

Paper-ID: VGI_191131



Parallelität zwischen Orientierung und Nivellement

Ehrenfeucht ¹

¹ *Adj.-Professor an der Technischen Hochschule in Riga*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **9** (8), S. 242–249

1911

BibTEX:

```
@ARTICLE{Ehrenfeucht_VGI_191131,  
  Title = {Parallelit{"a}t zwischen Orientierung und Nivellement},  
  Author = {Ehrenfeucht, },  
  Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {242--249},  
  Number = {8},  
  Year = {1911},  
  Volume = {9}  
}
```



der Grundsteuer und der damit verbundenen Vermessungs- und Besitzstandsberichtigungsarbeiten in allen Ländern der diesseitigen Reichshälfte zu Ende zu führen. Hieran reihten sich die Arbeiten zur Einführung der Evidenzhaltung der aus der Regelung der Grundsteuer hervorgegangenen Operate. In Verbindung damit stand die Regelung der Wechselbeziehungen zwischen den neuen Grundbüchern und den Einrichtungen des Grundsteuerkatasters. Hiezu trat in weiterer Folge die Revision des Grundsteuerkatasters auf Grund des Gesetzes vom 12. Juli 1896 und die im Jahre 1901 eingeleitete Aktion wegen teilweiser Erneuerung der Katasterpläne in mehreren Kronländern.

Hofrat Jusa war zur Mitwirkung an der Lösung aller dieser Aufgaben berufen, hat an der Schaffung der Grundlage zu der im Jahre 1894 erfolgten namhaften Vermehrung des Personalstandes der Vermessungsbeamten und Verbesserung der Lage dieser Beamten mitgewirkt und auch an dem Zustandekommen neuer Vermessungsinstruktionen werktätig teilgenommen. In jüngster Zeit war ein Teil seiner Tätigkeit der Verfassung einer neuen Instruktion für die Katastralmappenarchive gewidmet und gegenwärtig obliegt demselben die Ergänzung beziehungsweise die Umarbeitung der von ihm verfaßten «Zusammenstellung der Gesetze und Vorschriften betreffend den Grundsteuerkataster und dessen Evidenzhaltung.»

Jusa wurde im Jahre 1895 zum Evidenzhaltungsdirektor in der VI. Rangsklasse ernannt, im Jahre 1898 durch Verleihung des Ordens der Eisernen Krone dritter Klasse und im Jahre 1903 durch Verleihung des Titels und Charakters eines Hofrates ausgezeichnet.

Möge sich der Jubilar, wenn er in diesen Tagen auf sein Lebenswerk zurückblickt, der Wertschätzung und Dankbarkeit aller jener versichert halten, die seinem unermüdlichen Schaffen nahestanden.

Parallelität zwischen Orientierung und Nivellement.

Von Adj.-Professor Ehrenfeucht an der Technischen Hochschule in Riga.

Zwischen den beiden Elementar-Aufgaben der Horizontal- und Vertikal-aufnahmen: der Orientierung und dem Nivellement läßt sich eine recht weitgehende Parallelität nachweisen.

1. Elementare Begriffe und Methoden.

Orientierung.

Denken wir uns zwei Vertikalebene, welche durch je zwei gerade Linien bestimmt sind. Diese Ebenen schneiden sich in einer vertikalen Geraden, die für gewöhnlich in endlicher Entfernung steht.

Nivellement.

Denken wir uns zwei Horizontalebene, welche durch je zwei Punkte bestimmt sind. Diese Ebenen schneiden sich in einer horizontalen Geraden, die stets in der Unendlichkeit liegt.

Die gegenseitige Lage zweier beliebiger Ebenen kann durch einen zu beiden Ebenen normalen Kreisbogen bestimmt werden, dessen Zentrum auf der Schnittlinie beider Ebenen liegt. Im Fall vertikaler Ebenen muß dieser Kreis in einer horizontalen Ebene liegen und sein Radius kann eine beliebige Größe sein; folglich kann der Kreisbogen zwischen beiden Ebenen in bestimmter Weise nur durch Winkelmaß ausgedrückt werden.

Haben wir es dagegen mit zwei horizontalen Ebenen zu tun, so wird der dieselbe senkrecht schneidende Kreisbogen sich in eine vertikale geradelinige Strecke verwandeln, welche auf bestimmte Weise nur in linearem Maße ausgedrückt werden kann.

Somit läßt sich sowohl ein Horizontalwinkel zwischen zwei Geraden, wie auch eine Höhendifferenz zweier Punkte durch die relative Lage zweier vertikaler respektive horizontaler Ebenen bezeichnen. Im ersten Falle kann dieselbe an einem horizontalen Kreise (Limbus), im letzteren an einer vertikalen Geraden (Latte) gemessen werden.

Die Bestimmung der Horizontalwinkel und der Höhendifferenzen kann bekanntlich nach drei Methoden erfolgen: der geometrischen, trigonometrischen und physikalischen. Nach der geometrischen Methode wird die gesuchte Größe als Differenz zweier unmittelbarer Ablesungen oder als algebraische Summe dieser Differenzen ermittelt. Die trigonometrische Methode besteht darin, daß man den gesuchten Horizontalwinkel oder die Höhendifferenz durch indirekte Messungen und trigonometrische Rechnung ermittelt.

Diese Methode findet bei der Orientierung nur äußerst selten Anwendung (z. B. Lotverfahren in Schächten.)

Die Methode der physikalischen Orientierung und Nivellierung beruht auf der Anwendung des physikalischen Gesetzes von der Unveränderlichkeit der Richtung der Magnetnadel und der Abnahme des atmosphärischen Druckes mit zunehmender Höhe. Diese Methode besteht im wesentlichen darin, daß der Horizontalwinkel zwischen zwei Linien aus den magnetischen Azimuten derselben und die Höhendifferenz zweier Punkte aus dem in ihnen gemessenen atmosphärischen Druck ermittelt wird. Die physikalische Methode der Orientierung und Nivellierung übertrifft alle anderen in bezug auf Einfachheit, Geschwindigkeit und Billigkeit besonders in Bergen, Schichten, unterirdischen Galerien u. dgl. Ein Vorzug dieser Methode besteht auch darin, daß der hierbei bestehende natürliche physikalische Zusammenhang eine jede künstliche Verbindung der gegebenen Punkte oder Linien unnötig macht. Diesen Vorzügen steht jedoch als nicht unwesentlicher Nachteil die verhältnismäßig geringe Genauigkeit der physikalischen Methoden gegenüber. Um diese Genauigkeit zu erhöhen, muß man korrespondierende Beobachtungen machen, d. h. solche, die entweder gleichzeitig ausgeführt oder doch auf die gleiche Zeit reduziert werden können.

Nach Feststellung der Analogie zwischen den Orientierungs- und Nivellierungsmethoden soll im Folgenden näher auf die geometrische Methode eingegangen werden.

2. Die geometrische Methode der Orientierung und Nivellierung.

Der Horizontalwinkel zwischen zwei Geraden kann als Differenz ihrer Richtungswinkel ermittelt werden, welche auf den Meridian oder eine Dreiecksseite bezogen sind.

Und umgekehrt:

Die Bestimmung des Richtungswinkels einer Geraden $a a'$ läßt sich auf die Bestimmung des Horizontalwinkels zwischen dieser Geraden und einer anderen $b b'$ zurückführen, deren Richtung bereits bekannt ist. Zur Lösung dieser Aufgabe wird zwischen diesen Geraden eine Anzahl von Zwischenlinien (Polygonzug) so eingeschaltet, daß die Winkel zwischen je zwei Nebenseiten unmittelbar gemessen werden können. Die Summe der einzelnen gemessenen Winkel ergibt dann den gesuchten Winkel zwischen $a a'$ und $b b'$.

Die Höhendifferenz zweier Punkte kann als Differenz ihrer Höhenkoten ermittelt werden, welche auf das Meeresniveau oder irgend einen Reper bezogen sind.

Die Bestimmung der Höhenkote eines Punktes A läßt sich auf die Bestimmung der Höhendifferenz zwischen diesem Punkt und einem anderen B zurückführen, dessen Höhenkote bereits bekannt ist. Zur Lösung dieser Aufgabe wird zwischen den beiden gegebenen Punkten eine Reihe von Zwischenpunkten (Nivellierzug) so eingeschaltet, daß die Höhendifferenzen je zweier benachbarter Punkte unmittelbar gemessen werden können. Die Summe der einzelnen gemessenen Höhendifferenzen ergibt dann die gesuchte Höhendifferenz der Punkte A und B .

Somit läßt sich die geometrische Orientierung auf das unmittelbare Messen von Horizontalwinkeln, das geometrische Höhenmessen auf die unmittelbare Bestimmung der Höhendifferenzen zurückführen. Die zur Lösung der beiden Aufgaben dienenden Instrumente setzen sich aus folgenden notwendigen Bestandteilen zusammen:

1. Einer Teilskala, an welcher man die relative Lage zweier Vertikal, bzw. Horizontalebene bestimmen kann. Am Theodolit erscheint diese Skala als horizontaler Limbus, am Nivellierinstrument als vertikale Latte.

2. Einer Kollimationsebene, die beim Theodolit eine vertikale, beim Nivellierinstrument eine horizontale Lage haben muß. Als eine solche Kollimationsebene gilt die Ebene, welche von der Kollimationsaxe des Fernrohres OC um die senkrecht zu ihr stehende Drehaxe Oy beschrieben wird. Die Drehaxe Oy soll im Theodolit eine horizontale, im Nivellierinstrument eine vertikale Lage haben. In jedem Instrument sollen die beiden Axen senkrecht zu einander stehen.

Ein wesentlicher Unterschied in der Konstruktion von Theodolit und Nivellierinstrument besteht darin, daß im Theodolit die Kollimationsebene und die Skala (Limbus) ein zusammenhängendes Ganzes bilden, während im Nivellierinstrument die Kollimationsebene und die Skala (Latte) vollkommen von einander getrennt sind und vollständig unabhängig von einander aufgestellt werden. Dagegen läßt sich eine vollkommene Analogie zwischen einem Theodolit und einem kathetometerartigen Nivellierinstrument durchführen. In diesem Falle entspricht

der horizontalen Drehaxe des Theodolits die vertikale Drehaxe des Nivellierinstrumentes, dem horizontalen Limbus die vertikale Skala, und der vertikalen Drehaxe des Theodolits die vertikale Gleitaxe des Nivellierinstrumentes.

Das Messen der Winkel und Höhendifferenzen mit den justierten und richtig auf gestellten Instrumenten geschieht folgendermaßen: Es sei mit dem Theodolith der Horizontalwinkel zwischen zwei Geraden xa und xb , und mit dem Nivellierinstrument und Latte die Höhendifferenz der Punkte A und B zu messen. Im ersten Fall handelt es sich um die Messung des Winkelabstandes zweier vertikaler Ebenen, im zweiten um die Messung des linearen Abstandes zweier horizontaler Ebenen. In beiden Fällen erhält man die gesuchte Größe (Winkel, Höhendifferenz) als Differenz zweier Ablesungen, von welchen jede den Abstand der einzelnen Ebenen von einer dritten Ebene angibt, die in einer gewissen Beziehung zur zufälligen Lage des Instrumentes steht. Im gewöhnlichen Nivellierinstrument ist diese dritte Ebene die Kollimationsebene des Instrumentes selbst, im Theodolit und kathetometerartigen Nivellierinstrument gilt als dritte Ebene diejenige Lage der Kollimationsebene, welche der Nullablesung entspricht.

Der einzige Unterschied zwischen dem Messen der Winkel und Höhendifferenzen besteht darin, daß im Theodolit der Limbus feststeht und die Kollimationsebene verschoben wird, indem sie zur Koinzidenz mit der Vertikalebene xa und xb gebracht wird, während im gewöhnlichen Nivellierinstrument bei beiden Ablesungen die Kollimationsebene ihre Lage beibehält und dafür die Latte fortbewegt wird, indem ihr Nullpunkt bald mit A , bald mit B zur Koinzidenz gebracht wird. Bei dem kathetometerartigen Nivellierinstrument mit feststehender Skala muß die Kollimationsebene zur Koinzidenz mit den Horizontalebene A und B gebracht werden, d. h. es muß mit dem Fernrohr sowohl die Marke A (der einen Latte), als auch die Marke B (der anderen Latte) anvisiert werden, so daß sich auch in dieser Beziehung eine vollständige Analogie mit dem Theodolit ergibt.

3. Die Theorie eines gewöhnlichen Nivellierinstrumentes, der Theorie des Theodolits in Parallele gestellt.

1. Limbus-, bezw. Lattenneigungsfehler. Nehmen wir an, daß der Theodolit in jeder Beziehung justiert und richtig aufgestellt ist, mit alleiniger Ausnahme des Limbus $L\Omega$, welcher von seiner richtigen horizontalen Lage $H\Omega$ um den sehr kleinen Winkel ω (Fig. 1 a) abweicht. Wie aus der Theorie des Theodolits bekannt, muß in einem solchen Fall jede Ablesung N am Limbus

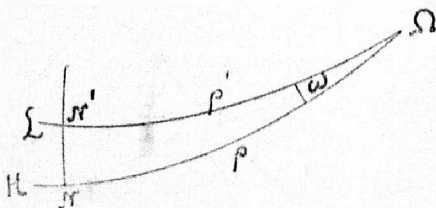


Fig. 1 a.

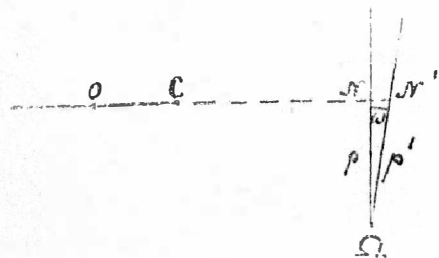


Fig. 1 b.

um $p - p' = -\frac{1}{2} \omega^2 \sin 2p'$ verbessert werden. Wenn der Bogen p' sehr klein ist, so kann in der letzten Formel $\sin 2p'$ durch $2p'$ ersetzt werden, worauf diese Formel in

$$p - p' = -\frac{1}{2} \omega^2 p' \quad (b)$$

übergeht. In dieser Form aber findet sie auch beim Nivellieren Anwendung, indem sie die Korrektur wegen nicht vertikaler Lattenstellung darstellt, was unmittelbar aus der Fig. 1 b ersichtlich ist. Wenn nämlich $\Omega N'$ eine Schiefe um den sehr kleinen Winkel ω von der Vertikalen abweichende Lattenstellung bezeichnet, so bedarf die Ablesung einer Korrektur um

$$p - p' = p' \cos \omega - p' = -\frac{1}{2} \omega^2 p',$$

was vollkommen mit (b) übereinstimmt. Fällt der Nullpunkt der Latte mit demjenigen Punkt Ω zusammen, mit welchem sie auf den anzunivellierenden Punkt aufgestellt oder an denselben angehängt wird, so ist $p' = N'$ und die letzte Formel geht über in $N = N' - \frac{1}{2} \omega^2 N'$.

2. Kollimationsfehler. Es möge die Kollimationsaxe des Fernrohres OC nicht streng senkrecht zu ihrer Drehaxe Oy stehen, sondern mit ihr einen

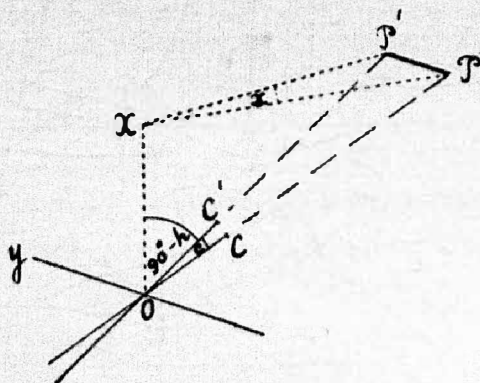


Fig. 2 a.

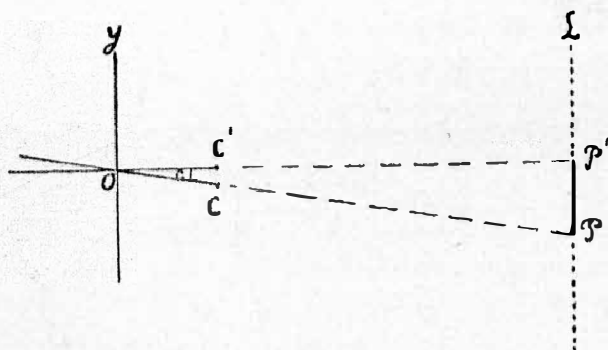


Fig. 2 b.

Winkel $COy = \frac{\pi}{2} + c$ bilden (Fig. 2 a und 2 b). Es sei das Fernrohr OC auf einen in der Entfernung $OP = d$ vom Instrument befindlichen Punkt P gerichtet. Denken wir uns nun die Kollimationsaxe OC in die richtige Lage $OC \perp Oy$ hineingebracht, indem wir sie in der Ebene yC den kleinen Winkel $CO'C = c$ beschreiben lassen. Das Ende P der Visierlinie beschreibt nun hierbei einen Kreisbogen $PP' = d \cdot c$, den wir wegen seiner Kleinheit als geradlinige, der Axe Oy parallele Strecke betrachten können.

Wenn also die Kollimationsaxe des Theodolits OC (Fig. 2 a) auf den Punkt P gerichtet ist, so würde die Kollimationsaxe OC' des justierten Instrumentes auf den Punkt P' gerichtet werden. Oder wenn wir nach der Justierung des Theodolits seine Zielaxe OC' auf den gegebenen Punkt P richten würden, so müßten wir die Alhidade um ihre vertikale Drehaxe OY um den kleinen Winkel $x = P'XP$ drehen, welcher den Kollimationsfehler darstellt, und dessen Wert sich aus folgenden Formeln ergibt:

$$XP = XP' = d \cdot \cos h,$$

$$x = \frac{PP'}{XP} = \frac{d \cdot c}{d \cdot \cos h}; \quad x = \frac{c}{\cos h}.$$

Somit ergibt sich im Theodolit der Kollimationsfehler $= \frac{c}{\cos h}$, im Nivellierinstrument $= d \cdot c$. Trotz ihrer verschiedenen algebraischen Form bezeichnen diese Formeln geometrisch ein und denselben Kreisbogen PP' , ausgedrückt in Winkel, respektive linearem Maß.

Die Justierung des Instrumentes erfolgt durch Verschiebung des Fadenskreuzes in der der Drehaxe OY parallelen Richtung, d. h. im Theodolit in horizontaler, im Nivellierinstrument in vertikaler Richtung.

3. Neigungsfehler der Fernrohrdrehaxe OY . Es möge die Drehaxe OY des Fernrohres von ihrer richtigen Lage um den kleinen Winkel i abweichen, d. h. sie möge beim Theodolit den kleinen Winkel i mit der hori-

Wenn die Kollimationsaxe OC des Nivellierinstrumentes (Fig. 2 b) auf den Punkt P der Latte L gerichtet ist, so würde die Kollimationsaxe OC' des justierten Instrumentes auf den Punkt P' gerichtet werden. Der Lattenabschnitt PP' ergibt somit die Differenz der Ablesungen, entsprechend der richtigen (OC) und unrichtigen (OC') Zielaxe, d. h.

$$PP' = d \cdot c$$

ist der gesuchte Kollimationsfehler.

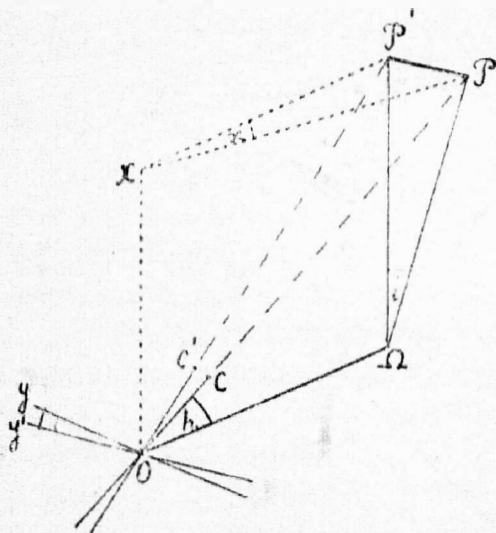


Fig. 3 a.

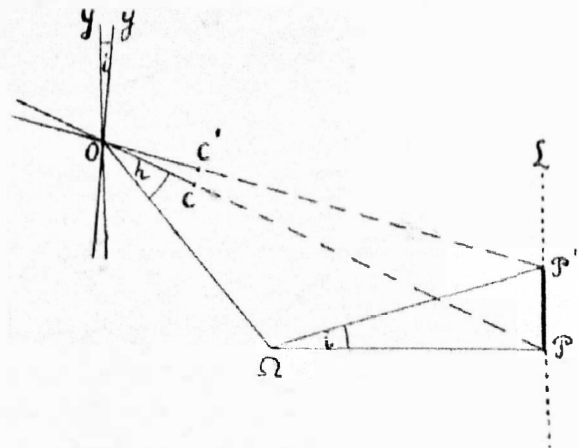


Fig. 3 b.

zontalen Ebene (Fig. 3 a), beim Nivellierinstrument mit der vertikalen Linie bilden. (Fig. 3 b). Die von der Kollimationsaxe $O C$ beschriebene Kollimationsebene $O \Omega P$ muß infolge dieses Fehlers beim Theodolit um den kleinen Winkel i von der vertikalen, beim Nivellierinstrument von der horizontalen Ebene abweichen. Es möge nun die Zielaxe $O C$ auf einen in der Entfernung $O P = d$ vom Instrument befindlichen Punkt P gerichtet sein. Denken wir uns die Axe $O y$ in die richtige Lage $O y'$ (Fig. 3 a und 3 b) hineingebracht, indem wir sie in der vertikalen Ebene den Winkel $y O y' = i$ beschreiben lassen, so wird sich die Kollimationsebene $O \Omega P$ um den Winkel i um die sowohl zu $O y$, wie zu $O y'$ senkrecht stehende horizontale Gerade $O \Omega$ drehen. Die Zielaxe $O C$ beschreibt hierbei einen Teil der Kegelfläche mit der Axe $O \Omega$, das Ende der Visierlinie P den kleinen Kreisbogen $P P'$ mit dem Zentrum Ω und dem Radius $\Omega P = \Omega P'$. Hieraus ergibt sich folgendes:

Wenn die Zielaxe des Theodolits $O C$ (mit geneigter Axe $O y$) auf den Punkt P (Fig. 3 a) gerichtet ist, so würde nach der Justierung des Instrumentes die Zielaxe $O C'$ auf den Punkt P' gerichtet sein. Damit die Zielaxe $O C'$ auch nach der Justierung des Theodolits auf denselben Punkt P gerichtet sei, muß man die Alhidade um den kleinen Winkel $x = P X P'$ zwischen den vertikalen Ebenen $X O P$ und $X O P'$ drehen, was einer Veränderung der Limbusablesung um x entspricht. Somit ist x die Ablesungskorrektur wegen der geneigten Lage der Umdrehungsaxe $O y$. Ihr Wert ergibt sich aus folgenden Formeln:

$$\Omega P = \Omega P' = d \sin h,$$

$$P P' = \Omega P \cdot i = d \cdot i \sin h (c)$$

$$X P = d \cos h; \quad x = \frac{P P'}{X P} = \frac{d \cdot i \sin h}{\cos h}$$

$$x = i \operatorname{tg} h.$$

Wenn die Zielaxe des Nivellierinstrumentes $O C$ mit geneigter Axe $O y$ (Fig. 3 b) auf den Lattenpunkt P gerichtet ist, so würde nach der richtigen Aufstellung der Umdrehungsaxe $O y'$ die Zielaxe $O C'$ auf einen Lattenpunkt P' gerichtet sein. Somit ist der Lattenabschnitt

$$P P' = d \cdot i \sin h (c)$$

die Ablesungskorrektur wegen der geneigten Lage der Drehaxe des Fernrohres $O y$.

Beide Ausdrücke für den Neigungsfehler der Drehaxe des Fernrohres: $i \operatorname{tg} h$ (für Theodolit) und $d i \sin h$ (für Nivellierinstrument) bezeichnen in Winkel-, respektive linearem Maß einen und denselben kleinen Bogenabschnitt $P P'$.

Um die geneigte Lage der Axe $O y$ am Instrument selbst zu berichtigen, muß man dieselbe in die gehörige Richtung bringen, ohne die richtige Stellung des Limbus (im Theodolit) oder der Latte (beim Nivellierinstrument) zu verändern. Da im Nivellierinstrument die Einstellung der Drehaxe $O y$ unabhängig von der Aufstellung der Latte geschieht, so kann hier die Neigung der Drehaxe $O y$ einfach vermittelst der Stellschrauben beseitigt werden. Im Theodolit aber

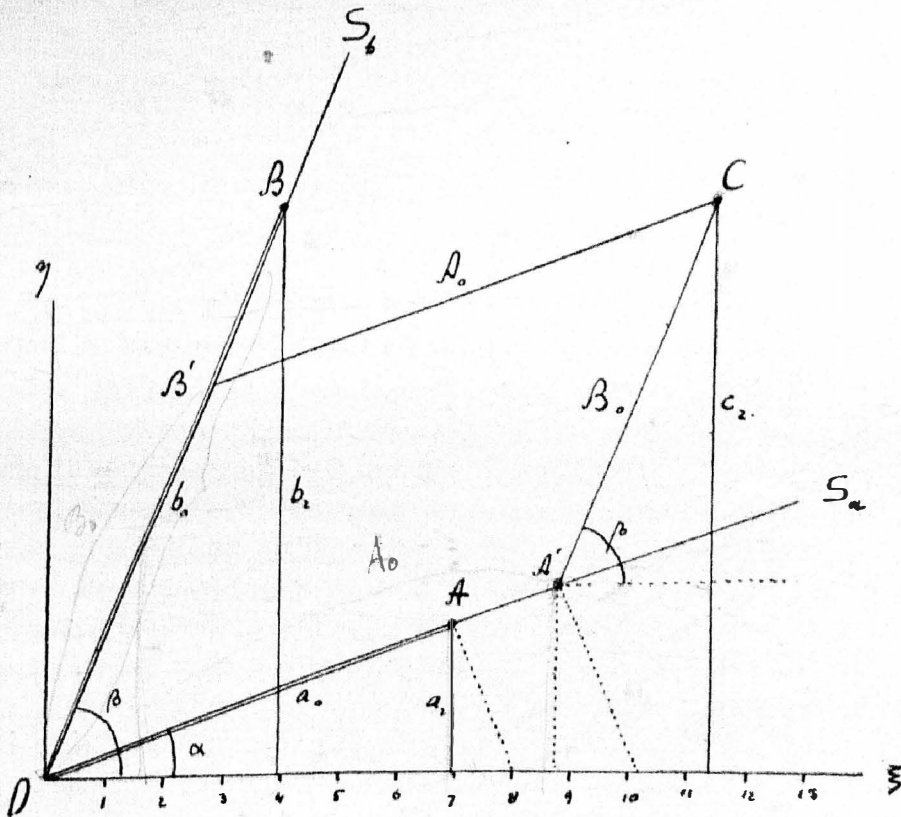
muß die Drehaxe Oy durch besondere Justierschraubchen in die richtige Lage gebracht werden. Somit erscheint der Neigungsfehler der Drehaxe des Fernrohres Oy als Instrumentalfehler im Theodolit und als Aufstellungsfehler im Nivellierinstrument.

Graphische Elimination mit zwei Unbekannten.

Von Prof. Karl Fuchs in Preßburg.

Es soll ein theoretisch interessantes Verfahren der graphischen Bestimmung zweier Unbekannten aus zwei Gleichungen beschrieben werden. Die gegebenen Gleichungen seien:

$$a_1 x + b_1 y = c_1 \quad a_2 x + b_2 y = c_2$$



In einem Achsenkreuz $\xi \eta$ konstruieren wir einen Punkt von A den Koordinaten a_1, a_2 und gewinnen so eine Hypotenuse a_0 und einen Strahl S_a . Dann konstruieren wir einen Punkt B von den Koordinaten b_1, b_2 und gewinnen eine Hypotenuse b_0 und einen Strahl S_b . Endlich konstruieren wir den Punkt C von den Koordinaten c_1, c_2 . Wenn wir dann auf Grund der gewonnenen Strahlen S_a, S_b und des Punktes C ein Parallelogramm konstruieren, dann gewinnen wir auf den Strahlen die Strecken $A_0 = OA'$ und $B_0 = OB'$, und es gilt dann, wie bewiesen werden soll:

$$A_0 = a_0 x \quad B_0 = b_0 y$$

d. h. A_0 ist die Unbekannte x , bezogen auf die Längeneinheit a_0 , und B_0 ist die Unbekannte y , bezogen auf die Längeneinheit b_0 . Durch schiefe Projektion