Paper-ID: VGI_195304

Ein besonderer Zusammenhang von Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt im kombinierten Einschneiden

Josef Kovarik

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **41** (1), S. 14–22

1953

BibTEX:

```
@ARTICLE{Kovarik_VGI_195304,
Title = {Ein besonderer Zusammenhang von Vorw{\"a}rts- und R{\"u}ckw{\"a}
   rtseinschnitt im kombinierten Einschneiden},
Author = {Kovarik, Josef},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {14--22},
Number = {1},
Year = {1953},
Volume = {41}
}
```

Bezeichnen $h_1\, h_2$ die Höhen zweier aufeinanderfolgender Spurparallelen, p_1^c p_2^c die im Luftbild gemessenen Normalentfernungen vom Hauptpunkt auf diese, so kann der Neigungswinkel nach

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_2 - h_1}{n^{|}} \qquad n^{|} = \frac{H}{f}\,(p_2^c - p_1^c) - \frac{1}{f}\,(h_2\, p_2^c - h_1\, p_1^c) \qquad (17)$$

berechnet werden. Die Neigungsverhältnisse lassen sich somit aus lauter im Luftbild meßbaren Größen ermitteln.

Da eine Änderung von $\triangle h$ oder h um dh in der Größenordnung dh/H in k eingeht, können bei Zerlegung des Geländes in Ebenen Abweichungen zugelassen werden. Z. B. wirkt sich für $H = 4000\ m$ eine Abweichung von $dh = 10\ m$ erst in der 3. Dezimalstelle von k aus.

Zusammenfassung.

Die Bestimmung der Grundrißfläche aus der vom perspektiven Umriß begrenzten Fläche eines allgemeinen Geländestückes kann in den folgenden Arbeitsgängen durchgeführt werden:

1. Einzeichnen der perspektiven Schichtenlinien in das Luftbild oder dessen Vergrößerung. Voraussetzung hiezu sind entzerrte Luftbilder oder Paßpunkte.
2. Zerlegung des Geländes in seine ebenen Flächen.
3. Bestimmung der Reduktionsfaktoren k für jede ebene Figur.
4. Planimetrieren der in den verschiedenen Ebenen liegenden Flächenteile.
5. Berechnung der Gesamtfläche nach $F^{|} = \sum k\ \triangle F^{|}$.

Die Entzerrung der Luftbilder kann im Zuge der Vergrößerung der Bilder erfolgen, wobei als Einpaßunterlage der Kataster verwendet werden kann. Zum Zeichnen der perspektiven Schichtenlinien sind lediglich Zeichenstereometer mit Parallaxschrauben erforderlich. Die Arbeitsgänge können getrennt voneinander ausgeführt werden, was die gleichzeitige Verwendung mehrerer Hilfskräfte ermöglicht.

Anmerkung: In Abb. 1 wurde irrtümlich die Strecke *MF* an Stelle von *PF* mit *s* kotiert.

Ein besonderer Zusammenhang von Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt im kombinierten Einschneiden

Von J. Kovarik

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

A. *Mehrfaches Vorwärtseinschneiden unter Voraussetzung gleicher Gewichte*

Wurde ein Neupunkt von mehr als zwei gegebenen Punkten aus beobachtet, so führt die Berechnung der wahrscheinlichsten Koordinatenwerte (bei der Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen) nach Herstellung der Beziehung zwischen den Winkel-, bzw. Richtungsänderungen einerseits und den Koordinatenverschiebungen andererseits durch die Verbesserungsgleichungen mit der bekannten Gauß'schen Relation auf Grund der Bedingung $[vv]$ = Minimum zu den Gleichungen

$$[aa]_a\, dx_v + [ab]_a\, dy_v + [aw]_a = 0\ ^{1)} \tag{1}$$
$$[ab]_a\, dx_v + [bb]_a\, dy_v + [bw]_a = 0 \tag{2}$$

Diese werden bekanntlich als Normalgleichungen bezeichnet und liefern die Verschiebungen dx und dy des Neupunktes von dem zuerst gerechneten Näherungswert auf den wahrscheinlichsten.

B. *Mehrfaches Rückwärtseinschneiden, ebenfalls gleichgewichtig*

Beobachtet man von einem Neupunkt aus mehr als drei gegebene Festpunkte, dann haben bei dieser Ausgleichung die Verbesserungsgleichungen die Form $v = a\,dx + b\,dy + z + w$, wobei $z = o' - o$ ist, der Unterschied zwischen der vorläufigen und der endgültigen Orientierung.

$[vv]$ = Minimum ist dann gegeben, wenn $\frac{\partial [vv]}{\partial dx} = 0$ und $\frac{\partial [vv]}{\partial dy} = 0$ gesetzt wird. Verfolgt man die 1. Bedingung, wobei man beachtet, daß

$$\frac{\partial z}{\partial dx} = \frac{\partial}{\partial dx}\left(o' - \frac{[\nu - R]}{n}\right) = \frac{\partial}{\partial dx}\left(-\frac{[\nu]}{n}\right) = -\frac{1}{n}\cdot\frac{\partial [\nu]}{\partial dx}$$

ist, und man nach Einführung von

$$\widehat{\nu}_{01} = \text{arc tg}\,\frac{y_1 - (y_0' + dy)}{x_1 - (x_0' + dx)} = \text{arc tg}\,\frac{(y_1 - y_0') - dy}{(x_1 - x_0') - dx} = \text{arc tg}\,\zeta_1 \quad \frac{\partial [\nu]}{\partial dx}$$

darstellen kann als

$$\frac{\partial \nu_{01}}{\partial dx} + \frac{\partial \nu_{02}}{\partial dx} + \ldots = \rho\,\frac{\partial \widehat{\nu}_{01}}{\partial dx} + \rho\,\frac{\partial \widehat{\nu}_{02}}{\partial dx} + \ldots = \rho\,\frac{\partial\,\text{arc tg}\,\zeta_1}{\partial dx} +$$
$$+ \rho\,\frac{\partial\,\text{arc tg}\,\zeta_2}{\partial dx} + \ldots = \frac{\rho}{1 + \zeta_1^2}\left(-\frac{(y_1 - y_0') - dy}{[(x_1 - x_0') - dx]^2}\right)\cdot(-1) + \ldots =$$
$$= \rho\,\frac{[(x_1 - x_0') - dx]^2\,.\,[(y_1 - y_0') - dy]}{s_{01}^2\,[(x_1 - x_0') - dx]^2} + \ldots = \rho\,\frac{y_1 - y_0}{s_{01}^2} + \rho\,\frac{y_2 - y_0}{s_{02}^2} + \ldots =$$
$$= \rho\,\frac{\sin \nu_1}{s_{01}} + \rho\,\frac{\sin \nu_2}{s_{02}} + \ldots = a_{01} + a_{02} + \ldots,$$

sich also ergibt $\frac{\partial z}{\partial dx} = -\frac{1}{n}\,[a]$ und analog $\frac{\partial z}{\partial dy} = -\frac{1}{n}\,[b]$,

so erhält man die erste Normalgleichung in der Form

$$\left([aa]_i - \frac{[a]\,[a]_i}{n}\right) dx_R + \left([ab]_i - \frac{[a]\,[b]_i}{n}\right) dy_R + \left([aw]_i - \frac{[a]\,[w]_i}{n}\right) = 0 \tag{3}$$

und
$$\left([ab]_i - \frac{[a]\,[b]_i}{n}\right) dx_R + \left([bb]_i - \frac{[b]\,[b]_i}{n}\right) dy_R + \left([bw]_i - \frac{[b]\,[w]_i}{n}\right) = 0 \tag{4}$$

aus der zweiten Minimumsbedingung.

---

1) $[\ldots]_a$ bedeutet Außenrichtungen
$[\ldots]_i$ „ Innenrichtungen

V = Vorwärts-
R = Rückwärts- } Einschneiden
K = kombiniertes

Faßt man z neben dx und dy als dritte Unbekannte auf, so führt die Forderung $\frac{\partial\,[vv]}{\partial z} = 0$ zu der Gleichung $[v]_i = 0$, aus der man bekanntlich z als Funktion von dx und dy ausdrücken kann. Die Verbesserungsgleichungen nehmen dann die Form an $v = A\,dx + B\,dy + W$, wobei $A = a - \frac{[a]_i}{n}$, $B = b - \frac{[b]_i}{n}$ und $W = w - \frac{[w]_i}{n}$ ist. Die daraus abgeleiteten Normalgleichungen lauten dann

$$[AA]_i\,dx_R + [AB]_i\,dy_R + [AW]_i = 0 \qquad (3a)$$
$$[AB]_i\,dx_R + [BB]_i\,dy_R + [BW]_i = 0 \qquad (4a)$$

deren Summenglieder gleich sind den in (3) und (4) gewonnenen, wie sich leicht unter Beachtung der vorher genannten Beziehungen nachweisen läßt.

C. *Kombiniertes Einschneiden, wenn sowohl den Außen- als auch den Innenrichtungen das gleiche Gewicht zugeordnet wird*

Wird nun ein Neupunkt sowohl von außen als auch von innen beobachtet, so haben die beiden Normalgleichungen, nach Elimination von z, die Form

$$\{[aa]_a + [AA]_i\}\,dx_K + \{[ab]_a + [AB]_i\}\,dy_K + \{[aw]_a + [AW]_i\} = 0 \qquad (5)$$
$$\{[ab]_a + [AB]_i\}\,dx_K + \{[bb]_a + [BB]_i\}\,dy_K + \{[bw]_a + [BW]_i\} = 0 \qquad (6)$$

Betrachtet man jetzt die drei Normalgleichungsgruppen in A, B und C, so drängt sich die Frage nach dem Zusammenhang der drei Fälle auf. Mit anderen Worten: in welchem Verhältnis stehen die Lösungen dx und dy von A (Vorwärts-) und B (Rückwärtseinschneiden) zu den Werten aus C (Kombinierter Einschnitt)?

Stellt man die beiden Gleichungen (1) und (2) graphisch dar, ebenso (3) und (4) (Figur 1) [2], so sieht man sofort, daß die Gleichungen (5) und (6) (Fall C) im allgemeinen einen Punkt P_K geben, der nicht in der Verbindungslinie von P_v und P_R liegt, also nicht einem qualifizierten Mittel der beiden Werte entspricht. Nur wenn das Verhältnis besteht

$$\frac{dx_K - dx_v}{dy_K - dy_v} = \frac{dx_R - dx_K}{dy_R - dy_K} = \frac{dx_R - dx_v}{dy_R - dy_v} = \frac{n}{1} \qquad (7)$$

liegt P_K in der Verbindung P_v mit P_R.

Aus (1) ergibt sich $dx_v = -\frac{[ab]_a}{[aa]_a}\,dy_v - \frac{[aw]_a}{[aa]_a}$

aus (3a) $dx_R = -\frac{[AB]_i}{[AA]_i}\,dy_R - \frac{[AW]_i}{[AA]_i}$

und aus (5) $dx_K = -\frac{[ab]_a + [AB]_i}{[aa]_a + [AA]_i}\,dy_K - \frac{[aw]_a + [AW]_i}{[aa]_a + [AA]_i}$.

---

[2]) Die zugehörigen Normalgleichungskoeffizienten stehen auf Seite 19.

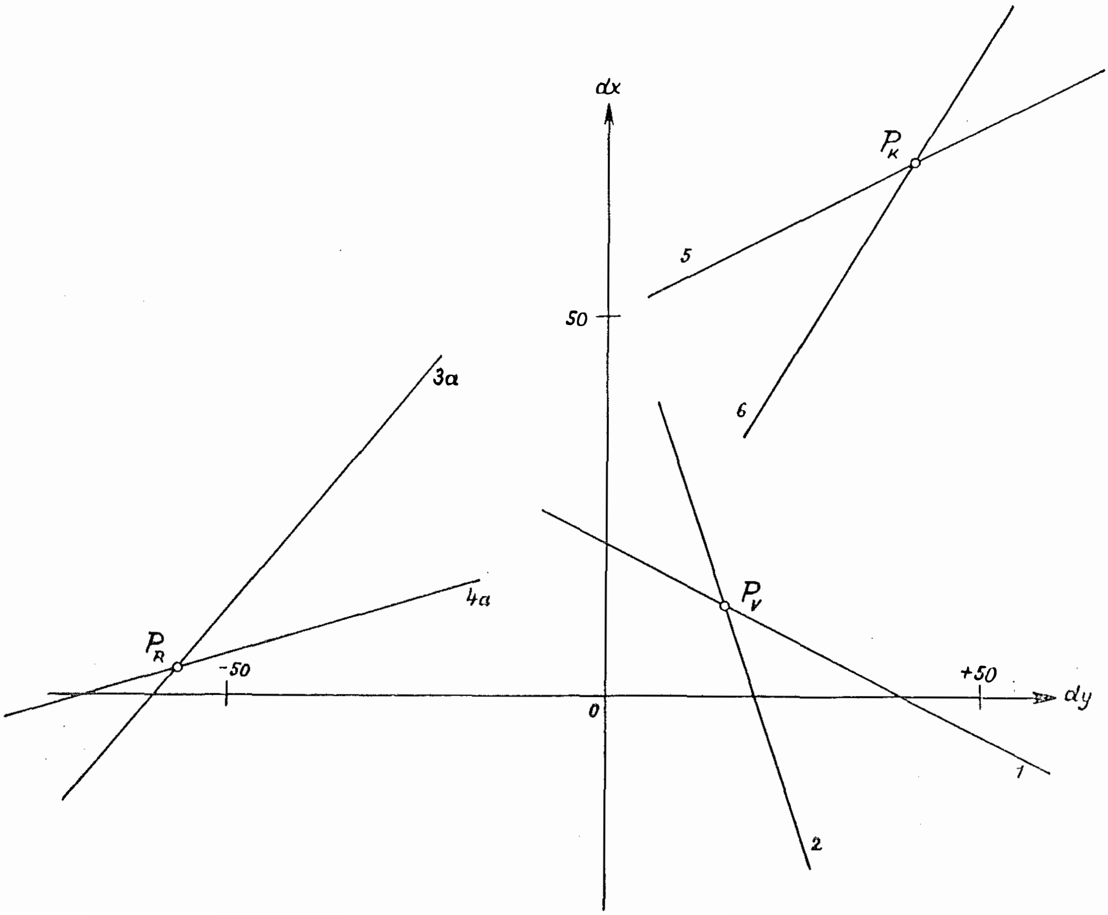

Fig. 1

Gleichung (7) (die ersten beiden Quotienten) nimmt damit die Form an

$$\left(\left\{-\frac{[ab]_a+[AB]_i}{[aa]_a+[AA]_i}\,dy_K-\frac{[aw]_a+[AW]_i}{[aa]_a+[AA]_i}\right\}-\left\{-\frac{[ab]_a}{[aa]_a}\,dy_v-\frac{[aw]_a}{[aa]_a}\right\}\right):(dy_K-dy_v)=$$

$$=\left(\left\{-\frac{[AB]_i}{[AA]_i}\,dy_R-\frac{[AW]_i}{[AA]_i}\right\}-\left\{-\frac{[ab]_a+[AB]_i}{[aa]_a+[AA]_i}\,dy_K-\frac{[aw]_a+[AW]_i}{[aa]_a+[AA]_i}\right\}\right):(dy_R-dy_K) \tag{7a}$$

Im Zähler müssen die Koeffizienten von dy_K und dy_v einerseits, sowie von dy_R und dy_K andererseits gleich sein, wenn ein Verhältnis (n: 1) bestehen soll:

$$-\frac{[ab]_a+[AB]_i}{[aa]_a+[AA]_i}=-\frac{[ab]_a}{[aa]_a}\quad\text{und}\quad-\frac{[AB]_i}{[AA]_i}=-\frac{[ab]_a+[AB]_i}{[aa]_a+[AA]_i}$$

Daraus ergibt sich die Bedingung

$$\frac{[ab]_a}{[aa]_a}=\frac{[AB]_i}{[AA]_i} \tag{8}$$

Neben diesem Verhältnis muß ferner in (7a) noch sein:

$$\frac{\dfrac{[aw]_a+[AW]_i}{[aa]_a+[AA]_i}-\dfrac{[aw]_a}{[aa]_a}}{dy_K-dy_v}=\frac{\dfrac{[AW]_i}{[AA]_i}-\dfrac{[aw]_a+[AW]_i}{[aa]_a+[AA]_i}}{dy_R-dy_K}$$

Vereinfacht man diese Gleichung, so nimmt sie die Form an

$$\frac{dy_R-dy_K}{dy_K-dy_v}=\frac{[aa]_a}{[AA]_i} \tag{9}$$

Bildet man aus (2) $\quad dx_v=-\dfrac{[bb]_a}{[ab]_a}dy_v-\dfrac{[bw]_a}{[ab]_a}$

aus (4a) $\quad dx_R=-\dfrac{[BB]_i}{[AB]_i}dy_R-\dfrac{[BW]_i}{[AB]_i}$

und aus (6) $\quad dx_K=-\dfrac{[bb]_a+[BB]_i}{[ab]_a+[AB]_i}dy_K-\dfrac{[bw]_a+[BW]_i}{[ab]_a+[AB]_i}$,

setzt diese Werte wieder in die Gleichung (7) ein, so ergibt sich analog der vorhergehenden Entwicklung

$$-\frac{[bb]_a+[BB]_i}{[ab]_a+[AB]_i}=-\frac{[bb]_a}{[ab]_a} \text{ und } -\frac{[BB]_i}{[AB]_i}=-\frac{[bb]_a+[BB]_i}{[ab]_a+[AB]_i}$$

Daraus folgt

$$\frac{[bb]_a}{[ab]_a}=\frac{[BB]_i}{[AB]_i} \tag{10}$$

Ferner muß ebenso wie früher

$$\frac{\dfrac{[bw]_a+[BW]_i}{[ab]_a+[AB]_i}-\dfrac{[bw]_a}{[ab]_a}}{dy_K-dy_v}=\frac{\dfrac{[BW]_i}{[AB]_i}-\dfrac{[bw]_a+[BW]_i}{[ab]_a+[AB]_i}}{dy_R-dy_K} \text{ sein.}$$

Durch Umformung erhält man daraus

$$\frac{dy_R-dy_K}{dy_K-dy_v}=\frac{[ab]_a}{[AB]_i} \tag{11}$$

In den Gleichungen (8) und (10) hat man somit die Bedingungen erhalten, unter denen P_K in der Verbindung von P_v und P_R liegt. Dabei geben die Gleichungen (9) und (11) das Verhältnis von (P_R-P_K) zu (P_K-P_v), da die Teilung für dx ebenso gilt, wie für dy (aus [7]), wobei noch zu bemerken ist, daß (9) und (11) dieselbe Aussage machen, da (9) mit (8) in (11) übergeht.

Betrachtet man die graphische Darstellung, so erkennt man, daß $\dfrac{[ab]_a}{[aa]_a}$ gleich ist der (negativen) Steigung ($-\operatorname{tg}\varphi$) der Gleichung (1), ebenso $\dfrac{[AB]_i}{[AA]_i}$ gleich derselben Größe der Gleichung (3a) ist, $\dfrac{[bb]_a}{[ab]_a}=(-)\operatorname{tg}\varphi$ der Gleichung (2) und $\dfrac{[BB]_i}{[AB]_i}=(-)\operatorname{tg}\varphi$ der Gleichung (4a). Somit bringen die Gleichungen (8) und (10) nichts anderes zum Ausdruck, als daß die Darstellungen der korrespondierenden Gleichungen in den Fällen A. und B. parallel sein müssen, wenn P_K in der Verbindung P_R und P_v liegen soll, also (1) und (3a) sowie (2) und (4a).

Figur 1 zeigt einen allgemeinen Fall:

$$\text{A.}\quad \left.\begin{cases} 400\,dx + 200\,dy - 8000 = 0 \ldots (1) \\ 200\,dx + 600\,dy - 12.000 = 0 \ldots (2) \end{cases}\right\} P_v$$

$$\text{B.}\quad \left.\begin{cases} 600\,dx - 700\,dy - 42.000 = 0 \ldots (3a) \\ -700\,dx + 200\,dy + 14.000 = 0 \ldots (4a) \end{cases}\right\} P_R$$

Werden nun die inneren und äußeren Beobachtungen zusammen ausgeglichen, so haben die Normalgleichungen die Werte

$$\text{C.}\quad \left.\begin{cases} 1000\,dx - 500\,dy - 50.000 = 0 \ldots (5) \\ -500\,dx + 800\,dy + 2000 = 0 \ldots (6) \end{cases}\right\} P_K$$

P_K hat in diesem Fall keine augenfällige Beziehung zu P_v und P_R! ((1) und (3a), sowie (2) und (4a) sind nicht parallel.)

Figur 2 zeigt einen besonderen Fall:

$$\text{A.}\quad \left.\begin{cases} 400\,dx + 200\,dy - 8000 = 0 \ldots (1) \\ 200\,dx + 600\,dy - 12.000 = 0 \ldots (2) \end{cases}\right\} P_v$$

$$\text{B.}\quad \left.\begin{cases} 200\,dx + 100\,dy - 8000 = 0 \ldots (3a) \\ 100\,dx + 300\,dy - 9000 = 0 \ldots (4a) \end{cases}\right\} P_R$$

Damit ergibt sich

$$\text{C.}\quad \left.\begin{cases} 600\,dx + 300\,dy - 16.000 = 0 \ldots (5) \\ 300\,dx + 900\,dy - 21.000 = 0 \ldots (6) \end{cases}\right\} P_K$$

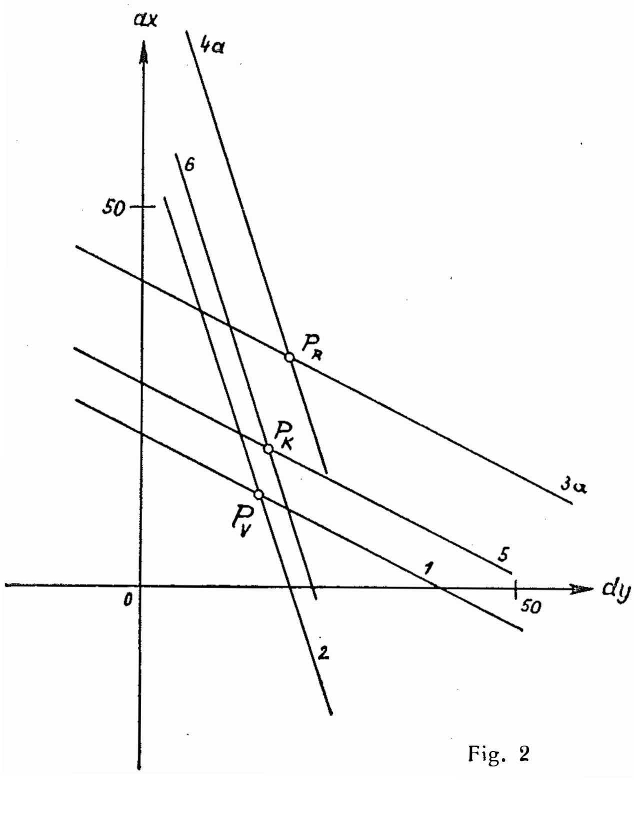

Fig. 2

Da die Bedingungen (8) und (10) jetzt von A. und B. erfüllt werden,

$$\frac{[ab]_a}{[aa]_a} = \frac{+200}{400} = \frac{[AB]_i}{[AA]_i} = \frac{+100}{200} = +\frac{1}{2} \tag{8}$$

$$\frac{[bb]_a}{[ab]_a} = \frac{600}{+200} = \frac{[BB]_i}{[AB]_i} = \frac{300}{+100} = +3 \tag{10}$$

also die Bilder der Normalgleichungen (1) und (3a), so wie die von (2) und (4a) parallel sind, ergibt sich P_K als Schnittpunkt der beiden Geraden (5) und (6), die natürlich jeweils wieder parallel sind, in der geradlinigen Verbindung von P_v und P_R, und zwar im Abstand

$$\frac{[ab]_a}{[AB]_i} = \frac{+200}{+100} = \frac{[aa]_a}{[AA]_i} = \frac{400}{200} = \frac{[bb]_a}{[BB]_i} = \frac{600}{300} = \frac{2}{1} = 2:1$$

von $(P_R - P^K):(P_K - P_v)$.

Zusammenfassung

Wird ein Neupunkt sowohl durch Außenrichtungen als auch durch Innenrichtungen bestimmt, so liegt der unter Verwendung s ä m t l i c h e r Richtungen ermittelte Punkt nur dann zwischen P_v (dem nur aus den Außenrichtungen bestimmten Punkt) und P_R (nur aus Innenrichtungen bestimmt), wenn sich aus den beiden zugehörigen Normalgleichungssystemen die Beziehungen (8) und (10) herstellen lassen. Dabei wird $P_v - P_R$ durch P_K im Verhältnis (9), bzw. (11) geteilt.

Anhang

Für den Fall, daß man zur äußeren und inneren Beobachtung dieselben Punkte verwendet hat, kann man die Bedingungen (8) und (10) noch weiter verfolgen.

Es ist dann $[ab]_a : [aa]_a = [AB]_i : [AA]_i = \left([ab]_a - \frac{[a]\,[b]_a}{n}\right) : \left([aa]_a - \frac{[a]\,[a]_a}{n}\right)$,

daraus ergibt sich $$[a]_a\,([ab]_a\,[a]_a - [aa]_a\,[b]_a) = 0 \tag{8a}$$

Ebenso ist $[bb]_a : [ab]_a = [BB]_i : [AB]_i = \left([bb]_a - \frac{[b]\,[b]_a}{n}\right) : \left([ab]_a - \frac{[a]\,[b]_a}{n}\right)$,

daraus wieder $$[b]_a\,([bb]_a\,[a]_a - [ab]_a\,[b]_a) = 0 \tag{10a}$$

Aus (8a) und (10a) ersieht man, daß auch unter der eingangs gemachten Voraussetzung P_K nur in zwei Fällen zwischen P_v und P_R liegt. Die eine Möglichkeit setzt $[a]_a = 0$ und $[b]_a = 0$ voraus, wodurch das Teilungsverhältnis dann auf 1 : 1 vereinfacht wird, so daß P_K identisch ist mit dem Halbierungspunkt der Strecke $P_v - P_R$.

Die andere Möglichkeit setzt die Klammerausdrücke in (8a) und (10a) gleich Null, so daß daraus die Verhältnisse $[aa]_a : [ab]_a = [a]_a : [b]_a$ und $[ab]_a : [bb]_a = [a]_a : [b]_a$ folgen. Diese würden aber nur erfüllt werden, wenn die Koeffizientendeterminante D der Normalgleichungen Null wäre. Das ist jedoch unmöglich, da bekanntlich D immer positiv ist!

Unterschiedliche Gewichte

Sind die beobachteten Richtungen verschieden gewichtig, dann treten an die Stelle der Summen $[aa]$, ... die Summen $[paa]$, ... Die Bedingungen (8) und (10) erfahren dann analoge Veränderungen, ebenso das Teilungsverhältnis (9), bzw. (11). Ein solcher Fall ist jedoch leicht auf den ursprünglichen, gleichgewichtigen zurückzuführen, wenn man die jeweiligen Seitenlängen durch das zugehörige $\sqrt{p}$ dividiert. Dann ist nämlich $\left(\rho : \frac{s}{\sqrt{p}}\right) . \sin \nu = \sqrt{p} . a = (\rho : s') . \sin \nu = a'$, . . ., daher auch $[paa] = [a' a']$, ... (Die Konstruktion der fehlerzeigenden Figuren erfolgt normal mit den gegebenen Werten!)

Nutzanwendung

Eine der wichtigsten praktischen Anwendungen dieser Erkenntnis ist der graphischen Ausgleichung eines kombinierten Einschnittes vorbehalten! Wurde doch bisher eine solche Aufgabe meistens in der Form gelöst, daß man die äußeren und die inneren Richtungen vollkommen getrennt für sich ausglich und aus den beiden wahrscheinlichsten Punkten P_V und P_R der beiden fehlerzeigenden Figuren den Punkt P_K durch Unterteilung der Verbindungslinie, z. B. im Verhältnis $(n_v - 1) : n_R$ [3]), bestimmte. Wie am folgenden Beispiel gezeigt wird, kann diese Ausgleichung zu ganz falschen Ergebnissen führen!

Ein Neupunkt P_0 sei von den Punkten 1—4 (Entfernungen 2'00, 1'88, 3'70, 1'61 *km*) beobachtet worden. Die Widersprüche $(\nu' - R^{\bullet})$ seien $-46''1$, $-4''0$, $-18''6$, $+44''9$. Die damit konstruierte fehlerzeigende Figur gibt als wahrscheinlichsten Punkt P_V mit $dy = -0{,}06$ *m* und $dx = -0{,}51$ *m*.

Ferner seien vom Neupunkt aus die Punkte 5—8 beobachtet worden (Entfernungen 10'68, 6'69, 8'53, 6'57 *km*). Die auf Null reduzierten Widersprüche seien $+9''4$, $-2''3$, $-9''1$, $+2''0$. Die graphische Ausgleichung dieses Rückwärtseinschnittes gibt P_R, mit $dy = -0{,}48$ *m* und $dx = -0{,}11$ *m*.

Wäre P_0 nun sowohl durch die äußeren als auch durch die inneren Richtungen bestimmt worden, so würde die Vereinigung der beiden Punkte P_v und P_R den Punkt P_K' mit $dy = -0{,}24$ *m* und $dx = -0{,}34$ *m* geben. Die Berechnung des kombinierten Einschnittes ergibt P_K mit $dy = -0{,}085$ *m* und $dx = -0{,}435$ *m*, so daß sich gegenüber P_K' eine Differenz in der Punktlage von 2 *dm* einstellen würde!

Stellt man die Normalgleichungen für P_V und P_R graphisch dar [4]), so sieht man, daß sie nicht die im allgemeinen Teil erkannten Bedingungen der Parallelität erfüllen und daß daher P_K nicht in der Verbindungslinie von P_V und P_R liegen kann!

Will man also den der Minimumsbedingung entsprechenden Punkt P_K auch aus der graphischen Ausgleichung (mit fehlerzeigenden Figuren) richtig erhalten,

---

[3]) n = Anzahl der Strahlen.

[4]) $N_1 - N_4$.

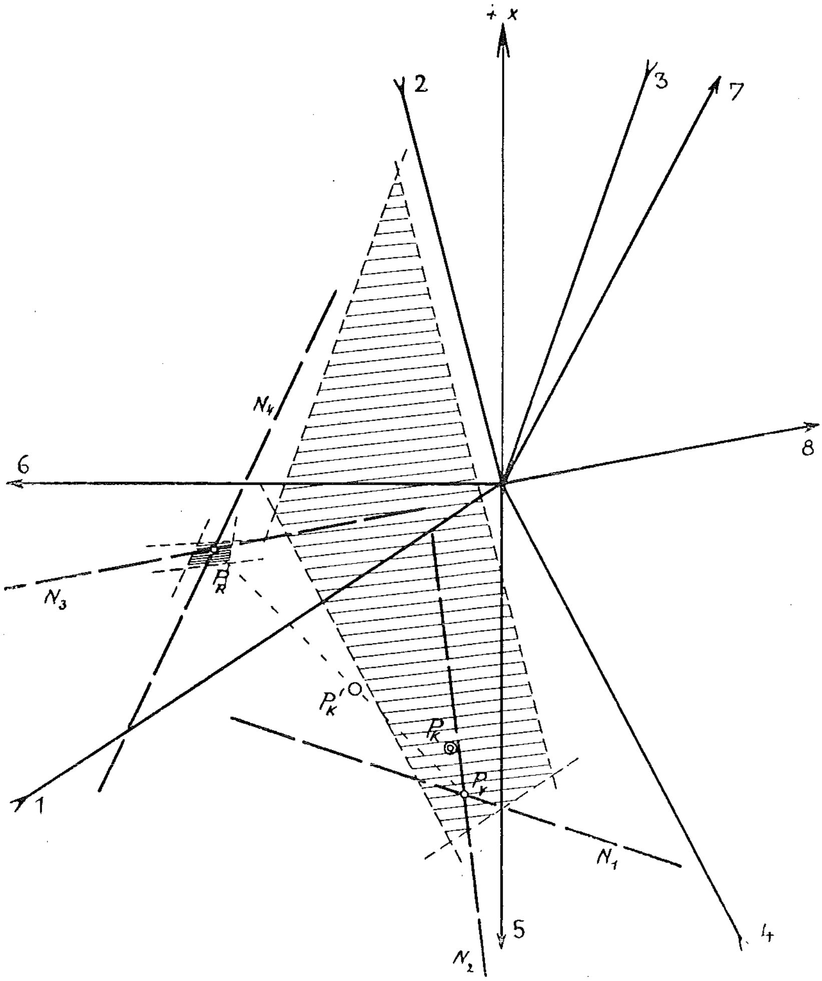

Fig. 3

so muß man g l e i c h z e i t i g s ä m t l i c h e Richtungen zur Bestimmung dieses einzigen Punktes heranziehen, sowohl die Strahlen des Vorwärtsschnittes als auch die reduzierten Richtungen des Rückwärtseinschnittes mit den zugehörigen reduzierten Entfernungen, die wie Richtungen eines Vorwärtsschnittes zu behandeln sind!

Im vorliegenden Beispiel sind daher 8 Richtungen eines Vorwärtsschnittes auszugleichen, die als Minimumspunkt schließlich P_K geben. (Kontrolle der Summen $[\nu\nu]$: für P_K . .1514, hingegen für P_K' . .2340. Rechnungswert: 1502.)

Bildet man graphisch die Normalgleichungskoeffizienten, arbeitet also ohne fehlerzeigende Figuren, dann wird man ebenfalls äußere und innere Beobachtungen vereinen, da man nur so einer Beantwortung der Frage nach der Parallelität der Normalgleichungsbilder von Vorwärts- und Rückwärtseinschnitt von vornherein enthoben ist.