

Paper-ID: VGI_192402



Zur trigonometrischen Höhenmessung

Heinrich Haidl ¹

¹ *Oberhollabrunn*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **22** (1–2), S. 26–33

1924

BibTEX:

```
@ARTICLE{Haidl_VGI_192402,  
Title = {Zur trigonometrischen H{"o}henmessung},  
Author = {Haidl, Heinrich},  
Journal = {"Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen"},  
Pages = {26--33},  
Number = {1--2},  
Year = {1924},  
Volume = {22}  
}
```



ihren Gewichten bekannt, so ist anschließend der entsprechende Beobachtungsplan anzulegen.

Die Aufstellung des Beobachtungsplanes geht am einfachsten unter Benützung der Anschnittszahlen vor sich; dabei hat man sich zuerst über die Gewichtseinheit zu entscheiden z. B. eine Einstellung in beiden Kreislagen. Die einschlägigen Richtungen sind dann im entsprechenden Verhältnisse ihrer Gewichte zur Gewichtseinheit der Beobachtung zu unterziehen.

In den Fällen der Anwendung sind aber auch für die Anlage eines rationalen Beobachtungsplanes die mit der Ausführung der Beobachtungen verbundenen Arbeiten wie Anzahl der Instrumentenaufstellungen, Größe des Zeitaufwandes und des zurückzulegenden Weges von ausschlaggebender Bedeutung. Man wird daher zu überlegen haben, inwieweit in einzelnen Fällen erhöhter Zeit- und Geldaufwand anzubringen ist, um den Bedingungen der vorteilhaftesten Gewichtsverteilung zu genügen. Manchmal wird sich in Hinblick auf die zuletzt genannten Gesichtspunkte eine andere Gewichtsverteilung als die günstigste vorteilhafter erweisen, obwohl damit die Bestimmung des Neupunktes an Genauigkeit leidet.

Nach Abschluß der Feldarbeiten, die entsprechend dem ausgearbeiteten Beobachtungsplan ausgeführt wurden, ist mit diesen Beobachtungsergebnissen, welchen die vorher ermittelten Gewichtszahlen zukommen, die Berechnung der Koordinaten des Neupunktes nach den Regeln der Ausgleichung von vermittelnden Beobachtungen ungleicher Genauigkeit vorzunehmen.

Die mitgeteilten Beispiele geben ein klares Bild, inwieweit unsere günstigste Gewichtsverteilung den bestehenden Genauigkeitsuntersuchungen bezüglich der richtigen Auswahl der Netzrichtungen Rechnung trägt. Wir ersehen daraus, daß allen jenen Richtungen Gewichte erteilt werden, also entsprechenden Messungen unterzogen werden müssen, welche sich auf den ersten Blick auf Grund bekannter Untersuchungen als die Besten ergeben oder doch mindestens den diesbezüglichen Bedingungen am nächsten stehen.

Die vorstehenden Erörterungen mögen somit ein Beitrag sein zur Genauigkeitsüberlegung, welche jeder endgültigen Bestimmung und Ausgleichung eines Punktes voranzugehen hat, um die besten Bestimmungsstrahlen zu finden und die Gesamtanlage und Auswahl der Messungen entsprechend anzuordnen.

G r a z, im Juli 1923.

Zur trigonometrischen Höhenmessung.

Von Prof. HEINRICH HAIDL in Oberhollabrunn.

Die trigonometrisch gemessenen Höhenunterschiede werden nach der Formel

$$h = a \cotg z + \frac{1 - k}{2r} a^2 = I + II \dots\dots\dots 1)$$

berechnet, worin *a* die horizontale Entfernung zwischen Stand- und Zielpunkt, gemessen in der Höhe des Landeshorizontes, *z* die Zenitdistanz, *k* die Vorzahl der Strahlenbrechung und *r* den Erdhalbmesser bedeuten.

Es läßt sich nun, wie es z. B. Abendroth *) tut, das Verbesserungsglied h in den Zenitwinkel einbeziehen und die Formel in folgende Form bringen:

$$h = a \cotg \left[z - \frac{\rho(1-k)}{2r} a \right] = a \cotg (z - \delta) \dots \dots \dots 2)$$

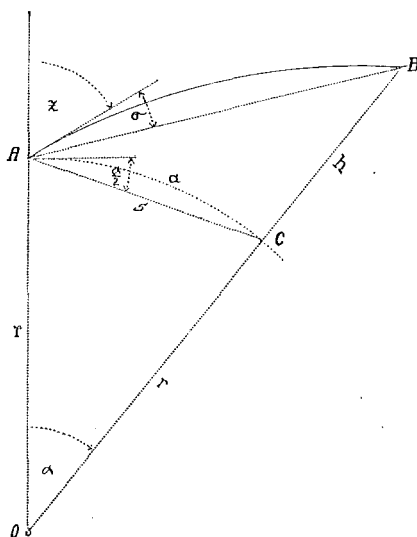
Die Formel 2) hat nun gegen 1) unverkennbare Vorteile; sie ist eingliedrig und das Verbesserungsglied δ wächst linear mit a , während jenes der Formel 1) quadratisch mit a zunimmt. Die Größe $\delta = \delta_1 a$ läßt sich mit dem Rechenschieber bestimmen oder kann leicht einer Tafel entnommen werden. Formel 2) ist entschieden leichter zu handhaben und, wie im folgenden gezeigt werden soll, auch genauer als 1).

A. Ableitung der Formel 1).

Ist α der zum Bogen a gehörige Mittelpunktswinkel, die Sehne $AC = s$, und σ der Refraktionswinkel, so ist im Dreiecke ABC

$$\sphericalangle A = 90^\circ - (z - \frac{\alpha}{2} + \sigma), \quad \sphericalangle B = z - \alpha + \sigma \text{ und}$$

$$\frac{h}{s} = \frac{\cos(z - \frac{\alpha}{2} + \sigma)}{\sin(z - \alpha + \sigma)} = \frac{\cos z + \left(\frac{\alpha}{2} - \sigma\right) \sin z - \frac{1}{8}(\alpha - 2\sigma)^2 \cos z - \dots}{\sin z - (\alpha - \sigma) \cos z - \frac{1}{2}(\alpha - \sigma)^2 \sin z - \dots}$$



Die Entwicklung dieses Ausdruckes in eine Reihe nach Potenzen von α und σ bis zu den Gliedern zweiter Ordnung gibt

*) Abendroth, Praxis des Vermessungsingenieurs, S. 211,

Gl. 58 a) . . . $h = a \cotg \left[z - K a \right] \cdot \left(1 + \frac{H_1 + H_2}{2r} \right)$, worin $K = \frac{\rho(1-k)}{2r} = \frac{Z_1 + Z_2 - 180^\circ}{2a}$

und der Faktor $1 + \frac{H_1 + H_2}{2r}$ die Reduktion auf den Messungshorizont bedeuten.

$$\begin{aligned} \frac{h}{s} &= \cotg z \cdot \left[1 + \left(\frac{\alpha}{2} - \sigma \right) \tang z - \frac{1}{8} (\alpha - 2\sigma)^2 + (\alpha - \sigma) \cotg z + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\alpha - \sigma)^2 + (\alpha - \sigma)^2 \cotg^2 z + \left(\frac{\alpha}{2} - \sigma \right) (\alpha - \sigma) + \dots \right] \\ &= \cotg z + \left(\frac{\alpha}{2} - \sigma \right) + (\alpha - \sigma) \cotg^2 z + \left(\frac{7}{8} \alpha^2 - 2\alpha\sigma + \sigma^2 \right) \cotg z \\ &\quad + (\alpha - \sigma)^2 \cotg^3 z. \end{aligned}$$

Setzt man nun $\alpha = \frac{a}{r}$, $\sigma = \frac{ka}{2r}$ und beachtet, daß $s = 2r \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^3}{48} \right) = a - \frac{a^3}{24r^2}$ ist, so erhält man bis zu den Gliedern dritter Ordnung genau

$$\begin{aligned} h &= a \cotg z + \frac{(1-k)a^2}{2r} + \frac{(2-k)a^2}{2r} \cotg^2 z + \left(\frac{5}{6} - k + \frac{k^2}{4} \right) \frac{a^3}{r^2} \cotg z \\ &\quad + \frac{(2-k)^2 a^3}{4r^2} \cotg^3 z \dots\dots\dots 3) \end{aligned}$$

Die ersten zwei Glieder bilden den gebräuchlichen Näherungswert des Höhenunterschiedes. Drückt man nun $a \cotg z$ durch diesen Näherungswert von h aus, nämlich $a \cotg z = h - \frac{(1-k)a^2}{2r}$, und führt den so erhaltenen Ausdruck in die Reihe 3) ein, so erhält man unter Vernachlässigung aller Glieder von höherer als der dritten Ordnung

$$h = a \cotg z + \frac{(1-k)a^2}{2r} + \left(1 - \frac{k}{2} \right) \frac{h^2}{r} - \left(1 - 3k + 4k^2 \right) \frac{a^2 h}{6r} + \left(1 - k \right) \frac{h^3}{r^2}.$$

Läßt man nun noch in den letzten drei Gliedern den Einfluß der Strahlenbrechung außer acht, indem man $k=0$ setzt*), so entsteht die übliche Formel samt den zur Beurteilung des Genauigkeitsgrades der Formel bei weitem ausreichenden Gliedern zweiter und dritter Ordnung

$$\underline{h = a \cotg z + \frac{(1-k)a^2}{2r} + \frac{h^2}{r} - \frac{a^2 h}{6r^2} + \frac{h^3}{r^2} \dots\dots\dots 4)}$$

B. Ableitung der Formel 2).

Setzt man $z - \frac{\alpha}{2} + \sigma = y$, so ist im Dreiecke $ABC \sphericalangle A = 90^\circ - y$, $\sphericalangle B = y - \frac{\alpha}{2}$ und

$$\begin{aligned} \frac{h}{s} &= \frac{\cos y}{\sin \left(y - \frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{\cos y}{\sin y - \frac{\alpha}{2} \cos y - \frac{\alpha^2}{8} \sin y - \dots} = \\ &= \cotg y \cdot \left[1 + \frac{\alpha}{2} \cotg y + \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha^2}{4} \cotg^2 y + \dots \right] \end{aligned}$$

Drückt man wieder s und α durch a und r aus, so erhält man bis zur dritten Potenz von a genau die Reihe

*) Man könnte wohl auch für k einen Mittelwert einsetzen, doch kann man davon absehen, da es ja hauptsächlich auf die Größenordnung der betreffenden Glieder ankommt.

$$h = a \cotg y + \frac{a^2}{2r} \cotg^2 y + \frac{a^3}{12r^2} \cotg y + \frac{a^3}{4r^2} \cotg^3 y + \dots \dots 5),$$

in der schon das erste Glied die gesuchte Näherungsformel darstellt. Um nun auch hier wieder die Fehlerglieder zweiter und dritter Ordnung schätzen zu können, beachten wir, daß das zweite Glied näherungsweise $= \frac{h^2}{2r}$ ist, so daß man in den Gliedern höherer Ordnung $a \cotg y = h - \frac{h^2}{2r}$ setzen darf. Vernachlässigt man die hierbei entstehenden Glieder von der vierten Ordnung ab, so erhält man

$$\underline{h = a \cotg \left[z - \frac{\rho(1-k)}{2r} a \right] + \frac{h^2}{2r} + \frac{a^2 h}{12r^2} - \frac{h^3}{4r^2} \dots \dots \dots 6)}$$

C. Die Genauigkeit der beiden Formeln 1) und 2).

Schon ein flüchtiger Blick auf die Formeln 4) und 6) lehrt, daß die ersten zwei Fehlerglieder in 6) nur halb so groß sind als jene der Formel 4), während das letzte Glied in 6) gar nur ein Viertel des Wertes desselben in 4) besitzt. Da aber das letzte Glied von der höchsten Ordnung ist, so darf man es ganz unbeachtet lassen und kann sagen, der Fehler der Formel 2) ist halb so groß als jener der Formel 1), womit gezeigt ist, daß die zweite Formel genauer ist, als die erste.

Um auch die Größe der Fehler beurteilen zu können, setzen wir

$$r = 6.381 \text{ km } [3 \cdot 80489], \quad k = 0.14$$

und drücken auch h und a in Kilometern, dagegen den Höhenfehler in Millimetern aus.

Der Fehler der Formel 1) wird durch die drei letzten Glieder in 4) dargestellt und ist in den vorausgesetzten Einheiten näherungsweise

$$f_1 = 160 h^2 - 0.004 a^2 h + 0.025 h^3 \dots \dots \dots 7)$$

Die beiden Fehlerglieder dritter Ordnung bleiben in allen vorkommenden Fällen weit unter der Fehlergrenze der Messungen, selbst für $a = 20 \text{ km}$ und $h = 4 \text{ km}$ erreichen diese Glieder nur die Beträge 6.4 bzw. 1.6 mm.

Ausschlaggebend ist also allein das Fehlerglied zweiter Ordnung; es besitzt für $h = 2.5 \text{ km}$ den nicht mehr unbedeutenden Wert $f_1 = 1.00 \text{ m}$, während der Fehler der Formel 2) diesfalls doch nur $f_2 = 0.50 \text{ m}$ beträgt. Bei einem Höhenunterschied von $h = 1000 \text{ m}$ machen die Fehler nur 0.16 m bzw. 0.08 m aus und sind bei Höhenunterschieden von einigen hundert Metern völlig bedeutungslos.

Nimmt man mit Jord an den mittleren Fehler des Zenitwinkels $\Delta z = \pm 5''$ und die Unsicherheit des Wertes der Strahlenbrechung zu $\Delta k = \pm \frac{k}{4} = \pm 0.035$ an, so betragen die beiden dadurch bedingten mittleren Höhenfehler auf eine Entfernung von $a = 10 \text{ km}$ je $\pm 0.25 \text{ m}$ und im ganzen $\pm 0.35 \text{ m}$. Denselben Fehler erreicht die Formel 2) für $h = 2010 \text{ m}$, die Formel 1) schon bei $h = 1485 \text{ m}$.

Zu Gunsten der Formel 1) könnte man etwa die größere Genauigkeit anführen, die man erreicht, indem man den Logarithmus des Gliedes II auf 5 Dezimalstellen berechnet, während man in Formel 1) den Winkel δ auf ganze Sekunden abrundet. Dieser Grund ist jedoch hinfällig, wenn man sich die bedeutenden oben angegebenen Fehler des Zenitwinkels und des Refraktionswinkels vor Augen hält. Die mit dem Gliede II der Formel 1) erreichte Genauigkeit ist in der Beobachtung nicht begründet und daher irreführend.

D. Der Gebrauch der Formel 2).

Die Formel 2) ist vor allem bequemer zu handhaben als die Formel 1), da sich der Winkel $z - \delta$ leicht bilden läßt. Besonders bei kleinen Entfernungen, wo sich die Berechnung des Gliedes II in der gebräuchlichen Formel nicht mehr lohnt, kann man die Krümmung des Erdsphäroids mühelos berücksichtigen.

Um den gesuchten Höhenunterschied auf Zentimeter genau zu erhalten, hat man die Entfernungen $a > 400 m$ die Erdkrümmung zu berücksichtigen, will man aber auf Millimeter genau rechnen, so muß man schon von $120 m$ an die vollständige Formel benützen.

Bei Entfernungen unter dieser Grenze empfiehlt es sich, den Winkel z auf ganze Sekunden ab- und nicht aufzurunden, da hiedurch auch für die kleinsten Entfernungen die Erdkrümmung völlig berücksichtigt erscheint.

Es empfiehlt sich, für jede größere zusammenhängende Höhenmessung den mittleren örtlichen Umständen entsprechend eine Tafel der Verbesserung des Zenitwinkels anzulegen. Eine solche sei hier für $k = 0.14$ wiedergegeben. (Tafel 1.)

Setzt man $\delta = \delta_1 \cdot a$, wobei δ_1 die Verbesserung für $a = 1 km$ ist, so ist $\delta_1 = \frac{\rho(1-k)}{2r} = 13.90'' [1.14300]$, also $\delta = 13.9'' \cdot a_{(km)}$. Die Tafel läßt man nach ganzen Sekunden fortschreiten und man entnimmt ihr jene Sekundenzahl, die der gegebenen Entfernung oder deren Logarithmus am besten entspricht. Behufs Herstellung der Tafel berechnet man jene Entfernungen $a = \frac{\delta}{\delta_1}$, für welche δ ganzzahlige Werte annimmt.

$$\text{Für } \delta = 1'' \text{ wird } a_1 = \frac{2r}{\rho(1-k)} = 72.0 m [1857].$$

Will man die vorliegende Tafel 1 auch für andere Werte von k benützen oder Tafeln entwerfen, so braucht man die gegebenen a -Werte nur mit dem Faktor $\frac{0.86}{1-k} = f$ multiplizieren oder die Logarithmen derselben um $\log f$ zu vergrößern. Die Tafel 2 enthält daher für die Werte k zwischen 0.00 und 0.30 die Werte $\log f$ nebst a_1 und $\log a_1$ sowie δ_1'' für $a = 1 km$. Schließlich gibt sie die Tageszeiten zu den einzelnen Werten von k , berechnet nach Jordan unter der Annahme eines halben Tagbogens von 7 Stunden (für einen mittleren Sommertag).

Endlich gibt Täfelchen 3 eine Übersicht der mittleren Beobachtungsfehler. Nach den schon im Abschnitte C gegebenen Voraussetzungen ist der mittlere Fehler des Zenitwinkels $\Delta z = \pm 5''$, ferner

$\Delta \delta = \frac{\rho k a}{8r} = \pm 0.56'' \cdot a$. Mithin ist der Gesamtfehler des Winkels

$z - \delta \dots m = \pm \sqrt{25 + 0.31 a^2}$ und der mittlere Höhenfehler $\Delta h = \pm \frac{m a}{\rho}$.

Setzt man das Gewicht der Beobachtung auf die Entfernung $a = 1 \text{ km}$ gleich

10, so ist das Gewicht allgemein $p = \frac{10 m_1^2}{a^2 m^2} = \frac{253}{(25 + 0.31 a^2) a^2}$.

Läßt man das Gewicht einfach mit dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional abnehmen, was vielleicht vorzuziehen wäre, um die Beobachtungen auf größere Entfernungen nicht allzusehr zurückzudrängen, erhält

man $p' = \frac{10}{a^2}$.

Tafel 1.

Höhenunterschied $h = a \cotg(z - \delta)$; $\log \delta = \log a + 8.143$.

$k = 0.14$.

<i>a</i>	$\log a$	δ	<i>a</i>	$\log a$	δ	<i>a</i>	$\log a$	δ	<i>a</i>	$\log a$	δ
Meter		"	Meter		"	Meter		"	Meter		"
36	1.56	0.5	2088	3.320	29	4176	3.621	0.58	6768	3.831	1.34
72	1.86	1.0	2160	3.335	30	4248	3.629	0.59	6912	3.840	1.36
144	2.16	2	2232	3.349	31	4320	3.636	1.0	7056	3.849	1.38
216	2.34	3	2304	3.363	32	4392	3.643	1.1	7200	3.857	1.40
288	2.46	4	2376	3.376	33	4464	3.650	1.2	7344	3.866	1.42
360	2.56	5	2448	3.389	34	4536	3.657	1.3	7488	3.875	1.44
432	2.64	6	2520	3.402	35	4608	3.664	1.4	7632	3.883	1.46
504	2.70	7	2592	3.414	36	4680	3.671	1.5	7776	3.891	1.48
576	2.76	8	2664	3.426	37	4752	3.677	1.6	7920	3.899	1.50
648	2.81	9	2736	3.438	38	4824	3.684	1.7	8064	3.907	1.52
720	2.86	10	2808	3.449	39	4896	3.690	1.8	8208	3.915	1.54
792	2.90	11	2880	3.460	40	4968	3.697	1.9	8352	3.922	1.56
864	2.94	12	2952	3.471	41	5040	3.703	1.10	8496	3.930	1.58
936	2.97	13	3024	3.481	42	5112	3.709	1.11	8640	3.937	2.0
1008	3.004	14	3096	3.491	43	5184	3.715	1.12	8784	3.944	2.2
1080	3.034	15	3168	3.501	44	5256	3.721	1.13	8928	3.951	2.4
1152	3.062	16	3240	3.511	45	5328	3.727	1.14	9072	3.958	2.6
1224	3.088	17	3312	3.521	46	5400	3.733	1.15	9216	3.965	2.8
1296	3.113	18	3384	3.530	47	5472	3.739	1.16	9360	3.972	2.10
1368	3.136	19	3456	3.539	48	5544	3.744	1.17	9504	3.978	2.12
1440	3.159	20	3528	3.548	49	5616	3.750	1.18	9648	3.985	2.14
1512	3.180	21	3600	3.557	50	5688	3.755	1.19	9792	3.991	2.16
1584	3.200	22	3672	3.565	51	5760	3.761	1.20	9936	3.998	2.18
1656	3.219	23	3744	3.574	52	5904	3.772	1.22	10.080	4.004	2.20
1728	3.238	24	3816	3.582	53	6048	3.782	1.24	10.440	4.019	2.25
1800	3.256	25	3888	3.590	54	6192	3.792	1.26	10.800	4.034	2.30
1872	3.273	26	3960	3.598	55	6336	3.802	1.28	11.520	4.062	2.40
1944	3.289	27	4032	3.606	56	6480	3.812	1.30	12.240	4.088	2.50
2016	3.305	28	4104	3.614	57	6624	3.822	1.32	12.960	4.113	3.0

Tafel 2.

k	δ_1	a_1	$\log a_1$	$f = \frac{0.86}{1-k}$	$\log f$	Tageszeit	
0.00	"	Meter					
0.05	16.16	61.9	1.792	0.860	9.934		
	15.35	65.1	1.814	0.905	9.957		
0.10	14.55	68.7	1.837	0.955	9.980	12 h	
0.11	14.39	69.5	1.842	0.966	9.985	10 ⁰⁰	14 ⁰⁰
0.12	14.22	70.3	1.847	0.977	9.990	9 ⁰⁰	15 ⁰⁰
0.13	14.06	71.1	1.852	0.989	9.995	8 ²⁰	15 ⁴⁰
0.14	13.90	72.0	1.857	1.000	0.000	7 ⁴⁰	16 ²⁰
0.15	13.74	72.8	1.862	1.012	0.005	7 ⁰⁰	17 ⁰⁰
0.16	13.58	73.7	1.867	1.024	0.010	6 ³⁰	17 ³⁰
0.17	13.42	74.6	1.873	1.042	0.016	6 ⁰⁰	18 ⁰⁰
0.18	13.26	75.5	1.878	1.050	0.021	5 ⁴⁰	18 ²⁰
0.19	13.09	76.4	1.883	1.062	0.026	5 ²⁰	18 ⁴⁰
0.20	12.93	77.3	1.888	1.075	0.031	5 ⁰⁰	19 ⁰⁰
0.25	12.13	82.2	1.915	1.147	0.058		
0.30	11.32	87.6	1.943	1.219	0.086		

$$\delta = \frac{\rho(1-k)}{2r} = \frac{13.9''}{f}, \quad a_1 = \frac{2r}{\rho(1-k)} = 72 \cdot f.$$

Tafel 3.

a	m	Δh	$p = \frac{1}{(\Delta h)^2}$	$p' = \frac{10}{a^2}$	a	m	Δh	$p = \frac{1}{(\Delta h)^2}$	$p' = \frac{10}{a^2}$
km	"	Meter			km	"	Meter		
0.2	5.0	0.005	250	250	7	6.4	0.21	0.13	0.20
0.4	5.0	0.010	62	62	8	6.7	0.26	0.09	0.16
0.6	5.0	0.015	28	28	9	7.1	0.31	0.06	0.12
0.8	5.0	0.020	15	15	10	7.5	0.36	0.044	0.10
1.0	5.0	0.024	10	10	12	8.3	0.48	0.025	0.07
2	5.2	0.050	2.3	2.5	15	9.7	0.70	0.012	0.044
3	5.3	0.077	1.0	1.1	20	12.1	1.18	0.004	0.025
4	5.5	0.108	0.5	0.6	30	17.3	2.51	0.001	0.011
5	5.7	0.139	0.3	0.4					
6	6.0	0.174	0.2	0.3					

$$m = \pm \sqrt{25 + 0.31 a^2} \text{ Sekunden}, \quad \Delta h = \pm \frac{m a}{\rho}, \quad p = \frac{253}{(25 + 0.31 a^2) a^2}.$$

E. Beispiel.

Es sei $a = 10 \text{ km}$, $z = 85^\circ 2' 19''$, $k = 0.14$, $r = 6381 \text{ km}$ [3.8049].

$$a) \text{ In der strengen Formel } h = a \frac{\cos \left[z - \rho(1-k) \frac{a}{2r} \right]}{\sin \left[z - \rho(2-k) \frac{a}{2r} \right]} = a \frac{\cos [z - \delta_1 a]}{\sin [z - \delta_2 a]}$$

betragen die Abzugsglieder $\delta_1 a = 13.9'' = 2' 19''$,

$\delta_2 a = 30 \cdot 0 a = 300'' = 5' 0''$ und der Höhenunterschied zwischen dem Zielpunkt und der Fernrohrkippachse ist

$$h = a \frac{\cos 85^\circ 0' 0''}{\sin 84^\circ 57' 19''} = \underline{874 \cdot 947 \text{ m}} [2 \cdot 9419816].$$

b) Die Formel 2) gibt $h = a \cotg 85^\circ 0' 0'' = \underline{874 \cdot 887 \text{ m}}$.

c) Nach der Formel 1) ist $h = a \cotg 85^\circ 2' 19'' + 0 \cdot 06739 a^2 =$
 $= 868 \cdot 096 + 6 \cdot 739 = \underline{874 \cdot 835 \text{ m}}$.

Der Fehler des zweiten Ergebnisses nach Formel 2) beträgt also 60 mm, jener des dritten nach der gebräuchlichen Formel 1) ... 112 mm.

Auch hier zeigt sich der Fehler der Formel 2) rund halb so groß als der von 1), womit die Zweckmäßigkeit der vorgeschlagenen Formel dargetan ist.

F. Die Gewichtsrechnung der Höhendagonalen.

Jordan gibt im zweiten Bande seines Handbuches im Abschnitte „Höhenmessung aus einem Zwischenpunkte“ eine Tafel: „Mittlere Fehler der trigonometrischen Höhenmessung aus einem Zwischenpunkte“ nach der Formel $m = \sqrt{0 \cdot 0005876 (a_1^2 + a_2^2) + 0 \cdot 000006485 (a_1^2 - a_2^2)^2}$ Meter, wobei a_1 und a_2 in Kilometern gegeben sind. In dieser Tafel sind nun alle Zahlen in einer und derselben Spalte von der obersten bis zu dem in der Diagonale der Tafel stehenden unterstrichenen Wert stets nur wenig voneinander verschieden. Deshalb liegt es nahe, sich in jeder Spalte mit dem unterstrichenen Wert zu begnügen, d. h. die kleinere Entfernung a_2 in der Jordanschen Formel ein für allemal gleich a_1 zu setzen und m als Funktion der größeren Entfernung a_1 allein zu betrachten. Die Formel geht dann über in $m = 0 \cdot 034 a_1$. Bezeichnet man für $a_1 = 1 \text{ km}$ das Gewicht der Höhend diagonale mit 10, so ist allgemein $p' = \frac{10}{a_1^2}$, wenn a_1 die größere der beiden Entfernungen ist (Tafel 3!).

Geometer und Besoldungsregelung.

Von Vermessungsrat Ing. Karl L e g o.

Die Besoldungsfrage und die Studienreform nehmen in diesen Tagen für den Geometer eine Bedeutung an, die weit über den Rahmen einer gewöhnlichen Lohn- und Standesfrage hinausgeht und zu einer hochwichtigen, seinen Lebensnerv berührenden Angelegenheit wird; hochwichtig deshalb, weil es sich um das Schicksal und die Zukunft des Geometers auf Jahre hinaus handelt.

Die dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen unterstellten Geometer, ein durchwegs homogen aus akademisch vorgebildeten Beamten zusammengesetzter Stand, kämpfen schon seit 20 Jahren für eine ihrer Vorbildung und ihren Leistungen entsprechende Wertung. In fast allen europäischen Staaten sind die hochschulmäßig vorgebildeten Geometer vollwertige Akademiker und auch in den durch die Aufteilung Österreichs gebildeten Nachfolgestaaten haben die Geometer dieses Ziel erreicht. Nur dem österreichischen Mutterlande, von welchem die Bewegung ausgegangen war, blieb noch die Erfüllung dieser Bestrebungen vorbehalten.