

Paper-ID: VGI\_191613



## Diagramm zur Ermittlung von Höhenunterschieden (Höhendiagramm von Broch.)

Siegmund Wellisch <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Bauinspektor der Stadt Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **14** (9), S. 129–132

1916

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Wellisch_VGI_191613,  
  Title = {Diagramm zur Ermittlung von H{"o}henunterschieden (H{"o}hendiagramm  
    von Broch.)},  
  Author = {Wellisch, Siegmund},  
  Journal = {"0sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {129--132},  
  Number = {9},  
  Year = {1916},  
  Volume = {14}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

VEREINES DER ÖSTERR. K. K. VERMESSUNGSBEAMTEN.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat S. Wellisch.

Nr. 9.

Wien, 1. September 1916.

XIV. Jahrgang.

## Diagramm zur Ermittlung von Höhenunterschieden. (Höhendiagramm von Broch).

Nach den Bestimmungen der österreichischen Instruktion zur Ausführung von trigonometrischen und polygonometrischen Vermessungen sind bei Gelegenheit der Messung der Brechungswinkel zwischen den einzelnen Polygonseiten zum Zwecke der Ermittlung der Höhenunterschiede zwischen den Polygonpunkten auch die Zenitdistanzen — und zwar gegenseitig — zu messen. Werden überdies nebst diesen trigonometrischen Höhenbestimmungen die Höhendaten von Punkten einzelner Hauptpolygonzüge durch ein Nivellement bestimmt und wird im Anschlusse an das letztere die Ausgleichung des gesamten Höhennetzes vorgenommen, so erhalten hiedurch die auf trigonometrischem Wege ermittelten Höhendaten einen größeren Grad von Genauigkeit.

Da Vermessungen nach der Polygonalmethode zumeist bei Neuaufnahmen der Gebiete von Städten und größeren Orten zur Anwendung gelangen, so bietet die Bestimmung einer so großen Anzahl von Höhenkoten sehr schätzenswerte Anhaltspunkte für die Berücksichtigung der Niveauverhältnisse bei der Verfassung von Regulierungsplänen, Bauentwürfen usw.

Die Berechnung der Höhenunterschiede zwischen den einzelnen Polygonpunkten auf Grund der gemessenen Zenitdistanzen ist zwar einfach, da hiebei, wegen der kurzen Entfernungen dieser Punkte von einander, eine Berücksichtigung der Erdkrümmung und der Refraktion nicht notwendig erscheint, so daß die Berechnung des Höhenunterschiedes  $\Delta h$  nach der Formel

$$\Delta h = s \cotg z + I - H$$

erfolgen kann, wobei  $s$  die Entfernung des Punktes,  $z$  die Zenitdistanz,  $I$  die Instrumentenhöhe und  $H$  die Höhe des anvisierten Objektes bezeichnen; immerhin ist bei dieser Berechnung ein dreifaches Eingehen in die Logarithmentafel und zwar zur Bestimmung von  $\log s$ ,  $\log \cotg z$  und des Numerus von  $\log s + \log \cotg z$  notwendig, was bei der großen Anzahl der zu ermittelnden Höhenunterschiede einen bedeutenden Zeitaufwand erfordert.

Es ist daher begreiflich, daß sich das Augenmerk darauf gerichtet hat, zum Zwecke der Vereinfachung dieser Arbeit die Rechnung durch ein graphi-

sches Verfahren zu ersetzen, durch welches aber die Möglichkeit geboten werden müßte, die Höhenunterschiede bis auf einen Zentimeter genau zu ermitteln.

Soll ein graphischer Rechenbehelf dem angedeuteten Zwecke entsprechen, so muß bei dessen Konstruktion darauf Bedacht genommen werden, daß derselbe 1.) ein handliches, das ist ein nicht zu großes Format besitze, da sonst dessen Übersichtlichkeit beeinträchtigt und die Handhabung desselben erschwert würde; 2.) für die in der Regel im Polygonnetze vorkommenden Seitenlängen bis zu 250 *m* und Höhen- und Tiefenwinkel von  $\pm 6^\circ$  benützt werden könne und 3.) die Ermittlung der Höhenunterschiede bis auf einen Zentimeter zuläßt, was dann der Fall sein wird, wenn der Maßstab, an welchem die Höhenunterschiede abgelesen werden, so eingerichtet ist, daß jedem Zentimeter Höhenunterschied ungefähr ein Millimeter dieses Maßstabes entspricht.

So widersprechend diese Bedingungen auch scheinen, wenn man erwägt, daß bei einer Entfernung von 250 *m* und einem Höhenwinkel von  $6^\circ$  der Höhenunterschied 26·27 *m*, das ist 2627 *cm* beträgt (so daß die Linie, auf welche ein solcher Unterschied noch deutlich abgelesen werden könnte, 2627 *mm* = 2·627 *m* messen müßte, was anscheinend ein handliches Format des Rechenbehelfes ausschließen würde); so ist es gleichwohl dem Hofrat A. Broch gelungen, ein Diagramm von solcher Einrichtung zu konstruieren, das bei einem möglichst kleinen Formate den gewünschten Genauigkeitsgrad erreichen läßt.

Die Einrichtung dieses Diagrammes, welches in der Anlage in 0·8 der Größe des Originales dargestellt erscheint, möge nun nachstehend besprochen werden.

Die Linie *AB* enthält eine Teilung, auf welcher die Entfernungen der Punkte, deren Höhenunterschiede bestimmt werden sollen, in Intervallen von 2 zu 2 *m* bis zu 250 *m* abgelesen werden können. An der Linie *BC* sind zwei verschiedene Teilungen angebracht und zwar links die »Winkel-Skala« für Höhen- oder Tiefenwinkel von  $0^\circ$  bis  $0^\circ 34' 22\cdot 58''$  in Intervallen von 10 zu 10" und rechts die »Tangenten-Skala«, enthaltend die der Winkel-Skala entsprechenden, in Zentimeter ausgedrückten Tangenten für den Radius von 250 *m*, oder, was daselbe ist, die Höhenunterschiede in Zentimeter für die Entfernung  $AB = 250 \text{ m}$ .

Beispielsweise korrespondiert der dem Winkel  $0^\circ 27' 30''$  entsprechende Teilstrich der Winkelskala mit jenem Teilstriche der Tangentenskala, welcher mit 200 *cm* beziffert ist; es beträgt daher nach dem Diagramme für einen Höhenwinkel von  $0^\circ 27' 30''$  und eine Entfernung von 250 *m* der Höhenunterschied 200 *cm* = 2 *m*; die strenge Rechnung ergibt 1·999 *m*. Für eine Entfernung, welche kleiner als  $AB = 250 \text{ m}$ , z. B. *Ab* ist, läßt sich der Höhenunterschied hinsichtlich eines Höhenwinkels *n* auf folgende Weise bestimmen.

Man verbindet den Scheitel *A* des Diagrammes mit dem dem Winkel *n* entsprechenden Teilstriche *x* der Winkelskala durch die Linie *Ax*, was sehr leicht mittels eines im Punkte *A* befestigten Fadens bewirkt werden kann. So dann ziehe man in *b* eine Parallele zu *BC* bis sie die Linie *Ax* in *y* schneidet; so entspricht die Länge der Linie *By* (in Einheiten der Tangentenskala) dem

gesuchten Höhenunterschied, denn es ist

$$by = Ab \cdot \frac{Bx}{AB} = Ab \cdot \operatorname{tg} n.$$

Um am Diagramme die Länge  $by$  in Einheiten der Tangentenskala sofort ablesen zu können, wurden durch die Teilstriche der letztgenannten Skala Parallele zu  $AB$  gezogen und entsprechend beziffert. Desgleichen sind innerhalb des Diagrammes Parallele zu  $BC$  gezogen worden, wodurch eine hinreichend genaue Bestimmung des Durchschnittspunktes  $y$  mit  $Ax$  möglich ist, ohne daß es notwendig erscheint, in  $b$  eine Parallele zu  $BC$  zu ziehen.

Wie bereits bemerkt, reicht die Bezifferung der an der Linie  $BC$  angebrachten Winkelskala von  $0^\circ$  bis  $0^\circ 34' 22.58''$ . Dieser Grenzwinkel wurde gewählt, weil dessen Tangente  $0.01$  beträgt. Die Skalen für die weiteren Winkel wurden auf zehn, links von  $BC$  gezogenen Parallelen derart angeordnet, daß die Tangenten der Abschlußwinkel an den oberen Enden der einzelnen Parallelen der Reihe nach  $0.02$ ,  $0.03$  bis  $0.11$  betragen. Die einzelnen Winkelskalen, welche mit Rücksicht auf die Kleinheit der in Betracht kommenden Winkel gleichförmig geteilt werden konnten, sind an den unteren und oberen Enden mit den Reihenzahlen 1 bis 10 bezeichnet; die Skala auf  $BC$  trägt die Bezifferung 0.

Über die Anordnung dieser Winkelskalen gibt auch die folgende, von Hofrat Broch gerechnete Tabelle Aufschluß.

Winkel- Skalen- Nr.	Die Skala enthält die Winkel						entsprechend den Tangenten	
	von			bis			von	bis
	0	,	''	0	,	''		
0	0	00	00'00	0	34	22 58	0.00	0.01
1	0	34	22.58	1	08	44.75	0.01	0.02
2	1	08	44.75	1	43	06.09	0.02	0.03
3	1	43	06.09	2	17	26.18	0.03	0.04
4	2	17	26.18	2	51	44.66	0.04	0.05
5	2	51	44.66	3	26	01.07	0.05	0.06
6	3	26	01.07	4	00	15.02	0.06	0.07
7	4	00	15.02	4	34	26.12	0.07	0.08
8	4	34	26.12	5	08	33.95	0.08	0.09
9	5	08	33.95	5	42	38.13	0.09	0.10
10	5	42	38.13	6	16	38.28	0.10	0.11

Was die Anwendung des Diagrammes betrifft, so wurde sie für Winkel bis zu  $0^\circ 34' 22.58''$  bereits erörtert; für größere Winkel und zwar bis zu  $6^\circ 16' 38.28''$  möge sie an einem Beispiele gezeigt werden.

Es sei der Höhenunterschied  $\Delta h$  zwischen zwei Punkten, deren Entfernung  $137.54 m$  beträgt bei einem Höhenwinkel von  $4^\circ 49' 30''$  zu ermitteln.

Nach der vorstehenden Tabelle, sowie auch nach dem Diagramme gehört der Winkel  $4^\circ 49' 30''$  der Winkelskala Nr. 8 an; dessen Tangente liegt sohin,

nach der besprochenen Einrichtung des Diagrammes, zwischen 0·08 und 0·09 und kann daher mit  $0·08 + r$  angenommen werden. Hiernach ergibt sich der Höhenunterschied  $\Delta h$ , wenn von der Instrumenten- und Signalhöhe vorläufig abgehen wird:

$$\Delta h = 137·54 (0·08 + r) = 11·0032 + 137·54 r .$$

Den Wert von  $137·54 r$  erhält man, indem der an der Spitze *A* des Diagrammes befestigte Faden über dem Teilstriche  $4^{\circ} 49' 30''$  gespannt und bei der Entfernung 137·54 das Stück zwischen der Linie *AB* und dem Faden auf der Tangentenskala abgelesen wird. Man erhält hierfür 61 *cm*, welche, zum vorigen Produkte 11·0032 addiert, den gesuchten Höhenunterschied mit 11·613 *m* ergibt. Aus der Rechnung resultiert 11·610 *m*.

In Betreff der mit dem Diagramm erzielten Leistungen sei bemerkt, daß mit demselben nach Aufzeichnungen von Broch in  $1\frac{3}{4}$  Stunden 152 Höhenunterschiede (ohne Berücksichtigung von *I* und *H*) d. i. gegen 90 in einer Stunde ermittelt wurden. Nach der logarithmischen Methode werden je nach der Geübtheit des Rechners 40 bis 50 Höhenunterschiede berechnet. Dabei muß aber in Betracht gezogen werden, daß man beim Rechnen mit Logarithmen schneller ermüdet, als bei Anwendung des Diagrammes.

In Bezug auf den praktischen Vorgang bei der Benützung des Diagrammes wäre noch zu erwähnen, daß es sich empfiehlt, zunächst in das Winkelverzeichnis der Reihe nach für alle Winkel die ihrer Größe entsprechenden Nummern der Winkelskalen mit Hilfe der bereits besprochenen kleinen Tabelle einzutragen und sodann die Produkte dieser Nummern mit den bezüglichen Seitenlängen zu bilden und durch 100 zu dividieren. Da diese Nummern nur von 1 bis 10 reichen, so sind diese Rechnungen leicht ausgeführt. Hierauf werden am Diagramm die weiteren Höhenunterschiede ermittelt, wobei die im Winkelverzeichnis bereits eingetragenen Nummern der Winkelskalen das Aufsuchen des Winkels in der betreffenden Reihe sehr erleichtert. Für das rasche Aufsuchen der Winkel am Diagramme empfiehlt es sich ferner, die Winkelskalen von Grad zu Grad durch verschiedene Farben zu unterscheiden.

Das Diagramm könnte übrigens durch Hinzufügen von weiteren zehn Parallelen zu *BC* für Winkel bis zu  $11^{\circ} 51' 35''$  eingerichtet werden. Die Multiplikationen der Entfernungen mit den Reihenzahlen 11 bis 20 würden mit wenig mehr Mühe verbunden sein, als jene mit 1 bis 10 und auch die Ermittlungen am Diagramm blieben sich gleich. Das letztere würde aber, wenn man in dieser Beziehung zu weit ginge, an Übersichtlichkeit verlieren, auch könnten die Winkelskalen nicht mehr gleichförmig, sondern müßten unter Rücksichtnahme auf die betreffenden Tangentendifferenzen geteilt werden. Übrigens kommen Höhen- oder Tiefenwinkel zwischen benachbarten Polygonpunkten von mehr als  $\pm 6^{\circ}$  und namentlich in Städten selten vor, so daß das »Höhendiagramm von Broch« in seiner vorliegenden Einrichtung in den meisten Fällen ausreichen wird.

*Wellisch.*