Bemerkungen zu den Kontakttachymetern, im besondern zum Universaltachymeter von Laska-Rost

Franz Aubell [1]

[1] *Graz*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **21** (3), S. 39–47

1923


```
@ARTICLE{Aubell_VGI_192305,
Title = {Bemerkungen zu den Kontakttachymetern, im besondern zum
   Universaltachymeter von Laska-Rost},
Author = {Aubell, Franz},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {39--47},
Number = {3},
Year = {1923},
Volume = {21}
}
```

geschaffen und wird dadurch die Verwendung für verschiedene Vermessungszwecke ermöglicht. Es ist nicht möglich, auf alle Arbeiten Krügers, die sich auf Ausgleichungsrechnung, auf Teilungsaufgaben, die geodätische Hauptaufgabe u. a. m. beziehen, hier näher einzugehen. Krüger hat auch aus Schreibers Nachlaß einiges herausgegeben. Noch im Ruhestande hat er, ebenfalls durch Gauß angeregt, die stereographische Projektion des Ellipsoids, sowohl die direkte, als die mit Zwischenschaltung der Kugel bearbeitet.

Die Darstellung der Leistungen Krügers verwob sich besonders in der ersten Zeit mit der Geschichte des Institutes. Als Helmert 1916 erkrankte und nicht wieder genas, fiel ihm die stellvertretende Leitung desselben zu. Es ist müßig zu fragen, ob er sich entschlossen haben würde, die ihm ungewohnte und unerwünschte, leider mit dem Direktorat verbundene Lehrtätigkeit an der Berliner Universität zu übernehmen; unter den obwaltenden Umständen und besonders schwierigen Zeitverhältnissen beschränkte er sich auf eine möglichst unveränderte Fortführung der Geschäfte und stellte gelegentlich erwähnte Reform- und Arbeitspläne zurück. Aber wertvolle Veröffentlichungen, die er anregte oder förderte, die Beziehungen zu den Fachgenossen an den Hochschulen, die er pflegte, die Verbindungen mit den Vertretern der neutralen Länder, die er mit Vorsicht und Nachdruck unterhielt, lassen die Pentade seiner Amtsführung als eine Zeit des Wachstums erscheinen. Viele Titel- und Ordensverleihungen, u. a. des Franz-Josephsordens, wurden ihm zuteil. Besonders hat ihn neben der Aufnahme in die Göttinger Gesellschaft die Anerkennung der praktischen Bedeutung seiner Arbeiten durch die Ernennung zum Dr. ing. erfreut. Sein Andenken wird in der Wissenschaft fortleben und seine Arbeiten werden in ihrer Gediegenheit ein Vorbild bleiben. Seine Abneigung gegen Blendwerk und Phrase, die Anerkennung von wirklicher Tüchtigkeit waren in der Lauterkeit und Offenheit seines Charakters begründet, seine herzliche Liebenswürdigkeit und seine Schlichtheit und Anspruchslosigkeit gewannen ihm die Herzen. Er ist ledig geblieben und hat eine jüngere Schwester einsam zurückgelassen. Mit ihr trauern um ihn seine Freunde, zu denen sich der Verfasser zählen darf, der gleichzeitig mit ihm in das Geodätische Institut eintrat.

Potsdam, Juli 1923. A. Galle.

Bemerkungen zu den Kontakttachymetern, im besondern zum Universaltachymeter von Láska-Rost.

Von Prof. Dr. techn. FRANZ AUBELL.

Die auf dem Grundgedanken der Tangentenschraube beruhenden Kontakttachymeter, unter welchen u. a. jene von Sanguet, Charnot, Láska zu nennen sind, haben gegenüber den Fadentachymetern den Vorteil, daß sie die Ebenweite (Horizontaldistanz) selbsttätig auswerten, und zwar bei verhältnismäßig einfacher mechanischer Anordnung, in welcher Beziehung sie im Vergleich zu den bestehenden Anordnungen der fadentachymetrischen Selbstrechner, wie jenen von Tichy, Nassó und Hammer hervorzuheben sind.

Der für tachymetrische Punktbestimmungen ebenso wichtige Höhenunterschied kann durch Selbstrechnung nach demselben Grundsatze nicht erhalten werden, weswegen hiefür entweder die Fadenmeßschraube herangezogen wird wie bei Láska (erste Art der Ausmittlung), oder die mathematische Beziehung $h = E \operatorname{tg} \alpha$ rechnerisch ausgewertet wird, wozu bei Láska (zweite Art der Ausmittlung) α, bei Charnot $\operatorname{tg} \alpha$ am Höhenkreise, bei Sanguet $\operatorname{tg} \alpha$ an der Tangentenskala der Meßschraube abzulesen sind.

Der Nachteil der Ungleichzeitigkeit der den Lattenabschnitt ergebenden Lattenlesungen ist eine Erscheinung, welche allen Schraubenentfernungsmessern eigen ist und welche, mag die Anordnung noch so sorgfältig durchgeführt sein, im Vereine mit den in der Schraube liegenden Fehlereinflüssen unter sonst gleichen Umständen die Fadendistanzmessung überlegen erscheinen läßt. Wenn nun Láska in seiner Veröffentlichung (Zeitschrift für Instrumentenkunde 1905, S. 225 f.) angibt, mit seinem Instrumente die Entfernung ebenso genau erhalten zu können wie durch Stahlbandmessung, so waren die an das Instrument gestellten Erwartungen jedenfalls zu große. Vielmehr trifft Prof. Dr. Dokulil (Das Universaltachymeter-Patent Láska-Rost, S. 88) das Richtige, wenn er sagt, daß die mit dem Láskaschen Instrumente erreichbaren Ergebnisse „im allgemeinen denselben Genauigkeitsgrad besitzen wie die bisher üblichen tachymetrischen Instrumente".

Das Selbstrechnen der Ebenweite bei den Instrumenten der erwähnten Art hat folgende Grundlage: Das Heben der Zielung um ein gleichbleibendes Stück, das je nach der Anordnung lotrecht (Sanguet) oder wagrecht (Charnot, Láska) gelegen ist, durch Bewegung der Tangentenschraube oder durch Führung eines Hebels von Anschlag zu Anschlag (daher die Bezeichnung „Kontakt- oder Anschlagtachymeter") hat zur Folge, daß der entfernungsmessende Winkel, dessen Ausgangs- oder größter Wert für die wagrechte Zielung bei $C = 100$ $\mu_0 = 2062{\cdot}65''$ beträgt, bei geneigter Zielung selbsttätig sich derart verkleinert, daß der ihm entsprechende Lattenabschnitt stets zur Ebenweite im gleichbleibendem Verhältnisse steht, so daß eine Berücksichtigung der Neigung der Zielung entfällt. Dies wird durch folgende, im Anschluß an die untenstehende Figur 1 geführte Untersuchung bestätigt:

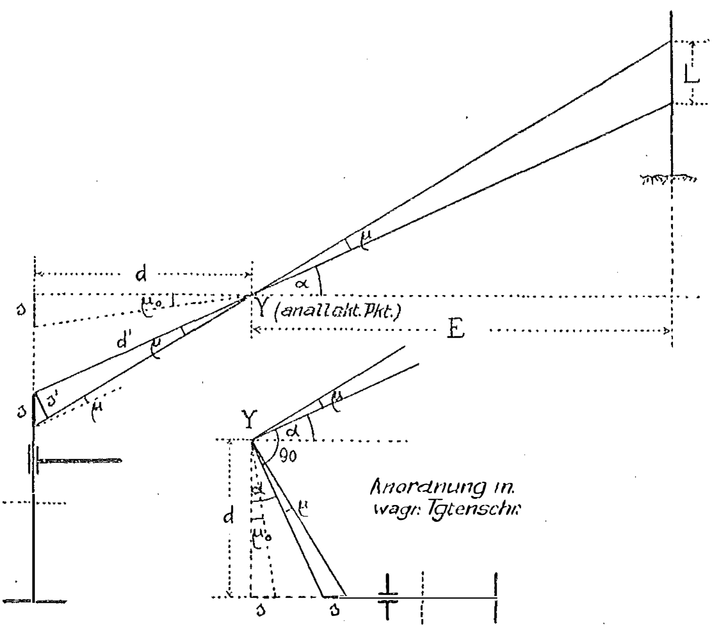


Fig. 1.

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{s'}{d'}$$

$$s' = s \cos\alpha - s \sin\alpha \operatorname{tg}\mu$$

$$d' = \frac{d}{\cos\alpha}, \text{ daher}$$

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{s\cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\mu)}{d}$$

$$= \operatorname{tg}\mu_0 \cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\mu),$$

wenn μ_0 in $\operatorname{tg}\mu_0 = \frac{s}{d}$ den der wagrechten Zielung entsprechenden Ausgangs- oder Höchstwert des distanzmessenden Winkels bedeutet.

Ist α der auf die untere der zwei Lattenablesungen bezogene Neigungswinkel der Ziellinie, so lautet bekanntlich die tachymetrische Grundgleichung für die Ebenweite:

$$E = \frac{1}{\operatorname{tg}\mu} L \cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\mu);$$

setzt man hier für $\operatorname{tg}\mu$ den obigen Wert ein, so ist

$$E = \frac{1}{\operatorname{tg}\mu_0} L = C L$$

d. h. die Verkleinerung des entfernungsmessenden Winkels tritt durch die Wirkung der Tangentenschraube selbsttätig in dem Maße ein, wie es der in der tachymetrischen Grundgleichung auftretenden Beziehung von α entspricht.

Auf die mechanische Lösung, die Láska zur Durchführung der Kippung des Fernrohrs bei seinem Instrumente, das uns nun vornehmlich beschäftigen soll, anwandte, soll nicht näher eingegangen werden. Es zeigt sich hier eine Anordnung, die jener des im Jahre 1901 geschaffenen Csétischen Grubentachymeters zur Erzeugung des entfernungsmessenden Winkels durch Kippung des Fernrohres ähnlich ist (vgl. Prof. Szentistványi, Gyakorlati Bányaméréstan (Prakt. Markscheidekunst) 1911, S. 258 ff.).

Von besonderem Interesse ist die von Láska zur Selbstrechnung der Höhenunterschiede getroffene Anordnung. Um erstere zu erreichen, wählt Láska das bei Fachtachymetern wiederholt (z. B. von Tichy, Nassó, Hammer) angewendete Verfahren der Änderung des Fadenabstandes. Es soll

$$h = C L_h = E \operatorname{tg}\alpha = C L \operatorname{tg}\alpha \text{ sein,}$$

somit

$$L_h = L \operatorname{tg}\alpha,$$

was nur erreichbar ist, wenn sich ein mit der Neigung der Zielung veränderlicher Winkel μ' herstellen läßt, der zum Lattenabschnitt L_h führt. Es wird außer dem „festen" Faden, der bei der Entfernungsmessung in Betracht kommt und auf den sich die Höhenwinkelablesung bezieht, noch ein beweglicher, mit einer Meßschraube verbundener eingeführt. Wenn die Auftragung des Fadenabstandes von der den Winkel α angebenden Zielung (hier der „unteren") aus erfolgt, wie das z. B. beim Tichyschen Selbstrechner der Fall ist, fallen für $\alpha = 0$ beide Fäden zusammen, mit zunehmendem Höhenwinkel nimmt auch der Fadenabstand zu. Láska trägt nun (es sollen vorderhand nur Höhenzielungen ins Auge gefaßt sein) nicht den Winkel μ' von der Lage der Zielung v o r der Aufwärtskippung nach aufwärts, sondern n a c h erfolgter Aufwärtskippung den Winkel $\mu'' = \mu - \mu'$ mit Hilfe einer verkehrt stehenden Meßschraube nach abwärts auf (Figur 2). Diese ist derart angeordnet, daß dem Winkel $\mu_0 = 2062{\cdot}65''$ fünf Schraubenumdrehungen entsprechen, daß weiters dem Abstande des beweglichen Fadens vom festen für die wagrechte Zielung, bei welcher $\mu' = 0$ sein muß, die Ablesung $n = 5$ zukommt. Da das Fernrohr anallaktisch ist, liegt der Scheitel des Winkels μ'' unabhängig von der Entfernung des Zielpunktes in Y, der Kippachse des Fernrohres.

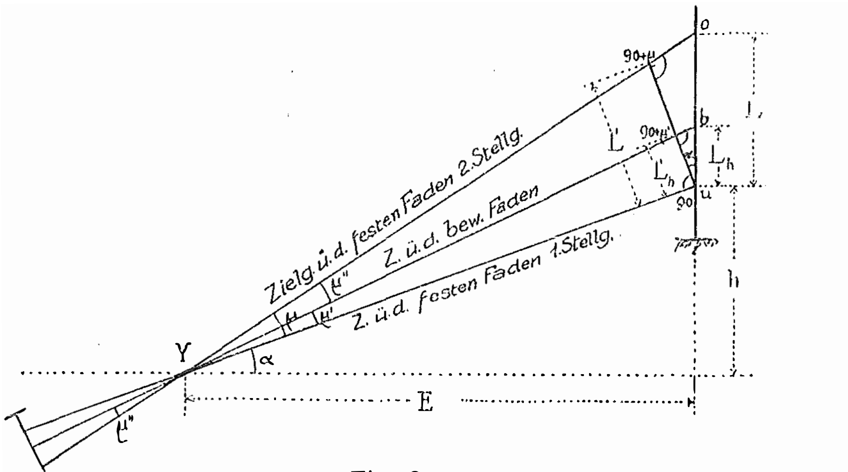


Fig. 2.

Es handelt sich zunächst um die Beziehung zwischen μ und μ'. Aus den in der Figur 2 gekennzeichneten Dreiecken folgt:

$$\frac{\operatorname{tg}\mu'}{\operatorname{tg}\mu} \doteq \frac{L_h'}{L'} = \frac{L_h}{L} \cdot \frac{\cos(\alpha + \mu')\cos\mu}{\cos(\alpha + \mu)\cos\mu'} = \operatorname{tg}\alpha\,\frac{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\mu'}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\mu}.$$

Löst man diese Gleichung nach $\operatorname{tg}\mu'$ auf, so erhält man:

$$\operatorname{tg}\mu' = \frac{\operatorname{tg}\mu\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\mu\operatorname{tg}\alpha(1 - \operatorname{tg}\alpha)}.$$

Diese Tangensbeziehung zwischen μ und μ' läßt auch für μ'' eine Tangensbeziehung zweckmäßig erscheinen:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\mu'' &= \operatorname{tg}(\mu - \mu') \doteq \operatorname{tg}\mu - \operatorname{tg}\mu' \\ &= \operatorname{tg}\mu\left(1 - \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\mu\operatorname{tg}\alpha(1 - \operatorname{tg}\alpha)}\right).\end{aligned}$$

Die zu Anfang für $\operatorname{tg}\mu$ gegebene Gleichung läßt sich auch schreiben:

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{\operatorname{tg}\mu_0\cos^2\alpha}{1 + \frac{1}{2}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\mu_0},$$

somit nach Einsetzung von $\operatorname{tg}\mu$ und nach entsprechender Vereinfachung:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\mu'' &= \operatorname{tg}\mu_0\,\frac{\cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}\alpha)}{(1 + \frac{1}{2}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\mu_0)(1 + \sin^2\alpha\operatorname{tg}\mu_0)} \\ &\doteq \operatorname{tg}\mu_0\cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}\alpha)\,(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\mu_0)\,(1 - \sin^2\alpha\operatorname{tg}\mu_0)\end{aligned}$$

und unter Weglassung des Gliedes mit $\operatorname{tg}^2 \mu_0$

$$= \operatorname{tg} \mu_0 \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) \, [1 - \operatorname{tg} \mu_0 \sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)]$$
$$= \operatorname{tg} \mu_0 \, [\cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \mu_0 \tfrac{1}{4} \sin 4 \alpha]$$

oder

$$\mu'' = \mu_0 \, [\cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) - \operatorname{tg} \mu_0 \tfrac{1}{4} \sin 4 \alpha].$$

Ist n die zur Zurücklegung des Winkels μ'' erforderliche Anzahl von Schraubenumdrehungen, so besteht die Beziehung

$$\mu'' : \mu_0 = n : 5$$

und daher

$$n = 5 \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha) - \tfrac{5}{4} \operatorname{tg} \mu_0 \sin 4 \alpha, \ldots\ldots\ldots\ldots \quad *$$

wohingegen nach Láska die Beziehung gilt:

$$n = 5 \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha),$$

welcher Ausdruck sonach um den Betrag

$$\triangle n = \tfrac{5}{4} \operatorname{tg} \mu_0 \sin 4 \alpha$$

zu groß ist. Setzt man $\operatorname{tg} \mu_0 = 0{\cdot}01$ und für α verschiedene Werte ein, so ersieht man, daß der hiedurch vernachlässigte Betrag bei einer Schätzungsgrenze von 0·005 bis 0·01 Schraubenumdrehungen mehr als die Schätzungsgrenze ausmachen kann.

α	$\triangle n$ in	
0	Schr.-Umdr.	Sek.
0 , 45	0·000000	0·00
5 , 40	4275	1·76
10 , 35	8035	3·32
15 , 30	10825	4·47
20 , 25	12310	5·08

Der dadurch in L_h hervorgerufene Fehler ist

$$\triangle L_h = \frac{\triangle n}{\rho''} \cdot \frac{E}{\cos^2 \alpha},$$

der in h bewirkte

$$\triangle h = 100 . \triangle L_h,$$

welche Vernachlässigung wegen der Vervielfachungsziffer $C = 100$ nicht gerechtfertigt erscheint, umsoweniger, als es sich für den Mechaniker vollkommen gleichbleibt, welche Beziehung seiner n-Teilung am Höhenkreis zugrundegelegt wurde und sich auch sonst keine mechanischen Vereinfachungen ergeben.

Die Berechnung der auf der ungekürzten Beziehung aufgebauten n-Teilung am Höhenkreise gestaltet sich trotz des Zuschlagsgliedes nicht wesentlich umständlicher als nach der Láskaschen Beziehung. Für die von 0·1 zu 0·1 fortschreitenden Werte von n sind die zugehörigen Höhenwinkel α anzugeben.

α	Durch $\triangle n$ hervorgerufener Fehler in L_h in *mm* bzw. in *h* in *dm* bei einer Ebenweite von									
°	10 *m*	20 *m*	30 *m*	40 *m*	50 *m*	60 *m*	70 *m*	80 *m*	90 *m*	100 *m*
5	0·09	0·17	0·26	0·34	0·43	0·52	0·60	0·69	0·77	0·86
10	0·16	0·32	0·48	0·64	0·80	0·96	1·12	1·28	1·44	1·60
15	0·23	0·46	0·70	0·93	1·16	1·39	1·62	1·86	2·06	2·32
20	0·28	0·56	0·83	1·11	1·39	1·67	1·95	2·22	2·50	2·78
25	0·30	0·60	0·89	1·19	1·49	1·79	2·09	2·38	2·68	2·98
30	0·29	0·57	0·86	1·15	1·44	1·72	2·01	2·30	2·58	2·87
35	0·24	0·48	0·71	0·95	1·19	1·43	1·67	1·90	2·14	2·38
40	0·15	0·29	0·44	0·58	0·73	0·87	1·02	1·16	1·31	1·45
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

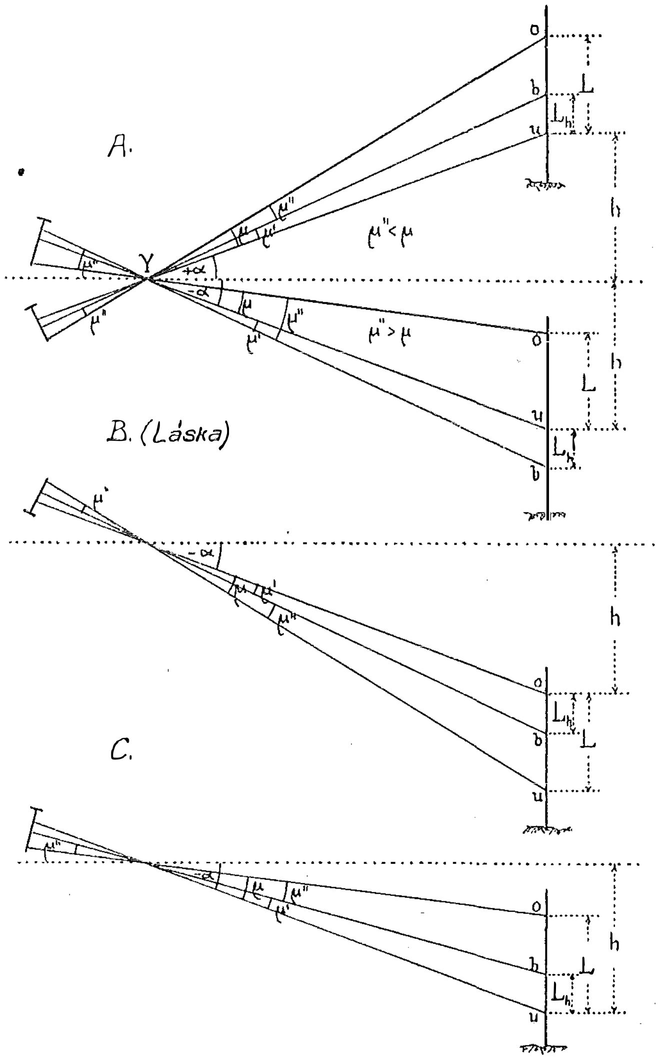
Setzt man
$$n' = n + \tfrac{5}{4} . 0{\cdot}01 \sin 4\alpha,$$
wobei der Winkel α aus der bisherigen Teilung oder unabhängig von dieser durch die Näherungsrechnung mit $n' \doteq n$ erhalten wird, so folgt aus
$$n' = 5 \cos^2 \alpha \, (1 - \operatorname{tg} \alpha) = \frac{5}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} (1 - \operatorname{tg} \alpha)$$
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mp 5 + \sqrt{25 - 4 n'^2 + 20 n'}}{2 n'}$$
(derselbe Ausdruck wie bei Dokulil a. a. O., S. 12).

Aus dem für n entwickelten Ausdrucke erkennt man, daß ein Tiefenwinkel das Vorzeichen in der Klammer und im Zuschlagsgliede umkehrt, was zur Folge hat, „daß sich für die Größe n verschiedene Werte ergeben, wenn man für α numerisch gleiche, aber verschieden ($\pm$) bezeichnete Werte einsetzt" (Dokulil a. a. O., S. 13).

Die Änderung des Wertes n unter Berücksichtigung des Vorzeichenwechsels bei Tiefenwinkeln ist in der folgenden Tafel ersichtlich gemacht,

α	n	α	n
+ 45°	0·000,0	— 45	5·000,0
+ 40	0·467,9	— 40	5·400,4
+ 35	0·997,8	— 35	5·712,3
+ 30	1·574,2	— 30	5·925,9
+ 25	2·179,6	— 25	6·034,4
+ 20	2·795,9	— 20	6·034,4
+ 15	3·404,3	— 15	5·925,9
+ 10	3·986,2	— 10	5·712,3
+ 5	4·523,6	— 5	5·400,4
0	5·000,0	0	5·000,0

woraus zu entnehmen ist, daß die n-Teilung für Tiefenwinkel gegenüber jener für Höhenwinkel ungleichartig und weiters die Verlängerung der Fadenmeßschraube um eine Ganghöhe ($n_{max} = 6{\cdot}0480$ für $\alpha = -22{\cdot}5^0$) erforderlich wird. Der Meßvorgang wäre hingegen für Höhen- und Tiefenzielungen gleichartig, was auch die folgende Figur 3 A erkennen läßt.



$$h = 100\,(b - u) > 0$$
$$H = h + J - u$$

$$h = 100\,(b - u) < 0$$
$$H = h + J - u$$

$$h = 100\,(b - o) < 0$$
$$H = h + J - o$$

$$h = -\,100\,(b - u) < 0$$
$$H = h + J - u$$

Fig. 3.

Um dieselbe n-Teilung für Höhen- und Tiefenzielungen verwendbar zu erhalten, hat nun Láska dadurch für Tiefenzielungen die gegengleichen Verhältnisse zu den Höhenzielungen hergestellt, daß er bei Tiefenzielungen den Höhenwinkel auf die der wagrechten nähere Zielung bezieht und die Fadenmeßschraube um 180^0 dreht (B). Dabei stellt sich folgender Meß- und Rechenvorgang heraus:

<table>
<tr><th rowspan="3">Bei</th><th rowspan="3">Meß-
schraube</th><th colspan="2">Hebel-</th><th colspan="2" rowspan="3">Berechnung</th></tr>
<tr><th>oben</th><th>unten</th></tr>
<tr><th colspan="2">Ablesung</th></tr>
<tr><td>Höhenwinkel (+)</td><td>oben</td><td>$+n, u, (\alpha)$</td><td>o, b</td><td rowspan="2">$E = 100\,(o - u)$</td><td>$h = 100\,(b - u)$
$H = h + J - u$</td></tr>
<tr><td>Tiefenwinkel (—)</td><td>unten</td><td>$-n, u, b$</td><td>$o, (\alpha)$</td><td>$h = 100\,(b - o)$
$H = h + J - o$</td></tr>
</table>

Der von Láska zur Erreichung gleicher n-Teilungen für Höhen- und Tiefenwinkel eingeschlagene Weg hat zunächst die eine Folge, daß der Meßvorgang verschieden ist, je nachdem man es mit einem Höhen- oder Tiefenwinkel zu tun hat. Dazu kommt die Notwendigkeit zweier Anfangsstriche $+5$ und -5 für die n-Teilung, die um den Winkel $\mu_0 = 2062{\cdot}65''$ voneinander abstehen, sodaß wieder folgende Gebrauchsregel veranlaßt wird: (Dokulil a. a. O., S. 36): „Liegt der Zeiger zwischen den mit $+5$ und -5 bezeichneten Teilstrichen der Höhenkreisteilung, so muß das Fernrohr um die Achse so lange gedreht werden, bis sich für n entweder eine positive oder negative Lesung bei „Hebel oben" ergibt".

Die ganze Frage läßt sich sowohl im Meßvorgange als auch hinsichtlich der Anordnung der Okularmeßschraube einfacher lösen, was nun im folgenden dargetan wird.

Bezieht man wieder α auf die tiefere Zielung, zählt aber das μ'' genau so wie bei Höhenzielungen von der oberen Zielung aus, so daß zur Auftragung dieses Winkels die Meßschraube in Stellung „oben" Verwendung findet (C), so ergibt sich für Tiefenzielungen

$$\mu'' = \mu_0 \left[\cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}|\alpha|) + \operatorname{tg}\mu_0 \tfrac{1}{4} \sin 4\,|\alpha|\right] \quad \text{oder}$$
$$n = 5\cos^2\alpha\,(1 - \operatorname{tg}|\alpha|) + \tfrac{5}{4} \operatorname{tg}\mu_0 \sin 4\,|\alpha|.$$

Nach dieser und der mit * bezeichneten, nun für Höhenzielungen geltenden Gleichung wurde vom Verfasser die neue Teilung gerechnet. Die zwei Gleichungen von n unterscheiden sich nur durch das entgegengesetzt bezeichnete Zuschlagsglied, es werden daher die zugehörigen n-Teilungen einen für das Auge nicht merklichen Unterschied aufweisen. Die Teilung für Höhenwinkel geht ohne Zwischenabstand sofort in jene für Tiefenwinkel über. Dabei besteht nun der Vorteil, daß nicht nur die mathematischen Beziehungen für Höhen- und Tiefenzielungen dieselben bleiben:

$$E = 100\,(o - u)$$
$$h = \pm\, 100\,(b - u)$$
$$H = h + J - u,$$

sondern, daß auch hiebei der Unterschied im Meßvorgang für $+\alpha$ und $-\alpha$ sowie das Drehen der Fadenmeßschraube entfällt, ganz abgesehen davon, daß die Möglichkeit nicht mehr besteht, daß etwa der Zeiger für die n-Teilung zwischen die zwei mit $+5$ und -5 bezeichneten Striche dieser Teilung, die nun zusammenfallen, geraten könnte.

Die gegebene Untersuchung möge als Würdigung der dem Láskaschen Instrumente zugrundeliegenden Idee aufgefaßt werden, das, in den Werkstätten von R. & A. Rost-Wien hergestellt, ein höchst beachtenswertes Stück Feinmechanik auf dem Gebiete der tachymetrischen Selbstrechner vorstellt, also jener Gruppe von Tachymetern, welche die Auswertung der Ebenweite und des Höhenunterschiedes ohne jede Rechnung und alle anderen Hilfsmittel ermöglichen. Die vorgeschlagene Abänderung bedeutet sowohl eine Vereinfachung des Meßvorganges als auch eine solche des Baues des Instrumentes. Es wäre zu wünschen, daß sowohl der Erfinder als auch die erzeugende Anstalt bei einer Neuherstellung des Instrumentes den erwähnten Umständen Rechnung tragen würden.

Über den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung.

Von Oberstadtbaurat Ing. S. WELLISCH.

Für einen Nivellementzug oder ein Nivellementpolygon, bestehend aus n Strecken von den Längen $D_1, D_2, \ldots D_n$, dient bekanntlich zur Berechnung der Korrelate k, wenn w den Schlußfehler bezeichnet und die Gewichte umgekehrt proportional den nivellierten Strecken angenommen werden, die Normalgleichung (vergl. „Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung", 1. Band, S. 219):

$$[D]\,k + w = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die an den gemessenen Höhenunterschieden h_i der einzelnen Strecken D_i anzubringenden Verbesserungen v_i sind dann ausgedrückt durch

$$v_i = k\,D_i, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

wobei $[v] = -w$ sein muß. Werden die Entfernungen D in Kilometern angegeben, so stellt der mittlere Fehler der Gewichtseinheit

$$\mu_0 = \sqrt{\left[\frac{vv}{D}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

den mittleren Kilometerfehler der Nivellierung, d. i. den mittleren Nivellementfehler auf einer Strecke von 1 *km* Länge dar.

Die numerische Berechnung dieses Fehlermaßes ist, weil die Quotienten $\frac{vv}{D}$ von der Anzahl n zu bilden sind, ziemlich umständlich; doch läßt sich durch Umgestaltung dieser Formel die Berechnung von μ_0 wesentlich erleichtern. Aus den Gleichungen (1) und (2) ist

$$k = \frac{v_i}{D_i} = -\frac{w}{[D]};$$

durch Multiplikation mit $\sqrt{D_i}$ entsteht

$$k\sqrt{D_i} = \frac{v_i}{\sqrt{D_i}} = -\frac{w\sqrt{D_i}}{[D]}.$$

Werden diese Gleichungen für $i = 1, 2, \ldots n$ quadriert und dann addiert, so erhält man

$$k^2\,[D] = \left[\frac{vv}{D}\right] = \frac{w^2}{[D]} = -\,k w = \mu_0^2$$