

Paper-ID: VGI_191319



Ein interessanter Fall der Ausscheidung von Beobachtungen

Siegmond Wellisch ¹

¹ *Bauinspektor der Stadt Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **11** (5), S. 142–146

1913

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_191319,  
Title = {Ein interessanter Fall der Ausscheidung von Beobachtungen},  
Author = {Wellisch, Siegmund},  
Journal = {{\u00}sterreichische Zeitschrift f{\u00}r Vermessungswesen},  
Pages = {142--146},  
Number = {5},  
Year = {1913},  
Volume = {11}  
}
```



Ein interessanter Fall der Ausscheidung von Beobachtungen.

Von S. Wellisch.

Über die Berechtigung zur Ausscheidung von Beobachtungen zum Zwecke einer Verbesserung des arithmetischen Mittels finden sich in manchen Schriften beachtenswerte Äußerungen. Männer wie Gauß, Hagen, Bessel, Baeyer, Gerling, Faye, Bertrand und Czuber haben gewichtige Erklärungen in dieser praktisch bedeutungsvollen Frage abgegeben, die zum Teil auch in meinem Buche über die «Theorie und Praxis der Ausgleichsrechnung», I. Bd. § 40, aufgenommen erscheinen. Neben jenen Namen, die gegen jede Ausschließung von Beobachtungen sich ausgesprochen haben, wäre insbesondere Gauß zu nennen, der im Jahre 1830 an Bessel schrieb: «Ich habe das System meiner Hauptdreiecke sorgfältig ausgeglichen, ohne alle Willkür, ohne Auswählen oder Ausschließen», ein Ausspruch, der unter den am angeführten Orte gesammelten Zitaten noch an erster Stelle einzureihen wäre.

Ein eklatantes Beispiel, das als ein klassischer Beleg dafür gelten kann, wie ungerechtfertigt es ist, einzelne Beobachtungen aus dem Grunde zu verwerfen, weil sie von den übrigen ziemlich abweichen, bietet die Ermittlung des Verhältnisses der Wiener Klafter zum Meter durch Prof. S. Stampfer, welches in dem für die Geschichte des österreichischen Kataster- und Vermessungswesens so wertvollen Aufsätze von Hofrat A. Broch: «Das Normalmaß der österreichischen Katastralvermessung vom Jahre 1817, dessen Vergleichung mit dem Meter etc.» in dieser Zeitschrift, 11. Jahrgang 1913, besprochen wird. In dieser Abhandlung werden die von Stampfer zur Feststellung des Verhältnisses der genannten beide Maße herangezogenen Versuche erwähnt und wird das von ihm ermittelte Endergebnis angegeben, ohne daß hiebei die wohl nicht mehr in den Rahmen dieser Abhandlung fallenden Zahlenwerte, die zu diesem Endergebnisse führten, mitgeteilt werden.

Es seien daher die im 20. Bande der Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes, 1839, von Stampfer gebrachten Verhältnisse der Wiener Klafter zum Meter hier ziffermäßig angesetzt:

1. Nach Liesganig 1,896.614 *m*
2. Nach einer Ableitung aus der auf dem Komparator von Voigtländer aufgetragenen Toise 1,896.666 *m*
3. Aus der Vergleichung mit dem im polytechnischen Institute befindlichen Meter-Etalon von Lenoir, u. zw.:
 - a) im Mittel aus den Kanten 1,896.663 *m*,
 - b) in der Mitte der Stoßflächen 1,896.647 *m*,
4. Aus der Vergleichung mit dem im polytechnischen Institute befindlichen Etalon der halben Toise, u. zw.:
 - a) im Mittel aus den Kanten 1,896.562 *m*,
 - b) in der Mitte der Stoßflächen 1,896.522 *m*,

5. Aus der Vergleichung mit dem österreichischen Basis-
meßapparat*) 1,896.677 *m*,
6. Nach einer Ableitung der Länge des Sekundenpendels in
Wien aus jener des Sekundenpendels in Paris, u. zw.:
- a) nach der Formel $L = 0,996.09745 - 0,005.07188 \cos^2 \varphi^{**})$. . 1,896.680 *m*,
- b) nach der Formel $L = 0,996.1225 - 0,005.15352 \cos^2 \varphi^{***})$. 1,896.658 *m*.

Von diesen 9 Verhältnissen schied Stampfer zunächst die beiden aus der halben Toise erhaltenen Ergebnisse (Post 4) aus, weil mit Ausnahme dieser Ergebnisse, deren größere Abweichungen ihm auf einen konstanten Fehler hinzudeuten schienen, die übrigen ziemlich gut übereinstimmten. Er erhielt als Mittelwert nebst wahrscheinlicher Unsicherheit

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1,896.6579 \pm 0,000 \ 0059 \ m,$$

wobei die Berechnung der wahrscheinlichen Unsicherheit, ohne daß es von Stampfer angegeben wird, nach der Formel

$$q = 0,67 \sqrt{\frac{[v \ v]}{n(n-1)}}$$

erfolgte. Sodann ließ Stampfer auch die etwas mehr abweichende Verhältniszahl Liesganig's (Post 1) weg und erhielt aus den 6 übrigen Werten

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1,896.6657 \pm 0,000.0037 \ m, \dagger)$$

welchem Endresultate er die Bemerkung beifügte: «Bei der großen Verschiedenheit und gegenseitigen Unabhängigkeit der Wege, auf welchen obige Verhältnisse gefunden wurden und bei der guten Übereinstimmung derselben ist es ganz unwahrscheinlich, daß der gefundene Mittelwert 1,896.6657††) noch bedeutend von der Wahrheit abweiche».

*) Nach einem vom Direktor der österr. Landesvermessung General Xaver Richter von Binnenthal eingesendeten, von Hauptmann Vinzenz Freiherr von Augustin verfaßten Berichte in Zach's «Monatl. Korrespondenz», Bd 25, 1812, ergab die Vergleichung der vier Meßstangen mit dem in Wien befindlichen Etalon der halben Toise als deren Gesamtlänge 8,0094.262 Pariser Toisen. Dieselben Meßstangen wurden 1830 auch von Stampfer mit der Klafter auf dem Komparator von Voigtländer verglichen, die — auf $+13^\circ R$ reduziert — eine Gesamtlänge von 8,230.258 Wiener Klafter ergaben. Mit Rücksicht auf obigen Toisenwert berechnet sich 1 Wr. Klafter = 1,896.677 *m*. Oberst H. Hartl ist der Meinung daß dieses Verhältnis noch zu verbessern wäre, weil die Werte der Stangenlängen nicht für $+13^\circ$, sondern für $+14^\circ R$ gelten (Mitteilungen des k. k. militär-geographischen Institutes in Wien, Bd. 1888 S. 224, Fußnote).

***) Siehe «Bulletin des sciences mathemat. astronomiques etc.» Paris 1827.

***)) Aus «Mathematische und physische Geographie» von Prof. E Schmidt, Göttingen 1829.

†) Die richtige Rechnung liefert:

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1,896.6652 \pm 0,000 \ 0034 \ m.$$

Alle 9 Verhältnisse geben:

$$1 \text{ Wiener Klafter} = 1,896.6274 \pm 0,000.0150 \ m.$$

††) Diese Verwandlungszahl fand noch in dem Werke von K. v. Littrow: «Vergleichung der vorzüglichen Maße», Wien 1844, S. 124, Aufnahme. In der «Instruktion für die bei der astronomisch-trigonometrischen Landesvermessung und im Kalkül-Bureau des k. k. militär-geographischen Institutes angestellten Individuen» vom Jahre 1845 wird S. 193 die Verhältniszahl 1,896.6130 angenommen, die nahezu mit dem Liesganig'schen Werte (Post 1) übereinstimmt.

Seinem Endergebnisse, welches — auf 6 Dezimalen abgerundet — mit dem Verhältnis in Post 2 vollkommen übereinstimmt, stellte Stampfer das auf die richtige Temperatur reduzierte Ergebnis der in der Abhandlung von Broch besprochenen Prony'schen Untersuchung 1,896.536 *m* gegenüber, und zwar mit dem bemerkenswerten Zusatze, daß dieses Verhältnis sich dem früher berechneten Mittelwerte von 1,896.666 ziemlich nähert «und mit dem aus der halben Toise erhaltenen (wohl durch Zufall) recht gut übereinstimmt». Die aus der halben Toise bestimmten Längen (Post 4, *a* und *b*) geben nämlich im Mittel 1,896.542. Stampfer gab sich angesichts der geringfügigen Differenz von 0,000.006 *m* zwischen dem verbesserten Prony'schen Werte und dem Mittelwerte der beiden von ihm zuerst ausgeschiedenen Posten offenbar damit zufrieden, diese auffallende Übereinstimmung dem bloßen Zufalle zuzuschreiben und dies wahrscheinlich aus dem Grunde, weil er gegen das um den Temperatureinfluß berichtigte Ergebnis von Prony noch weitere ernste Bedenken hegte (siehe Broch a. a. O. S. 79), sonst hätte er wahrscheinlich aus dieser Untersuchung die Überzeugung gewonnen, daß den von ihm ausgeschiedenen, als zu klein geschienenen Werten eine Berechtigung so ohneweiteres nicht abzuspochen sei. Und merkwürdigerweise zeigen gerade die von Stampfer verworfenen, aus der halben Toise abgeleiteten Ergebnisse, die nicht nur eine gute Übereinstimmung mit den von Prony ermittelten und unter Rücksichtnahme auf die Temperaturverhältnisse verbesserten Daten aufweisen, auch die beste Übereinstimmung mit der später im österreichischen Gesetze vom 23. Juli 1871 endgültig festgesetzten Verhältniszahl 1,896.484, sowie mit dem von W. Struve aus seinen an der kaiserl. russischen Sternwarte zu Pulkowa im Jahre 1850 zwischen der österreichischen Klafter und der russischen Sagène ausgeführten Maßvergleichen hervorgegangenen Werte 1,896.483.840,*) wohl ein auffallender Beleg dafür, daß Beobachtungen, die von den übrigen stärker abweichen, nicht ohne zwingenden Grund zu verwerfen sind!

Es möge hier noch bemerkt werden, daß Stampfer in seinem Urteile über die Prony'schen Vergleichsuntersuchungen doch etwas zu streng war. Allerdings hat es Prony unterlassen, seine bei einer gemeinschaftlichen Temperatur von 14·5° C ermittelte Verhältniszahl auf die dem Etalon entsprechende Temperatur zu reduzieren, was auch — wie Broch erwähnt — nicht ohne bedenkliche Folgen blieb, indem Prof. A. Baumgartner dieses Verhältnis ohne weiteres als Grundlage zur Berechnung seiner Reduktionstabellen angenommen hat. Aber wie aus der Schlußbemerkung des Prony'schen Berichtes**) unzweifelhaft hervorgeht, war sich Prony der großen Abweichung seines Ergebnisses (1,896.1974) von jenem des Liesganig (1,896.614) wohl bewußt. Die betreffende, aus dem Französischen übersetzte Stelle lautet:

«Bei der Sorgfalt, mit welcher ich meine Beobachtungen anstellte und den

*) Siehe «Astronomisch-geodätische Arbeiten des k. k. militär-geographischen Institutes in Wien», 1. Band 1871, S. 188, Fußnote.

**) «Ueber die Vergleichung der halben Wiener Klafter mit dem französischen Meter» in der Zeitschrift: *Connaissance des temps*, 1837.

Hilfsmitteln, die ich zu deren Genauigkeit anwendete, glaube ich nicht, daß sich aus der mir anvertrauten halben Wiener Klafter ein Wert in Meterteilen ableiten lasse, der dem aus Liesganig's Verhältnisse zur französischen Klafter gleich wäre; vielmehr scheint es mir, daß entweder dieser Astronom ein minder genaues Verfahren als das meinige angewendet habe, oder daß die alte französische Klafter, deren er sich dabei bediente, mit dem auf der königlichen Sternwarte zu Paris aufbewahrten, authentischen Etalon der Toise, auf welche sich die obige Verhältniszahl des Meters zum alten Maße unmittelbar bezieht, nicht ganz genau übereinstimmend gewesen sei.

Ich untersuchte nun den Einfluß, den die Veränderungen und verschiedenen Kombinationen des Wärmestandes auf die verglichenen Längenmaße haben können, wozu ich mich ähnlicher Rechnungsregeln bediente, welche ich in meinem Berichte an das königliche Institut über den englischen Fuß (Base du Système métrique decimal etc. 3. Band) nach meiner Abhandlung über Lenoir's Komparator mitgeteilt habe».

Prony ermittelte auch, daß bei Festhaltung des Liesganig'schen Verhältnisses und unter der Annahme von 0° für die Temperatur des Meteretalons der Wiener Etalon die Temperatur von $+18.6^\circ R$ haben müsse, was um $+3^\circ$ von der mit $15.6^\circ R$ bestimmten Temperatur abweicht. Hat also auch Prony eine Vergleichung der beiden Etalons für die Temperaturverhältnisse 0° bzw. $+15.6^\circ R$ nicht durchgeführt, so hat er doch angedeutet, in welcher Weise diese Aufgabe zu lösen wäre.

Prony stellte nämlich folgende Formel auf: Bezeichnet K das zu suchende Verhältnis bei den Normaltemperaturen, k das gefundene Verhältnis bei gleicher Vergleichstemperatur,

t und $\frac{1}{\alpha}$ die zu berücksichtigende Temperaturdifferenz bzw. den Ausdehnungskoeffizient für $1^\circ C$ des zu untersuchenden Etalons,

τ und $\frac{1}{\alpha}$ die Temperaturdifferenz bzw. den Ausdehnungskoeffizient des Vergleichsetalons,

so ist

$$K = \frac{a \pm t}{a \pm \tau} \cdot \frac{\alpha}{a} \cdot k.$$

Im vorliegenden Falle ist

$$\text{für Eisen 1: } a = 0,000.01084 \qquad \alpha = 92.250$$

$$\text{für Platin 1: } a = 0,000.008569 \qquad \alpha = 116.700$$

$$t = 19.5 - 14.5 = 5$$

$$\tau = 0 - 14.5 = -14.5$$

$$k = 1,896.1974.$$

Prony entwickelt nun den Wert von K für $t = 0$, d. h. unter der Voraussetzung, daß der erste Etalon die Temperatur $+14.5^\circ C$ hat, während er für $\tau = -14.5$ den richtigen Wert einführt, und findet

$$K = 1,896.434.$$

Rechnet man aber richtig mit $t=5$ (indem statt $14.5^{\circ}C$ richtig $15.6^{\circ}R=19.5^{\circ}C$ gesetzt und die Differenz $19.5 - 14.5 = 5$ gebildet wird), so erhält man

$$K = 1,896.536$$

übereinstimmend mit dem von Stampfer angegebenen Werte.

Die Arbeiten des k. u. k. militärgeographischen Institutes im Jahre 1911.

In Ergänzung der im Heft 11 vom Jahre 1912 gegebenen Besprechung der «Mitteilungen des k. u. k. militärgeographischen Institutes, XXXI. Band», mögen hier die im Jahre 1911 vollführten Leistungen desselben angeführt werden.

Das k. u. k. militärgeographische Institut gliedert sich in die «Geodätische, Mappierungs-, Kartographische, Technische und Administrative Gruppe».

Die geodätische Gruppe umfaßt die Astronomische, die Trigonometrische, die Nivellement- und die Kalkül-Abteilung.

Die Mappierungsgruppe besteht aus der Konstruktionsabteilung, der Mappeurschule, den Mappierungsabteilungen, der Photogrammetrischen Abteilung und der Mechanischen Werkstätte.

Zur kartographischen Gruppe gehören die Geripp- und Terrainzeichnungsabteilung, die Evidenthaltungsabteilung und das Archiv.

Die technische Gruppe wird in die Photographie-, Heliogravüre-, Kupferstich-, Lithographie und Photolithographie- und in die Pressenabteilung eingeteilt.

Die **astronomische Abteilung** beschäftigte sich mit der Messung des Längenunterschiedes 1. Ordnung zwischen den Orten Strázahalom—Szatmár-Németi (Domkirche) und Szatmár-Németi (Domkirche)—Czernowitz (erzbischöfliche Residenz), welche im 48. Parallel gelegen sind und wodurch die Arbeiten der beiden vorhergegangenen Jahre abgeschlossen wurden. Diese Arbeiten dauerten 3 Monate und erforderten nebst dem telegraphischen Zeitwechsel 122 Zeitbestimmungen.

Außerdem wurde auf dem Trigonometer 1. Ordnung Szatmár-Németi nach 3 Methoden die Polhöhe bestimmt. (Zeitdauer 3 Wochen.)

Im Rauristale, im Gastein- und unteren Mölltale fanden relative Schweremessungen mit dem Vierpendelapparat statt. Als Referenzstation wurde für ersteres Rauris, für die beiden letzteren Böckstein gewählt. Die Beobachtungen wurden derart durchgeführt, daß der eine Beobachter auf der Referenzstation und der zweite gleichzeitig auf der Außenstation jedes Pendel nach vorher festgestelltem Programm beobachtete. Täglich mittags wurde die Uhr der Außenstation mit der in der Referenzstation durch telephonisches Abhören verglichen. Diese Beobachtungen benötigten $2\frac{1}{2}$ Monate, während welchen auch 34 Zeitbestimmungen aus Sternkulminationen mittels des Passage-