Paper-ID: VGI_191217

Rechenschieber zur direkten Ermittlung der Flächen von trapezförmigen Querprofilen bei ebenem horizontalem Terrain (System Friedrich Goethe.)

Friedrich Goethe [1]

[1] *k. k. Evidenzhaltungs-Obergeometer in Melk*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **10** (4), S. 105–110

1912

BibTEX:


```
@ARTICLE{Goethe_VGI_191217,
Title = {Rechenschieber zur direkten Ermittlung der Fl{\"a}chen von trapezf{\"o}rmigen Querprofilen bei ebenem horizontalem Terrain (System Friedrich Goethe.)},
Author = {Goethe, Friedrich},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {105--110},
Number = {4},
Year = {1912},
Volume = {10}
}
```

Rechenschieber

zur direkten Ermittlung der Flächen von trapezförmigen Querprofilen bei ebenem horizontalem Terrain. (System Friedrich Goethe.)

Von k. k. Evidenzhaltungs-Obergeometer **Goethe** in Melk.

Allgemeines.

Zur Ermittlung der anzuschüttenden oder auszuhebenden Erdmassen bei Eisenbahn-, Straßen- und Wasserbauten war man bisher auch bei ebenem, horizontalem Terrain genötigt, Querprofile in gewissen Abständen der Trasse zu konstruieren und zu zeichnen, um durch die sodann zu bestimmenden Flächen der einzelnen Querprofile die Grundlage für die Massenberechnung zu erhalten.

Diese trapezförmigen Querprofilsflächen wurden entweder direkt mit Rechnung oder gewöhnlich mit Zuhilfenahme eines Fadenplanimeters gefunden und war dieser Arbeitsvorgang bei größeren Projekten, abgesehen davon, daß nach der Flächenberechnung die gezeichneten Querprofile wertlos wurden, ein sehr umständlicher und besonders zeitraubender.

Letztere Momente gaben den Anlaß, ein Instrument zu konstruieren, auf welchem die zu ermittelnden Querprofilsflächen mit einer Einstellung sofort abzulesen sind, falls die Höhe des Dammes oder die Tiefe des Einschnittes bekannt ist, was ja für jeden Punkt der Trasse aus dem Längenprofile leicht entnommen werden kann.

Vorausgesetzt ist weiters, daß die Sohlen- oder Dammkronenbreite sowie die Böschungsverhältnisse des Einschnittes und Dammes bei größeren Teilen des Projektes dieselben bleiben, da eine Änderung der letzteren Daten selbstverständlich eine weitere Einstellung (die zweite) oder das Auflegen einer anderen entsprechenden Berechnungskurve nach sich zieht.

Übrigens ist der Arbeitsvorgang viel einfacher, als dies aus dem vorstehenden Satze beurteilt werden kann.

Begründung und Formeln.

Jedes Trapez kann in drei Teile zerlegt werden, und zwar in die eigentliche rechteckige oder quadratische Kernfläche F und in die beiden Seitenflächen f und f'.

Im ersteren Falle hängt F lediglich von h und B (Dammkronen- oder Sohlenbreite), im zweiten Falle f von h und $\frac{b}{h}$ (Böschungsverhältnis), sowie f' von h und $\frac{b'}{h}$ (Böschungsverhältnis) ab.

Daraus ersieht man, daß bei einer gegebenen Breite B und den bestimmten Böschungsverhältnissen $\frac{b}{h}$ und $\frac{b'}{h}$ nur die Höhe h einzustellen ist, um die übrigen Faktoren, also $F + (f + f')$ zu erhalten.

Ändert sich nur B, so ändert sich wohl F, dagegen bleiben $f + f'$ unverändert. Ändern sich $\frac{b}{h}$ und $\frac{b'}{h}$, so bleibt F unverändert, dagegen ändern sich f und f'.

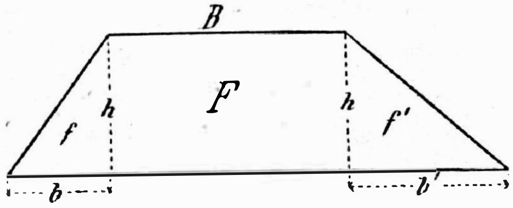

Fig. 1.

$$f = b\,\frac{h}{2}\,;\quad f' = b'\,\frac{h}{2}$$

$$f + f' = \frac{h}{2}\,(b + b')$$

1. Fall. $$b = h = b'$$

$$f + f' = \frac{b}{2}\,(h + h) = \frac{2\,h^2}{2} = h^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ 1)$$

2. Fall. $$b = n\,h = b'$$

$$f + f' = \frac{h}{2}\,(n\,h + n\,h) = \frac{2\,n\,h^2}{2} = n\,h^2 \quad \ldots\ 2)$$

3. Fall. $$b = n\,h\,;\quad b' = n'\,h$$

$$f + f' = \frac{h}{2}\,(n\,h + n'\,h) = (n + n')\,\frac{h^2}{2} \quad \ldots\ldots\ 3)$$

$$F = B\,h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ 4)$$

Die Gleichungen . . . 1) . . . 2) . . . 3) sind die einer Parabel, die Gleichung . . . 4) ist die einer Geraden.

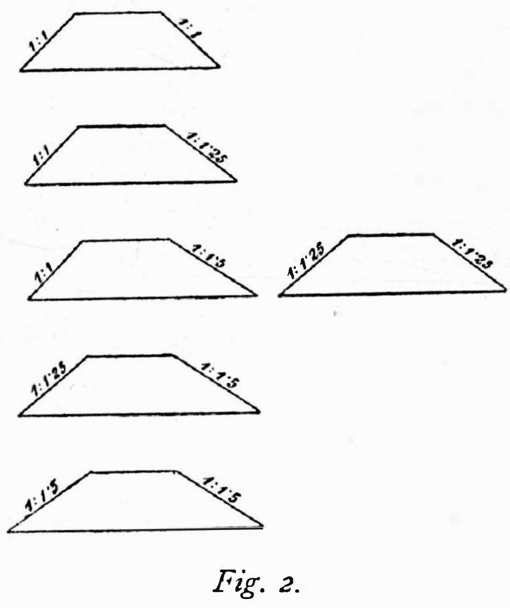

Fig. 2.

Um nun die Flächenberechnung dieser Querprofilstrapeze graphisch ausführen zu können, wurden vorerst die Parabeln für die gebräuchlichsten Böschungsverhältnisse bei Dämmen und Einschnitten konstruiert (natürlich kann für jedes andere Böschungsverhältnis ebenfalls eine Parabel hergestellt werden), und zwar derart, daß auf der Leitlinie der Parabel die m^2 aufgetragen werden und die betreffenden Senkrechten auf erstere die Höhe h des Trapezes ergeben, wie nachstehendes Beispiel zeigt:

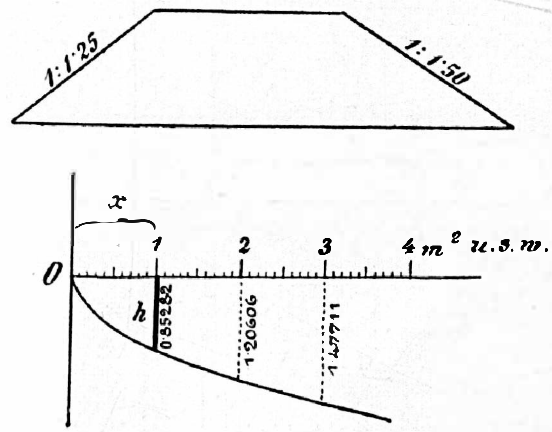

Fig. 3.

Die Parabel ist hier nach Gleichung . . . 3) konstruiert, und zwar

$$f + f' = (n + n')\,\frac{h^2}{2}$$

$$n = 1{\cdot}25\,h$$

$$n' = 1{\cdot}50\,h$$

Für $f + f' = x = 1\,m^2 = 1\,cm$ ergibt sich

$$1 = (1{\cdot}25 + 1{\cdot}50)\,\frac{h^2}{2} = 2{\cdot}75\,\frac{h^2}{2}.$$

$$h^2 = \frac{2}{2{\cdot}75} = 0{\cdot}72\,72\,72$$

$$h = \sqrt{0{\cdot}72\,72\,72} = \mathbf{0{\cdot}8528}\,cm.$$

Nachdem . . . 4) die Gleichung einer durch den Anfangspunkt der Koordinaten gehenden Geraden ist und die jeweilige rechteckige oder quadratische Fläche F des Profiles bei der Höhe h von der Dammkronen- oder Sohlenbreite B abhängt, so ergibt sich, wenn man in die allgemeine Gleichung $y = ax$ für $y = h$ und $x = F$ setzt, die Konstruktion dieser Geraden, wobei weiters a die Größe B angibt.

Aus dem später zu ersehenden graphischen Summierungsvorgange der Flächen $f + f'$ und F mußte das Koordinatensystem um 180° gedreht und x für y' und y für x' genommen werden.

Bei einer Dammkronenbreite von 3 m ergibt sich, wenn $y = 1$, für

$$x = \frac{y}{a} = \frac{1}{3}$$

und kann daher die Lage der die Dammkronenbreiten darstellenden Geraden wie folgt konstruiert werden und entspricht weiters jeder Punkt der so gefundenen Geraden dem gewünschten **Verhältnisse 1 : 3.**

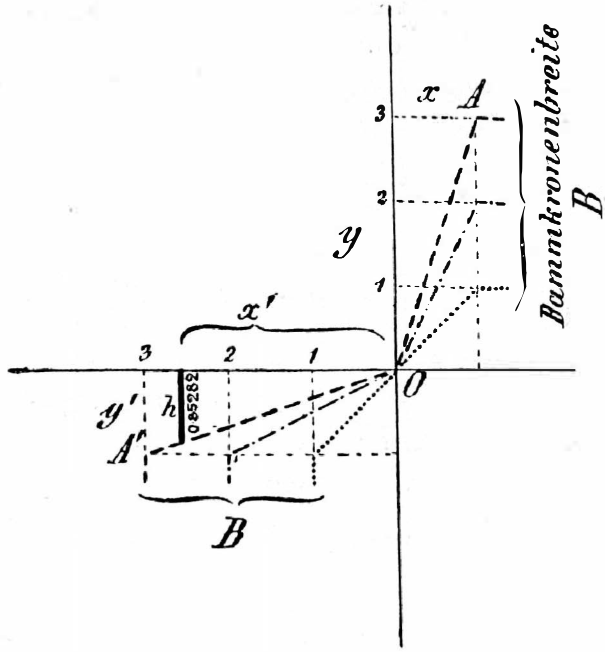

Fig. 4.

Nimmt man nun auch in diesem Falle wie bei der Parabelkonstruktion für 1 m^2 einen cm und trägt fortlaufend vom Anfangspunkte der Koordinaten nach links diese Teile auf, so erhält man bei eingestellter Linie (Faden) OA auf 3 m Dammkronenbreite für irgend eine Höhe h, z. B. 0·8528 m, die Fläche $F = x'$ mit 2·5584 m^2.

Da x (Parabel) $= f + f'$ und x' (Gerade) $= F$ zusammengenommen die gesuchte Fläche des ganzen Trapezes ergeben, kann die Gesamtfläche nur dadurch ermittelt und direkt abgelesen werden, wenn man auf dem fortlaufenden Flächenmaßstabe x direkt an x' anreihen kann, was durch das Ineinanderschieben der Parabel in die Gerade und durch den durch den Scheitelpunkt der Parabel gehenden und bis zu dem genannten Flächenmaßstabe reichenden Indexstriche erzielt wird.

Nachstehendes am Instrumente angebrachte Beispiel wird diesen Summierungsvorgang genügend erklären.

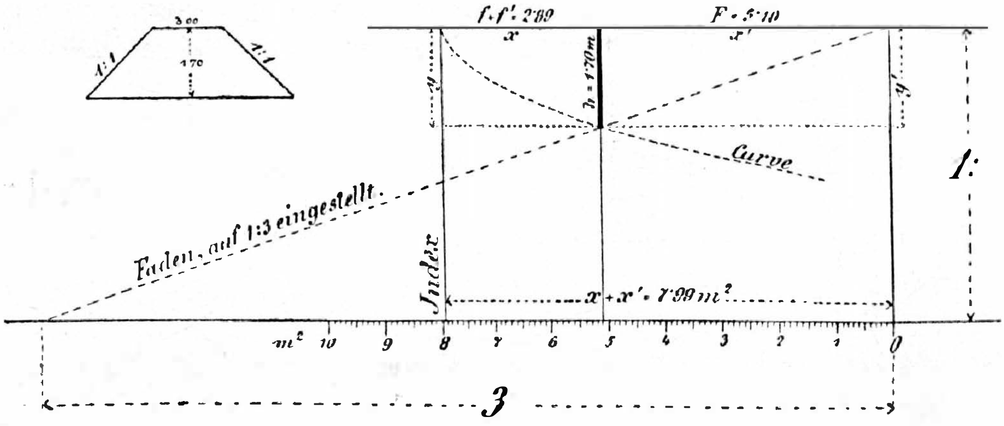

Fig. 5.

Da bei der Fläche F und der Lage der Geraden OA' für $h = n\ 1\ m$, $n\ 0{\cdot}1\ m$ oder $n\ 0{\cdot}01\ m$ immer dieselbe Größe x', nur multipliziert mit 1, 0·1 oder 0·01 herauskommt, dies aber bei den Flächen $f + f'$ und der Parabel nicht der Fall ist, da das Stück x immer mit 1^2, $0{\cdot}1^2$ und $0{\cdot}01^2$ multipliziert werden müsse, so ist man gezwungen, für die Einstellung des Instrumentes auf h in *cm* die Flächen $x = f + f'$ in schon durch $0{\cdot}1^2$ reduziertem Verhältnisse den gefundenen Flächen $x' = F$ anzureihen.

Dies wurde durch das Auftragen einer besonderen Jndexeinteilung (rot) für jeden einzelnen *cm* (bis 50) erreicht. Die einzelnen x für 1—50 sind übrigens auch aus der jeder Berechnungskurve beigegebenen Tabelle zu entnehmen.

Wenn man bei vorstehendem Beispiele (Fig. 5) h in *cm* nimmt, so ergibt sich folgende dargestellte Situation und ist nur zu bemerken, daß die gefundene Fläche bei h in *cm* mit 0·1 zu multiplizieren ist, nachdem die Kurve am Instrument für h in *dm* eingeteilt ist.

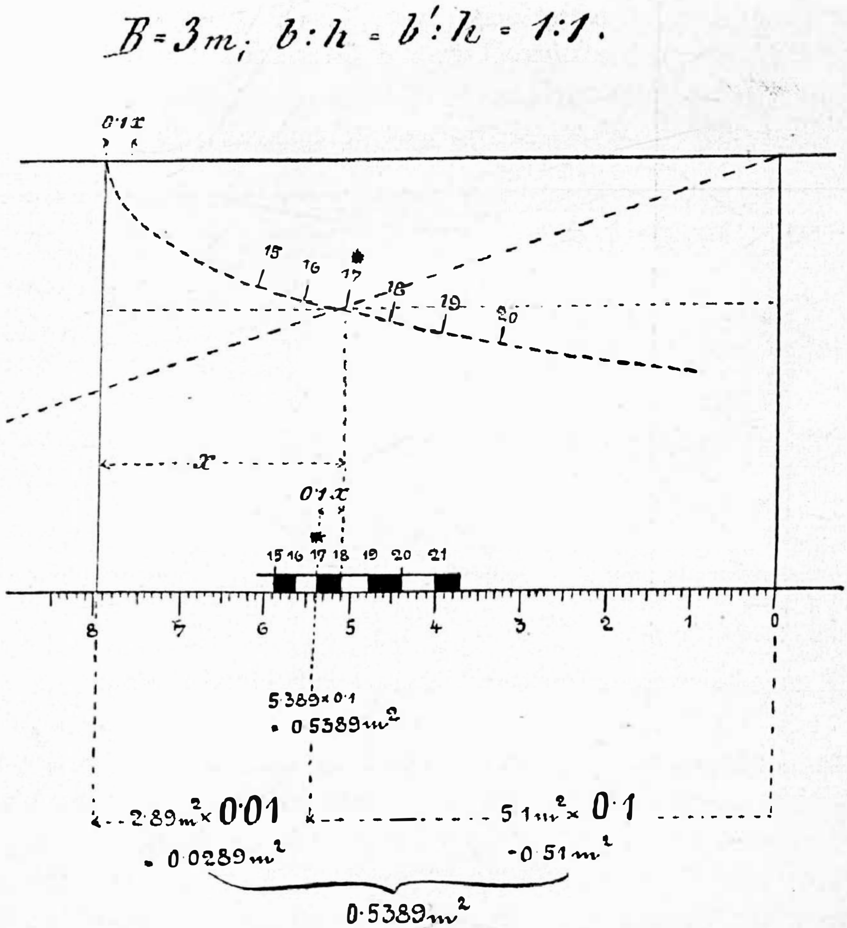

Fig. 6.

Die Flächen x' für die Kernflächen F können am Instrumente jedoch auch einzeln abgelesen werden, nachdem von jedem Teilungsstriche der Kurve die Ordinaten bis zur entsprechenden Einteilung am Flächenmaßstabe reichen.

Desgleichen kann auf vorstehende Art bei generellen Projekten auch die Kubatur zwischen zwei Querprofilen direkt gefunden werden, indem man die ermittelte halbe Fläche der beiden Querprofile (Damm und Einschnitt gesondert) mit der Länge multipliziert, am Instrumente also die Länge als Dammkronenbreite einstellt und die halbe Fläche als Höhe *h* benützt. Natürlich ist in diesen Fällen die Stellung der Dezimalen entsprechend zu berücksichtigen.

Arbeitsvorgang.

Derselbe ist sehr einfach und nach dem bereits Geschilderten leicht erklärlich.

Hat man bei einem Projekte die Flächen von Damm- und Einschnittrapezen zu berechnen, so legt man die mit den entsprechenden Böschungsverhältnissen bezeichnete Kurve auf den Schieber, stellt den Faden auf die Dammkronen- oder Sohlenbreite ein und hat dann nur mehr aus dem Längenprofile die Dammhöhe oder Einschnittstiefe abzugreifen, um dieselbe (*h*) am Instrument einschieben zu können und somit direkt die Fläche zu erhalten.

Natürlich wird es angezeigt sein, zuerst alle Anschüttungsflächen, sodann die Einschnittsflächen zu bestimmen, um ein öfteres Wechseln der Kurven und Einstellen des Fadens zu vermeiden.

Zur Eintragung der Daten dürfte nachstehende Tabelle sich eignen:

Querprofil km	Damm			Einschnitt			Fläche		Halbe Fläche		Summe der halben Flächen		Distanz	Maße		Anmerkung
	B	b/h b'/h	h	B	b/h b'/h	h	Damm	Einschnitt	Damm	Einschnitt	Damm	Einschnitt		Damm	Einschnitt	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

Bei Anwendung dieses Rechenschiebers entfällt daher das Zeichnen der Querprofile in ebenem horizontalem Terrain und ist die Flächendifferenz bei geringen stetigen Terrainneigungen auch keine so bedeutende, um denselben nicht auch in solchen Fällen zur Anwendung bringen zu können, besonders wenn man hiebei jedes Trapezoid für sich gleich wie Einschnittsflächen berechnet.

Wesentliche Dienste kann dieses Instrument aber bei generellen Projekten und bei Umlegungen oder Suchen von Trassen wegen Massenausgleiches leisten, da mit Hilfe dieses Instrumentes aus dem Längenprofile alle notwendigen Daten inklusive der Kubatur ohne Rechnung abgeschoben und ermittelt werden können.