

Paper-ID: VGI_193113



Zeichenhilfsmittel zur Verwandlung von Grundrissen in räumliche Risse isometrischer Projektion

Th. Kappes

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **29** (5), S. 97–104

1931

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Kappes_VGI_193113,  
  Title = {Zeichenhilfsmittel zur Verwandlung von Grundrissen in r{"a}umliche  
    Risse isometrischer Projektion},  
  Author = {Kappes, Th.},  
  Journal = {"Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen"},  
  Pages = {97--104},  
  Number = {5},  
  Year = {1931},  
  Volume = {29}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

ORGAN

des

ÖSTERREICHISCHEN VEREINS FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Redaktion:

Hofrat Prof. Dr. Dr. Dr. h. c. E. Doležal und Vermessungsrat Ing. Dr. H. Rohrer.

Nr. 5.

Baden bei Wien, im Oktober 1931.

XXIX. Jahrg.

Zeichenhilfsmittel zur Verwandlung von Grundrissen in räumliche Risse isometrischer Projektion.

Von Dr.-Ing. Th. Kappes.

Wird ein rechtwinkliges räumliches Achsenkreuz mittels Parallelperspektive so dargestellt, daß die drei Achsenrichtungen in der Abbildung sich unter 120° schneiden und dabei die Längen in den Achsrichtungen im gleichen Verhältnis verzerrt werden, so bezeichnet man diese Darstellungsweise als isometrische Projektion.

Die isometrische Projektion wird in der Markscheidkunde in zunehmendem Maße zur Herstellung von räumlichen Rissen angewandt. Hierbei geht man meistens von einem bereits vorhandenen Grundriß aus. Die Umwandlung des Grundrisses in die räumliche Zeichnung läßt sich in einfacher Weise an der isometrischen Abbildung eines Würfels veranschaulichen, dessen Kanten nach

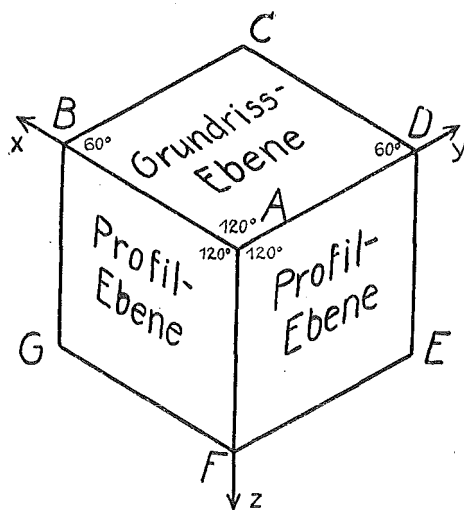


Abb. 1. Isometrische Abbildung eines Würfels.

den Achsrichtungen eines rechtwinkligen Koordinatensystems orientiert sind. Abb. 1 zeigt die isometrische Abbildung eines in dieser Weise orientierten Würfels. Die Würfel­flächen erscheinen als Rhomben mit den Winkeln 60 und 120 Grad. Die dem Beschauer am nächsten liegende Würfecke A sei der Schnittpunkt der beiden horizontalen x - und y -Achsen und der lotrechten z -Achse. Die horizontale Würfel­fläche $ABCD$ und die dieser parallelen Flächen haben dann die Bedeutung von Grundrißebenen. Ebenso lassen sich die lotrechten Würfel­flächen $ADEF$ und $AFGB$ und die diesen parallelen Flächen als Profil­flächen auffassen. Benutzt man also zur Herstellung eines isometrischen räumlichen Risses einen quadratischen Grundriß, so nimmt dieser in der isometrischen Abbildung die Form eines Rhombus mit den Winkeln 60 und 120 Grad an. In diesem Falle legt man der räumlichen Zeichnung das isometrische Bild eines Würfels zugrunde, der gemäß Abb. 1 orientiert ist. Läßt man den in Abb. 1 dargestellten Würfel in der x - oder y -Richtung wachsen, so entsteht die isometrische Abbildung eines Prismas mit rechteckiger Grundfläche. Es ergibt sich aus der so entstehenden Abbildung, daß man als isometrische Abbildung eines rechteckigen Grundrisses ein Parallelogramm mit den Winkeln 60 und 120 Grad erhält. Im letzteren Falle legt man der räumlichen Zeichnung

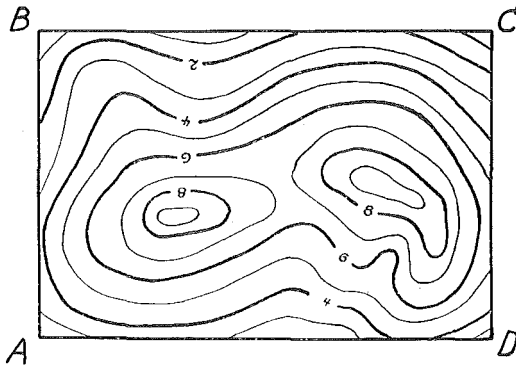


Abb. 2. Rechteckiger Grundriß $ABCD$. A soll in der räumlichen Zeichnung die dem Beschauer am nächsten liegende Ecke werden.

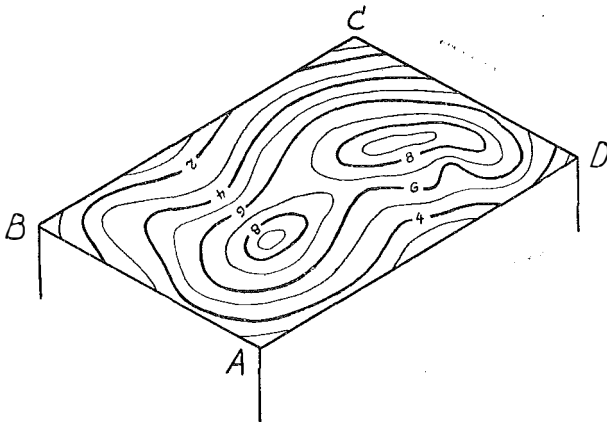


Abb. 3. Isometrische Abbildung des Grundrisses $ABCD$.

die isometrische Abbildung eines Prismas mit rechteckiger Grundfläche zugrunde. Hierbei muß das Prisma ebenfalls so orientiert werden, daß die in der dem Beschauer am nächsten liegenden Ecke zusammenstoßenden drei Kanten sich unter 120 Grad schneiden.

In den Abbildungen 2 bis 4 ist die Umwandlung eines rechteckigen Grundrisses in eine isometrische räumliche Zeichnung dargestellt.

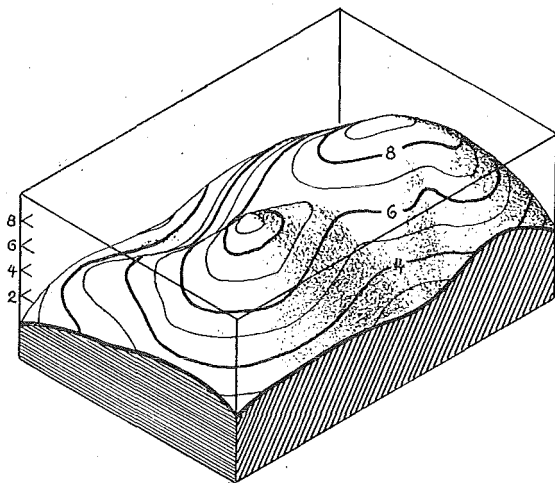


Abb. 4. Isometrische räumliche Zeichnung. Die Situationen der einzelnen Grundrißhorizonte sind unter Berücksichtigung ihrer vertikalen Abstände in das isometrische Bild des Prismas eingetragen.

Die Umwandlung des Grundrisses in das isometrische Bild läßt sich mit Hilfe eines Zeichengerätes bedeutend vereinfachen. Im folgenden sollen verschiedene Geräte dieser Art beschrieben werden. Das Prinzip aller dieser Geräte ist dasselbe: Bei Umfahrung eines Quadrates zeichnet ein Schreibstift einen Rhombus mit den Winkeln 60 und 120 Grad auf. Eine Diagonale des Quadrates bleibt unverzerrt, die andere wird im Verhältnis $1 : \sqrt{3}$ verkürzt.

1917 gab Dufour¹⁾ mehrere Geräte an, die in den nachfolgenden Abbildungen 5 bis 7 schematisch wiedergegeben sind. Das einfachste dieser Geräte besteht in der Hauptsache aus einem Lineal FP , das um P schwenkbar ist (Abb. 5). P wird in einer beim Gebrauch festliegenden Führungsschiene geradlinig geführt. In F befindet sich ein Fahrstift, in S ein Schreibstift, dessen Lage bestimmt ist durch die Gleichung

$$\frac{PS}{PF} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (1)$$

Stellt man das Gerät so auf, daß die Richtung der Führungsschiene mit der Diagonalrichtung AC eines Quadrates $ABCD$ zusammenfällt, und führt man den Fahrstift F geradlinig von A nach C , so schreibt der Schreibstift S die Gerade $A'E'C'$ auf. Es wird $A'C' = AC$ und $A'E' = AE$. Vervollständigt man $A'C'$ zu dem Rhombus $A'B'C'D'$ mit den Winkeln 60 und 120 Grad,

¹⁾ P.-Th. Dufour, Les perspectives-reliefs, Librairie Delagrave, Paris 1917.

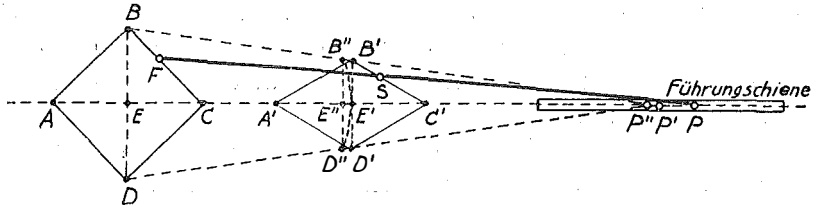


Abb. 5. Dufoursches Gerät mit Führungsschiene.

so ist dieser die gesuchte isometrische Abbildung des Quadrates $ABCD$. Diese isometrische Umwandlung wird aber von dem Gerät leider nicht ganz vollkommen ausgeführt. Vielmehr liefert die Umfahrung des Quadrates mittels Fahrstift die etwas verzerrte Figur $A' B'' C' D''$. Führt man nämlich den Fahrstift geradlinig von B über E nach D , so beschreibt der Schreibstift nicht die Gerade $B' E' D'$, sondern die krumme Linie $B'' E' D''$, deren konvexe Seite auf der Seite der Führungsschiene liegt. Die Krümmung dieser Linie wird umso größer, je größer der Schwenkungswinkel des Lineals wird, d. h. also je kürzer das Lineal ist. Der hierdurch entstehende größte Fehler Δ_1 ist offenbar gleich dem Abstand $E' E''$ der beiden Geraden $B' D'$ und $B'' D''$. Entspricht den Fahrstiftstellungen B und D die Pollage P'' und der Fahrstiftstellung E die Pollage P' , so kann man auch schreiben

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= E' E'' = P' P'' \} \dots \dots \dots (2) \\ \Delta_1 &= P' E - P'' E \} \end{aligned}$$

Für $P' E$ und $P'' E$ hat man

$$P' E = P F \dots \dots \dots (3)$$

$$P'' E = \sqrt{(P'' B)^2 - (BE)^2} = \sqrt{(PF)^2 - (BE)^2} \dots \dots \dots (4)$$

Nach Berücksichtigung von (3) und (4) erhält man für (2)

$$\Delta_1 = PF - \sqrt{(PF)^2 - (BE)^2} \dots \dots \dots (5)$$

Tabelle 1.

PF	BE	Δ_1
1000	100	5,0
1000	200	20,2
2000	100	2,5
2000	200	10,0

alle Maße in mm

Man ersieht aus Tabelle 1, daß der Fehler in der Abbildung des Quadrates auch bei einer Lineallänge $PF = 2$ Meter noch bedenklich groß wird.

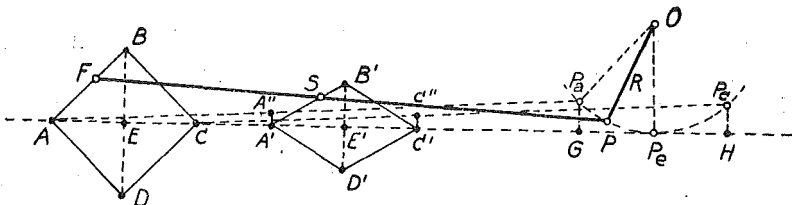


Abb. 6. Dufoursches Gerät mit Kurbel.

Die Führungsschiene hat Dufour bei einem anderen Gerät durch eine Kurbelstange ersetzt. Hierdurch wird der Reibungswiderstand bei der Bewegung des Lineals geringer. Dagegen entsteht der Nachteil, daß der Pol nicht mehr geradlinig, sondern in einer Kreiskurve geführt wird.

Aus Abbildung 6 ist die Anordnung der Kurbelstange zu ersehen. Der Pol P des Lineals ist mit der um O schwenkbaren Kurbelstange von der Länge R verbunden. Zur Ermittlung des durch Benutzung der Kurbelstange entstehenden größten Abbildungsfehlers Δ_2 sei von der Annahme ausgegangen, daß die Kurbel senkrecht auf dem in Richtung von AC befindlichen Lineal stehen soll, wenn der Fahrstift F sich in E befindet. Der Pol befinde sich hierbei in P_e . Eine solche Lage der Kurbel ermöglicht der Bau des Gerätes in jedem Einzelfall.

Der größte Fehler tritt offenbar ein, wenn der Fahrstift sich in A oder C befindet. Diesen beiden Stellungen des Fahrstiftes mögen die Pollagen P_a, P_c und die Schreibstiftlagen A', C' entsprechen. Bezeichnen A' und C' wieder die durch geradlinige Polführung erhaltenen Schreibstiftstellungen, so hat man für Δ_2

$$\Delta_2 = A' A'' = C' C'' \dots \dots \dots (6)$$

Fällt man von P_a und P_c auf die Verlängerung von AC die Lote $P_a G$ und $P_c H$, so kann man näherungsweise schreiben

$$AE = GP_e = HP_e \dots \dots \dots (7)$$

Ferner ergibt sich aus Abb. 6

$$P_a G = R - \sqrt{R^2 - (AE)^2} \dots \dots \dots (8)$$

$$\frac{A' A''}{P_a G} = \frac{A A''}{A P_a} = \frac{A P_a - A' P_a}{A P_a} = 1 - \frac{A' P_a}{A P_a} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \dots (9)$$

Hieraus erhält man schließlich

$$\Delta_2 = A' A'' = P_a G \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \left(R - \sqrt{R^2 - (AE)^2}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad (10)$$

Die Lineallänge PF ist demnach ohne Einfluß auf den Abbildungsfehler. Δ_2 ist lediglich von der Kurbellänge R und der Diagonallänge des umzuwandelnden Quadrates abhängig.

Tabelle 2.

AE	R	Δ_2
100	1000	2,1
200	1000	8,6
100	2000	1,1
200	2000	4,2

alle Maße in mm

Tabelle 2 zeigt, daß der durch Verwendung einer Kurbel entstehende Fehler auch bei einer Kurbellänge von $R = 2$ Meter noch einen bedenklich großen Wert annimmt.

Als weiteres Hilfsmittel zur Herbeiführung einer geradlinigen Bewegung des Linealpoles P empfiehlt Dufour ein von Peaucellier²⁾ erfundenes Instrument (Abb. 7).

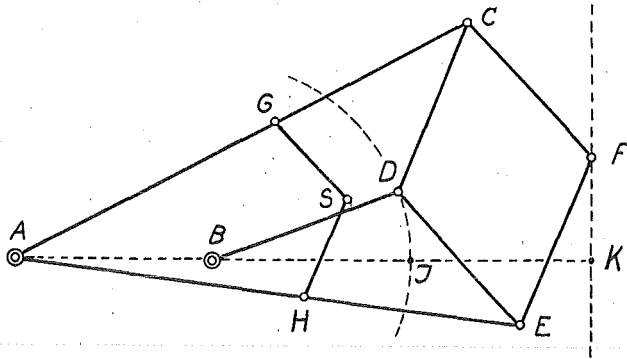


Abb. 7. Gerät von Peaucellier-Dufour.

Dieses ist im wesentlichen aus 7 Linealen zusammengesetzt, die durch Gelenke miteinander verbunden sind³⁾. Vier dieser Lineale bilden den Rhombus $CDEF$, dessen Gelenke C und E durch gleichlange Lineale mit dem Gelenk A und dessen Gelenk D mit dem Gelenk B verbunden sind. Die Lage der Gelenke A und B ist bei Gebrauch des Gerätes unveränderlich; ihr Abstand ist gleich der Länge des Lineals BD . Bei allen durch den Bau des Gerätes möglichen Bewegungen ist F gezwungen, auf einer Geraden zu bleiben, die senkrecht zu AB steht. Dies ist leicht zu beweisen: Die Gelenke ADF liegen bei jeder beliebigen Stellung des Gerätes auf einer Geraden, da die Abstände dieser Gelenke von C und E konstant bleiben. Beschreibt man um C mit $CD = CF$ als Halbmesser einen Kreis, so ist die Tangente von A an diesen Kreis von konstanter Länge. Da das Quadrat dieser Tangente gleich dem Produkte $AD \cdot AF$ ist, so hat man

$$AD \cdot AF = \text{konst.} \dots \dots \dots (11)$$

In der Abbildung 7 sei J der Schnittpunkt von AB mit dem Kreis um B mit AB als Halbmesser. K sei auf der Geraden AB so bestimmt, daß gemäß Gleichung (11) die Beziehung erhalten wird

$$AJ \cdot AK = AD \cdot AF$$

Dann gilt offenbar auch die Beziehung

$$\frac{AJ}{AD} = \frac{AF}{AK}$$

Hieraus folgt, daß die Dreiecke ADJ und AFK ähnlich sind. Da der Winkel ADJ im Dreieck ADJ ein rechter ist, so muß auch der Winkel AKF im Dreieck AKF ein rechter sein. Hiermit ist der Beweis erbracht, daß das Gelenk F sich auf einer zu AB senkrechten Geraden bewegen muß.

²⁾ La grande encyclopédie, Tome IV, Société anonyme de la grande encyclopédie, Paris 1885, Seite 10.

³⁾ Die Linien GS und HS in Abb. 7 stellen Lineale dar, die Dufour später zugefügt hat.

Es ergibt sich die Verwendbarkeit dieses Gerätes, um bei dem in Abb. 5 schematisch dargestellten Dufour'schen Gerät geradlinige Führung des Linealpoles P herbeizuführen. Denn man braucht nur F (Abb. 7) mit dem Pol P (Abb. 5) so zu verbinden, daß AB (Abb. 7) senkrecht zum Lineal des Dufour'schen Gerätes steht, wenn letzteres die Richtung der Diagonale des umzuwandelnden Quadrates hat.

Dufour hat das Instrument von Peaucellier noch in der in Abb. 7 angedeuteten Weise vervollständigt. Er hat zwei gleichlange Lineale GS und HS so daran angebracht, daß die folgenden Beziehungen erfüllt werden:

$$\frac{AG}{AC} = \frac{AH}{AE} = \frac{GS}{CF} = \frac{HS}{EF} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

G , S , H sind Gelenke. Es ist leicht zu übersehen, daß das Gelenk S bei irgend einer Bewegung des Linealsystems gezwungen ist, auf einer geraden Linie senkrecht zu AB zu bleiben, entsprechend dem gleichartigen Zwange für F . Dabei verhält sich der Weg von S zu demjenigen von F wie $1:\sqrt{3}$.

Auf diese Weise erhält Dufour aber ein Gerät, mit welchem die isometrische Umwandlung von Grundrißzeichnungen ganz fehlerlos ausgeführt werden kann. Dufour verbindet nämlich noch AB derart mit einer Geradföhrung, daß AB geradlinig in der Richtung AB geföhrt werden kann. Soll die isometrische Abbildung eines Quadrates erzeugt werden, so bringt man das Quadrat mit einer Diagonale in die Richtung von AB . Dann liefert S das isometrische Bild, wenn man mit F das Quadrat umfährt. Während bei den beiden Dufour'schen Linealgeräten (Abb. 5 und 6) Verzerrungsfehler entstanden, fallen diese bei dem zuletzt besprochenen Gerät offenbar fort, und man erhält fehlerfreie isometrische Abbildung.

1928 konstruierte Herr Prof. E. Fox in Clausthal noch ein bemerkenswertes Gerät zur Umwandlung von Grundrissen in isometrische Projektion. Er nannte das Gerät Affinzeichner⁴⁾. Dieses Gerät hat einen Rahmen, der auf drei einander parallel angeordneten Rollen R_1 , R_2 , R_3 von gleichen Durchmessern läuft (Abb. 8). Auf diesem Rahmen ist ein um den Punkt P schwenkbares Lineal angebracht. Bei Schwenkung des Lineals werden zwei in parallelen Führungsschienen AB und CD auf kleinen Rollen laufende Wagen W_1 und W_2 mitgenommen. Auf W_1 befindet sich ein Schreibstift S , auf W_2 ein Fahrstift F . Der Abstand der beiden Führungsschienen AB und CD von P ist so gewählt, daß die durch Schwenkung des Lineals hervorgerufenen Verschiebungen der Punkte S und F sich wie $1:\sqrt{3}$ verhalten, ein Verhältnis, das, wie wir oben gesehen haben, für isometrische Abbildung eines Grundrisses wesentlich ist. Mit Hilfe der drei Rollen R_1 , R_2 , R_3 wird geradlinige Bewegung senkrecht zu den Schienen AB und CD erzielt. Mit Hilfe der beiden Führungsschienen wird auf einfache Weise die Bewegung von Fahrstift und Zeichenstift auf geraden Linien senkrecht zur Bewegungsrichtung des Punktes P erreicht.

⁴⁾ Das Gerät wurde im gleichen Jahre von der Firma Breithaupt in Handel gebracht. Vgl.: Neuer Affinzeichner nach Prof. Fox (Werbeblatt Nr. 105 der Firma F. W. Breithaupt u. Sohn in Kassel 1928).

Der Gebrauch des Gerätes ist sehr einfach. Man umfährt mit F die Grundrißzeichnung, wobei Schreibstift S die isometrische Abbildung liefert. Das Gerät hat überdies den Vorzug, daß durch die Verwendung von Rollen für die geradlinige Bewegung des ganzen Gerätes und für die Bewegung der Wagen W_1 , W_2 die bei Handhabung des Gerätes zu überwindende Reibung sehr gering ist.

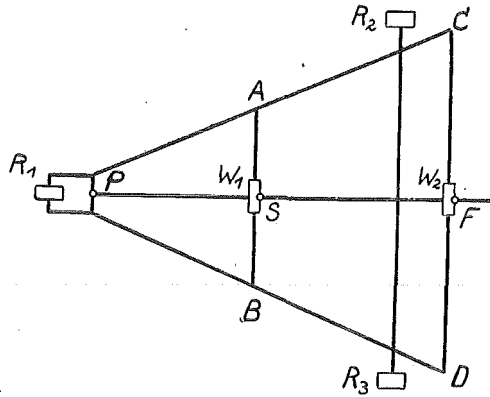


Abb. 8. Affinzeichner nach Prof. Fox.

Über die Unsicherheit der Berechnung des mittleren Fehlers.

Von Dipl.-Berging., Dipl.-Markscheider A. H u s m a n n, Aachen.

Die nachstehende kleine Betrachtung sagt demjenigen nichts Neues, der in den Rechnungsgängen der Methode der kleinsten Quadrate einigermaßen zu Hause ist. Aber ich glaube, sie wird vielleicht manchem Praktiker nützlich sein, dem die Berufsarbeit nicht die Zeit läßt, sich mit den vermessungstechnischen Theorien so eingehend zu beschäftigen, wie er es im Interesse seiner Arbeiten vielleicht selbst wünschen würde.

Es sei ein Nivellement ausgeführt worden von 10 *km* hin und zurück. Die Abschlußdifferenz sei 5 *mm*. Dann ist also 5 *mm* der wahre Fehler eines Nivellements von 20 *km* Länge. Wie groß ist nun der mittlere Kilometerfehler m_k des Nivellements? Wenn man zur Beurteilung der Genauigkeit nur die eine Differenz von 5 *mm* hat, bleibt nichts weiter übrig, als den mittleren Fehler des 20-*km*-Nivellements gleich ± 5 *mm* anzunehmen und den mittleren Kilometerfehler m_k zu berechnen nach der Formel:

$$\pm 5 = m_k \sqrt{20}$$

$$m_k = \pm 5 : \sqrt{20} = \pm 1.1 \text{ mm}$$

Ist man nun berechtigt, auf Grund dieses Ergebnisses etwa zu sagen, daß es sich um ein Nivellement hoher Genauigkeit handelt? Dies ist wohl möglich, aber nicht erwiesen. Die Berechnung von m_k ist so unsicher, daß sie für sich allein stehend nicht die Unterlage für eine so weitgehende Behauptung bilden kann.