

Paper-ID: VGI\_191332



## Messung der Polygonseiten

Eduard Demmer <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *k. k. Evidenzhaltungs-Oberinspektor im k. k. Triangulierungs- und Kalkülbureau*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **11** (8), S. 239–241

1913

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Demmer_VGI_191332,  
Title = {Messung der Polygonseiten},  
Author = {Demmer, Eduard},  
Journal = {{\u00sterreichische Zeitschrift f{\u00r Vermessungswesen},  
Pages = {239--241},  
Number = {8},  
Year = {1913},  
Volume = {11}  
}
```



plizierteren Problemen der vermittelnden Beobachtungen feststehen. Denn könnte man die stabile Ausgleichung der letzteren noch auf Grund eines anderen Prinzips ausführen, so würde dieses von der kleinsten Quadratsumme abweichende Prinzip ohneweiters auch für die unmittelbaren Beobachtungen verwendbar sein müssen, was jedoch ausgeschlossen ist.

Die in großen Zügen geschilderte Begründung der Ausgleichsprinzipien ist von jeder wahrscheinlichkeitstheoretischen Hypothese frei; ob man eine Fehlerfunktion für möglich hält oder nicht, das ist für die Ausgleichung selbst vollkommen gleichgültig. Für diejenigen aber, welche die unleugbar hochinteressante Theorie der Fehlerfunktion nicht aufgeben möchten, liefert das Stabilitätsprinzip, wie bereits erwähnt, einen Beweis der Notwendigkeit der Gauß'schen Formel. Wir müssen nämlich das Problem folgenderweise auffassen: gesetzt, es bestehe zwischen der absoluten Größe des Fehlers und seiner relativen Wahrscheinlichkeit (Häufigkeit bei unendlich wachsender Beobachtungszahl) ein funktionaler Zusammenhang, so muß diese Wahrscheinlichkeitsfunktion für die maximale Wahrscheinlichkeit einen stabilen Wert liefern. Denn eine labile, also unendlich viele willkürliche Werte annehmbare Größe kann doch nicht für den wahrscheinlichsten Ausgleichungswert gelten, dies würde ja ohneweiters die Negation des letzteren sowie der Wahrscheinlichkeitsfunktion überhaupt bedeuten. Nachdem aber das arithmetische Mittel die einzige stabile Funktion der Beobachtungsdaten repräsentiert, so muß die hypothetische Fehlerfunktion das arithmetische Mittel als den wahrscheinlichsten Wert liefern. Hiemit haben wir die Gauß'sche Forderung, jedoch nicht mehr als Axiom, sondern als die Grundbedingung der Möglichkeit einer Fehlerfunktion erhalten. Wenn also eine Fehlerfunktion überhaupt existiert, kann sie nur die Gauß'sche Exponentialform haben.

Damit ist allerdings noch nicht bewiesen, daß sie tatsächlich existiert und das entscheidende Wort ist diesbezüglich der Erfahrung, den Fehlerversuchen vorbehalten, welche bekanntlich zugunsten einer, wenigstens praktisch annehmbaren funktionalen Beziehung sprechen, u. zw., wie es dann nach obiger Überlegung vorauszusehen ist, im Sinne der Gauß'schen Formel.

## Messung der Polygonseiten.

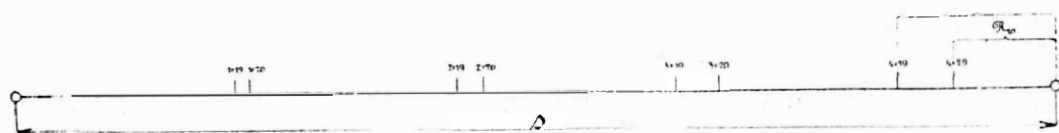
Von k. k. Evidenzhaltungs-Oberinspektor **Eduard Demmer**.

Die vorgeschriebene doppelte Messung der Polygonseiten mittelst des Stahlbandes im ebenen Terrain läßt sich etwas weniger zeitraubend und eintönig gestalten.

In der ersten Bandlage wird bei 19<sup>m</sup> und 20<sup>m</sup> markiert und von diesen Punkten aus die doppelte Messung der Strecke unter einem in derselben Richtung mit Bandlagen zu 19<sup>m</sup> und 20<sup>m</sup> ausgeführt, wobei die Richtigkeit der Marke für 19<sup>m</sup> bzw. die Ermittlung der Korrektur derselben eine selbstverständliche Voraussetzung bildet. Die in der  $n^{\text{ten}}$  Bandlage bei der Messung mit 19<sup>m</sup> bzw. 20<sup>m</sup> gesteckten Markiernägel müssen um  $n$  ganze Meter differieren. Die Umgehung der Doppelmessung

in entgegengesetzten Richtungen kann hier eher als Vorteil in Betracht gezogen werden, da einerseits durch die Verwendung verschiedener Bandlängen die bei der zweimaligen Messung in derselben Richtung mit der gleichen Bandlänge wahrscheinliche Markierung an denselben Örtlichkeiten vermieden wird, andererseits aber die Möglichkeit geboten ist, bei beiden Messungen für die Einvisierung die günstige Richtung beibehalten zu können.

### Schematische Darstellung der beschriebenen Methode.



$$s_1 = 4 \times 20^m + R_{20}$$

$$s_2 = 4 \times 19^m + R_{19}$$

Neben der erzielten Zeitersparnis — bei der Messung der aufeinanderfolgenden Seiten eines Polygonzuges wird die Strecke des Zuges statt dreimal nur einmal zurückgelegt — bietet dieser übrigens nicht unwidersprochene Vorgang der doppelten Streckenmessung während derselben durch die Beachtung der Markiernägelabstände eine Kontrolle für die Manipulation der Meßgehilfen und schließt bei der Bildung des Endmaßes Fehler in der Zählung der Bandlagen und in der Ablesung der ganzen Meter in den Restbeträgen aus. Bei einer für beide Messungen verbrauchten geraden Anzahl  $= 2n$  Markiernägel müssen die Reste nach der Messung mit  $19^m$  bzw.  $20^m$  um  $n$  Meter und bei einer ungeraden Gesamtanzahl  $= 2n + 1$  Markiernägel um  $19 - n$  Meter voneinander verschieden sein.

Die erhaltenen beiden Messungsergebnisse stellen in zweifacher Beziehung voneinander abhängige Beobachtungen dar, u. zw. erstens durch die größere Wahrscheinlichkeit desselben Anlagefehlers bei dem Streckenanfangspunkte und zweitens durch die Begehung desselben Fehlers in der seitlichen Abweichung bei der Messung zu  $19^m$  und  $20^m$ , wenn die ersten Bandlagen zu  $20^m$  durch Verlängerung über die abgesteckten Marken für  $19^m$  bzw.  $n \times 19^m$  eingerichtet werden. Der willkürlichen Wiederkehr desselben Anlagefehlers beim Anfangspunkte kann durch einige Achtsamkeit begegnet werden. Die Begehung desselben Richtungsfehlers bei den zwei Streckenmessungen erscheint deshalb von geringer Bedeutung, weil jeder Richtungsfehler die Streckenmessung in demselben Sinne beeinflusst. Außerdem ist der durch die seitliche Abweichung bei der Messung entstehende Fehler in der Strecke ein sehr geringer. Derselbe ist für den ungünstigsten Fall näherungsweise gegeben durch die Formel:

$$f = 8 \frac{l^2}{3s} + (2n - 3) \frac{\delta^2}{l}, *$$

\*) Vergl. Hartner-Doležal, Hand- und Lehrbuch der niederen Geodäsie, 10. Auflage, Band I, S. 308 und 309.

wobei das erste Glied den Fehler durch die nach einem Kreisbogen angenommene einseitige Abweichung bei der Pfeilhöhe  $h$  darstellt und das zweite Glied die bei jeder Streckenmessung zu gewärtigende Beeinflußung der Länge durch den im ungünstigsten Falle regelmäßig abwechselnden Richtungsfehler  $\delta$  ausmachen würde. Für  $h=0.2\text{ m}$ ,  $s=100\text{ m}$  und  $\delta=0.05\text{ m}$ , z. B. ist  $f=2\text{ mm}$ .

Mit Rücksicht hierauf dürfte die erwähnte Abhängigkeit der beiden Messungsergebnisse bei dem beschriebenen Vorgang der doppelten Streckenmessung den geforderten Genauigkeitsgrad der Polygonseitenmessung nicht beeinträchtigen.

### Beitrag zum Rückwärtseinschneiden.

Bereits im Jahre 1907 hat der k. k. Obergeometer Ferd. Čermák in Laibach dem Unterzeichneten eine Notiz übersendet mit dem Titel «Lösung des Pothenot'schen Problems nach dem Tangentensatze», welche im Nachstehenden nebst einigen Bemerkungen wiedergegeben werden soll.

Obergeometer Čermák gibt in seiner Zuschrift einen einfachen Weg an, wie man zu der Differenz der Hilfswinkel  $\varphi$  und  $\psi$  (Fig. 1) die bei der Burkhard'schen Lösung des Rückwärtseinschneidens eingeführt werden, gelangt.

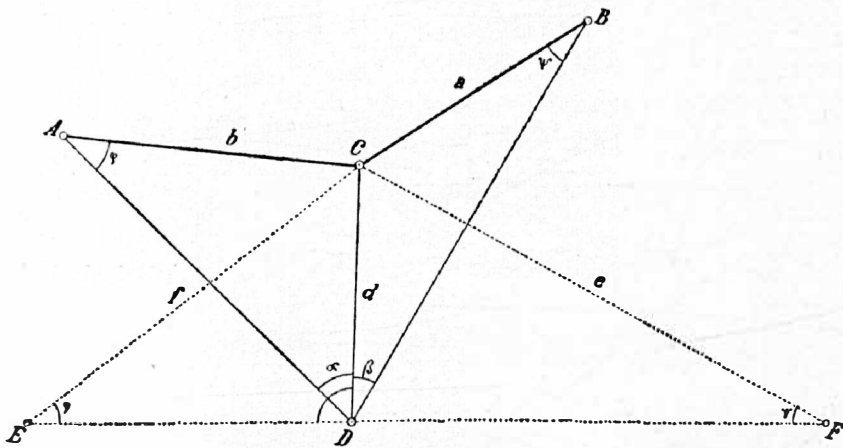


Fig. 1.

Die Summe dieser Winkel ergibt sich aus dem Vierecke  $DACB$  mit:

$$\varphi + \psi = 360 - (\alpha + \beta + C) \dots\dots\dots 1)$$

Aus den Dreiecken  $ACD$  und  $CBD$  folgt:

$$d = b \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} = a \frac{\sin \psi}{\sin \beta} \dots\dots\dots 2)$$

Wird  $EF$  normal zu  $CD$  gemacht und werden bei  $E$  und  $F$  die Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  übertragen gedacht, so resultieren aus den rechtwinkligen Dreiecken  $CDE$  und  $CD'F$  die Gleichungen:

$$d = f \sin \varphi = e \sin \psi, \dots\dots\dots 3)$$