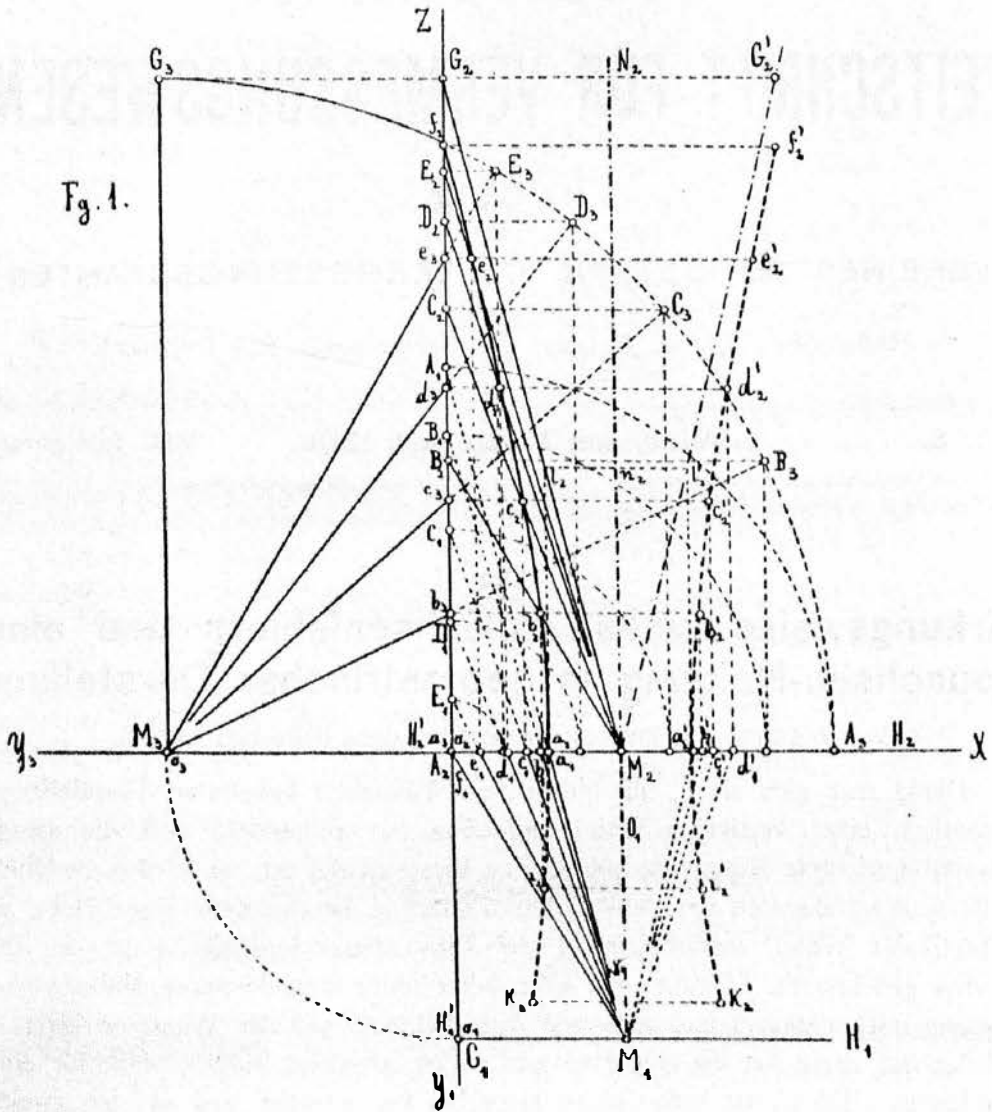
VII. Jahrgang.

Die

Wirkungsweise eines Zielachsenfehlers und einer Kippachsen-Neigung in geometrischer Darstellung.

Von J. Adamezik, Prof. an der deutschen techn. Hochschule in Prag.

Denkt man sich einen, mit einem Zielachsenfehler behafteten Theodolit, gut horizontalisiert, einer vertikalen Wand gegenüber so aufgestellt, daß die strenge horizontal gerichtete Kippachse parallel zu dieser Wand ist, so wird beim Kippen des Fernrohres die von der fehlerhaften Zielachse beschriebene Kegelfläche von der vertikalen Wand, welche parallel zur Achse dieser Kegelfläche ist, in einer Hyperbel geschnitten. Denkt man sich daher unter verschiedenen Höhenwinkeln Zielungen vorgenommen und jedesmal den Zielpunkt auf der Wand markiert, so wird sich auf diese Art die Hyperbel punktweise ergeben. Man wird in der einen Fernrohrlage (Höhenkreis links) einen Hyperbel-Ast erhalten und in der zweiten Fernrohrlage (Höhenkreis rechts) den zugehörigen zweiten Hyperbel-Ast bekommen. Um dies geometrisch darzustellen, ist in Figur 1 die Horizontalprojektion der Kippachse $H_1 M_1 H_1'$ gezeichnet. M bedeutet den Schnittpunkt der Zielachse mit der Kippachse. Die Horizontal-Projektionsebene ist durch die Kippachse selbst gelegt gedacht, so daß die Vertikalprojektion der Kippachse $H_2 M_2 H_2'$ in die X -Achse fällt. Wäre kein Zielachsenfehler vorhanden, so würde die horizontal gerichtete Zielachse in ihrer Horizontalprojektion mit $M_1 O_1$ zusammenfallen und auf der Vertikal-Projektionsebene den auf der X -Achse gelegenen Punkt M_1 treffen. Beim Kippen des Fernrohres würde bei fehlerfreier Zielachse die Gerade $M_2 N_2$ als Schnittlinie der Kippebene mit der Vertikal-Projektionsebene sich ergeben. Ist jedoch ein Zielachsenfehler von der Größe $\gamma = \sphericalangle a_1 M_1 O_1$ vorhanden, so wird die horizontale Zielung auf der vertikalen Wand den auf der X -Achse gelegenen Punkt a_2 ergeben, welcher mit a_1 zusammenfällt. Während jetzt M_2 den Mittelpunkt der zu erwartenden Hyperbel vorstellt, ist a_1 der Scheitelpunkt des linken Hyperbel-astes. Die beim Kippen des Fernrohres von der fehlerhaften Zielachse beschriebene



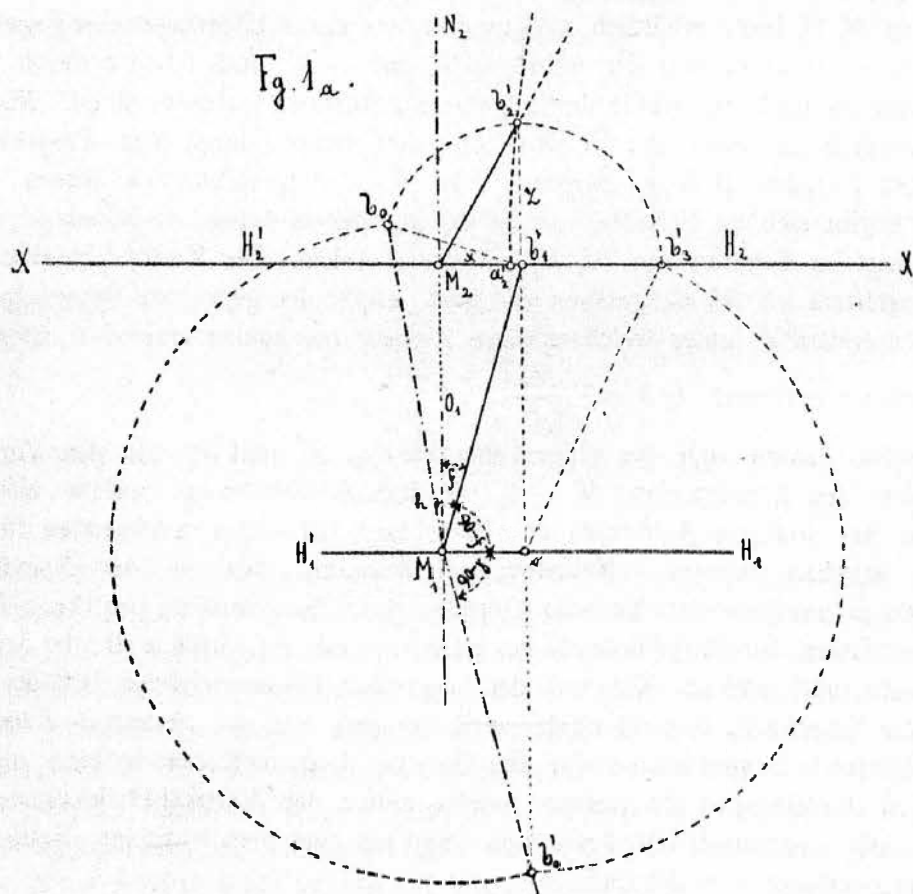
Kegelfläche hat ihre Spitze im Achsenschnittpunkt M , ihre Achse fällt mit der Kippachse MH zusammen. Denken wir uns nun zur weiteren Konstruktion die Kreuzrißebene eingeführt, welche die Vertikalprojektionsfläche in der angenommenen Z -Achse schneidet, so ergibt sich durch Übertragung des y -Abstandes (M_1 von der X -Achse) die dritte Projektion der Kegelspitze in M_3 . Die in dieser Kreuzrißebene gelegene Basis des Kegels habe ihren Mittelpunkt o benannt, so wird o_3 mit M_3 zusammenfallen. Verlängert man die horizontale Kegel-Erzeugende $M_1 a_1$ bis zu ihrem Schnittpunkte A_1 mit der negativen Y_1 -Achse, so ergibt sich durch Übertragung dieses negativen y -Abstandes auf der negativen Y_3 -Achse die zugehörige Kreuzrißprojektion A_3 und die Strecke $o_3 A_3$ bestimmt den Radius des Kegelbasiskreises in wahrer Größe. Hier ist nur ein Quadrant $A_3 G_3$ dieses Basiskreises gezeichnet. Die Kegelgeneratrix MG ist die parallel zur Vertikalebene ganz steil aufgerichtete Ziellinie, welche gegen die Horizontalebene unter einem Winkel $(90 - \gamma)$ geneigt ist. Dieser Neigungswinkel $H_3' M_3 G_3 = (90 - \gamma)$ erscheint in der Vertikalprojektion in wahrer Größe. Nun ist aber auch der Winkel $H_1' M_1 A_1 = (90 - \gamma)$.

Hieraus folgt, daß die Richtung $M_2 G_2$ parallel ist mit der Richtung $M_1 A_1$, so daß man die Kontur-Erzeugende $M_2 G_2$ durch diese Parallele hätte sofort erhalten können und damit den Radius $a_2 G_2$ der Kegelbasis. Da die Erzeugende $M G$ parallel ist zur Vertikalebene, also diese erst in unendlicher Entfernung treffen würde, so ist es klar, daß $M_2 G_2$ eine Asymptote der Hyperbel vorstellt. Zwischen den beiden Grenzlagen MA und MG lassen sich nun die, den verschiedenen Höhenwinkeln entsprechenden, einzelnen Kegel-Erzeugenden zunächst in der dritten Projektion annehmen und damit beliebig viele Punkte der Hyperbel konstruieren. Allerdings wäre man auch schon in der Lage, diese Hyperbel durch ihre Bestimmungsstücke, nämlich die reelle Halbachse $M_2 a_2$ und die Asymptote $M_2 G_2$ zu konstruieren. Hier ist es aber der Anschaulichkeit halber vorzuziehen, einzelne Lagen der Zielachse herauszugreifen, um die Wirkungsweise des vorhandenen Zielachsenfehlers besser verfolgen zu können. Nehmen wir also die Erzeugende $B_2 M_2$ an, so sind die zugehörige Horizontalprojektion $M_1 B_1$ und die Vertikalprojektion $M_2 B_2$ leicht erhältlich, und zwar erstere durch Übertragen des gegebenen negativen y -Abstandes von der Achse $-Y_2$ auf $-Y_1$ und letztere durch Projizieren von B_2 nach B_1 , wofür der gegebene z -Abstand maßgebend ist. Nun hat man eigentlich nur mehr den Vertikal-Spurpunkt dieser, durch ihre Projektionen gegebenen Geraden MB zu suchen. Die Horizontalprojektion b_1 dieses Spurpunktes ergibt sich im Schnitte von $M_1 B_1$ mit der X -Achse, die Kreuzrißprojektion b_2 liegt im Schnitte von $M_2 B_2$ mit der Z -Achse. Die Vertikalprojektion b_2 , welche natürlich auf $M_2 B_2$ gelegen sein muß, ergibt den gesuchten Hyperbelpunkt. Der Höhenwinkel h , unter welchem diese Zielung genommen erscheint, ist durch die Gleichung bestimmt:
$$\operatorname{tg} h = \frac{b_2 b_1}{M_1 b_1}$$

Ebenso lassen sich die Hyperbelpunkte c_2 , d_2 und e_2 als die Vertikal-Spurpunkte der Erzeugenden $M - C$, D und E bestimmen, welche sich als Ziellinien bei stetigem Aufrichten des Fernrohres mit immer wachsenden Höhenwinkeln ergeben würden. Nebenbei sei bemerkt, daß in der Zeichnung grundsätzlich nur jene Strecken der Geraden gestrichelt wurden, welche auf den negativen Teilen der Projektionsebenen gelegen sind. So wurde z. B. die Strecke $b_1 B_1$ gestrichelt, weil sie sich auf der negativen Horizontalebene befindet und ebenso die Strecke $b_2 B_2$ gestrichelt, weil sie sich auf der negativen Kreuzrißebene befindet. Dagegen erscheint die Strecke $b_2 B_2$ voll ausgezogen, obzwar dieser Teil der Geraden im Raume bereits hinter der Vertikal-Projektionsebene gelegen ist, weil aber die Projektion dennoch auf der positiven Seite der Vertikalprojektionsebene sich befindet.

Der Punkt f_2 , in welchem der Basiskreis des Kegels die Z -Achse schneidet, begrenzt jenen Teil der Hyperbel, welcher sich rechts von der Kreuzrißebene befindet. Würde man unter einem Tiefenwinkel zielen, welcher seiner absoluten Größe nach dem Höhenwinkel von b gleich wäre, so erhielte man den zu b_2 symmetrisch gelegenen Punkt b_2 unterhalb der X -Achse als Hyperbelpunkt. Ebenso ist k_2 in Bezug auf die X -Achse symmetrisch zu c_2 gelegen. Bei durchgeschlagenem Fernrohre erhielte man den zweiten Hyperbelpunkt k_2, a_2, f_2 symmetrisch

zur Geraden $M_2 N_2$, auf welcher das Stück $M_2 n_2$ die imaginäre Halbachse vorstellt. In der Horizontalprojektion ergeben die Winkel, welche die einzelnen Projektionen der Erzeugenden mit der auf die Kippachse senkrecht gezogenen Geraden $M_1 O_1$ einschließen, die durch den vorhandenen Zielachsenfehler γ für die jeweiligen Höhenwinkel resultierenden Richtungsfehler an. So wird z. B. für eine Zielung, welche unter dem zu b gehörigen Höhenwinkel genommen wurde, der Richtungsfehler die Größe des Winkels $b_1 M_1 O_1$ betragen. Für die horizontale Zielung ist der Richtungsfehler durch den Winkel $a_1 M_1 O_1 = \gamma$ gegeben. Bei ganz steil aufgerichtetem Fernrohre, wobei die Zielachse in der Horizontalprojektion die Lage $M_1 G_1$ einnimmt, beträgt dieser Richtungsfehler die Größe des Winkels $G_1 M_1 O_1 = 90^\circ$. Bezeichnet man die Entfernung der Kippachse von der X -Achse, also die Strecke $M_1 M_2$ in Figur 1 mit D , ferner die halbe reelle Achse der Hyperbel, d. i. die Strecke $M_2 a_2 = a$, so ist: $a = D \operatorname{tg} \gamma$. Sind für



den Punkt b' der Hyperbel (Fig. 1a) die Koordinaten x und z bezogen auf den Hyperbel-Mittelpunkt M_2 als Ursprung und bedeutet ferner f den aus dem Höhenwinkel h sich ergebenden Richtungsfehler, so ist:

$$\sphericalangle O_1 M_1 b_1 = f, \quad M_2 b_1 = x, \quad b_1 b_2 = z.$$

Aus dem Dreiecke $M_1 M_2 b_1$ folgt: $x = D \operatorname{tg} f \dots \dots \dots 1)$

Denkt man sich M_1 als die Spitze eines Dreikantes, dessen 3 Kanten die Kippachse $M_1 H_1$, die Zielachse $M_1 b'$ und die Horizontalprojektion dieser Zielachse $M_1 b_1$ sind, so ergeben sich die folgenden 3 Kantenwinkel, und zwar:

1. In der Horizontal-Projektionsebene der Winkel zwischen der Kippachse und der Horizontalprojektion der Zielachse, d. i. der Winkel $H_1 M_1 b_1 = (90 - f)$.

2. In der horizontal-projizierenden Ebene der Zielachse der Höhenwinkel $b_1' M_1 b' = h$ und

3. der Winkel zwischen Kippachse und Zielachse, das ist der Winkel $H_1 M_1 b' = (90 - \gamma)$.

Denkt man sich die horizontalprojizierende Ebene der Zielachse um ihre Horizontalspur $M_1 b_1$ in die Horizontal-Projektionsebene niedergelegt, so daß der Punkt b' nach b_0 gelangt, so folgt aus dem Dreiecke $M_1 b_1 b_0$:

$$b_0 b_1' = M_1 b_1' \times \operatorname{tg} h \text{ oder } z = \frac{D}{\cos f} \cdot \operatorname{tg} h \dots \dots \dots \text{II)}$$

Aus I) und II) folgt weiter: $z = \frac{x}{\sin f} \cdot \operatorname{tg} h$ oder

$$\sin f = \frac{x \cdot \sin h}{z} \cdot \frac{1}{\cos h} \dots \dots \dots \text{III)}$$

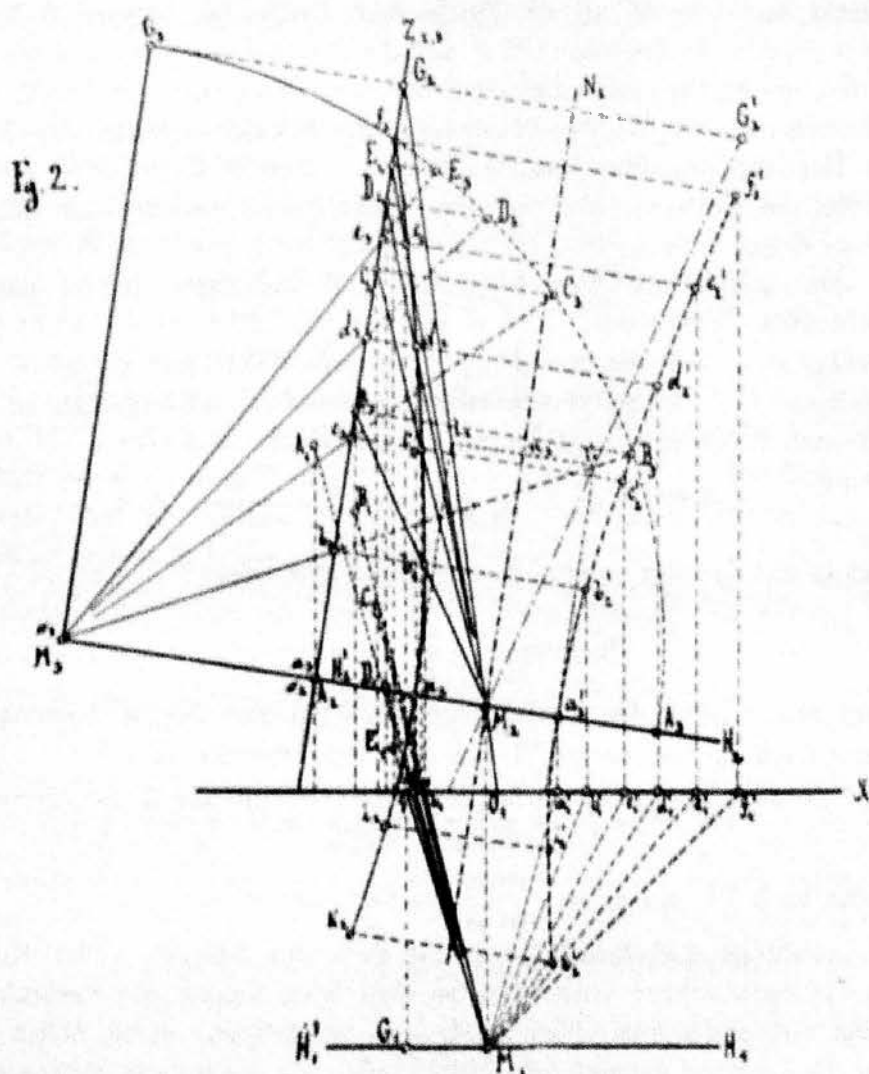
Legt man weiters den Punkt b' um die Kippachse in die Horizontalprojektions-Ebene nach b_0' um, so ergibt sich aus dem Dreiecke $M_1 o b_0'$:

$$\cos (90 - \gamma) = \frac{M_1 o}{M_1 b_0'} = \frac{x}{M_1 b_0} = \frac{x \cdot \sin h}{z} \dots \dots \dots \text{IV)}$$

Damit nach III): $\sin f = \frac{\sin \gamma}{\cos h} = \sin \gamma \cdot \operatorname{sec} h$

Ist sowohl ein Zielachsenfehler γ als auch eine Neigung ν der Kippachse gegen die Horizontalebene vorhanden, so wird beim Kippen des Fernrohres eine Kegelfläche von der halben Öffnung $(90 - \gamma)$ beschrieben, deren Achse unter ν gegen die Horizontale geneigt ist. Denkt man sich wieder das Instrument einer vertikalen Wand gegenüber so aufgestellt, daß die Kippachse parallel zur Vertikalebene ist und markiert man wieder die, unter den verschiedenen Höhenwinkeln sich ergebenden Zielpunkte auf der vertikalen Wand, so erhält man eine Hyperbel, deren reelle Achse unter ν gegen die Horizontale geneigt ist. Dieser Fall ist in Figur 2 zur Darstellung gebracht. HMH' stellt wieder die geneigte Kippachse vor, deren Vertikalprojektion $H_2 M_2 H_2'$ unter ν gegen die X -Achse geneigt ist. Bezeichnet wieder D die Distanz der Kippachse von der Vertikalprojektions-Ebene (also auch die Entfernung des Schnittpunktes M der Kippachse mit der Zielachse von der Vertikalebene) und γ den Zielachsenfehler, so ist die halbe reelle Achse der Hyperbel durch die Gleichung gegeben: $a = M_2 a_2 = D \cdot \operatorname{tg} \gamma$.

Dadurch ist der Scheitelpunkt der Hyperbel in seiner Vertikalprojektion a bestimmt, während seine Horizontalprojektion a_1 in der X -Achse gelegen sein muß. Denkt man sich eine dritte Hilfsprojektionsebene senkrecht auf die Kippachse eingeführt, so ergibt sich im Schnitte derselben mit der Vertikalprojektionsebene die Z_2, z -Achse. Trägt man den γ -Abstand des Punktes M , das ist die Entfernung



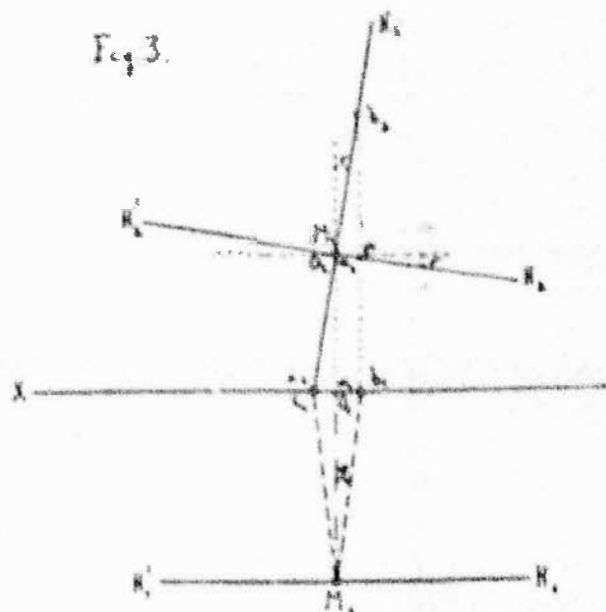
des Punktes M_1 von der X -Achse von a_1 nach M_3 auf, so erhält man die Kegelspitze M_3 in dritter Projektion. Die Ziellinie $M_1 a_1$ trifft in ihrer Verlängerung die dritte Hilfsprojektionsebene im Punkte A_1 , welcher Punkt aber bereits hinter der Vertikalebene gelegen ist, also ein negatives y aufweist. Trägt man diesen negativen y -Abstand, d. i. die Entfernung des Punktes A_1 von der X -Achse vom Punkte A_1 weg im negativen Sinne senkrecht zur Z -Achse nach A_2 auf, so ergibt die Strecke $a_2 A_2$ den Radius der in der dritten Hilfsprojektionsebene gelegenen Kegelbasis in wahrer Größe. Der Umriss dieses Kegels in der dritten Projektion ist, soweit er hier in Betracht kommt, durch den Viertelkreis $A_2 G_2$ und durch die Kegelspitze M_3 gegeben. $M_1 G_1$ ist die ganz steil aufgerichtete Zielachse in paralleler Lage zur Vertikalprojektionsebene. $M_1 G_1$ stellt daher wieder die Asymptote der Hyperbel vor. Die Kegelerzeugenden $M_1 - B_1, C_1, D_1, E_1$ geben wieder die aufeinanderfolgenden Lagen der Zielachse an, wenn durch das Aufwärts-Kippen des Fernrohres unter immer steileren Höhenwinkeln gegen die Vertikalebene gezielt wird. Die Vertikal-Spurpunkte dieser Erzeugenden sind wieder die gesuchten Hyperbelpunkte. Nimmt man also z. B. die Erzeugende $M_1 B_1$ an,

so bestimmen sich zunächst auch $M_1 B_1$ und $M_2 B_2$. Der Abstand des Punktes B_2 von der X -Achse ist gegeben durch den Abstand des Punktes B_1 von B_2 , bezw. von der Z -Achse. $M_1 B_1$ schneidet auf der X -Achse den Punkt b_1 und $M_2 B_2$ auf der Z -Achse den Punkt b_2 heraus. b_1 liegt selbstverständlich auf $M_1 B_1$. Ebenso bestimmen sich die Hyperbelpunkte c_1, d_1 und c_2, f_2 , ergibt sich im Schnitte des Basiskreises mit der Z -Achse. Die Winkel, welche die Horizontalprojektionen der Ziellinien mit $M_1 O_1$ einschließen, geben wieder die bei den Zielungen unter den zugehörigen Höhenwinkeln resultierenden Richtungsfehler in wahrer Größe an. So stellt z. B. der Winkel $\delta_1 M_1 O_1$ den Richtungsfehler vor, welcher bei der Zielung unter dem zu b_1 gehörigen Höhenwinkel entsteht.

Bei umgelegtem Fernrohre, bezw. umgelegter Kippachse erhielt man wieder den zweiten Hyperbelast $a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, f_2$, vorausgesetzt, daß die Ursache der Kippachsen-Neigung in der verschiedenen Höhe der Kippachsenlager gegeben sei, während die Kippachsen-Zapfen gleich groß seien. Dann wird beim Umlegen der Kippachse nur der Zielachsenfehler γ sein Vorzeichen wechseln, während die Kippachsen-Neigung ν dieselbe bleibt. Man sieht in diesem Falle nach Figur 2 in der Horizontalprojektion deutlich, wie in der ersten Fernrohrlage durch die nach links aufsteigende Kippachsen-Neigung ν die Wirkung des nach links ausweichenden Zielachsenfehlers γ wieder teilweise kompensiert wird. Dagegen wird in der zweiten Fernrohrlage bei der sich gleichbleibenden, nach links aufsteigenden Kippachsenneigung ν die Wirkung des nun nach rechts ausweichenden Zielachsenfehlers γ wesentlich verstärkt. Man sieht dies deutlich aus dem raschen Anwachsen der Richtungsfehler. So ist auch z. B. der Richtungsfehler $\delta_2 M_2 c_2$ viel größer geworden als der Richtungsfehler $\delta_1 M_1 c_1$.

Zum Schlusse möge noch ein Vergleich gezogen werden zwischen der Wirkung eines Zielachsenfehlers γ und einer Kippachsen-Neigung ν .

In Figur 3 ist die Kippachse $HMIP$ parallel zur Vertikalprojektionsebene und unter dem Winkel ν gegen die Horizontalebene geneigt, in beiden Projektionen dargestellt. Bei horizontaler Zielung wird der Punkt a auf der Vertikalprojektionsebene getroffen, so daß gar kein Richtungsfehler entsteht. Kippen wir das Fernrohr unter einem Höhenwinkel h aufwärts, so erscheint der Punkt A_1 angezielt, dessen Horizontalprojektion b_1 in der X -Achse



liegt. Es ist: $\operatorname{tg} h = \frac{b_1 p}{M_1 b_1} = \frac{J z}{M_1 b_1}$.

$$M_1 b_1 = \frac{J z}{\operatorname{tg} h}$$

Der resultierende Richtungsfehler ist durch den Winkel $\delta_1 M_1 b_1 = \varphi$ gegeben.

Es ist nach dem Dreiecke $M_1 a_1 b_1$: $\sin \varphi = \frac{a_1 b_1}{M_1 b} = \frac{x}{M_1 b_1} = \frac{x}{\Delta z} \cdot \operatorname{tg} h$

Aus dem Dreiecke $M_1 p b_1$ folgt:

$$\operatorname{tg} (90 - \nu) = \frac{\Delta z}{x}, \text{ also: } \sin \varphi = \operatorname{tg} \nu \cdot \operatorname{tg} h$$

Für einen Punkt i , welcher unterhalb M_2 gelegen ist, für welchen aber Δz dem Werte nach gleich ist, ergibt sich ein Tiefenwinkel von gleichem Betrage wie der vorige Höhenwinkel h . Man sieht auch aus der Figur 3, daß jetzt der Richtungsfehler, d. i. der Winkel $O_1 M_1 i$, zwar der Größe nach gleich φ ist, jedoch mit entgegengesetzten Vorzeichen, da eben $\operatorname{tg} (-h) = -\operatorname{tg} h$. Bilden wir also bei einer Winkelmessung unter ähnlichen Verhältnissen die Differenz der 2 Richtungen, so wird sich der Richtungsfehler verdoppeln müssen. Anders ist dies beim Zielachsenfehler. Gehen wir auf Figur 1 zurück, so sehen wir zunächst deutlich, daß bei horizontaler Zielung der Richtungsfehler ν resultiert, weil $\cos h = 1$ ist und ferner, daß für die Punkte b und i mit gleich großem Höhenwinkel bezw. Tiefenwinkel die Richtungsfehler sowohl der Größe als auch dem Vorzeichen nach gleich sind, weil $\cos (-h) = \cos h$, so daß diese Richtungsfehler in der Differenzbildung zweier Richtungen, also bei einer, unter solchen Verhältnissen vorgenommenen Winkelmessung sich gegenseitig aufheben.

Über den Einfluß der Dicke von Stab- und Stangen-Signalen auf die Genauigkeit und Schnelligkeit der Horizontalwinkelmessung.

Von Dr. H. Löschner in Brüm.

Es sei die Frage aufgeworfen, welche Dicke ein Signal bei gegebener Beobachtungsdistanz erhalten soll, damit das Einstellen der Visur möglichst genau und — was eine Steigerung meist notwendiger erscheinen läßt — befriedigend rasch und sicher bewerkstelligt werden kann. (In letzterer Beziehung ist z. B. bekannt, daß man beim Einstellen eines Fernrohres mit vertikalem Doppelfaden auf eine Turmspitze gerne den runden Turmknauf zu Hilfe nimmt, um den Fußpunkt des oft sehr fein erscheinenden Turmkreuzes möglichst scharf, dabei aber auch möglichst schnell mit dem Doppelfaden fassen zu können.)

Für die Untersuchung von ausschlaggebender Bedeutung ist der Umstand, ob das Fernrohr des Instrumentes einen oder zwei Vertikalfäden besitzt. Bei Vorhandensein nur eines Vertikalfadens kommt auch die Stärke desselben mehr in Betracht.

Der von mir verwendete Mikroskop-Theodolit von Starke & Kammerer Nr. 736 besitzt im Fernrohr zwei feine Vertikalfäden mit dem Intervall von 52".

Es wurden nun auf 20 m Distanz vom Instrumente der Reihe nach kurze Stäbe von 9.1, 5.0, 3.2, 2.0 und 1.2 cm Dicke auf ein horizontal gestelltes Justierbrettchen aufgesetzt und dabei mittelst der zu den Einstellungen auf die beiden vertikalen Ränder jedes Stabes gehörigen Horizontalkreis-Ablesungen die der Visur durch die genaue Axe des Stabes entsprechende Ablesung A zu wiederholtenmalen ermittelt.