

Paper-ID: VGI\_191127



## Über eine Erweiterung des Rückwärtseinschneidens

Adolf Klingatsch <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **9** (7), S. 212–220

1911

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Klingatsch_VGI_191127,  
  Title =  {\U}ber eine Erweiterung des R{\u}ckw{\a}rtseinschneidens},  
  Author = {Klingatsch, Adolf},  
  Journal =  {\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages =  {212--220},  
  Number = {7},  
  Year =  {1911},  
  Volume = {9}  
}
```



Bezeichnen wir mit  $x$  und  $y$  die rechtwinkligen, sphärischen Koordinaten von  $a$  und ferner mit  $\xi$  und  $\eta$  die rechtwinkligen, ebenen Koordinaten der Zentralprojektion  $a'$  so ist  $a_1' a_2'$  gleich  $\eta$ , gleich dem Abstände  $a_1'$  von der Meridianebene.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Aus dem Dreiecke } o_2 a_1' a_2' \text{ ergibt sich: } \eta = \overline{o_2 a_2'} \times \operatorname{tg} \frac{y}{r} \\ \text{« « « } o_2 U_2 a_2' \text{ « « : } \overline{o_2 a_2'} = \frac{r}{\cos \frac{x}{r}} \end{array} \right\}$$

$$\text{Aus dem Dreiecke } o_2 U_2 a_2': \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{r}{\cos \frac{x}{r}} \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{r} \\ \xi = r \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{r} \end{array} \right.$$

## Über eine Erweiterung des Rückwärtseinschneidens.

Von Professor A. Klingatsch in Graz.

### I.

Die drei Punkte  $P_1 P_2 P_3$  (Fig. 1) sind durch ihre Koordinaten gegeben. Es sind drei andere Punkte  $p_1 p_2 p_3$  im Koordinatensystem der Punkte  $P_1 P_2 P_3$  unter der Bedingung zu berechnen, daß das Dreieck  $p_1 p_2 p_3$  anderweitig bestimmt ist und die drei Winkel  $w_1 w_2 w_3$  gegeben sind.

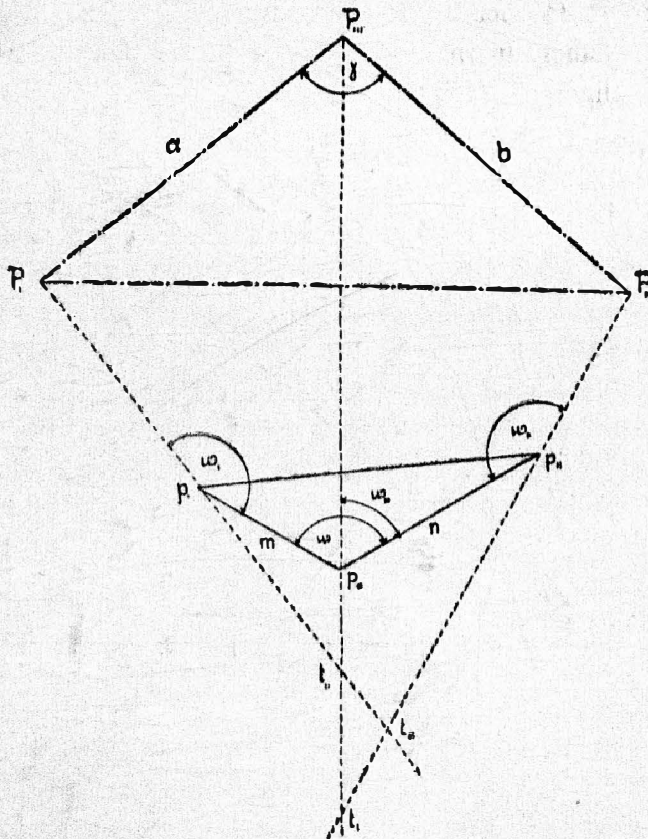


Fig. 1.

Diese Aufgabe, welche bei Anschlußmessungen eines in einem anderen Koordinatensystem berechneten Dreiecks- oder Polygonnetzes, in welchem also  $p_1, p_2, p_3$  drei beliebige Punkte bedeuten, an ein Dreiecksnetz  $P_1, P_2, P_3 \dots$  auftreten kann, hat in der Zeitschrift für Vermessungswesen (Stuttgart) bereits durch Láská, Löschner und Puller Lösungen gefunden.

Láská<sup>1)</sup> führte als Unbekannte die drei Entfernungen  $P_1, t_1, P_2, t_2, P_3, t_3$  ein, wodurch sich drei diese Abstände als Unbekannte enthaltende quadratische Gleichungen ergaben, für deren Auflösung ein Näherungsverfahren auf Grundlage von genäherten Werten der Unbekannten, die einer Zeichnung zu entnehmen sind, angegeben wurde.

Löschner<sup>2)</sup> entwickelte die Gleichung für die Berechnung des Orientierungswinkels  $180 - P_2, P_1, p_1$ . Da das Polygon  $t_1, p_1, p_2, t_2, t_1, p_1$  bestimmt ist, so lassen sich aus jenem Winkel natürlich alle übrigen Abstände, also auch die Unbekannten nach Láská's Lösung bestimmen.

Puller<sup>3)</sup> berechnet<sup>2)</sup> vorerst die Koordinaten von  $t_1$  und  $t_2$  im Koordinatensystem der Punkte  $P_1, P_2, P_3$ , wodurch sich dann auch jene der Punkte  $p_1, p_2, p_3 \dots$  finden lassen.

Jede Lösung nun, welche die Seiten des Dreiecks  $t_1, t_2, t_3$  benützt, hat den Nachteil, daß dieselbe dann ungenau wird oder aber versagt, wenn einer der Winkel jenes Dreiecks sehr spitz ist, ein Fall, der eben vorkommen kann.

Wir geben im zweiten Abschnitt eine direkte Auflösung dieser Aufgabe, welche lediglich die unmittelbar gegebenen Größen benützt und die Herleitung der Entfernung  $P_3, p_3$  sowie jene des auf das Koordinatensystem der drei gegebenen Punkte  $P_1, P_2, P_3$  bezogenen Richtungswinkels dieser Seite bezweckt. Der Punkt  $p_3$  wird daher durch Polarkoordinaten bestimmt, mit welchen dann auch die rechtwinkligen Koordinaten von  $p_3, p_1$  und  $p_3$  gefunden sind.

Wird in Fig. 1  $w_1 = w_2 = 180$ ,  $m = n = 0$ , so hat man den Fall des gewöhnlichen Rückwärtseinschneidens; die Punkte des Polygons  $p_1, p_2, p_3, t_1, t_2, p_1$  fallen dann mit dem in Fig. 2 mit  $P$  bezeichneten Punkt zusammen.

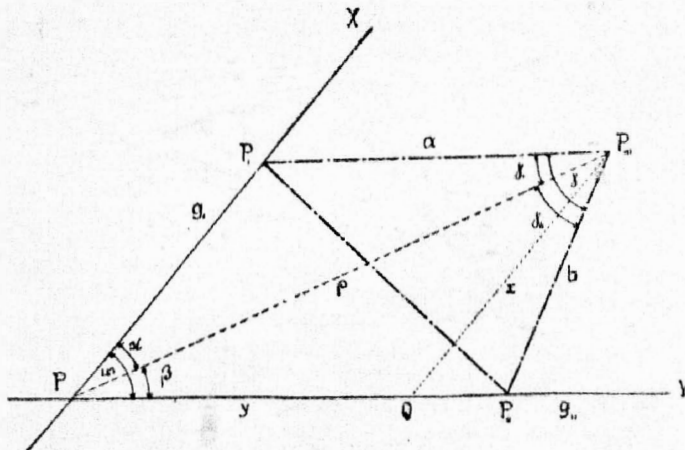


Fig. 2.

<sup>1)</sup> Z. f. Verm. 1900, Seite 565.

<sup>2)</sup> Z. f. Verm. 1901, Seite 485.

<sup>3)</sup> Z. f. Verm. 1902, Seite 456.

Wir geben vorerst für diesen schon oft behandelten Spezialfall eine von den üblichen abweichende Lösung und fragen zu diesem Zwecke um den Ort für die Spitze  $P_3$  des Dreieckes  $P_1 P_2 P_3$ , wenn  $P_1$  auf der Geraden  $g_1$  und  $P_2$  auf  $g_2$  fortrückt.

Werden  $g_1$  und  $g_2$  zu Achsen eines schiefwinkligen Koordinatensystems  $XPY$  gewählt, so folgt mit den aus Fig. 2 zu entnehmenden Bezeichnungen

$$\sin(\alpha + \gamma_1) = \frac{\varrho}{a} \sin \alpha, \quad \sin(\beta + \gamma_2) = \frac{\varrho}{b} \sin \beta \quad . . . \quad 1)$$

Wegen

$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1 \quad \text{und} \quad \beta = w - \alpha \quad . . . \quad 2)$$

ist

$$\beta + \gamma_2 = (w + \gamma) - (\alpha + \gamma_1) \quad . . . \quad 3)$$

Demnach wird aus 3) und 1)

$$\cos(\alpha + \gamma_1) = \frac{\varrho}{a b \sin(w + \gamma)} (a \sin \beta + b \sin \alpha \cos [w + \gamma]) \quad . \quad 4)$$

Da endlich

$$\sin^2(\alpha + \gamma_1) + \cos^2(\alpha + \gamma_1) = 1 \quad . . . \quad 5)$$

ist, so erhält man aus der Verbindung von 4) und 5) mit der ersten der Gleichungen 1)

$$a^2 b^2 \sin^2(w + \gamma) = \varrho^2 [a^2 \sin^2 \beta + b^2 \sin^2 \alpha + 2 a b \sin \alpha \sin \beta \cos(w + \gamma)], \quad 6)$$

welche Gleichung bereits die Lösung enthält, indem durch dieselbe der Abstand  $\varrho = P_3 P$  gefunden wird, während mit diesem die beiden Winkel  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  aus 1) folgen. Da ferner

$$\sin \alpha = \frac{y}{\varrho} \sin w, \quad \sin \beta = \frac{x}{\varrho} \sin w \quad . . . \quad 7)$$

ist, so ergibt sich für den gesuchten geometrischen Ort von  $P_3$  die mit  $P$  konzentrische Ellipse

$$\frac{a^2 b^2}{\sin^2 w} \sin^2(w + \gamma) = b^2 y^2 + a^2 x^2 + 2 a b x y \cos(w + \gamma) \quad . . \quad 8)$$

In dem speziellen Falle eines gleichseitigen Dreieckes  $P_1 P_2 P_3$ , also mit  $a = b$  und  $\gamma = 60^\circ$  ist für  $w = 150^\circ$  der Ort von  $P_3$  der mit  $P$  konzentrische Kreis

$$a^2 = x^2 + y^2 - x y \sqrt{3}$$

vom Halbmesser  $a$ .

Ist  $P P_1 P_2 P_3$  ein Kreisviereck, so folgt auch bei dieser Behandlung die Unbestimmtheit der Auflösung.

Wegen  $w + \gamma = 180$  wird in 6) die linke Seite gleich Null. Da ferner für dieses Kreisviereck die Beziehung

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

besteht, so wird in 6) auch der Faktor von  $\varrho$  gleich Null. Jedem Werte von  $\varrho$  würde alsdann diese Gleichung genügen. Da in dem in Rede stehenden Falle das charakteristische Binom gleich Null wird, so degeneriert der Kegelschnitt als Spezialität der Parabel in die durch  $P$  gehende Gerade  $P P_3$  und fällt daher mit der den Punkt  $P_3$  bestimmenden Geraden zusammen.



Sind wie bei der vorliegenden Aufgabe die allgemeinen Lagen der drei Punkte  $P_1, P_2, P_3$  zu  $P$  aus den örtlichen Verhältnissen bekannt, so kommt nur ein Kegelschnitt in Betracht. Wären hingegen lediglich die Seiten des Dreieckes  $P_1, P_2, P_3$  gegeben, so entsprechen einer Lage des Punktes  $P_1$  und  $P_2$  auf  $g_1$  respektive  $g_2$  zwei Dreiecke, also zwei Punkte  $P_3$ , welche bezüglich  $P_1, P_2$  symmetrisch liegen. Die zweite Lage dieses Dreieckes wäre dann diejenige, bei welcher  $P_3$  (Fig. 2) dem Punkte  $P$  zugekehrt ist. Zählt man die Winkel  $\gamma, \gamma_1, \gamma_2$  konsequent in dem Sinne:  $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle P_3, P_1, P_2$ ,  $\sphericalangle \gamma_1 = \sphericalangle P, P_2, P_1$ ,  $\sphericalangle \gamma_2 = \sphericalangle P, P_1, P_2$ , so wäre in diesem Falle  $\gamma$  der Außenwinkel des Dreieckes. Der Ort für alle Lagen von  $P_3$  besteht also im allgemeinen aus zwei mit  $P$  konzentrischen Kegelschnitten.

Mit dem Vorstehenden ist auch eine geometrische Lösung für das Rückwärtseinschneiden gegeben. Sind nämlich in dem zu bestimmenden Punkt  $P$  die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gemessen, so ist nach 8) die Ellipse als Ort für den Punkt  $P_3$ , jenen nämlich, den man bei den Messungen »in die Mitte« nimmt, bestimmt. Der Schnitt der Geraden  $P, P_3$  mit der Ellipse bestimmt die Lage von  $P_3$ , wodurch die Orientierung des Dreieckes  $P_1, P_2, P_3$  gegenüber  $P$  gefunden ist.

In allen Fällen der Anwendung handelt es sich jedoch um die rechnermäßige Bestimmung der Koordinaten von  $P$ . Es sind daher wie immer vorerst aus den gegebenen Koordinaten der Punkte  $P_1, P_2, P_3$  die Größen  $a, b, \gamma$  zu berechnen. Die Gleichung 6) gibt dann, wie erwähnt, unmittelbar die Entfernung  $\overline{P_3, P} = \varrho$ . Die aus 1) zu findenden Winkel  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  müssen der Bedingung

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$$

genügen, wodurch einerseits die richtige Berechnung von  $\varrho$  geprüft wird und andererseits die Winkel  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  auch eindeutig bestimmt sind.

Es kann somit der Richtungswinkel  $(P_3, P)$  sowohl aus dem Richtungswinkel  $(P_3, P_1)$  als auch aus  $(P_3, P_2)$  abgeleitet werden, so daß sich damit unmittelbar die Koordinaten von  $P$  ergeben.

Für die Berechnung der Koordinaten  $x, y$  von  $P$  hat man als letzte Kontrolle:

$$\varrho = \sqrt{(y - y_3)^2 + (x - x_3)^2} = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta x)^2}.$$

Wir benützen zu einem Zahlenbeispiel die in der Instruktion zur Ausführung der trig. und polyg. Vermessungen etc. Wien 1896, Seite 110 vorgeführte Berechnung der Koordinaten eines Punktes aus drei inneren Richtungen mit den dort angegebenen Daten.<sup>1)</sup>

In der folgenden Zusammenstellung ist zur Abkürzung

$$k = \sqrt{a^2 \sin^2 \beta + b^2 \sin^2 \alpha + 2ab \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}$$

gesetzt, sodaß

$$\varrho = \frac{ab \sin(\alpha + \beta)}{k}$$

wird.

<sup>1)</sup> Man vergleiche auch: Beredick, Beitrag zum Pothenot'schen Problem. Österr. Zeitschr. f. Verm. 1905, Seite 83. Ryšavý, Beitrag zum rechnerischen Verfahren des Rückwärtseinschneidens Ibd. 1910, Seite 337.

$$P_1 \begin{cases} y_1 = -18152.68 \\ x_1 = -111044.47 \end{cases}$$

$$\alpha = 125^\circ 5' 53''$$

$$P_1 \begin{cases} y_2 = -20272.86 \\ x_2 = -111178.68 \end{cases}$$

$$\beta = 114^\circ 6' 42''$$

$$P_2 \begin{cases} y_3 = -18755.73 \\ x_3 = -112370.96 \end{cases}$$

$$\varphi = \alpha + \beta = 239^\circ 12' 35''$$

$$y_1 - y_3 = 603.05, \quad x_1 - x_3 = 1326.49, \quad y_2 - y_3 = -1517.13, \quad x_2 - x_3 = 1192.28.$$

$y_1 - y_3$	2.780353
$\sin(P_1 P_2)$	9.616853
$\cos(P_1 P_2)$	9.959204
$x_1 - x_3$	3.122704
$\text{tg}(P_1 P_2)$	9.657649

$(P_1 P_1)$	$= 24^\circ 26' 51''$
$(P_1 P_2)$	$= 308^\circ 9' 47''$
$\gamma$	$= 76^\circ 17' 4''$
$\varphi$	$= 239^\circ 12' 35''$
$\varphi + \gamma$	$= 315^\circ 29' 39''$

$y_2 - y_3$	3.181023
$\sin(P_1 P_2)$	9.895564
$\cos(P_1 P_2)$	9.790919
$x_2 - x_3$	3.076379
$\text{tg}(P_1 P_2)$	0.104644

$a$	3.163500
$\sin \beta$	9.960352
$b$	3.285459
$\sin \alpha$	9.912844
$2$	0.301030
$\cos(\varphi + \gamma)$	9.853199
$\sin(\varphi + \gamma)$	9.845707
$a$	3.163500
$b$	3.285459
$k$	6.294666
$k$	3.430353

$(a \sin \beta)^2$	6.247704	1768906
$(b \sin \alpha)^2$	6.396604	2492327
$2ab \sin \alpha \sin \beta \cos(\varphi + \gamma)$	6.476384	2994911
$k^2$	6.860705	7256144
$\bar{k}$	3.430353	

$\varrho$	2.864313
$\sin \alpha$	9.912844
$a$	2.777157
$a$	3.163500
$\sin(\alpha + \gamma_1)$	9.613657

$\varrho$	2.864313
$\sin \beta$	9.960352
$b$	2.824665
$b$	3.285459
$\sin(\beta + \beta_2)$	9.539206

$$\alpha + \gamma_1 = 155^\circ 44' 26''$$

$$\alpha = 125^\circ 5' 53''$$

$$\gamma_1 = 30^\circ 38' 43''$$

$$\beta + \gamma_2 = 159^\circ 35' 3''$$

$$\beta = 114^\circ 6' 42''$$

$$\gamma_2 = 45^\circ 38' 21''$$

Probe:  $\gamma_1 + \gamma_2 = 76^\circ 17' 4'' = \gamma$ .

$$(P_1 P) = (P_1 P_2) + \gamma_2 = 353^\circ 48' 8''; \quad (P_1 P) = (P_1 P_1) + 360 - \gamma_1 = 353^\circ 48' 8''$$

$\sin(P_1 P_2)$	9.033266
$\varrho = P_1 P$	2.864313
$\Delta y$	1.897579
$\Delta y = -$	78.99
$y_3 = -$	18755.73
$y = -$	18834.72

$\cos(P_1 P)$	9.997454
$\varrho = P_1 P$	2.864313
$\Delta x$	2.861767
$\Delta x =$	727.39
$x_3 = -$	112370.96
$x = -$	111643.57

## II.

Die im vorhergehenden Abschnitte angegebene Lösung für das einfache Rückwärtseinschneiden ließe sich im Prinzip auch für das erweiterte Rückwärtseinschneiden übertragen.

Wird in Fig. 1 der Punkt  $t_3$  als Ursprung eines schiefwinkligen Achsensystems und  $t_3 p_1$  als  $X$ ,  $t_3 p_2$  als  $Y$  gewählt, so ist der Ort für die Lage von  $P_3$ , wenn  $P_1$  und  $P_2$  auf  $X$  respektive  $Y$  vorrücken, die durch 8) bestimmte Ellipse, wobei der Winkel  $w$  durch den Winkel  $p_1 t_3 p_2$  und der Abstand  $q$  durch  $t_3 P_3$  zu ersetzen wäre

Da, wie erwähnt, die Figur  $p_1 t_3 t_1 t_2 p_1 p_2 p_3$  bestimmt ist, so könnte auch leicht die Gleichung der Geraden  $p_3 P_3$  aufgestellt werden, in deren Schnitt mit der Ellipse sich die Koordinaten von  $P_3$  ergeben. Da sich ebenso die Koordinaten von  $p_3$  bezüglich  $X Y$  ermitteln lassen, so wäre dadurch auch die Entfernung  $p_3 P_3$  gegeben. Diese Lösung hat aber denselben Nachteil, wie die in I angeführten, da man Abschnitte wie:  $t_1 t_3$  und  $t_2 t_3$  berechnen beziehungsweise in Rechnung ziehen muß, die unter Umständen ungenau erhalten werden.

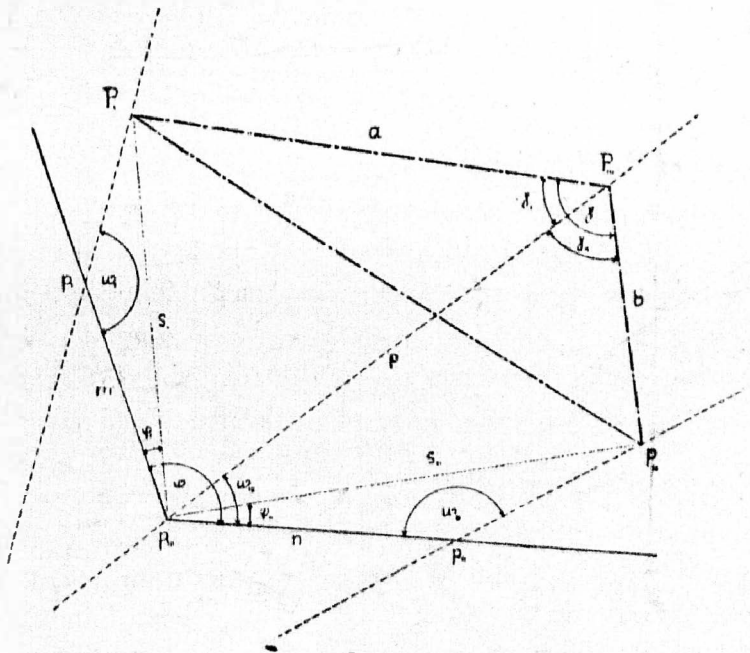


Fig. 3.

Wir geben daher eine andere Lösung, welche nach Fig. 3 außer den aus den Koordinaten von  $P_1 P_2 P_3$  abzuleitenden Größen  $\alpha, b, \gamma$  lediglich die gegebenen Bestimmungsstücke  $\overline{p_1 p_2} = m, \overline{p_1 p_3} = n, \sphericalangle p_1 p_2 p_3 = w$ , sowie die Winkel  $w_1, w_2, w_3$  benützt.

Dabei sind  $m, n, w$  entweder direkt meßbar, oder aber dieselben sind als auf indirektem Wege hergeleitet anzusehen. Im allgemeinsten Falle sind jene Größen aus zwischen  $p_1 p_2 p_3$  eingeschalteten Polygonzügen zu erhalten, sofern diese drei Punkte nicht durch Koordinaten aus einer Polygonierung gegeben sind. Eine analoge Bemerkung gilt für die drei Winkel  $w_1, w_2, w_3$ . Auch diese



müssen unter Umständen erst auf indirektem Wege hergeleitet werden, sofern die Sichten zwischen  $p_1, p_2, p_3$  nicht frei wären.

Aus der in I vorgeführten Untersuchung folgt, daß der zu suchende Abstand  $\rho = P_2 p_3$  die Lösung einer Gleichung zweiten Grades erfordert.

Mit den Bezeichnungen der Fig. 3 erhält man vorerst die folgenden Gleichungen:

$$s_1 = m \frac{\sin w_1}{\sin(w_1 + \varphi_1)}, \quad s_1 = a \frac{\sin \gamma_1}{\sin(w - w_3 - \varphi_1)} \dots 9)$$

$$\rho = s_1 \cos(w - w_3 - \varphi_1) + a \cos \gamma_1 \dots 10)$$

$$s_2 = n \frac{\sin w_2}{\sin(w_2 + \varphi_2)}, \quad s_2 = b \frac{\sin \gamma_2}{\sin(w_2 - \varphi_2)} \dots 11)$$

$$\rho = s_2 \cos(w_2 - \varphi_2) + b \cos \gamma_2 \dots 12)$$

Aus 10) folgt mit dem aus der zweiten der Gleichungen 9) sich ergebenden Werte von  $s_1$

$$\text{tang } \varphi_1 = \frac{\rho \sin(w - w_3) - a \sin(w + \gamma_1 - w_3)}{\rho \cos(w - w_3) - a \cos(w + \gamma_1 - w_3)} \dots 13)$$

während aus 9)

$$\text{tang } \varphi_1 = \frac{m \sin w_1 \sin(w - w_3) - a \sin \gamma_1 \sin w_1}{m \sin w_1 \cos(w - w_3) + a \sin \gamma_1 \cos w_1} \dots 14)$$

wird.

Aus 13) und 14) folgt daher:

$$m \sin w_1 - \rho \sin(w + w_1 - w_3) + a \sin \gamma_1 \cos(w + w_1 - w_3) + a \cos \gamma_1 \sin(w + w_1 - w_3) = 0 \dots 15)$$

In analoger Weise wird mit Benützung der beiden Gleichungen 11) und der Gleichung 12)

$$n \sin w_2 - \rho \sin(w_2 + w_3) + b \sin \gamma_2 \cos(w_2 + w_3) + b \cos \gamma_2 \sin(w_2 + w_3) = 0 \dots 16)$$

Wegen

$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1$$

kann man 16) auch die Form geben

$$n \sin w_2 - \rho \sin(w_2 + w_3) - b \sin \gamma_1 \cos(w_2 + w_3 + \gamma) + b \cos \gamma_1 \sin(w_2 + w_3 + \gamma) = 0 \dots 17)$$

Wird aus 15) und 17) der Winkel  $\gamma_1$  eliminiert, so erhält man die gesuchte zur Bestimmung von  $\rho$  dienende Gleichung. Diese Elimination kann so vorgenommen werden, daß man aus 15) und 17)  $\sin \gamma_1$  und  $\cos \gamma_1$  wie zwei voneinander unabhängige Unbekannte bestimmt, also durch  $\rho$  und die bekannten Größen ausdrückt und sodann die Bedingung

$$\sin^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_1 = 1$$

benützt.

Mit den Abkürzungen

$$w_2 + w_3 = \delta, \quad w + w_1 - w_3 = \varepsilon, \quad w + w_1 + w_2 + \gamma = \eta \dots 18)$$

erhält man schließlich zur Bestimmung von  $\rho$  die Gleichung

$$a^2 b^2 \sin^2 \eta = [a^2 n \sin^2 w_2 + b^2 m^2 \sin^2 w_1 + 2 abm n \sin w_1 \sin w_2 \cos \eta] - 2 \rho [a^2 n \sin w_2 \sin \delta + b^2 m \sin w_1 \sin \varepsilon + ab \cos \eta \{m \sin w_1 \sin \delta + n \sin w_2 \sin \varepsilon\}] + \rho^2 [a^2 \sin^2 \delta + b^2 \sin^2 \varepsilon + 2 ab \sin \delta \sin \varepsilon \cos \eta] \dots 19)$$





zu finden, so gilt natürlich dieselbe Lösung. Die Aufgabe stellt sich dann als eine Erweiterung zum Vorwärtseinschneiden dar, sofern dann eben von drei gegebenen Punkten durch je eine äußere Richtung drei neue Punkte zu finden sind. Die Lösung setzt wieder voraus, daß das Dreieck  $P_1 P_2 P_3$  für sich bestimmt ist.

Das erweiterte Vorwärtseinschneiden kann auch für die Gewinnung neuer Standpunkte bei Meßtischaufnahmen in Ausnahmefällen von Bedeutung werden, nur daß dann jede die Ermittlung der Lage des Dreiecks  $P_1 P_2 P_3$  betreffende Rechnung entfällt.

Sind nämlich drei zugängliche Punkte  $p_1 p_2 p_3$  am Tisch gegeben, während für die Detailaufnahme  $P_1 P_2 P_3$  als Aufstellungspunkte am Meßtisch bestimmt werden sollen, so ist die Lösung dieser Aufgabe auch dann noch möglich, wenn von  $p_1 p_2 p_3$  je einer der künftigen Aufstellungspunkte sichtbar wäre.

Wird der Tisch in  $p_1 p_2 p_3$  der Reihe nach orientiert aufgestellt, so können die Strahlen nach den zu bestimmenden Punkten gezogen werden. Werden dann die auf direktem oder indirektem Wege herzuleitenden Seiten des Dreiecks  $P_1 P_2 P_3$  in dem Maßstabe der Aufnahme auf Pauspapier übertragen, so kann man durch Verschieben des letzteren die Ecken dieses Dreiecks in die drei am Tisch gezogenen Strahlen einpassen. Für jede Aufstellung hat man dann einen Strahl zur Orientierung.

Da im Sinne der Instruktion für Meßtischaufnahmen, Wien 1907, für die sogenannte Detailtriangulierung ohnehin in den gegebenen Punkten des Netzes IV. Ordnung Aufstellungen des Tisches vorgenommen werden müssen, so kann für die Gewinnung neuer Standpunkte in unübersichtlichem Gebiete diese Lösung herangezogen werden.

Graz, im November 1910.

## Studien zur Viertelmethode der Geodäsie.

Von Dr. Lothar v. Schrutka in Wien.

1. Die als Viertelmethode bezeichnete Näherungsmethode für die Absteckung eines Kreisbogens im Felde beruht bekanntlich auf der Tatsache, daß die Pfeilhöhe für den halben Zentriwinkel um so genauer gleich dem Viertel der Pfeilhöhe für den ganzen Zentriwinkel ist, je kleiner dieser Zentriwinkel ist.

