Paper-ID: VGI_191030

# Geometrische Darstellung des 1. Vertikalschnittes des Erdellipsoides

Joseph J. Adamczik [1]

[1] *Professor an der deutschen techn. Hochschule in Prag*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **8** (7), S. 227–230

1910

ÖSTERREICHISCHE

# ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

**Redaktion:** Prof. E. Doležal und Bauinspektor S. Wellisch.

**Nr. 7.** **Wien, am 1. Juli 1910.** **VIII. Jahrgang.**

## Geometrische Darstellung des I. Vertikalschnittes des Erdellipsoides.

Von **J. Adamczik,** Prof. an der deutschen techn. Hochschule in Prag.

Die Ebene des I. Vertikals steht bekanntlich senkrecht zur Meridianebene des betreffenden Punktes der Erdoberfläche und enthält demnach die Ost-West-Richtung. Dieser I. Vertikalschnitt des Erd-Ellipsoides ergibt den Querkrümmungsbogen.

In Fig. 1 ist das Erdellipsoid in vertikaler und horizontaler Projektion so dargestellt, daß die Umdrehungsachse (Erdachse) senkrecht auf der horizontalen Projektionsebene steht, welch letztere also parallel mit der Äquatorebene ist. Für unsere Betrachtungen nehmen wir den Punkt $B$ der Erdoberfläche mit der geographischen (ellipsoidischen) Breite $\varphi$ an, welcher Punkt auf dem Umriß der Vertikalprojektion (Hauptmeridian) gelegen sei. Der Parallelkreis des Punktes $B$ erscheint in der Horizontalprojektion in wahrer Größe, ebenso wie der Äquator, welcher hier den Umriß der Horizontalprojektion des Ellipsoides bildet. Die Ebene des I. Vertikals ist eine vertikal-projizierende Ebene $\nu$, deren Vertikalspur $V_2^{\nu}$ durch $B_2$ geht und mit der Vertikalprojektion der Ellipsoid-Normalen des Punktes $B$ zusammenfällt.

Der Querkrümmungsbogen gehört einer Ellipse an, deren Vertikalprojektion mit der Vertikalspur $V_2^{\nu}$ zusammenfällt und deren Horizontalprojektion durch die beiden Achsen $p_1\, r_1$ und $s_1\, t_1$ bestimmt ist. Die Strecke $p_1\, r_1$ ergibt die in der Meridianebene gelegene Achse $p\, r$ in wahrer Größe. Die senkrecht zur Meridianebene stehende Achse $s\, t$ erscheint in der Horizontalprojektion $s_1\, t_1$ in wahrer Größe. Denkt man sich die Strecke $p_1\, r_1$ im Punkte $\mu_1$ halbiert und zieht man den durch $\mu$ gehenden Parallelkreis, indem man um $o_1$ mit dem Radius $e_2\, h_2$ einen Kreis beschreibt, so schneidet dieser die Endpunkte $s_1$ und $t_1$ auf der Projektion des horizontalen Diameters ab.

Man sieht, daß in $B_1$ eine sehr innige Berührung zwischen dem Parallelkreis und dem I. Vertikalschnitt stattfindet.

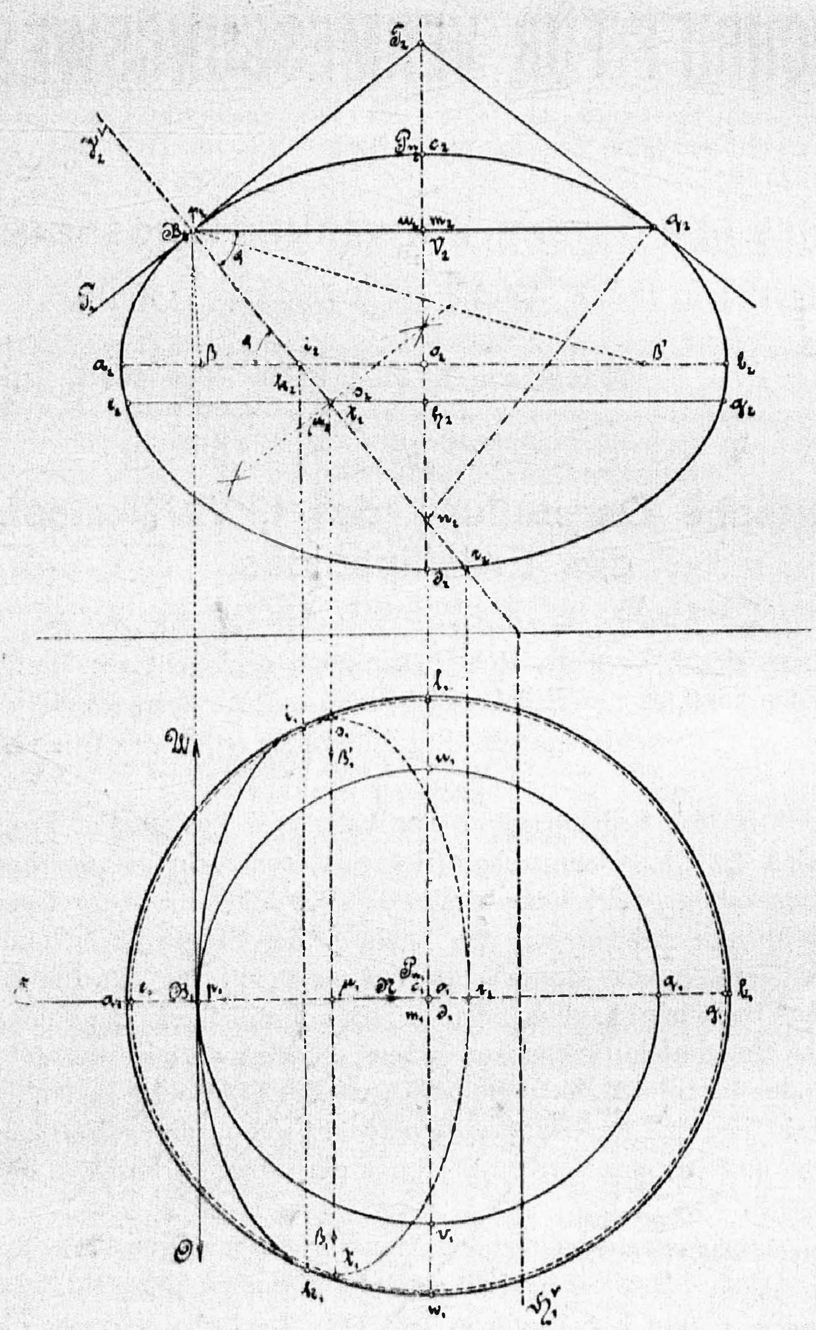

*Fig. 1.*

Die Horizontebene des Punktes $B$ ist eine Berührungsebene an den Tangentialkegel längs des Parallelkreises von $B$. In dieser Horizontebene ist die Mittagslinie von $B$ gegeben durch den Schnitt mit der Meridianebene. Die Ost-Westrichtung ist der Schnitt der Horizontebene mit der Ebene $\nu$ des I. Vertikals.

Sobald wir unsere Betrachtungen einzig und allein nur auf einen und denselben Punkt $B$ der Erdoberfläche beschränken, ist es natürlich zweckmäßiger, die Horizontebene dieses Punktes $B$ unserer Zeichnung derart zugrunde zu legen, daß wir die horizontale Projektionsebene parallel zu derselben wählen. Eine solche Darstellung gibt die Fig. 2.

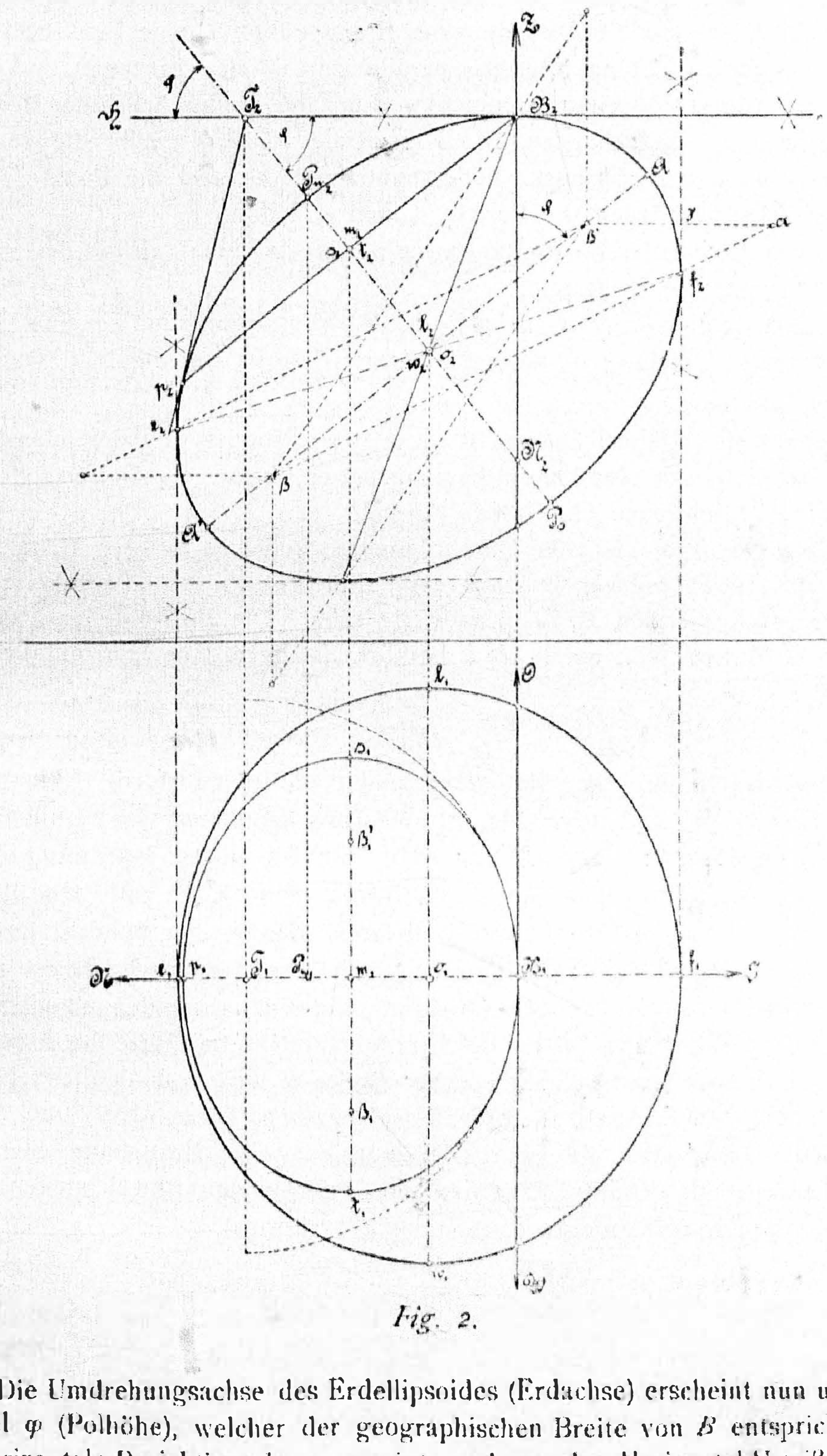

*Fig.* 2.

Die Umdrehungsachse des Erdellipsoides (Erdachse) erscheint nun unter dem Winkel $\varphi$ (Polhöhe), welcher der geographischen Breite von $B$ entspricht, gegen die horizontale Projektionsebene geneigt, und um den Horizontal-Umriß des Erd-

Ellipsoides zeichnen zu können, müssen wir an dieses Ellipsoid einen Berührungszylinder führen, dessen Achse parallel zur Zenitlinie (Lotlinie) von $B$ ist. Wir haben also zunächst an die Vertikalprojektion der Meridian-Ellipse Tangenten zu konstruieren, welche senkrecht auf der Projektions-Achse stehen. Um den Berührungspunkt $f_2$ zu erhalten, wurde vom Brennpunkte $\beta'$ eine Senkrechte zur gegebenen Tangentenrichtung (hier also parallel zur $x$-Achse) gezogen, auf dieser Senkrechten wurde vom zweiten Brennpunkte $\beta$ mit der großen Achse der Meridian-Ellipse der Punkt $\alpha$ abgeschnitten. Die Symmetrale von $\alpha\beta'$ ergibt die vertikale Kontur des gesuchten Berührungszylinders und hiedurch sind die Punkte $f_2$ und $f_1$ bestimmt. Ebenso wurden die Punkte $e_2$ und $e_1$ gefunden.

Die zweite Achse des Horizontal-Umrisses $l_1 w_1$ ist identisch mit der wahren Größe des Äquator-Durchmessers.

Der Parallelkreis von $B$ erscheint in der Horizontalprojektion als eine Ellipse, deren horizontaler Diameter $s\,t$ sich in wahrer Größe in $s_1\,t_1$ darstellt. Dabei ist natürlich $\overline{m_1 s_1} = \overline{m_1 p_2}$.

Die Ebene des I. Vertikals von $B$ ist jetzt zur doppelt-projizierenden Ebene geworden, so daß sich der Querkrümmungsbogen, bezw. der I. Vertikalschnitt nun in beiden Projektionen als Gerade darstellt.

Die Strecke $N_2\,B_2$ ist der Querkrümmungsradius in wahrer Größe. Die Seitenlinie des Berührungskegels längs des Parallelkreises von $B$ erscheint auch in der Horizontalprojektion $B_1\,T_1$ in wahrer Größe. Die Horizontebene von $B$, welche diesen Tangentialkegel in $B\,T$ berührt, ist jetzt eine Horizontal-Ebene.

$$B_2 T_2 = B_2 N_2 \,.\, \operatorname{cotg} \varphi = \frac{a \operatorname{cotg} \beta}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = B_1\,T_1,$$

wobei bekanntlich $a$ die große Halbachse und $e$ die nummerische Exzentrizität bedeuten. Dies ist der Halbmesser der geodätischen Krümmung des Parallelkreises nach der Bonnet'schen Formel. Man sieht, welche innige Berührung der in der Horizontalprojektion um $T_1$ mit $T_1\,B_1$ beschriebene Kreis mit dem Parallel von $B$ ergibt. Um im Punkte $B$ den Parallelkreis abzustecken, braucht man nur nach der Koordinaten-Methode für Kreisbogenabsteckungen vorzugehen und von der Ost-West-Richtung als Tangenten-Richtung für gegebene, oder angenommene Abszissen die zugehörigen Ordinaten der Kreisbogenpunkte mit Hilfe des bekannten Radius $B_1\,T_1$ zu berechnen. Bei nördlicher Breite $\varphi$ sind sodann diese berechneten Ordinaten vom I. Vertikal nordwärts abzusetzen. Diese Absteckung ergibt den Parallelkreis auf dem Ellipsoid. Bei astronomischer Bestimmung der geoidischen Breite $\varphi'$ zur Kontrolle werden die auftretenden Abweichungen auch durch die eventuell vorhandenen Lotstörungen verursacht.