

Paper-ID: VGI_194915



Der Anschluß des Ostseeringes an das europäische Lotabweichungssystem

Karl Ledersteger ¹

¹ *Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **37** (4–6), S. 103–119

1949

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Ledersteger_VGI_194915,  
  Title = {Der Anschlu{\ss} des Ostseeringes an das europ{\a}ische  
    Lotabweichungssystem},  
  Author = {Ledersteger, Karl},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {103--119},  
  Number = {4--6},  
  Year = {1949},  
  Volume = {37}  
}
```



Deutschland zu hoher Vollendung gediehen¹⁵⁾, bei uns aber leider nicht in dem Maße ausgebildet worden, weshalb wir nur einige Bilder dieser Art besitzen, so von der urgeschichtlichen Umwallung auf dem Braunsberg, von der Burg Kreuzenstein, deren Erdwall darauf gut zur Geltung kommt, ferner von den Anlagen um Schloß Sachsengang und um die Kirche von Schrick. Auch Teile von Carnuntum wurden vom Flugzeug aus aufgenommen, als der Plan bestand, Ausgrabungen in großem Stile durchzuführen. Dabei hat sich gezeigt, daß bei höherem Wasserstand und günstiger Seitenbeleuchtung auch vollständig von Erde überdeckte, bereits eingebnete Werke fast röntgenartig sichtbar werden. Auf diese Weise könnte z. B. von der großen, nun fast ganz verschwundenen urgeschichtlichen Umwallung auf dem „Scheibenberg“ bei Kronberg ein gutes Bild gewonnen werden.

Auf diesem Gebiete hat also die Vermessungskunde und Kartographie noch eine große wissenschaftliche Aufgabe zu erfüllen. Darauf hinzuweisen und die maßgebenden Kreise des Faches zu bitten, die Ansätze, die in dieser Hinsicht gemacht wurden, weiter auszubauen und diese Arbeiten auch in Zukunft zu fördern, ist nicht zuletzt der Zweck dieser Zeilen.

Der Anschluß des Ostseeringes an das europäische Lotabweichungssystem

Von Karl Ledersteger, Wien

Der Zusammenschluß zweier getrennter Lotabweichungssysteme kann nach zwei, der Hauptsache nach nur formal verschiedenen Methoden erfolgen. Die erste besteht darin, daß mehrere, ursprünglich gänzlich unabhängige geodätische Netze nach der Methode von Helmert-Thilo oder nach der Finsterwalderschen Feldermethode zunächst auf einer einheitlichen Referenzfläche zusammengeschlossen und hierauf nach bestimmten physikalischen Gesichtspunkten wieder in einzelne Teilsysteme zerlegt werden, die sodann gesondert nach dem Minimumprinzip für die restlichen Lotabweichungen und Laplaceschen Widersprüche ihre bestmögliche Lagerung und Orientierung auf der vorgegebenen Referenzfläche erfahren. Dadurch werden die Teilsysteme auseinandergerissen oder übereinandergeschoben, je nach den Abweichungen der Referenzfläche von dem für den ganzen Netzverband bestanschließenden Ellipsoid einerseits und dem regionalsystematischen Verhalten der Lotabweichungen in den einzelnen Partialsystemen andererseits. Der Schwerpunkt jedes einmal „absolut“ gelagerten Teilsystems bleibt invariant gegenüber jedem beliebigen Ellipsoidübergang, so daß man aus der Verbindung der Schwerpunkte je zweier Partialsysteme oder kurz gesagt aus jeder zwei derartige Schwerpunkte verbindenden geodätischen Linie die Elemente jenes Ellipsoides ableiten kann, auf dem der eine Schwerpunkt auch innerhalb des Lotabweichungssystemes des anderen invariant bleibt. Durch eine einfache Ausgleichung kann somit aus sämtlichen Kombinationen je zweier Teilsysteme das bestanschließende Ellipsoid des gesamten

¹⁵⁾ Vgl. Luftbild und Luftbildmessung Nr. 16: Luftbild und Vorgeschichte. Hansa Luftbild, Berlin 1938.

Netzverbandes gefunden werden. Diese „Methode der Partialsysteme“¹⁾ zeichnet sich neben ihrer Einfachheit vor allem durch zwei Vorzüge aus. Erstens haben alle Teilsysteme als Teile eines einheitlichen Netzverbandes auch einen einheitlichen Maßstab; ein eventueller Maßstabfehler wirkt sich dann rein additiv in der Achsenverbesserung des Ellipsoides aus, und zwar in dem Sinne, daß ein zu großer Maßstab auch eine Vergrößerung der Ellipsoidachse nach sich zieht. Zweitens ermöglicht es der geschlossene Netzverband, durch geschickte Bildung der Partialsysteme von vornherein kleinere geoidische Einflüsse möglichst weitgehend auszuschalten und damit die Sicherheit in der Bestimmung der Verbesserungen der Ellipsoidelemente zu erhöhen. Dies ist nicht nur erlaubt, sondern vielmehr empfehlenswert, zumal es sich hier ja um eine Approximation des mittleren Erdellipsoides handelt. Die Wirkung dieses Verfahrens ist wahrscheinlich noch stärker als die einer vorhergehenden isostatischen Reduktion der Lotabweichungen, der bekanntlich das sogenannte Internationale Ellipsoid Hayfords seinen kleinen mittleren Fehler verdankt.

Trotz dieses die mehr lokalen Geoidundulationen eliminierenden Vorgehens kann aber unabhängig von jeder Lotabweichungsausgleichung und vom verwendeten Ellipsoid aus einem über einen ganzen Kontinent erstreckten Netzverband zumindest theoretisch die mittlere kontinentale Geoidhebung abgeleitet werden. Man braucht nur dafür Sorge zu tragen, daß das den Netzmaßstab bestimmende Kernnetz möglichst zentral gelegen ist und seine Dimension auf mehreren sorgfältigsten gemessenen Grundlinien beruht. Dann wird der Maßstab des Netzverbandes zu groß sein, weil die Reduktion der Grundlinien lediglich auf das Geoid und nicht auf das darunterliegende Niveausphäroid erfolgen kann. Leitet man dann aus einer Reihe von Kontrollgrundlinien entlang der Küsten der Weltmeere die Maßstabskorrektur k des Netzverbandes ab, so liefert diese unmittelbar vermöge:

$$k = N : r \quad (1)$$

die Geoidundulation N im Gebiet des Kernnetzes, wobei lediglich die plausible Annahme zugrundeliegt, daß an den Meeresküsten Geoid und Niveausphäroid nahe zusammenfallen. Dabei entspricht einer Geoidhebung ein negativer Wert von k , in Übereinstimmung mit dem Umstand, daß Bruns in seiner Theorie die Undulationen im Außenraum des Geoids positiv ansetzt. Freilich darf nicht übersehen werden, daß eine Unsicherheit von $50 \cdot 10^{-7}$ in der Maßstabskorrektur bereits eine Unsicherheit von 32 m in der abgeleiteten Undulation nach sich zieht.

Das zweite als „Randpunkt-Methode“ bezeichnete Verfahren verzichtet auf einen vorhergehenden geodätischen Netzzusammenschluß und muß daher der Maßstabsverschiedenheit der beiden benachbarten Lotabweichungssysteme Rechnung tragen. Für gewöhnlich haben benachbarte Landesnetze gänzlich unabhängige Triangulierungshauptpunkte und sind oft sogar auf verschiedenen Referenzflächen berechnet. Meistens aber weisen sie einige gemeinsame Randpunkte auf, die in beiden Systemen koordinatenmäßig gegeben sind. Die Randpunktmethode setzt

¹⁾ K. L e d e r s t e g e r, Theoretische und numerische Studien zur genäherten Ableitung eines bestanschließenden Ellipsoides für Europa, Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Math.-naturw. Klasse, Abt. IIa, Bd. 156, 1947.

nun gemeinsame Punkte voraus, die keineswegs gleichzeitig astronomische Stationen zu sein brauchen. Hingegen ist eine gemeinsame Referenzfläche notwendig. Es müssen also gegebenenfalls die Randwerte im zweiten System unter Beibehaltung der Ausgangswerte im zugehörigen Fundamentalpunkt auf die Referenzfläche des Nachbarnetzes umgerechnet werden. Hat man sodann beide Netze unabhängig voneinander „absolut“ gelagert und orientiert, so können aus den Unterschieden der geographischen Koordinaten in den Randpunkten oder aus den Unterschieden in den Lotabweichungskomponenten wieder die Elemente des bestanschließenden Ellipsoides abgeleitet werden. Mit Rücksicht auf die Verschiedenheit der beiden Netzmaßstäbe tritt jetzt aber neben den Verbesserungen für Achse und Abplattung als dritte Unbekannte die Abweichung vom mittleren Netzmaßstab oder gemäß (1) die relative Geoidhebung zwischen den bestimmenden Grundlinien auf.

Die Randpunktmethode gestattet nun auf einfachste Weise den Anschluß des Ostseeringes an das bisher umfassendste europäische Lotabweichungssystem. Dieses Lotabweichungssystem²⁾ erstreckt sich über ganz Europa mit Ausnahme des europäischen Rußlands und Fennoskandiens und beruht auf einem genäherten geodätischen Zusammenschluß von zum Teil alten Triangulierungen, der sich aber als vollständig ausreichend erwies für den beabsichtigten Zweck, nämlich die Herleitung der günstigsten Referenzfläche und der günstigsten Ausgangsdaten für den künftigen exakten Zusammenschluß der modernen europäischen Landesnetze. Es hat nun allerdings den Anschein, daß man den europäischen Netzzusammenschluß ohne weitere Vorprüfung dieser Frage auf dem aus amerikanischen Messungen abgeleiteten Hayfordschen Ellipsoid durchführen will. Wenigstens wurden die beiden ersten großen Teile, der Ostseering und das zentraleuropäische Dreiecksnetz³⁾ auf diesem Ellipsoid berechnet. Dies berührt aber nicht den Wert rein wissenschaftlicher Untersuchungen, die darauf gerichtet sind, eine bessere Annäherung an das mittlere Erdellipsoid zu gewinnen. Denn so unbestritten die Vorteile einer einheitlichen Bezugsfläche für die Triangulierungen der ganzen Erde sind, so wünschenswert ist es auch, daß dieses Rotationsellipsoid in Achse und Abplattung mit dem Brunsschen Niveausphäroid übereinstimmt. Es ist klar, daß die hoffnungsvolle Entwicklung der modernen Methoden der Distanzmessung auch in dieser Richtung aneifernd wirkt.

Aus rein praktischen Gründen, namentlich im Hinblick auf die während des zweiten Weltkrieges geleisteten militärischen Vorarbeiten, wurde der geodätische Netzverband für das europäische Lotabweichungssystem im System der preußischen Landesaufnahme, jedoch sofort in internationalen Metern auf dem verkleinerten Besselschen Ellipsoid berechnet. Die Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides:

$$\begin{aligned} a &= 6\,377\,788\,m \pm 42\,m \\ \alpha &= 1 : (296.76 \pm 1.14) \end{aligned} \quad (2)$$

²⁾ K. Ledersteiger, Der schrittweise Aufbau des europäischen Lotabweichungssystems und sein bestanschließendes Ellipsoid, Sonderheft 3 der Österr. Zeitschr. f. Vermessungswesen, Wien 1948.

³⁾ K. Levasseur, Das zentraleuropäische Dreiecksnetz, Grundlagen, Veröff. d. Instituts f. Erdmessung, Bamberg, 1949.

erfolgte nach der Methode der Partialsysteme. Das Ergebnis kann nur als vorläufig gelten, weil frühere Rechnungen und physikalische Betrachtungen dafür sprechen, daß der Anschluß Nordeuropas und Rußlands vergrößern auf die Achse wirken. Es wurde schon in 2), Seite 122 betont, daß sich die Achse des bestanschließenden Ellipsoides für Europa dem Wert 6378 km nähern dürfte, der aber wohl eine obere Grenze bleibt. Die folgende Untersuchung wird diese Vermutung bestätigen.

Wie schon erwähnt, wurde der Ostseering ⁴⁾ auf dem Hayfordschen Ellipsoid berechnet. Die Ausgangskordinaten beziehen sich aber auf das „zweite finnische Koordinatensystem“, das aus Lotabweichungen und Schwereanomalien möglichst absolut abgeleitet worden war ⁵⁾. Die in diesem System für 81 astronomische Punkte des Ostseeringes ausgewiesenen Lotabweichungskomponenten ξ und η (4, pag. 62—64) führen auf die einfachen Mittelwerte:

$$\xi_m = -0.18'', \quad \eta_m = -0.70''$$

und damit wegen: $\eta = \Delta\lambda \cos \varphi_0$ auf die Verschiebungen:

$$d\varphi_0 = -0.18'', \quad d\lambda_0 = -1.34''$$

des Schwerpunktes des Lotabweichungssystems:

$$\varphi_0 = 58^\circ 09.8', \quad \lambda_0 = 20^\circ 18.2'.$$

(3)

Die Kleinheit der Mittelwerte ξ_m und η_m sowie die Einbeziehung der Laplaceschen Gleichungen in die Netzausgleichung lassen es ratsam erscheinen, das sorgfältigst in allmählicher Annäherung gewonnene finnische Koordinatensystem auch für das erweiterte Gebiet des Ostseeringes als zugehöriges Minimalsystem gelten zu lassen.

Der Ostseering enthält nun 11 deutsche Laplacesche Punkte, die für den Zusammenschluß der beiden Lotabweichungssysteme herangezogen werden können. Wir entnehmen der Tabelle Ölanders die Ausgangswerte auf dem Hayfordschen Ellipsoid:

	φ	λ	$\xi = \Delta\varphi$	η	$\Delta\lambda$
Arkona	54° 40.7'	13° 26.3'	+ 1.01''	+ 2.04''	+ 3.53''
Hiddensee, Bakenberg	54° 35.9	13° 07.1	+ 0.75	+ 1.35	+ 2.33
Kucklingsberg	54° 27.5	21° 57.2	+ 4.59	- 2.65	- 4.56
Rugard	54° 25.3	13° 26.8	+ 0.44	+ 2.19	+ 3.77
Galgenberg, Stralsund	54° 18.1	13° 02.3	- 0.80	+ 0.98	+ 1.68
Waldau	53° 31.3	19° 13.9	- 1.80	- 5.68	- 9.56
Tütz, Turmberg	53° 08.6	16° 05.8	- 0.88	- 1.76	- 2.94
Bärfelde	53° 02.8	15° 21.1	+ 2.01	+ 1.30	+ 2.16
Götzer Berg	52° 26.2	12° 43.7	+ 3.33	- 0.68	- 1.12
Potsdam	52° 22.8	13° 04.0	+ 4.17	+ 0.19	+ 0.31
Golmberg	52° 01.0	13° 20.7	+ 7.69	- 0.80	- 1.30

⁴⁾ V. R. Ölander, Adjustment of the Baltic Ring, Baltic Geodetic Commission, Special Publication No. 10, Helsinki 1949.

⁵⁾ V. R. Ölander, Über die Beziehungen zwischen Lotabweichungen und Schwereanomalien sowie über das Lotabweichungssystem in Süd-Finnland, Veröff. d. Finn. Geod. Inst. Nr. 17, Helsinki 1931.

V. R. Ölander, Astronomische Azimutbestimmungen auf den Dreieckspunkten in den Jahren 1932—1938. Lotabweichungen und Geoidhöhen, Veröff. d. Finn. Geod. Inst. Nr. 34, Helsinki 1944.

Durch Multiplikation mit $\sec \varphi$ ist in der letzten Kolonne aus η die Lotabweichungskomponente in Länge berechnet. Diese „absoluten“ Lotabweichungskomponenten $\Delta \varphi$ und $\Delta \lambda$ müssen vorerst vom Hayfordschen auf das verkleinerte Besselsche Ellipsoid transformiert werden, wobei der Schwerpunkt (3) festzuhalten ist. Aus den Elementen:

$$\begin{array}{l} \text{Hayford: } a = 6\,378\,388 \text{ m} , \quad \alpha = 1:297 = 0.0033\,6700 \\ \text{Bessel: } \quad \quad \quad 6\,377\,397 \quad \quad \quad 1:299.15 = 0.0033\,4277 \end{array}$$

folgt:

$$\frac{da}{a} = -0.0001\,5534 , \quad d\alpha = -0.0000\,2423, \quad (4)$$

welche Werte in die Transformationsgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi_K &= -p_5 \frac{da}{a} + (2b'' \cos^2 \varphi_M - p_5 \sin^2 \varphi_M) d\alpha \\ d\lambda_K &= -l'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_K \left(\frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_0 d\alpha \right) \\ \text{mit: } \quad b'' &= (\varphi - \varphi_0)'' ; \quad l'' = (\lambda - \lambda_0)'' \\ p_5 &= b'' - \frac{l''^2}{4\rho''} \sin(\varphi_0 + \varphi_K) \\ \varphi_M &= 1/2 (\varphi_0 + \varphi_K) \end{aligned} \right\} (5)$$

einzuführen sind. Da die Lotabweichungskomponenten im Sinne (astr.-geod.) gebildet werden, stellen die Größen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varphi_0 &= \Delta \varphi - d\varphi \\ \Delta \lambda_0 &= \Delta \lambda - d\lambda \end{aligned} \right\} (6)$$

die Lotabweichungen im „absoluten“ System des Ostseeringes auf dem Besselschen Ellipsoid dar. Wir stellen ihnen die entsprechenden Werte im Partialsystem Deutschland und im einheitlichen europäischen Lotabweichungssystem gegenüber. In letzteres wurden, um eine möglichst gleichmäßige Punktverteilung zu erzielen, nicht alle astronomischen Stationen der Partialsysteme aufgenommen. Die fehlenden Werte konnten leicht durch Interpolation aus den vorhandenen Differenzen zwischen dem Partialsystem Deutschland (D) und dem europäischen Lotabweichungssystem (E) gewonnen werden. Diese Differenzen sind nämlich für die meridionale Lotabweichung fast konstant, während die Längenkomponten einen von der geographischen Länge abhängigen linearen Gang aufweisen. In der folgenden kleinen Tabelle sind die interpolierten Werte durch Klammern erkenntlich gemacht:

	$\Delta\varphi_D$	$\Delta\varphi_E$	$\delta\varphi$	$\Delta\lambda_D$	$\Delta\lambda_E$	$\delta\lambda$
Arkona	- 1.95''	- 1.38''	+ 0.57''	+ 5.76''	+ 5.47''	- 0.29''
Hiddensee	-- 2.16	(- 1.59)		+ 4.63	(+ 4.35)	
Kucklingsberg	+ 1.73	+ 2.31	+ 0.58	- 8.69	- 8.86	- 0.17
Rugard	- 2.32	(- 1.74)		+ 5.72	(+ 5.44)	
Galgenberg	- 3.55	(- 2.97)		+ 3.94	(+ 3.66)	
Waldau	-- 4.16	- 3.58	+ 0.58	- 11.76	- 11.97	- 0.21
Tütz	- 3.05	(- 2.47)		- 2.58	(- 2.82)	
Bärfelde	- 0.10	+ 0.48	+ 0.58	+ 2.64	+ 2.39	- 0.25
Götzer Berg	+ 1.57	(+ 2.15)		+ 1.79	(+ 1.51)	
Potsdam	+ 2.44	+ 3.01	+ 0.57	+ 2.70	+ 2.42	-- 0.28
Golmberg	+ 6.15	(+ 6.72)		+ 0.68	(+ 0.40)	

Jetzt sind wir in der Lage, die „absoluten“ Lotabweichungskomponenten im Ostseering (O) und im bisherigen europäischen Einheitssystem (E) miteinander zu vergleichen:

	$\Delta\varphi_O$	$\Delta\varphi_E$	$\delta\varphi$	$\Delta\lambda_O$	$\Delta\lambda_E$	$\delta\lambda$
Arkona	+ 3.10''	- 1.38''	+ 4.48''	+ 7.43''	+ 5.47''	+ 1.96'' (6)
Hiddensee	+ 2.90	- 1.59	+ 4.49	+ 6.40	+ 4.35	+ 2.05 (4)
Kucklingsberg	+ 6.69	+ 2.31	+ 4.38	- 5.49	- 8.86	+ 3.37 (11)
Rugard	+ 2.67	- 1.74	+ 4.41	+ 7.64	+ 5.44	+ 2.20 (7)
Galgenberg	+ 1.52	- 2.97	+ 4.49	+ 5.77	+ 3.66	+ 2.11 (2)
Waldau	+ 0.82	- 3.58	+ 4.40	- 8.97	- 11.97	+ 3.00 (10)
Tütz	+ 1.99	- 2.47	+ 4.46	- 0.64	- 2.82	+ 2.18 (9)
Bärfelde	+ 4.95	+ 0.48	+ 4.47	+ 4.86	+ 2.39	+ 2.47 (8)
Götzer Berg	+ 6.69	+ 2.15	+ 4.54	+ 2.96	+ 1.51	+ 1.45 (1)
Potsdam	+ 7.55	+ 3.01	+ 4.54	+ 4.20	+ 2.42	+ 1.78 (3)
Golmberg	+ 11.26	+ 6.72	+ 4.54	+ 2.41	+ 0.40	+ 2.01 (5)

Bequemlichkeitshalber ist rechts die Reihung der Punkte nach der Länge in Klammern beigesetzt. Für die Beurteilung der Längen-Differenzenreihe muß ferner auch bedacht werden, daß im Ostseering die Laplaceschen Widersprüche in die Ausgleichung einbezogen wurden, was natürlich eine weitere Änderung der Lotabweichungskomponenten in Länge bedingt hat.

Die Schwerpunkte der beiden Systeme O und E sind invariant gegenüber jedem Ellipsoidübergang. Übrigens ist es von Interesse zu wissen, daß ersterer (3) in der Ostsee zwischen der Nordostspitze von Gotland und der Südspitze von Ösel liegt, während der zweite:

$$\begin{aligned} \varphi_E &= 47^\circ 44.2' \\ \lambda_E &= 15^\circ 35.4' \end{aligned} \quad (7)$$

in die Gegend westlich vom Schneeberg in Niederösterreich fällt. Dem Maßstabunterschied der beiden Netze tragen wir in Form der Korrekturen:

$$k_0' = k + \nu, \quad k_E' = k - \nu \quad (8)$$

Rechnung; der Mittelwert k verbindet sich untrennbar mit der Achsenverbesserung, während v die dritte Unbekannte darstellt. Bekanntlich bewirken eine Maßstabänderung k' und eine numerisch gleiche Achsenänderung $\frac{da}{a}$ entgegengesetzt gleiche Koordinatenänderungen. Man erweitert demnach die Gleichungen (5) um den Einfluß einer Maßstabänderung, indem an Stelle der Unbekannten $\frac{da}{a}$ der Ausdruck $\left(\frac{da}{a} - k'\right)$ tritt. Setzt man die Gleichungen sofort für die Lotabweichungskomponenten an, so gilt innerhalb jedes der beiden auf den zugehörigen Schwerpunkt bezogenen Systeme:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi + p_5 \left(\frac{da}{a} - k'\right) + (p_5 \sin^2 \varphi_M - 2 b'' \cos^2 \varphi_M) da \\ \Delta\lambda + l'' \cos \varphi_S \sec \varphi_K \left(\frac{da}{a} - k'\right) + l'' \cos \varphi_S \sec \varphi_K \sin^2 \varphi_S \cdot da \end{aligned} \quad (9)$$

Damit findet man für die 11 Randpunkte im System des Ostseeringes die folgenden Breiten- und Längskomponenten der Lotabweichung:

1.	+	3.10''	-13228	$\left(\frac{da}{a} - k_0'\right)$	-1506	da;	+	7.43''	-22547	$\left(\frac{da}{a} - k_0'\right)$	-16273	da
2.	+	2.90	-13582		-1551		+	6.40	-23552			-16998
3.	+	6.69	-13378		-1057		-	5.49	+ 5390			+ 3890
4.	+	2.67	-14152		-1503		+	7.64	-22380			-16153
5.	+	1.52	-14668		-1548		+	5.77	-23644			-17065
6.	+	0.82	-16727		- 910		-	8.97	- 3423			- 2471
7.	+	1.99	-18331		- 989		-	0.64	-13318			- 9612
8.	+	4.95	-18779		-1025		+	4.86	-15643			-11290
9.	+	6.69	-21459		-1139		+	2.96	-23597			-17031
10.	+	7.55	-21591		-1062		+	4.20	-22514			-16249
11.	+	11.26	-22842		- 861		+	2.41	-21473			-15498

und analog im europäischen Lotabweichungssystem:

1.	-	1.38''	+24925	$\left(\frac{da}{a} - k_E'\right)$	-4480	da;	+	5.47''	- 9003	$\left(\frac{da}{a} - k_E'\right)$	- 4931	da
2.	-	1.59	+24608		-4499		+	4.35	-10323			- 5654
3.	+	2.31	+23582		-4811		-	8.86	+26505			+14517
4.	-	1.74	+24002		-4470		+	5.44	- 8913			- 4882
5.	-	2.97	+23534		-4490		+	3.66	-10581			- 5795
6.	-	3.58	+20622		-4431		-	11.97	+14824			+ 8119
7.	-	2.47	+19460		-4224		-	2.82	+ 2045			+ 1120
8.	+	0.48	+19115		-4192		+	2.39	- 953			- 522
9.	+	2.15	+16799		-4054		+	1.51	-11359			- 6221
10.	+	3.01	+16624		-4014		+	2.42	-10002			- 5478
11.	+	6.72	+15336		-3841		+	0.40	- 8833			- 4838

Durch Gleichsetzung der entsprechenden Ausdrücke und bei Berücksichtigung der Relationen (8) folgen hieraus die Fehlergleichungen für die drei Unbekannten. Die Längengleichungen müssen noch mit dem $\cos \varphi_K$ multipliziert werden, um gleiche Gewichte zu erzielen. Damit wird:

Breitengleichungen:

1.	+ 4.48''	- 38153	$\left(\frac{da}{a} - k\right)$	- 11697 v	+ 2974 da = 0
2.	+ 4.49	- 38190		- 11026	+ 2948
3.	+ 4.38	- 36960		- 10204	+ 3754
4.	+ 4.41	- 38154		- 9850	+ 2967
5.	+ 4.49	- 38202		- 8866	+ 2942
6.	+ 4.40	- 37349		- 3895	+ 3521
7.	+ 4.46	- 37791		- 1129	+ 3235
8.	+ 4.47	- 37894		- 336	+ 3167
9.	+ 4.54	- 38258		+ 4660	+ 2915
10.	+ 4.54	- 38215		+ 4967	+ 2952
11.	+ 4.54	- 38178		+ 7506	+ 2980

Längengleichungen:

1.	+ 1.13	- 7831	$\left(\frac{da}{a} - k\right)$	+ 18242 v	- 6558 da = 0
2.	+ 1.19	- 7664		+ 19624	- 6572
3.	+ 1.96	- 12274		- 18541	- 6177
4.	+ 1.28	- 7835		+ 18206	- 6557
5.	+ 1.23	- 7622		+ 19970	- 6576
6.	+ 1.78	- 10848		- 6778	- 6296
7.	+ 1.31	- 9215		+ 6762	- 6437
8.	+ 1.48	- 8830		+ 9976	- 6473
9.	+ 0.88	- 7460		+ 21309	- 6590
10.	+ 1.09	- 7637		+ 19848	- 6575
11.	+ 1.24	- 7779		+ 18650	- 6560

Die Ausgleichung liefert für die drei Unbekannten die Werte:

$$\begin{aligned} \left(\frac{da}{a} - k\right) &= +0.0001\ 2167 \\ v &= +0.0000\ 0553 \\ da &= +0.0000\ 5198 \end{aligned} \quad (10)$$

oder bei Unterdrückung von k :

$$\begin{aligned} da &= +776\ m, \quad a = 6\ 378\ 173\ m \\ (\alpha + da) &= 0.0033\ 9475, \quad \alpha = 1:294.6. \end{aligned} \quad (11)$$

Die Angabe mittlerer Fehler erscheint hier sinnlos. Denn ebenso wie bei den rein geodätischen Zusammenschlüssen ergeben sich auch bei der Randpunkt-

methode zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides im allgemeinen kleine Restklaffungen, deren numerische Beträge noch durch den Umstand vermindert erscheinen, daß sie nicht in linearem Maße, sondern in Bogensekunden ausgedrückt sind. Die Güte der Darstellung erweist sich vielmehr darin, daß sich plausible Werte für die Unbekannten, namentlich für die Abplattung, ergeben. Bei einer regionalen, systematischen Spannung zwischen den beiden Lotabweichungssystemen ist dies vielfach nicht der Fall. Das „europäische“ Lotabweichungssystem ist nun bereits so groß, daß es in hohem Grade als absolut gelten darf. Beim Ostseering muß aber bedacht werden, daß sein „absolutes“ System im wesentlichen auf finnischen Stationen beruht und nördlich der Ostsee mit einem Geoidanstieg in nördlicher Richtung gerechnet werden muß. An sich könnte der Ostseering aber ein ideales Partialsystem abgeben, wenn der südliche Teil des Ringes nicht zu weit von der Küste entfernt wäre und wenn die Stationen gleichmäßiger auf den nördlichen und südlichen Ast verteilt wären. In diesem Falle würde sich nämlich der Einfluß des Ostseebeckens auf die beiden Äste des Ringes entgegengesetzt auswirken.

Was die Größe ν betrifft, so stellt ihr doppelter Betrag $2\nu = +1106.10^{-8}$ den Maßstabunterschied zwischen den beiden Systemen oder bei vorausgesetzter Fehlerfreiheit gemäß (1) die Geoidundulation dar. Der Maßstabfehler der preußischen Landesaufnahme ist nun auf Grund der Kontrollbasen des Jahres 1941 durch den Übergang auf das verkleinerte Besselsche Ellipsoid weitgehend kompensiert⁶⁾. Andererseits sind die 15 Grundlinien des Ostseerings moderne Jädermessungen, die durchwegs nach 1924 ausgeführt wurden — die Baltische Geodätische Kommission ließ 1929 eigens sieben für das Projekt des Ostseerings messen — und die zum Großteil direkt oder indirekt mit der Vergleichsbasis von Ölander und mit der Standard-Basis des Finnischen Geodätischen Institutes in Helsinki verbunden sind. Diese Überlegung scheint es zu rechtfertigen, den obigen Betrag allein aus der Geoidundulation zu deuten. Dies führt aber auf einen Geoidanstieg von 70 m etwa vom Schwerpunkt des Ostseerings bis in die Breite von Berlin, der im Widerspruch mit dem astronomischen Nivellement Sophienhoi-Innsbruck steht. Eine weitere Steigerung der Genauigkeit der Netzmaßstäbe ist für die endgültige Klärung dieser Frage unerlässlich. Außerdem darf bei der Berechnung der astronomischen Nivellements die einebnende Wirkung einer unerkannten, regional-systematischen Komponente nicht übersehen werden.

Die Maßstabkorrektur kann übrigens durch einen rein geodätischen Zusammenschluß des Ostseerings mit dem Netzverband des europäischen Lotabweichungssystems überprüft werden. Letzterer dient natürlich in erster Linie der exakten Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides nach der Methode der Partialsysteme aus sämtlichen Linien nach Einbeziehung des Ostseerings. Wir stellen zu diesem Zwecke zunächst die Ölanderschen Lotabweichungen unserer 11 Punkte den ursprünglichen Lotabweichungen im System der preußischen Landesaufnahme gegenüber (D = Deutschland):

⁶⁾ K. L e d e r s t e g e r, Die Kompensation des Maßstabfehlers des Reichsdreiecksnetzes, Nachrichten aus dem Reichsvermessungsdienst, Jahrgang 1944, Seite 65—68.

	$(\varphi' - \varphi)_0$	$(\varphi' - \varphi)_D$	$d\varphi$	$(\lambda' - \lambda)_0$	$(\lambda' - \lambda)_D$	$d\lambda$
Arkona	+ 3.10''	- 3.54''	+ 6.64''	+ 7.43''	+ 3.70''	+ 3.73''
Hiddensee	+ 2.90	- 3.74	+ 6.64	+ 6.40	+ 2.58	+ 3.82
Kucklingsberg	+ 6.69	+ 0.05	+ 6.64	- 5.49	- 11.10	+ 5.61
Rugard	+ 2.67	- 3.91	+ 6.58	+ 7.64	+ 3.65	+ 3.99
Galgenberg	+ 1.52	- 5.13	+ 6.65	+ 5.77	+ 1.88	+ 3.89
Waldau	+ 0.82	- 5.81	+ 6.63	- 8.97	- 14.09	+ 5.12
Tütz	+ 1.99	- 4.67	+ 6.66	- 0.64	- 4.80	+ 4.16
Bärfelde	+ 4.95	- 1.71	+ 6.66	+ 4.86	+ 0.45	+ 4.31
Götzer Berg	+ 6.69	+ 0.01	+ 6.68	+ 2.96	- 0.33	+ 3.29
Potsdam	+ 7.55	+ 0.86	+ 6.69	+ 4.20	+ 0.57	+ 3.63
Golmberg	+ 11.26	+ 4.57	+ 6.69	+ 2.41	- 1.48	+ 3.89

Die Größen: $d\varphi = \varphi_D - \varphi_0 = (\varphi' - \varphi)_0 - (\varphi' - \varphi)_D$
 $d\lambda = \lambda_D - \lambda_0 = (\lambda' - \lambda)_0 - (\lambda' - \lambda)_D$

sind dann die auszugleichenden Korrekturen des finnischen Systems, für dessen Anfelderung wir vorerst im Schwerpunkt des Ostseeringes die „Parallelverschiebung“:

$$d\varphi_0 = + 6.7'' \quad , \quad d\lambda_0 = + 5.0'' \quad (12)$$

ansetzen. Für diese ergeben die Helmertschen Differentialformeln in den Randpunkten die Korrekturen:

$$d\varphi_K = + 6.7'' \frac{M_0}{M_K} \cos l = + 6.705'' \cos l \quad (13)$$

$$d\lambda_K = + 5.0'' + 6.7'' \frac{M_0}{N_K} \operatorname{tg} \varphi_K \sin l = + 5.0'' + 6.689'' \operatorname{tg} \varphi_K \sin l,$$

wobei mit ausreichender Genauigkeit die beiden Krümmungsradien M_K und N_K für die Mittelbreite $53^\circ 20'$ verwendet wurden.

Die verbleibenden kleineren Reste gestatten jetzt die Ausgleichung nach den vereinfachten Formeln:

$$d\varphi_K = d\varphi_0 + p_5 k - \frac{N_0}{M_0} \cos \varphi_0 \sin l d\alpha_0$$

$$d\lambda_K = d\lambda_0 + p'' \cos \varphi_0 \sec \varphi_K \cdot k + \frac{p_5}{\rho''} \sec \varphi_K \cdot d\alpha_0. \quad (14)$$

Auch darf in den Längengleichungen mit dem einheitlichen Gewicht

$$p = \cos^2 53^\circ 20' \doteq 0.36$$

operiert werden. Zusammen mit der Näherung (12) ergeben sich die definitiven Transformationselemente für die Umrechnung des Ostseeringes in das System der preußischen Landesaufnahme:

$$d\varphi_0 = + 6.772''$$

$$d\lambda_0 = + 5.535''$$

$$d\alpha_0 = + 2.50''$$

$$k = + 1234 \cdot 10^{-8} \quad (15)$$

Die Maßstabkorrektur ist sogar noch etwas größer als bei der Bestimmung nach der Randpunktmethode. Übrigens ist es klar, daß der hier durchgeführte geodätische

Zusammenschluß nur für die Zwecke des Lotabweichungssystems genügt. Die restlichen Klaffungen sind ziemlich beträchtlich, was weiter nicht verwunderlich ist, wenn man bedenkt, daß namentlich die Längenwerte unsicher sind. Mußten doch die geodätischen Längen im Ostseering aus den ausgewiesenen η -Komponenten der Lotabweichung rückgerechnet werden.

Weil die absolute Lagerung eines Lotabweichungssystems in seinem Schwerpunkt auch von einer Maßstabänderung unabhängig ist, und weil das Ölandersche System als absolut gelagertes Partialsystem aufgefaßt werden darf, brauchen wir bloß die drei Verschiebungsgrößen (15) in ihrem Vorzeichen umzukehren, um die Elemente des Partialsystems Ostseering zu gewinnen:

$$\begin{aligned} d\varphi_0 &= -6.772'' \\ d\lambda_0 &= -5.535'' \\ d\alpha_0 &= -2.50''. \end{aligned} \tag{16}$$

Damit ist die Zahl der Partialsysteme zur Ableitung des bestanschließenden Ellipsoides auf 16 gestiegen. Zwischen ihren Schwerpunkten gibt es 120 Verbindungslinien und daher 240 Bestimmungsgleichungen; allerdings scheiden die Breiten-gleichungen der Linien, die nahe einem Parallelkreis verlaufen, ebenso aus wie die Längengleichungen der in meridionaler Richtung verlaufenden Linien. Von den theoretisch möglichen 30 Gleichungen, die der Ostseering zusätzlich liefert, entfallen demnach zwei Längengleichungen, weil die Schwerpunkte des Ostseeringes, der Slowakei und Ungarns nahe auf einem Meridian liegen. Zusammen mit den 190 Gleichungen der früheren 15 Teilsysteme stehen somit jetzt 218 Fehlergleichungen zur Verfügung.

Die Ausgangswerte oder die Elemente der Partialsysteme, nämlich die Koordinaten ihrer Schwerpunkte und die zugehörigen geodätischen Korrekturen auf das Minimalsystem der Lotabweichungen, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

	φ_s	λ_s	$d\varphi_s$	$d\lambda_s$	$d\alpha_s$
Deutschland	52° 35' 24''	+ 14° 03' 11''	- 1.594''	- 2.160''	+ 1.01''
Böhmen, Mähren	49° 45' 09''	+ 14° 41' 05''	- 1.110	- 2.991	+ 0.32
Slowakei	48° 27' 27''	+ 20° 44' 38''	- 1.192	- 4.374	- 0.66
Polen	52° 12' 17''	+ 23° 45' 19''	- 2.599	- 3.565	- 0.32
Ungarn	47° 48' 32''	+ 20° 49' 56''	- 0.743	- 3.422	- 0.06
Rumänien	46° 35' 52''	+ 25° 50' 00''	- 0.843	- 4.696	+ 0.41
Jugoslawien	44° 29' 53''	+ 17° 34' 03''	- 3.641	- 6.254	- 1.98
Bulgarien	42° 56' 46''	+ 25° 00' 08''	+ 2.693	- 6.178	- 0.80
Österreich	47° 29' 55''	+ 13° 45' 18''	+ 1.876	- 3.986	- 1.80
Italien	42° 26' 02''	+ 12° 10' 28''	- 0.432	- 2.736	- 0.34
Schweiz	46° 53' 57''	+ 7° 55' 16''	- 2.313	- 0.605	+ 1.71
Niederlande	52° 13' 22''	+ 5° 12' 14''	- 2.121	- 2.161	+ 1.76
Frankreich	46° 45' 12''	+ 2° 56' 56''	- 1.514	- 1.264	+ 1.52
Großbritannien	51° 43' 57''	- 5° 06' 18''	- 5.000	+ 5.900	+ 7.40
Ost-Spanien	39° 49' 30''	- 0° 25' 41''	- 1.533	+ 3.587	+ 5.33
Ostseering	58° 09' 50''	+ 20° 18' 12''	- 6.772	- 5.535	- 2.50

Die Tatsache, daß jede Linie im Hin- und Rückgang heranzuziehen ist, gestattet gewisse Vereinfachungen in der Koeffizientenberechnung. Beim Rückgang ändert nämlich die Breiten- und Längendifferenz ihr Vorzeichen und man darf daher aus leicht ersichtlichen Gründen für das Mittel aus Hin- und Rückgang in die Koeffizienten der beiden Unbekannten von vornherein an Stelle von p_5 einfacher die Breitendifferenz in Bogensekunden einführen. Jeder Schwerpunkt 2 erleidet demnach im System 1 die Verschiebungen:

$$d\varphi_2 = \frac{M}{M_2} \cos l d\varphi_1 - \frac{N_1}{M_1} \cos \varphi_1 d\alpha_1 \cdot \sin l - b'' \cdot \frac{da}{a} + (2 \cos^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi_m) b'' \cdot da$$

$$d\lambda_2 = d\lambda_1 + \frac{M_1}{N_2} \sin l \operatorname{tg} \varphi_2 d\varphi_1 + \frac{p_5}{\rho''} \sec \varphi_2 \cdot d\alpha_1 - l'' \cos \varphi_1 \sec \varphi_2 \frac{da}{a} - \quad (17)$$

$$- l'' \cos \varphi_1 \sec \varphi_2 \sin^2 \varphi_1 da.$$

Faßt man nach entsprechender Umkehr alle berechenbaren Größen in Konstante zusammen, so findet man durch paarweise Subtraktion die doppelten Mittel aus Hin- und Rückgang, die immer so gebildet werden, daß der Koeffizient der Achsenverbesserung positiv wird. Nähere Einzelheiten können auf Seite 119 der unter (2) zitierten Arbeit nachgelesen werden. Wie dort führen wir auch hier wieder an Stelle der unmittelbaren Verbesserungen der Erd Elemente die üblichen Größen:

$$u = 10000 \frac{da}{a}, \quad v = 10000 da \quad (18)$$

als Unbekannte ein und geben die Koeffizienten auf drei Dezimalen. Dann erhalten wir aus der Kombination des Ostseeringes mit den bisherigen Partialsystemen der Reihe nach die Fehlergleichungen:

	Breitengleichung:			Längengleichung:				
Deutschland	+ 4.013	u	+0.127 v	+10.410	; + 2.582	u	+1.730 v	+ 2.999
Böhmen, Mähren	+ 6.056	-0.233	+11.417	+ 2.429	+1.550	+ 2.143		
Slowakei	+ 6.989	-0.496	+11.159					
Polen	+ 4.291	+0.095	+ 8.256	+ 1.316	+0.870	- 2.413		
Ungarn	+ 7.456	-0.651	+12.058					
Rumänien	+ 8.328	-0.981	+11.745	+ 2.516	+1.509	- 1.165		
Jugoslawien	+ 9.839	-1.685	+ 6.413	+ 1.229	+0.704	- 2.352		
Bulgarien	+10.949	-2.313	+18.752	+ 2.268	+1.252	+ 1.308		
Österreich	+ 7.679	-0.730	+17.538	+ 2.936	+1.794	+ 0.770		
Italien	+11.326	-2.538	+12.858	+ 3.951	+2.155	+ 2.239		
Schweiz	+ 8.111	-0.894	+ 8.863	+ 5.606	+3.383	+ 4.474		
Niederlande	+ 4.278	+0.096	+ 9.213	+ 6.275	+4.179	+ 1.935		
Frankreich	+ 8.216	-0.935	+10.374	+ 7.875	+4.739	+ 3.276		
England	+ 4.631	+0.049	+ 1.979	+10.642	+7.031	+ 9.208		
Ost-Spanien	+13.204	-3.849	+ 9.176	+10.493	+5.352	+11.244		

Aus diesen 28 Gleichungen folgen bei gleichen Gewichten — dem Gewichtsunterschied zwischen den Breiten- und Längengleichungen ist bereits durch Multiplikation der Längengleichungen mit dem jeweiligen \cos der Mittelbreite Rechnung getragen — die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 1403.9888 u + 85.7936 v - 1584.6476 \\ 181.1757 + 2.5290 \\ 2218.9052 = [\text{cc}]. \end{aligned} \quad (19)$$

Diese müssen zu den Normalgleichungen *l. c.* (2), Seite 122, addiert werden und man findet so:

$$\begin{aligned} 7623.6143 u + 1856.3366 v - 5877.4477 \\ 1764.7815 - 1510.4667 \\ 8645.2084 = [\text{cc}]. \end{aligned} \quad (20)$$

Die Auflösung liefert:

$$\begin{aligned} \frac{da}{a} &= +0.0000\ 7562 \pm 0.0000\ 0579 \\ d\alpha &= +0.0000\ 0604 \pm 0.0000\ 1204 \end{aligned} \quad (21)$$

und daher, ausgehend von dem verkleinerten Besselschen Ellipsoid:

$$\begin{aligned} da &= +482\ m, \quad a = 6\ 377\ 879\ m \pm 37\ m, \\ (\alpha + d\alpha) &= 0.0033\ 4881 \pm 1204 \cdot 10^{-8} = 1 : (298.61 \pm 1.07). \end{aligned} \quad (22)$$

Wie erwartet, ist also durch die Einbeziehung des Ostseeringes die Achse des bestanschließenden Ellipsoides um rund 90 *m* angestiegen. Die Abplattung ist dagegen wieder etwas gesunken; sie ist, wie stets, mit einer größeren Unsicherheit behaftet als die Achse. Doch sind beide mittleren Fehler im Verhältnis zu den früheren Erfahrungen überraschend klein und beweisen die hohe Verlässlichkeit der Methode der Partialsysteme. Freilich darf aber deshalb die Genauigkeit des vorliegenden Resultates nicht überschätzt werden. Die noch ausstehende Ausdehnung der Untersuchung über das europäische Rußland bis zum Ural kann abermals die Achse um einen ähnlichen Betrag vergrößern. Die frühere Behauptung, daß der Wert 6378 *km* eine Majorante für die Achse des bestanschließenden Ellipsoides von Europa darstellt, scheint nunmehr aber vollends gesichert.

Als letzte Aufgabe bliebe jetzt noch die Aufstellung des einheitlichen absoluten Lotabweichungssystems. Ein solches wurde in der unter (2) angeführten älteren Abhandlung, also noch ohne den Ostseering, auf der ursprünglichen Referenzfläche berechnet. An sich interessiert hier im Augenblick die Kenntnis der definitiven Lotabweichungen nicht, wohl aber die aus den Minimumprinzipien abgeleitete absolute Lage des geschlossenen Netzverbandes auf dem bestanschließenden Ellipsoid. Denn die Schwerpunktskorrekturen unserer Partialsysteme in bezug auf dieses absolute Netz sind nur mehr durch die regionalssystematischen

Unterschiede zwischen dem bestanschließenden Ellipsoid und dem Geoid bedingt und gestatten daher wichtige geophysikalische Schlüsse.

Wie schon eingangs erwähnt, werden die verschiedenen Teilsysteme eines Netzverbandes durch die Ausgleichung nach dem Minimumprinzip für die restlichen Lotabweichungen und Laplaceschen Widersprüche auseinandergerissen oder übereinander geschoben. Das bestanschließende Ellipsoid ist dann jenes, auf welchem diese Klaffungen und Überdeckungen möglichst weitgehend rückgängig gemacht werden, ohne daß die Schwerpunktskoordinaten der Partialsysteme die geringste Änderung erfahren. Selbstverständlich ist dies nur bis zu einem gewissen Grade möglich, weil eben das Geoid über größere Gebiete hin nicht beliebig durch Rotationsellipsoide approximiert werden kann. Kleinere Geoidstörungen können durch passende Zerlegung des Gesamtnetzes wohl eliminiert werden, aber natürlich ist diesem Bemühen durch die Ausdehnung der Partialsysteme eine Schranke gesetzt. Steigt z. B. innerhalb eines Teilsystems das Geoid stetig nach Osten an, so sind die astronomischen Längen systematisch kleiner als die geodätischen, wenn wir etwa annehmen, daß das Netz auf dem mittleren Erdellipsoid berechnet vorliegt. Der Minimumforderung entsprechend wird dann dieses Teilsystem bei seiner Loslösung aus dem Netzverband nach Westen verschoben. So wird ja erreicht, daß sich die geodätischen Längen möglichst enge an die astronomischen anschließen. Ganz analog wird ein Partialsystem beim Ausgleich nach Norden verschoben, wenn in seinem Raume das Geoid systematisch nach Süden ansteigt; denn in diesem Falle sind die astronomischen Breiten größer als die geodätischen Breiten auf dem fingierten mittleren Erdellipsoid. Man kann sich die Verschiebungen der Teilsysteme auf Grund der regionalsystematischen Abweichungen des Geoids vom mittleren Erdellipsoid unter einem mechanischen Bilde so vorstellen, daß sie jeweils in Richtung der Falllinien des Geoids „abgleiten“, und zwar umso stärker, je größer das Geoidgefälle ist. Aus diesem Grunde geben auch astronomische Nivellements, die aus den Lotabweichungen eines Partialsystemes berechnet sind, zu kleine Geoidhebungen. Denn der durch das Geoidgefälle bedingten Verschiebung des geodätischen Netzes entspricht beim astronomischen Nivellement eine scheinbare Verschwenkung des Ellipsoides auf das Geoid zu. In beiden Fällen, die natürlich in derselben Beziehung wie eine Konstante und ihr Integral stehen, handelt es sich ja um die Beseitigung des regionalsystematischen Anteils an den Lotabweichungen oder am Geoidgefälle.

Bis jetzt kennen wir nur die Schwerpunktskorrekturen der Partialsysteme in bezug auf den Netzverband, der im System der preußischen Landesaufnahme auf dem verkleinerten Besselschen Ellipsoid berechnet wurde. Man hat demnach zunächst den Übergang auf das bestanschließende Ellipsoid vorzunehmen. Diesen Übergang kann man sofort mit einer differentiellen Verschiebung und Verdrehung des Gesamtnetzes entsprechend der „absoluten“ Lage des Teilsystems Deutschland verbinden. Zu diesem Zwecke führen wir in die Gleichungen (17) die Korrekturen von Deutschland und die oben gefundenen Verbesserungen (21) der Erd-elemente ein. Da hier aber jede Linie, die den Schwerpunkt des ersten Teilsystems mit dem Schwerpunkt eines der übrigen Partialsysteme verbindet, nur im Hin-

gang gebraucht wird, muß gemäß (5) in die Breitengleichung wieder p_5 an Stelle von b'' als Koeffizient der Achsenverbesserung eingeführt werden. Bequemlichkeitshalber wird aber der vereinfachte Koeffizient von $d\alpha$ beibehalten, weil der dadurch entstehende Fehler im Extremfall noch unter $0.04''$ bleibt, welcher Betrag für Lotabweichungsuntersuchungen unerheblich ist. Die so berechneten Verschiebungsgrößen werden wegen des willkürlichen Ausgangs vom Teilsystem Deutschland mit dem Index D versehen und von den gegebenen Korrekturen abgezogen:

	$d\varphi_S$	$d\varphi_D$	$d\varphi$	$d\lambda_S$	$d\lambda_D$	$d\lambda$
1. Deutschland	- 1.59''	- 1.59''	0.00''	- 2.16''	- 2.16''	0.00''
2. Böhmen, Mähren	- 1.11	- 0.83	- 0.28	- 2.99	- 2.43	- 0.56
3. Slowakei	- 1.19	- 0.50	- 0.69	- 4.37	- 4.24	- 0.13
4. Polen	- 2.60	- 1.46	- 1.14	- 3.57	- 5.28	+ 1.71
5. Ungarn	- 0.74	- 0.33	- 0.41	- 3.42	- 4.25	+ 0.83
6. Rumänien	- 0.84	+ 0.07	- 0.91	- 4.70	- 5.65	+ 0.95
7. Jugoslawien	- 3.64	+ 0.53	- 4.17	- 6.25	- 3.31	- 2.94
8. Bulgarien	+ 2.69	+ 1.01	+ 1.68	- 6.18	- 5.29	- 0.89
9. Österreich	+ 1.88	- 0.23	+ 2.11	- 3.99	- 2.01	- 1.98
10. Italien	- 0.43	+ 1.11	- 1.54	- 2.74	- 1.91	- 0.83
11. Schweiz	- 2.31	+ 0.04	- 2.35	- 0.61	- 0.57	- 0.04
12. Niederlande	- 2.12	- 1.29	- 0.83	- 2.16	+ 0.64	- 2.80
13. Frankreich	- 1.51	+ 0.25	- 1.76	- 1.26	+ 0.82	- 2.08
14. England	- 5.00	- 0.67	- 4.33	+ 5.90	+ 3.81	+ 2.09
15. Ost-Spanien	- 1.53	+ 2.21	- 3.74	+ 3.59	+ 1.13	+ 2.46
16. Ostseering	- 6.77	- 3.13	- 3.64	- 5.35	- 4.32	- 1.03
			Summe: - 22.00''		Summe: - 5.24''	

Die erhaltenen Differenzen beziehen sich bereits auf das bestanschließende Ellipsoid, aber noch nicht auf die definitive absolute Lage des Netzverbandes, weil das Teilsystem Deutschland noch regionalsystematisch „verlagert“ sein kann. Die dem Minimalsystem der Lotabweichungen entsprechenden Schwerpunktskorrekturen werden nun freilich wegen der regionalsystematischen Auswirkungen nicht selbst ein Minimalsystem darstellen. Für eine allgemeine Charakteristik wird es aber auch ohne Kenntnis der streng absoluten Lage des Netzes genügen, durch Reduktion des Mittels der $\delta\varphi$ und $\delta\lambda$ auf Null den systematischen Einfluß des Partialsystems Deutschland zu beseitigen. Mit gewisser Annäherung werden die so gewonnenen neuen Differenzen den regionalsystematischen Charakter aller Partialsysteme offenbaren. Wir nähern also das geschlossene Netz nicht durch eine Verschiebung und Verdrehung den fixen Schwerpunkten, sondern bloß durch eine „Parallelverschiebung“, weil sonst bei der verhältnismäßig kleinen Zahl der Teilsysteme die Gefahr besteht, daß die bereits sehr gute, absolute Orientierung wieder beeinträchtigt wird. Berechnet man mit den zusätzlichen, für den Schwerpunkt Deutschland gültigen Elementen:

$$\delta\varphi_D = -1.39'' , \delta\lambda_D = -0.32'' \quad (23)$$

die Verschiebungen des Netzes in den übrigen Schwerpunkten und bringt sie von den $\delta\varphi$ und $\delta\lambda$ in Abzug, so verbleiben die regionalsystematischen Einflüsse der einzelnen Partialsysteme:

	$\delta\varphi$	$(\delta\varphi)_D$	$(\delta\varphi)$	$\delta\lambda$	$(\delta\lambda)_D$	$(\delta\lambda)$
Deutschland	0.00''	-1.39''	+1.39''	0.00''	-0.32''	+0.32''
Böhmen, Mähren	-0.28	-1.39	+1.11	-0.56	-0.31	-0.25
Slowakei	-0.69	-1.38	+0.69	-0.13	-0.20	+0.07
Polen	-1.14	-1.37	+0.23	+1.71	-0.14	+1.85
Ungarn	-0.41	-1.38	+0.97	+0.83	-0.20	+1.03
Rumänien	-0.91	-1.36	+0.45	+0.95	-0.13	+1.08
Jugoslawien	-4.17	-1.39	-2.78	-2.94	-0.26	-2.68
Bulgarien	+1.68	-1.37	+3.05	-0.89	-0.16	-0.73
Österreich	+2.11	-1.39	+3.50	-1.98	-0.33	-1.65
Italien	-1.54	-1.39	-0.15	-0.83	-0.35	-0.48
Schweiz	-2.35	-1.38	-0.97	-0.04	-0.42	+0.38
Niederlande	-0.83	-1.37	+0.54	-2.80	-0.49	-2.31
Frankreich	-1.76	-1.36	-0.40	-2.08	-0.50	-1.58
England	-4.33	-1.31	-3.02	+2.09	-0.67	+2.76
Ost-Spanien	-3.74	-1.35	-2.39	+2.46	-0.52	+2.98
Ostseering	-3.64	-1.38	-2.26	-1.03	-0.18	-0.85

Die Größen $(\delta\varphi)$ und $(\delta\lambda)$ stehen recht gut mit dem allgemeinen Bild des Geoidverlaufs über Europa im Einklang, das durch die Lage der Alpen und der Meere bestimmt ist. So sinkt das Geoid für die ersten 5 Partialsysteme nach Norden ab, schwächer für die Slowakei wegen des nördlichen Randgebirges, noch schwächer für Polen wegen der nördlichen Landmassen. Das größere Gefälle über Österreich ist durch den Umstand bedingt, daß die astronomischen Stationen nördlich des Alpenkammes dichter liegen; dieser Effekt würde bei besserer Verteilung der Stationen wahrscheinlich verschwinden. Bulgarien weist im Süden ein Randgebirge auf und fällt in nördlicher Richtung gegen das Donautal ab. Niederlande und Belgien zeigen noch ein sanftes Gefälle nach Norden, Frankreich bereits ein ebensolches nach Süden. Der Ostseering hat ein südliches Gefälle, wahrscheinlich infolge des Überwiegens der nördlichen Stationen. Den Einfluß der Punktverteilung verraten besonders instruktiv die Teilsysteme Italien, Spanien und England. Spanien ist ganz auf die östliche Hälfte beschränkt und zeigt daher unter dem Einfluß des Mittelmeerbeckens den Geoidabfall in fast südöstlicher Richtung. Ein ähnliches Bild weist England auf, dessen Stationen teils im Süden, teils in dem nahe der Ostküste verlaufenden Westeuropäischen Meridian liegen. In Italien konnte hingegen durch vorsichtige Verteilung der herangezogenen Stationen der regionalsystematische Charakter fast vollständig beseitigt werden. Der Geoidabfall nach Westen erklärt sich in Niederlande, Belgien und Frankreich aus der Lage des Atlantischen Ozeans, in Jugoslawien teils aus dem Einfluß der Adria,

teils aus der Lage des Rhodope-Gebirges. Wohl noch unter dem Einfluß der Alpen sinkt das Geoid über Ungarn nach Osten ab. Hingegen ließe sich die ähnliche Erscheinung in Österreich durch bessere Stationsverteilung sicher herabdrücken. Etwas befremdend ist der östliche Geoidabfall über Polen.

Obwohlsich aber die Beträge ($\delta\varphi$) und ($\delta\lambda$) durch ein günstiger verteiltes astronomisches Material sicher noch weiter verringern ließen, fällt schon jetzt ihre Kleinheit auf. Sie beweisen, daß die Abweichungen des Geoids vom bestanschließenden Ellipsoid verhältnismäßig klein sind. Der mittleren systematischen Nordverschiebung des Teilsystems Deutschland im Betrage von $+1.39''$ entspricht z. B. von der Mitte der Nordsee ($\varphi = 58^\circ$) bis in die Breite 49° , also auf einer Strecke von rund 1000 km ein südlicher relativer Geoidanstieg um ca. 7 m , wenn man überschlagsweise für die Sekunde 1 m auf 200 km ansetzt. Ähnlich beträgt der relative Geoidanstieg von der Atlantikküste bis an die deutsche Grenze, d. h. auf einer Strecke von ca. 900 km , wegen $(\delta\lambda)_F = -1.58''$ gleichfalls annähernd 7 m . Diese Werte stehen mit den Ergebnissen der bisherigen astronomischen Nivellements in guter Übereinstimmung.

Nicht unterschätzt werden darf der Einfluß eines Maßstabfehlers. Wie z. B. der Maßstabunterschied zwischen der durch den Übergang vom legalen auf das internationale Meter bereits korrigierten preußischen Landesaufnahme und dem Ostseering beweist, kann die Unsicherheit in der Achse des bestanschließenden Ellipsoides noch leicht $50\text{--}100 \text{ m}$ betragen. Sieht man jedoch von den reinen Messungsfehlern der Grundlinien und ihrer Entwicklungsnetze ab, so resultiert noch immer ein Fehler aus der mangelnden Reduktion auf das Niveausphäroid. Gemäß (1) kann dann mit Sicherheit behauptet werden, daß jedes bestanschließende Ellipsoid infolge dieses Maßstabfehlers eine Majorante des mittleren Erdellipsoides ist. Die Achsenvergrößerung ist genau gleich der Geoidundulation. Für kleinere Vermessungsbezirke verliert leider auch diese Aussage an Bedeutung, weil die aus den Krümmungsunterschieden zwischen Geoid und mittlerem Erdellipsoid hervorgehenden Schwankungen in der Achse des bestanschließenden Ellipsoides wesentlich größer sind als die Geoidundulationen. Selbst bei kontinentaler Ausdehnung des Netzes und zentraler Lage der den Netzmaßstab bestimmenden Basis, d. h. bei einer maximalen Geoidhebung im Gebiet dieser Grundlinie, kann die dadurch bedingte Vergrößerung der Achse überkompensiert sein durch eine Achsenverkürzung des bestanschließenden Ellipsoides, die durch eine im allgemeinen stärkere Krümmung des Geoides über den Kontinenten bedingt ist. Definitive Aussagen in dieser Hinsicht werden erst möglich sein, bis der eurasische Block innig mit Afrika verbunden ist. Auch diese Aufgabe wird durch die Fortschritte in der modernen Längenmessung wesentlich gefördert werden.

Kehren wir nach diesem Ausblick wieder zum Ostseering zurück, so kann abschließend festgestellt werden, daß sich dieser recht gut in das bisherige europäische Lotabweichungssystem einfügt. Namentlich die erwartete Achsenvergrößerung ist durch seine Einbeziehung tatsächlich eingetreten. Hingegen ist das finnische Lotabweichungssystem Ölanders noch durch den Geoidabfall gegen das Ostseebecken regionalssystematisch beeinflusst.

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)