

Paper-ID: VGI\_192501



## Durchschlagsgenauigkeit

Paul Wilski <sup>1</sup>

<sup>1</sup> o. Professor an der Techn. Hochschule in Aachen

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **23** (1), S. 1–9

1925

BibTEX:

```
@ARTICLE{Wilski_VGI_192501,  
Title = {Durchschlagsgenauigkeit},  
Author = {Wilski, Paul},  
Journal = {{\u00}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {1--9},  
Number = {1},  
Year = {1925},  
Volume = {23}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

ORGAN

des

ÖSTERREICHISCHEN GEOMETERVEREINES.

Redaktion: Hofrat Prof. Dr. Ing. h. c. E. Doležal und Oberstadtbaurat Ing. S. Wellisch.

Nr. 1.

Wien, im Februar 1925.

XXIII. Jahrgang.

## Durchschlagsgenauigkeit.

Von P. Wilski, o. Professor an der Techn. Hochschule in Aachen.

In meinen „Fehlergrenzen bei markscheiderischen Vermessungen“, Freiberg 1912, hatte ich in § 15—17 auch die Genauigkeit eines Durchschlagzuges behandelt, mich dabei aber einiger Näherungsbetrachtungen bedient. Gegenüber dieser näherungsweise Behandlung sind Bedenken geäußert worden, die mir berechtigt erscheinen und die ich als Anregung betrachte, die Aufgabe zweckmäßiger zu behandeln.

Herr Markscheider Meyers in Heerlen in Holland machte geltend, daß der errechnete höchste Durchschlagfehler so groß herauskomme, daß er praktisch ohne sonderliches Interesse sei. Es sei sicherlich zweckmäßiger, mit dem mittleren Fehler zu arbeiten. Herr Markscheiderkandidat Stiepel in Aachen hielt mir entgegen, daß eine ganz strenge Berechnung der Winkelmeßfehler so wenig Mehrarbeit verursache, daß es sich verlohne, streng zu rechnen. Den gewichtigsten Einwand erhob Herr Markscheiderkandidat Caye, zurzeit auf Grube von der Heydt im Saargebiet, indem er darauf aufmerksam machte, daß die von mir 1912 gegebenen Näherungsformeln zu verschiedenen Ergebnissen führen, je nachdem man von Ort zu Gegenort rechnet oder umgekehrt.

Ich möchte den Gegenstand daher jetzt in größerer Strenge behandeln, indem ich der Meinung bin, daß die Formeln allerdings einfach genug werden, um sich für wirkliche Rechnungen in der Praxis zu empfehlen.

### § 1. Berechnung von $a_1$ .

Der Durchschlagzug, um den es sich handeln möge, sei der in Abbildung 1 dargestellte.  $P_0 P_n$  sei die Durchschlagsachse. In Ort- und Gegenortsbetrieb wünscht man in der Mitte, in Punkt  $O$ , durchschlägig zu werden.

Man wünscht zu wissen, mit welcher mittleren Unsicherheit  $M$  bei  $O$  die beiden Durchschlagsachsen von  $P_0$  her und von  $P_n$  her aufeinandertreffen werden.

Eine Ursache für fehlerhaften Durchschlag ergibt folgende Betrachtung: Die Polygonwinkel  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{n-1}$  werden fehlerhaft gemessen, mithin wird auch der Abgabewinkel  $\varphi$  in  $P_n$  fehlerhaft berechnet. Sind die Fehler der  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{n-1}$  gegeben durch  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}$ , so ergibt die Berechnung für  $\varphi$ :

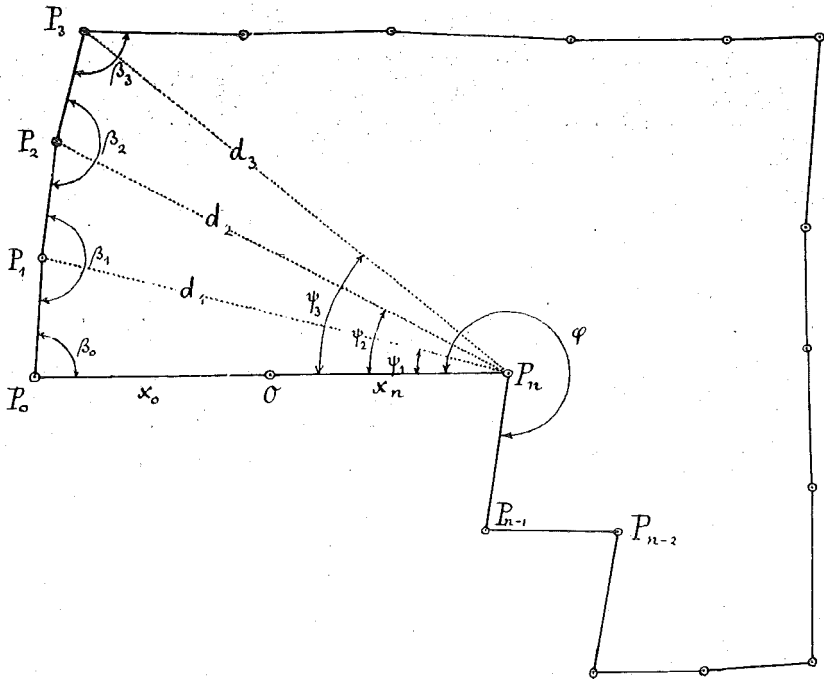


Abb. 1.

$$\varphi_0 = (n-1) \cdot 180^\circ - [\beta]_0^{n-1},$$

während der wahre Wert von  $\varphi$  gegeben ist durch den Ausdruck:

$$\varphi = (n-1) \cdot 180^\circ - [\beta]_0^{n-1} - [\varepsilon]_0^{n-1}.$$

Die Berechnung von  $\varphi$  ist also falsch um den Betrag:

$$- [\varepsilon]_0^{n-1}.$$

Nun wird aber beim Abstecken von  $P_n$  auch noch ein Fehler  $\varepsilon_n$  gemacht. Als Gesamtfehler erhält man daher:

$$\varepsilon_\varphi = - [\varepsilon]_0^{n-1} + \varepsilon_n.$$

Die Durchschlagsachse bei  $P_n$  wird also um diesen Betrag verschwenkt und mithin entsteht bei  $O$  eine Querverschiebung  $a_1$  im Betrage von

$$a_1 = x_n \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \{- [\varepsilon'' ]_0^{n-1} + \varepsilon_n \}^*$$

Ich habe bisher in meinen Schriften folgende Bezeichnungen angewandt:

$$\rho_0 = \frac{360}{2\pi} = 57,3$$

$$\rho_1 = \frac{360 \cdot 60}{2\pi} = 3438$$

$$\rho_2 = \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} = 206265$$

### § 2. Berechnung von $a_2$ .

Durch jeden der Winkelmessungsfehler  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1}$  wird der Punkt  $P_n$  um ein kleines Stück quer zur Achse  $P_0 P_n$  verschoben und außerdem auch noch um ein kleines Stück in der Richtung der Achse  $P_0 P_n$ . Wir betrachten nur die Stücke quer zu  $P_0 P_n$ .

Ist nur  $\beta_0$  um  $\varepsilon_0$  falsch gemessen worden, während alle übrigen Polygonwinkel richtig gemessen seien, so trete dadurch eine Querverschiebung von  $P_n$  ein im Betrage  $\eta_0$ . Dann ist:

$$\eta_0 = 2x_0 \cdot \frac{\varepsilon_0''}{\rho}$$

Ist nur  $\beta_1$  um  $\varepsilon_1$  falsch gemessen, während alle übrigen Polygonwinkel richtig gemessen seien, so trete dadurch eine Querverschiebung von  $P_n$  im Betrage von  $\eta_1$  ein. Dann ist offenbar

$$\eta_1 = d_1 \cdot \frac{\varepsilon_1''}{\rho} \cdot \cos \psi_1 = (x_n - x_1) \cdot \frac{\varepsilon_1''}{\rho}$$

und allgemein:

$$\eta_i = (x_n - x_i) \cdot \frac{\varepsilon_i''}{\rho}$$

Man hat dann für die Gesamtverschiebung  $a_2$  des Punktes  $P_n$  quer zu  $P_0 P_n$ :

$$a_2 = [\eta]_0^{n-1} = 2x_0 \cdot \frac{\varepsilon_0''}{\rho} + (x_n - x_i) \cdot \varepsilon_i'' \Big|_{i=0}^{i=n-1} \cdot \frac{1}{\rho}$$

### § 3. Berechnung von $m_{1+2}$ .

Aus § 1 und § 2 ergibt sich:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= \frac{x_n}{\rho} \cdot \left\{ -[\varepsilon_i'']_0^{n-1} + \varepsilon_n'' \right\} + \frac{2x_0}{\rho} \cdot \varepsilon_0'' + \frac{1}{\rho} \cdot [(x_n - x_i) \cdot \varepsilon_i'']_{i=0}^{i=n-1} \\ &= \frac{1}{\rho} \cdot \left\{ -x_n \cdot [\varepsilon_i'']_0^{n-1} + \varepsilon_n'' \cdot x_n + \varepsilon_0'' \cdot 2x_0 + x_n [\varepsilon_i'']_{i=0}^{i=n-1} - [\varepsilon_i'' \cdot x_i]_{i=0}^{i=n-1} \right\} \\ &= \frac{1}{\rho} \left\{ \varepsilon_0'' \cdot x_0 - [x_i \cdot \varepsilon_i'']_{i=1}^{i=n-1} + \varepsilon_n'' \cdot x_n \right\} \end{aligned}$$

Für den Mittelwert  $m_{1+2}$  von  $a_1 + a_2$  erhält man daher nach dem Hauptsatz der Fehlertheorie:

$$\begin{aligned} m_{1+2}^2 &= \frac{1}{\rho \cdot \rho} \cdot m_{\beta}^{2''} \cdot [x_i x_i]_{i=0}^{i=n} \\ m_{1+2} &= \frac{1}{\rho} \cdot m_{\beta}'' \cdot \sqrt{[x_i x_i]_{i=0}^{i=n}} \end{aligned}$$

Doch hat die Bemerkung von C. Müller, Allgem. Vermessungsnachr. 1924, Nr. 27, unter der Überschrift „Bezeichnungen bei der Verwandlung des Bogenmaßes eines Winkels in Gradmaß“ mich zu der Auffassung geführt, daß es zweckmäßiger ist, gemäß Müllers Vorschlag bei  $\rho_2$  den Index 2 wegzulassen und einfach  $\rho$  zu schreiben, soweit es sich um Schriften innerhalb des Gebiets der Vermessungswissenschaften handelt.

#### § 4. Berechnung von $a_3$ , $m_3$ und $M$ .

Es ist nun noch mit einer Verschiebung  $a_3$  des Punktes  $P_n$  infolge der unvermeidlichen Streckenmeßfehler zu rechnen.

Die Polygonseitenlängen seien  $s_1, s_2, \dots, s_n$ . Die wahren Messungsfehler seien  $\varepsilon_{s1}, \varepsilon_{s2}, \dots, \varepsilon_{sn}$ .

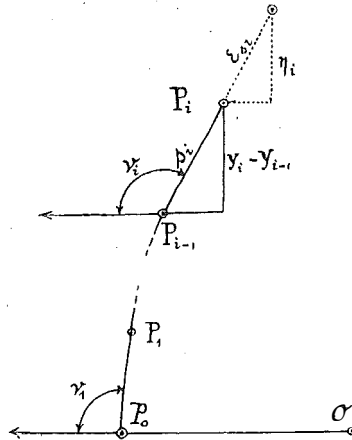


Abb. 2.

Gemäß Abbildung 2 hat man dann:

$$\frac{\varepsilon_{si}}{s_i} = \frac{\eta_i}{y_i - y_{i-1}}$$

$$\eta_i = (y_i - y_{i-1}) \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{s_i}$$

Für die Gesamtverschiebung  $a_3$  hat man mithin:

$$a_3 = [\eta_i]_{i=1}^{i=n} = \left[ (y_i - y_{i-1}) \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{s_i} \right]_{i=1}^{i=n}$$

Nun ist:

$$y_i - y_{i-1} = s_i \cdot \sin v_i$$

Man hat daher:

$$a_3 = [\varepsilon_{si} \cdot \sin v_i]_{i=1}^{i=n}$$

Für den mittleren Fehler  $m_3$ , welcher dem wahren Fehler  $a_3$  entspricht, hat man daher:

$$m_3^2 = m_s^2 \cdot [\sin^2 v_i]_{i=1}^{i=n}$$

$$m_3 = m_s \cdot \sqrt{[\sin^2 v_i]_{i=1}^{i=n}}$$

Für die mittlere Unsicherheit  $M$  der Durchschlagsangabe hat man mithin:

$$M^2 = m_{1+2}^2 + m_3^2 = \frac{1}{\rho \cdot \rho} \cdot m_{\beta}^{2''} \cdot [x_i x_i]_{i=0}^{i=n} + [\sin^2 v_i]_{i=1}^{i=n} \cdot m_s^2.$$

#### § 5. Aufstellung der Durchschlagsformel.

Setzt man  $4M$  gleich der höchsten zu befürchtenden Differenz zweier Durchschlagsangaben, so hat man;

$$4 M = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho \rho} \cdot m_{\beta}^{2''} \cdot [x_i x_i]_{i=0}^{i=n} + [\sin^2 v_i]_{i=1}^{i=n} \cdot m_s^2}.$$

Die Hälfte davon, also  $2 M$ , ist dann die Fehlergrenze der Durchschlagsangabe, auf deren Einhaltung man in 95 von 100 Fällen rechnen kann.

Die Maßeinheit, in welcher man nach dieser Formel die Fehlergrenze der Durchschlagsangabe, also  $2 M$ , erhält, ist natürlich dieselbe Maßeinheit, in welcher  $x_i$  und  $m_s$  in die Formel eingesetzt worden sind. Welche Werte hat man aber für  $m_{\beta}$  und  $m_s$  einzusetzen? Naturgemäß kommen diejenigen Werte in Frage, welche das beim Durchschlagzug angewendete Meßverfahren charakterisieren. Kennt der Markscheider schon von seinen früheren Arbeiten her einigermaßen das  $m_{\beta}$  und das  $m_s$ , welches für seine Meßweise charakteristisch ist, so tut er am besten, diese Werte einzusetzen. Doch lassen sich diese beiden Zahlen auch wie folgt aus dem Durchschlagzuge selber gewinnen.

### § 6. Berechnung von $m_s$ .

Alle Streckenmessungen seien zweimal ausgeführt worden, und wir nehmen an, daß der wahre Fehler  $\epsilon_{si}$ , welcher bei der ersten Messung der Strecke  $s_i$  begangen wurde, von der Form sei:

$$\epsilon_{si} = \epsilon_{ai} + \sqrt{s_i} \cdot \epsilon_i + s_i \cdot \epsilon$$

wo  $\epsilon_{ai}$  der wahre Fehler ist, der durch die Unsicherheit der Ablesungen am Anfangspunkt und am Endpunkt der gemessenen Polygonseite in das abgelesene Maß hineinkommt, also mit kurzem Ausdruck: der Anhaltefehler. Es sei ferner  $\sqrt{s_i} \cdot \epsilon_i$  derjenige Teil des Messungsfehlers, welcher auch der „unregelmäßige“ genannt wird, der also in den verschiedenen Polygonstrecken bald größer, bald kleiner, bald positiv, bald negativ auftritt. Aus rein rechentechnischen Gründen, weil wir wissen, daß er im großen ganzen mit der Quadratwurzel aus der gemessenen Streckenlänge anzuwachsen pflegt, ist dieser Fehler nicht mit einem einzigen Buchstaben bezeichnet worden, sondern er ist zunächst mit  $\sqrt{s_i}$  dividiert worden, wobei als Quotient  $\epsilon_i$  erhalten wurde, und dann ist durch die Multiplikation  $\sqrt{s_i} \cdot \epsilon_i$  der ursprüngliche Wert wiederhergestellt worden. Es entspricht dann  $\epsilon_i$  der Größe des unregelmäßigen Fehlers, der auf die Längeneinheit zu erwarten war.

Ähnlich ist der „regelmäßige Fehler“  $s_i \epsilon$  gleich von vorneherein als Produkt von  $s_i$  und  $\epsilon$  dargestellt, wo  $\epsilon$  den Betrag des regelmäßigen Fehlers für die Längeneinheit darstellt.

Bei der zweiten Messung der Strecke  $s_i$  sei nun der wahre Fehler gemacht worden:

$$\epsilon'_{si} = \epsilon'_{ai} + \sqrt{s_i} \cdot \epsilon'_i + s_i \cdot \epsilon.$$

Dann ist die Differenz  $d_i$  beider Messungen:

$$d_i = \epsilon_{si} - \epsilon'_{si} = \epsilon_{ai} - \epsilon'_{ai} + \sqrt{s_i} \cdot \epsilon_i - \sqrt{s_i} \cdot \epsilon'_i$$

wobei der regelmäßige Fehler  $\epsilon$  naturgemäß herausfällt. Für die entsprechenden Mittelwerte hat man dann nach dem Hauptsatz der Fehlertheorie:

$$m_{di}^2 = 2 m_a^2 + 2 s_i \cdot m^2$$

wo  $m$  den mittleren Betrag des unregelmäßigen Fehlers für die Längeneinheit bedeutet.

Um den Wert  $m^2_{di}$  zu bilden, haben wir aber nur den einen Wert  $d_i$  zur Verfügung, müssen also näherungsweise setzen:

$$d_i d_i \doteq m^2_{di}$$

und erhalten dann:

$$d_i d_i \doteq 2 m^2_a + 2 s_i \cdot m^2$$

$$m^2 = \frac{d_i d_i - 2 m^2_a}{2 s_i}$$

Derartige Werte für  $m^2$  erhalten wir so viele, wie uns Differenzen  $d_i$  zur Verfügung stehen, also im ganzen  $n$ . Wir bilden daher aus ihnen das Mittel:

$$m^2 = \frac{\left[ \frac{d_i d_i - 2 m^2_a}{2 s_i} \right]_{i=1}^{i=n}}{n}$$

$$m = \sqrt{\frac{\left[ \frac{d_i d_i - 2 m^2_a}{2 s_i} \right]_{i=1}^{i=n}}{n}}$$

Für den mittleren Anhaltefehler  $m_a$  wird in diese Formel jeder Markscheider einsetzen können, was ihm entsprechend seiner Arbeitsweise schätzungsweise zutreffend erscheint. Mir persönlich würde

$$m_a = \pm 2 mm,$$

also  $\pm 4 mm$  als diejenige Fehlergrenze, deren Einhaltung unter 95 von 100 Fällen erwartet werden kann, als ein angemessener Wert erscheinen. Links und rechts in der Formel Millimetermaß vorausgesetzt, würde man dann erhalten:

$$m = \sqrt{\frac{\left[ \frac{d_i d_i - 8}{2 s_i} \right]_{i=1}^{i=n}}{n}} \quad (\text{alle Längen in } mm!)$$

Da nun für die Ungenauigkeit der Durchschlagsangabe regelmäßige Fehler praktisch keine Rolle spielen, so kann man unter zulässiger Ausschaltung der regelmäßigen Fehler aus der Rechnung schreiben:

$$\epsilon_{si} = \epsilon_{ai} + \sqrt{s_i} \cdot \epsilon_i$$

und nach dem Hauptsatz der Fehlertheorie daraus schließen:

$$m^2_{si} = m^2_a + s_i \cdot m^2$$

$$m^2_{si} = 4 + s_i \cdot \frac{\left[ \frac{d_i d_i - 8}{2 s_i} \right]_{i=1}^{i=n}}{n} \quad (\text{alle Längen in } mm!)$$

Nun wird offenbar das  $m_s$  unseres Durchschlagzuges nach der Formel erhalten:

$$m_s = \sqrt{\frac{\left[ \epsilon_{si} \cdot \epsilon_{si} \right]_{i=1}^{i=n}}{n}}$$

$$m_s^2 = \frac{\left[ \epsilon_{si} \cdot \epsilon_{si} \right]_{i=1}^{i=n}}{n}$$

Setzt man hierin für die einzelnen Addenden  $\varepsilon_{si}$ ,  $\varepsilon_{si}$ , die man ja nicht kennt, ihre Mittelwerte, so erhält man offenbar den besten Wert für  $m_s^2$ . Das ergibt:

$$m_s^2 = \frac{[m_{si}^2]_{i=1}^{i=n}}{n}$$

$$m_s^2 = 4 + \frac{[s_i]_{i=1}^{i=n}}{n} \cdot \frac{[d_i d_i - 8]_{i=1}^{i=n}}{n}. \quad (\text{alle Längen in mm!})$$

Mit Hilfe dieser Formel kann daher das  $m_s$  des Durchschlagzuges aus den Differenzen der doppelt gemessenen Seiten des Durchschlagzuges und aus den Polygonseitenlängen selber ermittelt werden.

### § 7. Berechnung von $m_\beta$ .

Sind die Polygonwinkel  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}$  je zweimal gemessen und die Differenzen, die sich dabei gezeigt haben,  $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n-1}$ , so kann man aus diesen Differenzen  $m_\beta$  allerdings nicht bestimmen, da in den Größen  $\delta$  die Exzentrizitätsfehler nicht zum Ausdruck gelangen, die gerade den Hauptbestandteil der Winkelmessungsfehler bilden.

Aber wir dürfen als selbstverständlich voraussetzen, daß der Durchschlagzug zweimal ausgeführt worden ist, wobei nicht notwendigerweise bei Zug und Gegenzug überall dieselben Aufstellungspunkte verwendet zu sein brauchen. Der einfacheren Rechnung wegen sei aber vorausgesetzt, daß wenigstens annähernd die gleiche Anzahl  $n$  der Aufstellungspunkte bei Zug und Gegenzug vorgelegen hat. Zudem sei der Punkt  $P_{n-1}$  in beiden Zügen derselbe. Beim ersten Durchschlagzuge habe sich nun die Streichendifferenz  $P_n P_0$  gegen  $P_n P_{n-1}$  zu  $\varphi_1$  ergeben, beim Gegenzuge zu  $\varphi_1'$ . Dann läßt sich allenfalls aus der Differenz

$$\Delta = \varphi_1 - \varphi_1'$$

ein Wert von  $m_\beta$  berechnen. Jedoch ist diese Berechnung nicht sehr sicher, da eben nur eine Differenz  $\Delta$  als Grundlage für die Berechnung von  $m_\beta$  dient.

Besser ist es, wenn der Markscheider vielleicht in früheren Zeiten mehrfach Messungen ausgeführt hat, die aus Zug und Gegenzug bestanden haben und in der gleichen Messungsweise, also auch mit gleichem  $m_\beta$  ausgeführt worden sind. Wir wollen voraussetzen, daß  $k$  solche Doppelzüge vorliegen. Die Abschlußdifferenzen im Streichen seien

$$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k.$$

Die Anzahl der Aufstellungspunkte in jedem der Züge sei

$$n_1, n_2, \dots, n_k.$$

Setzt man  $k = 1$ , so haben wir den besonderen Fall, daß keine vor dem in Rede stehenden Durchschlagzug ausgeführten Doppelzüge gleichen Meßverfahrens vorliegen, sodaß dann lediglich das  $\Delta_1$  des Durchschlagzuges zur Berechnung von  $m_\beta$  zur Verfügung steht.

Es ist nun in einer Bezeichnungsweise, die wohl ohne weiteres verständlich sein wird:



$$\begin{array}{l}
 \Delta_1 = \varphi_1 - \varphi_1' = [\varepsilon]_0^{n_1-1} - [\varepsilon']_0^{n_1-1} \\
 m^2_{\Delta} = 2 n_1 \cdot m^2_{\beta} \quad \left| \quad m^2_{\beta} = \frac{m^2_{\Delta} \cdot n}{2 n_1} = \frac{\Delta_1 \Delta_1}{2 n_1} \right. \\
 \Delta_2 = \varphi_2 - \varphi_2' = [\varepsilon]_0^{n_2-1} - [\varepsilon']_0^{n_2-1} \\
 m^2_{\Delta} = 2 n_2 \cdot m^2_{\beta} \quad \left| \quad m^2_{\beta} = \frac{m^2_{\Delta} \cdot n}{2 n_2} = \frac{\Delta_2 \Delta_2}{2 n_2} \right. \\
 \dots \\
 m^2_{\beta} = \frac{\left[ \frac{\Delta_i \Delta_i}{2 n_i} \right]_{i=1}^{i=k}}{k} \\
 m_{\beta} = \sqrt{\frac{\left[ \frac{\Delta_i \Delta_i}{2 n_i} \right]_{i=1}^{i=k}}{k}}
 \end{array}$$

### § 8. Benützung der Durchschlagsformel des § 5.

Die Benützung der in § 5 aufgestellten Formel für die Durchschlagsgenauigkeit denke ich mir folgendermaßen. Noch ehe der Durchschlagzug praktisch ausgeführt wird, wird der Markscheider — etwa auf Pauspapier — eine möglichst genaue Skizze des Durchschlagzuges entwerfen, auf dieser Skizze die Durchschlagsachse  $P_0 P_n$  einzeichnen, sie halbieren und so den Punkt  $O$  erhalten. Jetzt werden mit  $O$  als Koordinatennullpunkt und  $OP_n$  als  $x$ -Achse die Größen  $x_0, x_1, \dots, x_n$  abgegriffen, wobei Abrundung der Größen  $x$  auf ganze Zehner von Metern den Wert  $2M$  kaum wesentlich beeinflussen wird. Ebenso werden die Streichwinkel  $v_1, v_2, \dots, v_n$  in bezug auf die Achse  $OP_0$  oder  $OP_n$  mit Hilfe einer Winkelscheibe etwa auf ein bis zwei Grade genau graphisch ermittelt. Für  $m_{\beta}$  und  $m_s$  nimmt der Markscheider am besten seine ihm bekannten Erfahrungswerte oder er schätzt diese Werte. Hiermit berechnet er dann  $4M$  und  $2M$ . Ergeben sich dabei für  $4M$  und  $2M$  Beträge von unbedenklicher Kleinheit, so kann auch unbedenklich das Meßverfahren angewandt werden, das dem Markscheider vorschwebte, als er die Größen  $m_{\beta}$  und  $m_s$  wählte. Erscheint aber  $4M$  und  $2M$  zu groß, so ist das beabsichtigt gewesene Meßverfahren nicht genau genug. Es muß ein exakteres Verfahren gewählt werden.

Je nachdem nun der mit  $m_{\beta}$  oder der mit  $m_s$  gebildete Addend in der Formel für  $4M$  der größere ist, wird man entweder in erster Linie auf Verfeinerung der Winkelmessung oder Verfeinerung der Streckenmessung bedacht nehmen müssen.

Handelt es sich um Verfeinerung der Winkelmessung, so wird wohl in der Regel feinere Zentrierung ins Auge zu fassen sein, da wir aus einer Untersuchung Reehs (Mitt. a. d. Marks.-Wesen, 1910) wissen, daß der Zentrierungsfehler den Hauptfehler der Winkelmessung bildet, sodaß also, wo etwa nach dem Repetitionsverfahren gemessen wird, von einer Vermehrung der Repetitionen kein sonderlicher Genauigkeitsgewinn zu erhoffen ist.

Liegen für den Markscheider irgendwelche Bedenken vor, für  $m_\beta$  und  $m_s$  seinen eigenen früheren Messungen Erfahrungswerte zu entnehmen oder die Werte zu schätzen, so wird er auch nicht weit fehlgehen, wenn er solche Werte nimmt, welche allgemeineren Erfahrungen entsprechen.

So wird der Markscheider etwa von dem Werte

$$m_\beta = \pm 15''$$

ausgehen können, wenn die Winkel in jeder Fernrohrlage einmal gemessen werden sollen und wenn die Zentrierungsfehler dadurch klein gehalten werden, daß mit Zwangzentrierung gearbeitet werden soll.

Für  $m_s$  wird er auf nachstehende Weise zu einem hinreichend brauchbaren Wert gelangen können: er wird sich zunächst überlegen, zwischen welchen äußersten Vertikalneigungen im großen ganzen die Polygonseiten des Durchschlagzuges liegen. Es genügt dabei die Feststellung, ob etwa zwischen  $\pm 5^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  oder ob die Neigungen der Seiten gar zu einem wesentlichen Prozentsatz mehr als  $\pm 45^\circ$  betragen. Je nachdem, welcher dieser drei Fälle vorliegt, wird er sich dann folgender Formeln bedienen können:

$$\left. \begin{array}{l} \pm 5^\circ \quad m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{4200} \cdot s} \\ \pm 45^\circ \quad m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{2200} \cdot s} \\ \text{über } 45^\circ \quad m_s = \sqrt{4 + \frac{1}{1000} \cdot s} \end{array} \right\} m_s \text{ und } s \text{ in } mm!$$

Für  $s$  ist dabei die durchschnittliche Seitenlänge des Durchschlagzuges einzusetzen, also das arithmetische Mittel aller voraussichtlich zu messenden Seitenlängen.

Nachdem der Durchschlagzug dann wirklich gemessen worden ist, denke ich mir eine zweite Benützung der in § 5 aufgestellten Formel in der Art, daß nunmehr in die Formel diejenigen Werte für  $m_s$  und  $m_\beta$  eingesetzt werden, welche sich nach § 6 und § 7 aus dem Durchschlagzuge selber berechnen lassen.

## Anpassung einer Neumessung an den Stand eines Operates älteren Ursprungs.

Von H. F. van Riel, Lektor an der landwirtschaftlichen Hochschule in Wageningen  
(Holland).

Die beiden Aufsätze der Herren Ing. A. Morpurgo und F. Praxmeier in dieser Zeitschrift, Band XXII, über die Anpassung einer Neumessung an eine Karte älteren Ursprungs, veranlassen mich zu folgenden Auseinandersetzungen, welche hoffentlich den Leser interessieren werden.

I. Die gleiche Lösung der Aufgabe, nach den Formeln 11 und 12 auf Seite 62, mit Vereinfachung durch Einführung der  $W$ , ist vor ungefähr zehn Jahren bei der Katasterbehörde in Amsterdam von den damaligen Landmessern M. de Vos und J. Bingen gefunden worden, als ihnen oblag, ein größeres Triangulierungsnetz, das im System der Landestriangulierung festgelegt war, mit der älteren Katasterkarte der Umgebung von Amsterdam von 1884 zu verbinden.