

Paper-ID: VGI_192003



Längenmessungen mit Invarband auf ebenem Boden

Hans Löschner ¹

¹ *Brünn, Deutsche Technik*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **18** (2), S. 25–31

1920

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Loeschner_VGI_192003,  
Title = {Längenmessungen mit Invarband auf ebenem Boden},  
Author = {Löschner, Hans},  
Journal = {{Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen},  
Pages = {25--31},  
Number = {2},  
Year = {1920},  
Volume = {18}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

ORGAN

DES

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion: Hofrat Prof. E. Doležal und Baurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 2.

Wien, im Juni 1920.

XVIII. Jahrgang.

Längenmessungen mit Invarband auf ebenem Boden.

Von Prof. Dr. H. Löschner, Brünn, Deutsche Technik.

Im Mai 1917 wurden unter meiner Leitung von vier Hörern einige Invarbandmessungen auf ebenem Boden ausgeführt, deren Ergebnisse hier mitgeteilt seien.

Das verwendete Invarband ist 20 *m* lang, 7 *mm* breit und 0.4 *mm* dick. Es wurde i. J. 1910 durch die Firma Starke & Kammerer (Wien) von J. Carpentier (Paris) bezogen.¹⁾

Unmittelbar vor Beginn der Längenmessungen wurde das Invarband am 20 Meter-Komparator auf dem Boden des Lehrkanzel-Ganges verglichen.²⁾ Der Markenabstand des Komparators beträgt 20.0048₅ *m*. Demgegenüber erwies sich das Invarband bei 5 *kg* Spannung und 20.8° *C* etwas kürzer, und zwar bei viermaliger Vergleichung um 5.450, 5.397, 5.559 und 5.526 *mm*, also im Mittel um $\delta = 5.483$ *mm*. Dieser Längenunterschied δ wurde unter Verwendung einer Präzisions-Anreihvorrichtung, System Löschner, (direkte Ablesung 0.1 *mm*, Schätzung 0.01 *mm*), ermittelt. Als mittlerer Fehler einer Vergleichung folgt

¹⁾ Damaliger Preis: 215 Kronen. Das Meßband wird auf einen Eisenring von rund 27 *cm* Durchmesser aufgewickelt.

²⁾ Die Endpunkte dieses Boden-Komparators, den ich im Herbst 1909 ausführen ließ, sind durch Strichkreuze auf Messingwürfeln von rund 5 *cm* Seitenlänge markiert. Die Messingwürfel sind in Zementprismen von 21 *cm* Länge und 63 *cm* Breite eingelagert, welche aus 50 *cm* Tiefe unmittelbar über den Scheitelteilen des darunter befindlichen Kreis-Gewölbe-Mauerwerks aufgearbeitet wurden. Die Verbindungsgerade der beiden Endpunkte (also die Meßrichtung) war nach erfolgtem Abschnüren in roter Oelfarbe auf dem Zementplatten-Boden vermarkiert worden. Sie wurde vor den hier beschriebenen Maß-Vergleichen durch mit Theodolitfernrohr bewerkstelligtes Einweisen von Zwischenpunkten in Abständen von 5 zu 5 Schritten kontrolliert. Das Ergebnis der Hin- und Rückmessung des Markenabstandes mittelst zweier Stahlnormalmeter (und Meßkeil) war 20.0048 und 20.0049 *m*. Selbstverständlich wurde auf den Temperatureinfluß Bedacht genommen. (Vorteilhafterweise war die Meßtemperatur nahe gleich der Normaltemperatur [18° *C*] der Normalmeter.) Um den sonst nach meinen Erfahrungen, besonders bei niederen Temperaturen, sehr merklich werdenden Einfluß der Körperwärme tunlichst auszuschalten, wurden die Normalmeter während der Messung mit mehrfachen, nach zwei Kanten geknickten Papierstreifen gehalten und übertragen.

$\pm 0,073 \text{ mm}$, als mittlerer Fehler f_1 des arithmetischen Mittels $\pm 0,036 \text{ mm}$. Die Länge (l) des Invarbandes betrug somit bei 5 kg Zug und $+20,8^\circ \text{ C}$:

$$l = 19999,37 \pm 0,06 \text{ mm.}$$

Im mittleren Fehler $\pm 0,06 \text{ mm}$ ist der mittlere Fehler $f_2 = \pm 0,05 \text{ mm}$ der Meßbandkomparatorlänge schon inbegriffen.

Bei 3 kg Zugspannung und gleicher Temperatur ergab sich der Längenunterschied δ_1 aufeinanderfolgend mit 6,442 und 6,396, also im Mittel mit $\delta_1 = 6,419 \text{ mm}$. Aus den 2 Beobachtungsgrößen δ und δ_1 läßt sich wenigstens angenähert der Spannungskoeffizient β (d. i. die Längenänderung per Meter, welche einer Spannungsänderung von einem Kilogramm entspricht) rechnen:

Die Längenänderung des rund 20 m langen Invarbandes ist bei 2 kg Spannungsänderung $\delta_1 - \delta = \Delta l = 0,000936 \text{ m}$; folglich bei 1 kg Spannungsänderung: $\frac{\Delta l}{2}$.

Dies durch 20 m dividiert, ergibt

$$\beta = 0,0000234.$$

Der Elastizitätsmodul für Zug berechnet sich hiernach für dieses Invarband mit

$$E = 1526000 \text{ kg für } 1 \text{ cm}^2.^1)$$

Nach Vorstehendem ist die Dehnung des Invarbandes jedenfalls etwas größer als jene des Stahlmeßbandes und es muß daher auf die Einhaltung einer unveränderten Zugspannung bei Invarmessungen umso sorgfältiger gesehen werden.²⁾

Die Meßstrecken waren auf dem ungepflasterten Weg- und Straßenboden durch Holzplöcke mit versenkten Metallschrauben vermarkt, deren feine Kopfrinne, senkrecht zur Meßrichtung gestellt, eine genügend scharfe Linienmarke boten.

Zwecks genauer Einhaltung der Meßrichtung wurden Richtpunkte von 5 zu 5 Schritt mittelst Theodolit einvisiert und durch große Andreaskreuze mit Röthel ersichtlich gemacht.

Bei der Längenmessung fanden zwei Löschner'sche Anreihvorrichtungen und eine Salter'sche Zugwaage Anwendung. Der verwendete Spannungszug während aller Messungen war 5 kg. Die Abnahme der Reststrecken geschah mit Hilfe eines kurzen Millimeter-Maßstabes.

Die Messungen erfolgten in der Zeit zwischen $\frac{3}{4}11$ bis 12 Uhr vormittags und 3 bis $\frac{1}{4}4$ nachmittags unter dem Einfluß der Sonnenwärme, wobei durch, vor die Sonne sich schiebende Wolken auch merkliche Temperaturunterschiede eintraten. Die Ergebnisse sind aus den Tabellen I und II zu entnehmen.

¹⁾ Bei einem 13 mm breiten Stahlmeßband war $\beta = 0,0000227$ und $E = 2090000$; vergleiche Löschner, Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen, Hannover 1902, S. 20.

²⁾ Vergleiche auch meine Mitteilungen über die Zugfestigkeit von Invardraht und Stahlmeßband in der österr. Z. f. V. (11), 1913, S. 18 f.

Tabelle I.

Tag der Messung.	Nr.	Temperatur in Celsius	Hinmessung Rückmessung in Metern	Differenz d in mm	Arithm. Mittel L in Metern	Zeitaufwand für Hin- und Rückmessung
18. Mai 1917	1	30.2 „	5.087 5.087 ₃	0.3	5.087 ₁	
	2	30.2 „	12.050 12.049 ₅	0.5	12.049 ₇	
	3	29.8 „	20.151 20.150 ₂	0.8	20.150 ₆	
	4	30.0 „	40.094 40.093	1.0	40.093 ₅	
	5	30.2 „	63.561 63.560 ₃	0.7	63.560 ₆	
	6	24.1 26.8	100.570 ₂ 100.570 ₅	0.3	100.570 ₃	14 Minuten
	7	28.4 24.4	152.478 152.480	2.0	152.479	18 Minuten
	8	26.6 27.6	201.776 ₃ 201.775	1.3	201.775 ₆	29 Minuten

Tabelle II.

Nr.	Für eine Messung		Für Doppelmessung
	$m = \pm \frac{d}{\sqrt{2}}$ in mm	relativer Fehler $\frac{m}{L}$	$M = \pm \frac{d}{2}$ in mm
1	± 0.2	$\frac{1}{25000}$	$\pm 0.1_5$
2	± 0.4	$\frac{1}{30000}$	$\pm 0.2_5$
3	± 0.6	$\frac{1}{33000}$	± 0.4
4	± 0.7	$\frac{1}{57000}$	± 0.5
5	± 0.5	$\frac{1}{127000}$	$\pm 0.3_5$
6	± 0.2	$\frac{1}{503000}$	$\pm 0.1_5$
7	± 1.4	$\frac{1}{109000}$	± 1.0
8	± 0.9	$\frac{1}{224000}$	$\pm 0.6_5$

Wenn nun auch die Messungsreihe viel zu kurz ist, um darauf eine einwandfreie Genauigkeitsuntersuchung stützen zu können, so bieten doch die abgeleiteten Rechnungsgrößen einen ungefähren Anhalt für die erreichbare Schärfe der auf die beschriebene Art vorgenommenen Längenmessungen.

Bei Annahme des einfachen Quadratwurzelgesetzes

$$m = \pm \mu \sqrt{L}$$

als Gesetz für die Fehlerfortpflanzung folgt aus den Meßergebnissen für den mittleren unregelmäßigen Fehler einer einfachen Messung der Längeneinheit (1 m) nach der bekannten Gleichung:

$$\mu^2 = \frac{1}{2n} \left[\frac{d^2}{L} \right]$$

$$\mu = \pm 0.00009.$$

Dies abgerundet ergibt sich als mittlerer Fehler einer einfachen Messung der theoretische Wert von $\mu = \pm 0.1 \text{ mm}$.

Darnach wäre der zu erwartende mittlere unregelmäßige Fehler einer einfachen Messung mit dem Invarband, nach der beschriebenen Methode:

bei $L = 50 \text{ m}$	$m = \pm 0.6 \text{ mm}$
$L = 100 \text{ m}$	$m = \pm 1.0 \text{ mm}$
$L = 200 \text{ m}$	$m = \pm 1.4 \text{ mm}$
(bei $L = 500 \text{ m}$	$m = \pm 2.0 \text{ mm}$)
($L = 1000 \text{ m}$	$m = \pm 3.0 \text{ mm}$)

Die letzten 2 Zeilen sind eingeklammert, weil sie sich auf Streckenlängen beziehen, welche bei den grundlegenden Beobachtungen nicht vorkommen. Diese Angaben besitzen daher eine erhöhte Unsicherheit und sollen auch lediglich ganz ungefähre Vergleichszahlen bieten, zumal bei den Aufnahmen des Ingenieurs und Geometers solche Meßlängen in der Regel nicht vorkommen.

Zum Vergleiche mit dem hier abgeleiteten, wenngleich nur auf wenige Messungen sich stützenden Wert $\mu = \pm 0.09 = \pm 0.1 \text{ mm}$, seien hier einige der für sorgfältige Lattenmessungen (längs Abschnürung) auf Grund langer Meßreihen berechneten mittleren Fehler für die Längeneinheit (1 m) angeführt:

nach Prof. Lorber ¹⁾	$\pm 0.535 \text{ mm}$
nach Verm.-Insp. Händel ²⁾	$\pm 0.160 \text{ mm}$
(Stadtvermessung Leipzig)	
nach Prof. Rebstein ³⁾	$\pm 0.200 \text{ mm}$.
(Stadtvermessung Zürich)	

Zum weiteren Vergleiche sei der für feine Stahlbandmessungen mit Anreihvorrichtung und Spannungswage für mehr oder weniger ebenen Wegboden ermittelte Wert μ angesetzt:

nach Löschner ⁴⁾	± 0.200 bis $\pm 0.303 \text{ mm}$.
---------------------------------------	--

¹⁾ Lorber, Ueber die Genauigkeit der Längenmessungen, Wien 1877, S. 35.

²⁾ Händel, Zeitschrift für Vermessungswesen 1898 S. 334.

³⁾ Händel's Bericht in Zeitschr. f. Verm. 1898 S. 335.

⁴⁾ Genauigkeitsuntersuchungen für Längenmessungen, Hannover, Jänecke, 1902 S. 41.

Von besonderer Bedeutung für die richtige Einschätzung des Wertes der Längenmessungen mit Invarband ist der verschwindend kleine Einfluß des Temperaturwechsels, soweit dieser für unsere Praxis in Betracht kommt. Selbstverständlich wird die Temperatur, bei welcher das Invarband am Komparator verglichen wird, immerhin nach Tunlichkeit möglichst nahe der Gebrauchstemperatur zu wählen sein.

Die Wärmeausdehnungszahl für Invardrähte und -bänder (36% Nickel, 64% Stahl) schwankt zwar etwas, sie ist aber stets recht klein.

Man findet für Temperaturen zwischen 0° und 40° die Werte $\alpha_1 = 0.028 \cdot 10^{-6}$; dann $\alpha_2 = 0.337 \cdot 10^{-6}$ und $\alpha_3 = 0.094 \cdot 10^{-6}$ angegeben und zwar für unter größere Zugspannung (10 kg) gesetzte Meßdrähte.¹⁾ Es kommt hiebei zu beachten, daß die Temperaturexpansion des Invars unter Zugspannung etwas kleiner ist als jene ohne Zugspannung.²⁾

Man findet ferner für Invardrähte des k. u. k. Militärgeographischen Institutes³⁾ die kleine Wärmeausdehnungszahl $\alpha_4 = 0.000,000,095$ angegeben, wobei gleichfalls die Spannung von 10 kg vorausgesetzt ist.⁴⁾

Gleichfalls für 10 kg Spannung ist der Wärmeausdehnungskoeffizient von $\alpha_5 = 0.000,000,793$ für drei i. J. 1906 an die Hochschule Stuttgart gelieferte Invardrähte ermittelt.⁵⁾

Die Ermittlung dieser Wärmeausdehnungszahlen geschah im Internationalen Maß- und Gewichtsbureau zu Breteuil bei Paris. Aus dem gleichen Bureau stammt die Angabe eines viel größeren Mittelwertes für den Wärmeausdehnungskoeffizienten des Nickelstahls mit 35.6% Nickel, nämlich $\alpha_6 = 0.000,000,877$, welcher Wert sich wahrscheinlich auf nicht unter Spannung befindliche Maßstäbe bezieht. Der gleiche Mittelwert erscheint auch in einer englischen Vorschrift über Vergleichung und Beglaubigung von Längenmaßen angegeben.⁶⁾

Die Etalonierung dreier Invarbänder im «Bureau of Standards», Washington, ergab wieder viel kleinere Wärme-Ausdehnungszahlen, nämlich von $\alpha_7 = 0.000\ 000\ 37$ bis $\alpha_8 = 0.000\ 000\ 43$.⁷⁾

Nimmt man nun bei nicht speziell untersuchtem Invarband den größten Wert α_6 an, so erreicht die Längenänderung infolge eines Temperaturwechsels von 10° C bei einer Meßstrecke von 100 m erst 0.9 mm, also eben erst das geringe Maß der infolge des mittleren unregelmäßigen Fehlers auftretenden Unsicherheit in der Längenmessung.

Bei Geltung des Wertes α_1 bzw. α_2 , α_3 , α_4 , α_7 und α_8 folgen aber die noch viel geringeren Längenänderungen von 0.03, bzw. 0.3, 0.1, 0.1, 0.4 und 0.4 Millimeter für die Meßstrecke von 100 m und für 10° Temperaturänderung.

¹⁾ Hergestellt im französischen Stahlwerk Imphy.

²⁾ Hammer's Bericht in Zeitschr. f. Verm. 1907 (36) S. 427.

³⁾ Geliefert von J. Carpentier, Paris.

⁴⁾ Gaksch in Mitt. des k. u. k. Militärgeogr. Institutes (31) 1911. S. 64.

⁵⁾ Hammer in Zeitschr. f. Verm. 1907 (36) S. 432.

⁶⁾ Vergleiche Hammer und Petzold in Zeitschr. f. Verm. 1904 (33) S. 201 und 338.

⁷⁾ Hammer's Bericht in Zeitschr. für Verm. 1909 (38) S. 91. (Lieferant der Invarbänder;

J. H. Agar Baugh, London).

Es zeigt sich, daß der Temperatureinfluß mit Rücksicht auf den erforderlichen Genauigkeitsgrad der geodätischen Arbeiten des Ingenieurs und Geometers wohl fast immer wird vernachlässigt werden können. Der geringe Einfluß des Wärmewechsels auf die Längenänderung des Invarbandes erscheint umso wichtiger, als bei den Längenmessungen ohne Zeltschutz die Temperatur von Metallbändern erfahrungsgemäß durch die unter dem Einfluß von Wind und Wolken oft stark wechselnde Stärke der Sonnenbestrahlung sehr merklich und ganz ungleichförmig — oft sprungweise — schwanken kann, sodaß die genauere Ermittlung der mittleren Meßtemperatur größeren Arbeitsaufwand verursachen würde.

Nach dem Vorstehenden erscheint bei unseren Messungen der Temperatureinfluß praktisch vernachlässigbar. Durch die Verwendung des Invars sind die aus den Temperatur-Veränderungen bezw. aus deren Vernachlässigung erwachsenen regelmäßigen (konstanten) Fehler auf ein sehr geringes Maß herabgedrückt.

Die wahre Länge des Nominalmeters auf unserem Invarband kann einfach mit

$$\frac{l}{20} = 999.968_5 \text{ mm}$$

angesetzt werden, wornach sich die in der Tabelle III zusammengestellten Längen für unsere Meßstrecken — selbst in den Millimetern praktisch genügend genau — ergeben:

Tabelle III.

Nr.	Wahre Länge der Meßstrecken in Metern
1	5.086 ₇ ± 5.087
2	12.049 ₁ ± 12.049
3	20.149 ₀ ± 20.150
4	40.092 ₁ ± 40.092
5	63.558 ₄ ± 63.558
6	100.567 ₁ ± 100.567
7	152.474 ₁ ± 152.474
8	201.769 ₀ ± 201.769

Schließlich sei bemerkt, daß ein Meß-Band gegenüber einem Meß-Draht für Längenmessungen des Ingenieurs und Geometers unbedingt vorzuziehen ist, da man ein Band sicherer und daher auch rascher auf- und abrollen kann, ohne hiebei schädliche Deformationen befürchten zu müssen. (Der bei freihängendem Meßwerkzeug in erster Linie in Vergleich zu ziehende und zu Gunsten des Drahtes sprechende Einfluß des Windes verliert bei auf dem Boden aufliegenden Meßwerkzeug seine Bedeutung, ja er spricht dann sogar eher zugunsten des Bandes.)

Bekannt ist, daß beim Gebrauch des Invarbandes gegenüber dem Stahlband noch viel größere Vorsicht nötig ist, da bei unachtsamer Behandlung leicht

«Beulen» (kürzere bleibende Wellen) entstehen, welche die Bandlänge beeinflussen; deshalb ist auch zum Aufrollen und für den Transport ein Ring von möglichst großem Durchmesser anzuwenden.¹⁾

Die Ausgleichung von Abschlußfehlern, die Bestimmung der zulässigen maximalen Abschlußfehler in Dreiecken und geschlossenen Polygonen.

Studie. Verfaßt von Alexander Jankó, ung. Oberforstrat, Selmeczbánya (Ungarn).

A. Die Ausgleichung der Winkel in Dreiecken.

(Fortsetzung und Schluß.)

III. Die Verbesserung in schiefwinkligen Dreiecken.

Das im vorigen Kapitel beschriebene Verbesserungsverfahren ist ohne alle Schwierigkeiten und Zweifel immer anwendbar, solange kein Winkel des Dreieckes den rechten Winkel überschreitet. Wenn aber ein Winkel des Dreieckes größer ist als 90° , dann müßte zur Verbesserung der Sinuswert des Ergänzungswinkels des über 90° betragenden Winkels herangezogen werden, wogegen aber verschiedene Zweifel und berechtigte Einwände erhoben werden können.

So ist in erster Reihe anfechtbar, daß nicht der gemessene Winkel selbst, sondern ein anderer — der Ergänzungswinkel — bei den Berechnungen benützt wird; weiters ist anfechtbar, daß — die Sinusfunktion der beiden anderen kleineren Winkel in Rechnung gezogen — beim dritten, erheblich größeren Winkel nicht die entsprechende erheblich größere Sinusfunktion, sondern die kleinere Sinusfunktion des kleineren Ergänzungswinkels in Rechnung kommt, infolgedessen bestünde zwischen den berechneten Verbesserungsgrößen nicht jenes Verhältnis, welches zwischen den der Größe der Winkel entsprechenden Sinusfunktionen besteht, und schließlich der schwerwiegendste Einwand wäre der, daß wir die vermittelst der Sinusfunktion des Ergänzungswinkels berechnete Verbesserung nicht am Ergänzungswinkel, sondern an dem viel größeren, 90° übersteigenden Winkel durchführen. Zur Verbesserung des Ergänzungswinkels aber können wir die mit Hilfe dieses Winkels berechnete Verbesserung auch nicht verwenden, denn im Falle einer solchen Verwendung müßten wir — während wir die beiden anderen Winkel verkleinern, infolgedessen auch den Ergänzungswinkel verkleinern müssen — den dritten, über 90° betragenden Winkel des Dreieckes vergrößern, es würden also zwei Winkel des Dreieckes verkleinert und der dritte vergrößert, bzw. umgekehrt, wenn der Abschlußfehler die Vergrößerung der Winkel verlangen würde.

Infolge dieser berechtigten Einwände müssen wir also zur Berechnung der Verbesserungen in Dreiecken, die über 90° -gradige Winkel haben, ein solches

¹⁾ Die in den Vereinigten Staaten (Coast and Geodetic Survey) gebrauchten, von J. H. Agar-Baugh (London) gelieferten drei Invarbänder werden beispielsweise für den Transport auf eine Aluminiumtrommel von rund 40 cm Durchmesser aufgerollt. Eine merkliche Längenänderung hat sich nicht gezeigt, obwohl z. B. das eine Invarband mehrere hundertmal auf- und abgerollt worden ist.