Paper-ID: VGI_195306

Graphisches Einpassen von Luftaufnahmen bei beschränktem Gesichtsfeld samt Anwendung auf ein praktisches Beispiel

Josef Krames [1]

[1] *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **41** (2), S. 33–41

1953

BibTEX:

```
@ARTICLE{Krames_VGI_195306,
Title = {Graphisches Einpassen von Luftaufnahmen bei beschr{\"a}nktem
   Gesichtsfeld samt Anwendung auf ein praktisches Beispiel},
Author = {Krames, Josef},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {33--41},
Number = {2},
Year = {1953},
Volume = {41}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppe Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

Hofrat Prof. Dr. h. c. mult. E. Doležal, Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. Lego und o. ö. Professor Dipl.-Ing. Dr. H. Rohrer

Nr. 2 | Baden bei Wien, Ende April 1953 | XLI. Jg.

Graphisches Einpassen von Luftaufnahmen bei beschränktem Gesichtsfeld samt Anwendung auf ein praktisches Beispiel

Von Josef Krames, Wien

(Mitteilung aus dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien)

(Mit zwei Abbildungen und einer Tabelle als Anlage)

Nr. 1. Die Photogrammetrie ist ein schier unerschöpflicher Wissenszweig: Immer wieder treten neue Fragestellungen auf, die zu interessanten Untersuchungen Anlaß geben. Dabei ist recht bezeichnend, daß vor allem die praktische Handhabung der Instrumente vielfältige Anregungen mit sich bringt. Es sei bloß daran erinnert, daß selbst die Theorie der sogenannten „gefährlichen Flächen und Raumgebiete“ nicht von theoretischen Überlegungen [1]), sondern gerade von den Geräten her aufgerollt wurde [2]).

Bei der praktischen Anwendung des aus der genannten Theorie entwickelten graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen [3])[4]) stößt man manchmal auf Bildpaare, bei denen das doppelt überdeckte Gesichtsfeld eingeschränkt erscheint, z. B. wegen vorliegender Wasserflächen oder Schattenpartien oder wegen ungenügender Überdeckung der beiden Bilder. In den nachfolgenden Zeilen wird gezeigt, wie auch unter solchen ungünstigen Umständen die wahrscheinlichsten Werte der Orientierungselemente im Sinne des Prinzips der kleinsten Quadrate rasch zu ermitteln sind. Man erkennt zunächst, daß die relative Querneigung der beiden Bündel sowohl bei unabhängigen Bildpaaren wie auch beim Folgebildanschluß immer noch nach den bereits bekannten Regeln [4]) gefunden wird. Dabei ist nur vorauszusetzen, daß die zur Orientierung herangezogenen sechs Modellpunkte zu je dreien in zwei verschiedenen Normalebenen zur Basis liegen und darin (zur Vereinfachung) gewisse besondere Lagen einnehmen. Sodann lassen sich auch die wahrscheinlichsten Werte aller übrigen Orientierungselemente aus jenen Werten dieser Größen, die nach den erwähnten Regeln bestimmt sind, sehr einfach ableiten, nämlich durch lineares Kombinieren.

Wir legen wie üblich das Koordinatensystem nach dem DIN-Normblatt 2035 (Entwurf Juni 1951) zu Grunde (s. Abb. 1) und wollen sagen, es liege der „Hauptfall" vor, wenn die Orientierungspunkte **1**, **3**, **5** und **2**, **4**, **6** den Querschnittebenen $x = 0$, bzw. $x = b$ angehören (b = Modellbasis). Auf die wichtigste darauf bezügliche Mitteilung [4]) des Verfassers wird in der Folge mit „1951" verwiesen. Die vorliegende Arbeit schließt sich eng daran an, weist jedoch hinsichtlich der Bezeichnungsweise einige Unterschiede auf. Insbesondere werden die zum linken und rechten Projektor gehörigen Orientierungsgrößen nicht mehr durch die Indizes $_1$ und $_2$, sondern durch $'$ und $''$ auseinandergehalten.

Nr. 2. Treten — aus einem der genannten Gründe — an Stelle der Ebenen $x = 0$ und $x = b$ zwei andere Querschnitte, innerhalb welcher die Orientierungspunkte angenommen werden, dann soll der linke immer mit $x = x'$, der rechte mit $x = x''$ gekennzeichnet sein (s. Abb. 1). Die (in der Richtung von links nach rechts gemessenen) Abszissen x' und x'' sind dabei positiv oder negativ zu zählen, je nachdem „Basis innen" oder „Basis außen" vorliegt.

Um zu bequem anwendbaren Ergebnissen zu gelangen, werden den Raumkoordinaten der sechs Orientierungspunkte

$$\left.\begin{array}{lll} \mathbf{4}\ (x'',\ y_4,\ z_4) & \mathbf{2}\ (x'',\ y_2,\ z_2) & \mathbf{6}\ (x'',\ y_6,\ z_6) \\ \mathbf{3}\ (x',\ y_3,\ z_3) & \mathbf{1}\ (x',\ y_1,\ z_1) & \mathbf{5}\ (x',\ y_5,\ z_5) \end{array}\right\} \qquad (1)$$

wie beim „Hauptfall" die Bedingungen vorgeschrieben (vgl. Abb. 1):

$$\left.\begin{array}{c} y_1 = 0, \qquad\qquad y_2 = 0, \\ y_3 : z_3 = y_4 : z_4 = -y_5 : z_5 = -y_6 : z_6 = \operatorname{tg} \sigma. \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Die bei diesen Punkten vorhandenen y-Parallaxen p_i sind mit Hilfe des verwendeten Auswertgerätes zu messen. Darnach können die Grundpunkte **G′** und **G″** der Ebenen $x = x'$ und $x = x''$ Strich für Strich ebenso graphisch ermittelt werden, wie dies beim „Hauptfall" vorgesehen ist [3]). Wie dort wird man zur Vereinfachung der Konstruktionen die Parallaxen p_1 und p_2 in den Punkten **1** und **2** bereits beim Vororientieren zum Verschwinden bringen [5]). Bei Ausführung der graphischen Operationen legt man gerne beide Ebenen derart übereinander, daß die darin enthaltenen Strahlenpaare $y = \pm \operatorname{tg} \sigma . z$ zur Deckung kommen [5]) (s. Abb. 2). Zur leichteren Unterscheidung der zu den Modellpunkten **1**, **3**, **5** ($x = x'$) bzw. **2**, **4**, **6** ($x = x''$) gehörigen Konstruktionslinien sind diese in Abb. 2 in verschiedenen Stricharten ausgeführt (in der Praxis verwendet man zweckmäßig zweierlei Farben).

Aus der für sich selbst sprechenden Abb. 2 sind alle graphischen Operationen klar ersichtlich, die bei dem später (in Nr. 8) beschriebenen praktischen Anwendungsbeispiel erforderlich waren. Insbesondere sind mit K_3, K_4, K_5, K_6 jene Strecken hervorgehoben, durch welche die in **3**, **5** und **4**, **6** errichteten Normalen (zu den Strahlen des oben erwähnten Paares) parallel zur z-Achse zu verschieben sind.

In der Originalzeichnung wurden diese Strecken gleich den 300-fachen Parallaxen p_3, p_5, bzw. p_4, p_6 angenommen.

Zur Bestimmung der gesuchten Orientierungsgrößen hat man in der Zeichnung (Abb. 2) bloß die Strecken u_3, u_5 und u_4, u_6 auszumessen, desgleichen die y-Koordinaten η', η'', Y', Y''. Letztere wurden beim „Hauptfall", wo sie den Ebenen $x = 0$ und $x = b$ entnommen sind, mit η^0, η^b, bzw. Y^0, Y^b bezeichnet (vgl. u. a. die in Fußnote 5 zitierte Arbeit, Abb. 3).

Nr. 3. Wir beweisen nun zuerst, daß *die Operationen zur Ermittlung der wahrscheinlichsten relativen Querneigung* $d\omega = d\omega' - d\omega''$ *stets unabhängig sind von der Lage der beiden Querschnittebenen* $x = x'$ *und* $x = x''$.

Wie nämlich in „1951", Gl. (4), dargetan wurde, ergeben sich auch für zwei beliebige Querschnitte aus je drei darin beobachteten y-Parallaxen p_i und den Koordinaten der zugehörigen Modellpunkte die beiden Werte der Querneigung:

$$\left.\begin{aligned} &d\omega_I \text{ und } d\omega_{II} = \frac{\begin{vmatrix} y_i & z_i & z_i p_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_i & z_i & y_i^2 + z_i^2 \end{vmatrix}}, \quad (i = 1,\ 3,\ 5, \text{ bzw. } = 2,\ 4,\ 6), \\ &\text{oder abgekürzt: } d\omega_I = \frac{M'}{N'} \text{ bzw. } d\omega_{II} = \frac{M''}{N''}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Für Modellpunkte, die überdies den Bedingungen (2) genügen, gilt insbesondere

$$d\omega_I = \frac{2p_1 - p_3 - p_5}{u'}, \qquad d\omega_{II} = \frac{2p_2 - p_4 - p_6}{u''}. \tag{3*}$$

Darin wurden $u_3 + u_5 = u'$, $u_4 + u_6 = u''$ gesetzt und p_1, p_2 vorübergehend wieder $\neq 0$ angenommen.

Da u' und u'' ebenso wie die mit Hilfe eines Halbkreises (Abb. 2) daraus gewonnenen Faktoren

$$R = \frac{u'^2}{u'^2 + u''^2}, \qquad T = \frac{u''^2}{u'^2 + u''^2} \tag{4}$$

nur von der Lage der innerhalb der Ebenen $x = x'$, $x = x''$ gewählten Punkte, nicht aber von x' oder x'' abhängen, erfolgt die Berechnung des wahrscheinlichsten Wertes von $d\omega$ hier tatsächlich wie beim „Hauptfall" nach der Formel (vgl. „1951", Nr. 6):

$$d\omega = R\ d\omega_I + T\ d\omega_{II}. \tag{5}$$

Um den Inhalt des doppelt überdeckten Gesichtsfeldes voll auszuschöpfen, sind die beiden Querschnitte $x = x'$ $(\neq 0)$ und $x = x''$ $(\neq b)$ immer tunlichst weit auseinander zu rücken.

Wie ferner ohne Beweis mitgeteilt sei, läßt sich die Formel (5) auch auf beliebig viele Querschnitte verallgemeinern. Wurden z. B. in drei verschiedenen Querschnittebenen bei je drei Modellpunkten, die den Bedingungen (2) genügen, die y-Parallaxen p_i gemessen und daraus nach Gl. (3*) die drei Werte der Querneigung $d\omega_I$, $d\omega_{II}$, $d\omega_{III}$ abgeleitet, dann gilt für den wahrscheinlichsten Wert

$$d\Omega = \frac{u'^2\ d\omega_I + u''^2\ d\omega_{II} + u'''^2\ d\omega_{III}}{u'^2 + u''^2 + u'''^2}. \tag{5*}$$

Darin haben u', u'', u''' die analoge Bedeutung wie oben in Gl. (3*).

Nr. 4. Zur Ermittlung der übrigen Orientierungselemente stützen wir uns auf die bekannte Gleichung [6]:

$$-p_i = -\frac{y^2+z^2}{z}(d\omega' - d\omega'') - \frac{y}{z}\,dz + dy, \tag{6}$$

in der gesetzt wurde

$$\left.\begin{aligned} dy &= x\,d\varkappa' - (x-b)\,d\varkappa'' + db_y' - db_y'', \\ dz &= -x\,d\varphi' + (x-b)\,d\varphi'' + db_z' - db_z'', \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

und betrachten in jeder Querschnittebene $x = x_i$ den Grundpunkt mit den Koordinaten:

$$Y = -\frac{dz}{d\omega' - d\omega''}, \qquad Z = \frac{dy}{d\omega' - d\omega''}. \tag{8}$$

Deren zu $x = x'$ und $x = x''$ gehörigen Werte Y', Z' und Y'', Z'' genügen einfachen Relationen, die sich aus (7) und (8) sofort ergeben. Wir setzen dabei noch voraus, daß die gegebenen Parallaxen p_i *„geometrisch möglich"* sind, also keinen Widerspruch enthalten [4]. Ist überdies die zum Wegschaffen der p_i erforderliche relative Querneigung bereits gefunden, dann ergeben sich auch die übrigen Orientierungsgrößen aus den soeben erwähnten Relationen. Um hervorzuheben, daß diese Größen (im Gegensatz zum „Hauptfall") die in den Ebenen $x = x'$, $x = x''$ beobachteten Parallaxen p_i zum Verschwinden bringen, bezeichnen wir sie fortan mit Großbuchstaben $d\Omega, d\Phi, dB_y$, usw. Ebenso setzen wir den Abstand dieser beiden Ebenen $x'' - x' = B$ und erhalten [7]:

A) Bei *„unabhängigen Bildpaaren"* ($d\Omega' - d\Omega'' = d\Omega$, $dB_y' = 0$, $dB_z' = 0$, $dB_y'' = 0$, $dB_z'' = 0$):

$$\left.\begin{aligned} d\Phi' &= \frac{(b-x')\,Y'' - (b-x'')\,Y'}{b\,B}\,d\Omega, \\ dK' &= \frac{(b-x')\,Z'' - (b-x'')\,Z'}{b\,B}\,d\Omega, \\ d\Phi'' &= \frac{-x'\,Y'' + x''\,Y'}{b\,B}\,d\Omega, \\ dK'' &= \frac{-x'\,Z'' + x''\,Z'}{b\,B}\,d\Omega. \end{aligned}\right\} \tag{9 A}$$

B) Beim *„Folgebildanschluß links"* ($d\Omega'' = 0$, $d\Phi'' = 0$, $dK'' = 0$, $dB_y'' = 0$, $dB_z'' = 0$):

$$\left.\begin{aligned} d\Phi' &= \frac{Y'' - Y'}{B}\,d\Omega', \\ dK' &= \frac{Z'' - Z'}{B}\,d\Omega', \\ dB_y' &= \frac{-x'\,Z'' + x''\,Z'}{B}\,d\Omega', \\ dB_z' &= \frac{x'\,Y'' - x''\,Y'}{B}\,d\Omega'; \end{aligned}\right\} \tag{9 B}$$

C) Beim „*Folgebildanschluß rechts*" ($d\Omega' = 0$, $d\Phi' = 0$, $dK' = 0$, $dB_y' = 0$, $dB_z' = 0$):

$$\left.\begin{aligned} d\Phi'' &= \frac{Y'' - Y'}{B}\, d\Omega'', \\ dK'' &= \frac{Z'' - Z'}{B}\, d\Omega'', \\ dB_y'' &= \frac{(b - x')\, Z'' - (b - x'')\, Z'}{B}\, d\Omega'', \\ dB_z'' &= \frac{-(b - x')\, Y'' + (b - x'')\, Y'}{B}\, d\Omega''. \end{aligned}\right\} \qquad (9\ C)$$

Aus diesen (bloß für „geometrisch mögliche" Parallaxen geltenden) Formeln entnimmt man u. a., *daß beim Folgebildanschluß die beiden Drehwinkel* Φ *und* K *jedesmal ebenso gefunden werden wie beim Hauptfall* ($x' = 0$, $x'' = b$, $B = b$), *sofern dabei die Basisstrecke* b *durch den Abstand* $B = x'' - x'$ *der beiden Querschnitte ersetzt wird, innerhalb welcher die Orientierungspunkte angenommen sind.* Wegen der Sonderfälle, bei denen entweder $x' = 0$ oder $x'' = b$ ist, sei auf später (Nr. 6) verwiesen.

Nr. 5. Um nun bei Vorliegen eines Widerspruches ($d\Omega_I \neq d\Omega_{II}$) außer der relativen Querneigung $d\Omega$ auch die wahrscheinlichsten Werte der übrigen Orientierungsgrößen herauszufinden, erweitern wir die Formeln (9 A, B, C) in ähnlicher Weise, wie dies für den „Hauptfall" in „1951" dargelegt wurde. Die Durchführung dieses Vorganges wird beispielsweise an Hand der Formel für dK' in (9 A) näher beschrieben.

Wir führen darin als Querneigung $d\Omega$ vorerst den aus dem Normalschnitt $x = x'$ (oder $x = x''$) gewonnenen Wert $d\Omega_I$ ($d\Omega_{II}$) ein und fügen noch ein additives Glied $(J + C)\,(d\Omega_I - d\Omega_{II})$ hinzu. Von den beiden Konstanten J und C wird eine derart ausgewählt, daß das Glied mit dem Produkt $Z''.\, d\Omega_I$ (bzw. $Z'.\, d\Omega_{II}$) aus der Gleichung herausfällt. Wie sich alsbald zeigen wird, verfolgen diese Maßnahmen den Zweck, jede Orientierungsgröße als *lineare homogene Funktion* der beobachteten Parallaxen p_i darzustellen. Setzen wir etwa $J = -\dfrac{(b - x')\, Z''}{b\, B}$, dann geht die Formel über in:

$$dK' = \frac{(b - x')\, Z''}{b\, B}\, d\Omega_{II} - \frac{(b - x'')\, Z'}{b\, B}\, d\Omega_I + C\,(d\Omega_I - d\Omega_{II}). \qquad (10)$$

Nun ergibt sich, wie in „1951" (Nr. 3) gezeigt wurde, aus den Modellkoordinaten (1) und den zugehörigen Parallaxen p_i:

$$Z' = \text{oder } Z'' = \frac{\left| \; y_i^2 + z_i^2 \quad z_i \quad p_i z_i \; \right|}{\left| \; y_i \quad z_i \quad p_i z_i \; \right|}, \quad (i = 1, 3, 5, \text{ bzw. } 2, 4, 6),$$

oder abgekürzt (11)

$$Z = \frac{V'}{M'} \text{ bzw. } Z'' = \frac{V''}{M''}.$$

Durch Einsetzen der Werte (3) und (11) in (10) erhält man die Gleichung:

$$dK' = \frac{(b - x')}{b\, B}\, \frac{V''}{N''} - \frac{(b - x'')}{b\, B}\, \frac{V'}{N'} + C\, \frac{M'}{N'} - C\, \frac{M''}{N''}, \qquad (10^\star)$$

deren rechte Seite tatsächlich eine homogene Linearfunktion der p_i von der Form $\Sigma\ (s_i + C\,t_i)\ p_i$ darstellt.

Für die Berechnung des Faktors C setzen wir wieder die durch (2) gekennzeichnete besondere Lage der Orientierungspunkte voraus. Nach dem Einführen ihrer Koordinaten sowie der Größe $\varepsilon = 1 + \mathrm{tg}^2\,\sigma$ in die Gln. (3), (11) und (10*) ergibt sich C, und zwar durch Anwenden der Rechenvorschrift $-\ \Sigma\ s_i\ t_i : \Sigma\ t_i^2$ (s. Gl. 7 in „1951"), wie folgt:

$$C = T\,\frac{b - x''}{3}\,(z_1 + \varepsilon\,z_3 + \varepsilon\,z_5) + R\,\frac{b - x'}{3}\,(z_2 + \varepsilon\,z_4 + \varepsilon\,z_6).$$

Wir schreiben noch zur Abkürzung:

$$\frac{z_1 + \varepsilon\,z_3 + \varepsilon\,z_5}{3} = \zeta', \qquad \frac{z_2 + \varepsilon\,z_4 + \varepsilon\,z_6}{3} = \zeta''$$

und erhalten schließlich, wenn $d\Omega_{\mathrm{I}} - d\Omega_{\mathrm{II}} = \Delta\Omega$ gesetzt wird:

$$d\mathrm{K}' = \frac{b - x'}{B}\left[\frac{Z''}{b}\,d\Omega_{\mathrm{II}} + \frac{R\,\zeta''}{b}\,\Delta\Omega\right] - \frac{b - x''}{B}\left[\frac{Z'}{b}\,d\Omega_{\mathrm{I}} - \frac{T\,\zeta'}{b}\,\Delta\Omega\right].$$

Die in den eckigen Klammern stehenden Ausdrücke stimmen nun aber mit jenen überein, die beim „Hauptfall" (unter Verwendung der Basisstrecke b) die wahrscheinlichsten Kantungswinkel $d\varkappa'$ und $d\varkappa''$ ergeben (s. „1951", Nr. 6, Formel $d^\star$, $e^\star$, wo bloß anstatt $d\Omega_{\mathrm{I}}$, $d\Omega_{\mathrm{II}}$, $\Delta\Omega$, ζ', ζ'' bzw. geschrieben wurde: $d\omega^0$, $d\omega^b$, $\Delta\omega$, $h^\bullet$, h^b). Somit gilt:

$$d\mathrm{K}' = \frac{b - x'}{B}\,d\varkappa' - \frac{b - x''}{B}\,d\varkappa''.$$

Nr. 6. Auf ähnliche Weise können die wahrscheinlichsten Werte aller Orientierungsgrößen für allgemein gelegene Querschnitte $x = x'$, $x = x''$ berechnet werden, und danach lautet das Gesamtergebnis:

A)
$$\left.\begin{aligned}
d\Phi' &= \frac{b - x'}{B}\,d\varphi' + \frac{x'' - b}{B}\,d\varphi'',\\
d\mathrm{K}' &= \frac{b - x'}{B}\,d\varkappa' + \frac{x'' - b}{B}\,d\varkappa'',\\
d\Phi'' &= \frac{-x'}{B}\,d\varphi' + \frac{x''}{B}\,d\varphi'',\\
d\mathrm{K}'' &= \frac{-x'}{B}\,d\varkappa' + \frac{x''}{B}\,d\varkappa''.
\end{aligned}\right\} \qquad (12\ \mathrm{A})$$

B)
$$\left.\begin{aligned}
d\Phi' &= \frac{b}{B}\,d\varphi',\\
d\mathrm{K}' &= \frac{b}{B}\,d\varkappa',\\
dB_y' &= \frac{x''}{B}\,db_y' + \frac{x'}{B}\,db_y'',\\
dB'_z &= \frac{x''}{B}\,db_z' + \frac{x'}{B}\,db_z''.
\end{aligned}\right\} \qquad (12\ \mathrm{B})$$

C)
$$\left.\begin{aligned}
d\Phi'' &= \frac{b}{B}\, d\varphi'',\\
dK'' &= \frac{b}{B}\, d\varkappa'',\\
dB_y'' &= -\frac{x''-b}{B}\, db_y' - \frac{x'-b}{B}\, db_y'',\\
dB_z'' &= -\frac{x''-b}{B}\, db_z' - \frac{x'-b}{B}\, db_z''.
\end{aligned}\right\} \qquad (12\ \mathrm{C})$$

Für den Hauptfall $x' = 0$, $x'' = b$, für den stets $x'' - x' = B = b$ gilt, reduzieren sich diese Gleichungen, wie es sein muß, auf $d\Omega' = d\omega'$, $d\Phi' = d\varphi'$, $dK' = d\varkappa'$ usw.

Nach Nr. 5 und obigen Endformeln (12 A, B, C) hat man also *bei beliebiger Lage der Querschnitte* $x = x'$, $x = x''$ *vorerst die wahrscheinlichsten Orientierungsgrößen* $d\omega$, $d\varphi'$, $d\varkappa'$ …… *graphisch und rechnerisch so zu ermitteln, als ob die sechs Orientierungspunkte innerhalb der Ebenen* $x = 0$ *und* $x = b$ *gelegen und dort die* (in $x = x'$ bzw. in $x = x''$) *gemessenen Koordinaten* z_i *und Parallaxen* p_i *vorhanden wären. Hierauf sind die angegebenen Linearkombinationen zu bilden.*

Als Besonderheiten seien hervorgehoben, daß bei jedem Folgebildanschluß die Drehwinkel $d\Phi$ und dK gegenüber dem „Hauptfall" bloß mit $\frac{b}{B}$ multipliziert erscheinen, sowie daß die Verschiebungsgrößen dB_y und dB_z aus den beiden entsprechenden Hauptfallwerten db_y' und db_y'', bzw. db_z' und db_z'' linear abzuleiten sind. *Je einer dieser Werte* db_y *und* db_z *fällt jedoch weg, sobald im Falle* **B**) *insbesondere* $x' = 0$, *bzw. im Falle* **C**) $x'' = b$ *gewählt werden kann.* Bei unabhängigen Bildpaaren ergibt sich für $x' = 0$ $(x'' = B)$: $d\Phi'' = d\varphi''$ und $dK'' = d\varkappa''$, ferner für $x'' = b$ $(b - x' = B)$: $d\Phi' = d\varphi'$, $dK' = d\varkappa'$. Alle hier erwähnten Sonderfälle treten in gleicher Weise auch bei „geometrisch möglichen" Parallaxen auf (vgl. hiezu Gl. 9 A, B, C).

Nr. 7. Um bei der praktischen Ausführung die sechs Modellpunkte mit den Koordinaten (1) und (2) innerhalb beliebiger Normalschnitte zur Basis bequem einstellen zu können, verwendet man — ähnlich wie bisher [5]) — eine durchsichtige Maske. Auf dieser sind parallele punktierte Geraden gezeichnet, die paarweise von einer Mittellinie **m** entgegengesetzt gleiche Abstände $\pm a$ haben. Diese Maske wird derart abwechselnd auf die Bildträger aufgesetzt, daß die Punkte **1** und **2** im Okular auf der Geraden **m** zu liegen scheinen und **m** die Richtung der Aufnahmebasis erhält. Die Randpunkte **3**, **5** (bzw. **4**, **6**) sind sodann ohne Veränderung der x-Stellung des Basiswagens von den Okularen aus auf zwei entsprechende Parallelen der Maske einzuregulieren.

Nr. 8. Zum Abschluß wird ein Anwendungsbeispiel beschrieben, das vor kurzem im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in Wien bei der Aerotriangulation eines Bildstreifens (mittels eines *Wild Autographen A 5*) zur Ausführung kam. Es handelte sich dabei um einen „Folgebildanschluß" mit festgehaltenem rechten Projektor. Wegen eines im doppelt überdeckten Gesichtsfeld vorhandenen Hochgebirgssees (*Lünersee im Rätikon*, Vorarlberg) konnten die drei linken Orientierungspunkte **1**, **3**, **5** nicht wie üblich im Querschnitt $x = 0$ angenommen werden, sondern erst bei der Abszisse $x' = 19,46$. Hingegen war die Einstellung der Punkte **2**, **4**, **6** innerhalb der Ebene $x = x'' = b = 101,78$ ohne weiteres möglich.

Beim Vororientieren dieses Bildpaares wurden die bei den Modellpunkten **1** und **2** auftretenden Parallaxen p_1 und p_2 (im Sinne unserer Bemerkungen in Nr. 2) ausgeschaltet und die übrigen Parallaxen — absolut genommen — auf weniger als 0,2 *mm* reduziert[5]). Bei der weiteren Durchführung des in Rede stehenden Verfahrens kam ein Formblatt zur Verwendung, das ein für die graphischen Operationen zweckmäßig vorbereitetes Millimeternetz und zugleich ein Tabellenschema für die numerische Auswertung enthält[8]). Für die Zwecke der vorliegenden Veröffentlichung wurde jedoch die Zeichnung (in Abb. 2) von der Tabelle getrennt (verkleinert) wiedergegeben und diese etwas anders angeordnet (siehe Beilage).

In der Tabelle sind die allgemeinen Texte und Formeln in Schrägschrift eingetragen, hingegen die Aufnahmedaten des vorliegenden Beispiels, die vorgenommenen Skalenablesungen und die vollständige numerische Auswertung der graphischen Konstruktionen mit aufrechten Ziffern[9]). *Dieses Schema kann unter Weglassung der mit 4) bezeichneten Zeilen auch für den Hauptfall* $x' = 0$, $x'' = b$ $(B = b)$ *verwendet werden.*

Die einzutragenden Vorzeichen der Modellkoordinaten und y-Parallaxen sind nunmehr so festgelegt, wie dies dem Zählsinn der an den gebräuchlichen Instrumenten erster Ordnung angebrachten Skalen am besten entspricht. Auf diese Weise wurde erreicht, daß z. B. bei Verwendung eines *Wild Autographen* A 5 oder A 7 die ermittelten Orientierungselemente den in der Ausgangsstellung (nach dem Vororientieren) abgelesenen Skalenwerten (*AW*) unmittelbar (vorzeichenrichtig) zugezählt werden können. Bei Verwendung eines *Stereoplanigraphen* C 5, C 7 oder C 8 von *Zeiss-Aerotopograph* hat man demgegenüber (wie auch in der Tabelle vermerkt ist) bloß für die Längsneigung φ und die Kantung $\varkappa$ das jeweils entgegengesetzte Vorzeichen anzuwenden. In beiden Fällen sind die an den Skalen einzustellenden Werte (*EW*) sofort gegeben, mit denen die gesuchte Endstellung erreicht ist.

Bei der numerischen Auswertung der Konstruktionsergebnisse waren nach obigen Ausführungen (s. Nr. 6), insbesondere nach den Formeln (12 B), zuerst die Orientierungsgrößen $d\omega' = d\Omega'$, $d\varphi'$, $d\varkappa'$, db_y', db_z' sowie db_y'', db_z'' wie beim „Hauptfall" zu ermitteln, und zwar unter der Voraussetzung, daß von den sechs Modellpunkten, bei denen die Parallaxen p_i beobachtet wurden, die drei linken Punkte **1**, **3**, **5** aus der Ebene $x = 19,46$ parallel zur x-Richtung in die Ebene $x = 0$ verschoben sind. Hierauf wurden (in der Tabelle links unten) die Faktoren L, M, N und mit deren Hilfe die endgültigen Orientierungselemente $d\Phi'$, dK', dB_y', dB_z' berechnet[10]). Nach dem Eindrehen der darnach bestimmten Einstellwerte *EW* war die günstigste gegenseitige Orientierung im Sinne des Prinzips der kleinsten Quadrate hergestellt.

Die durch die allgemeine Lage des linken Querschnittes $x = x' = 19,46$ verursachte Mehrarbeit fiel nicht ins Gewicht.

[1]) Vgl. hiezu u. a.: S. Finsterwalder, Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie, Jhrsber. Dtsch. Math. Ver., 6 (1899), S. 1—14; sowie: Die Hauptaufgabe der Photogrammetrie, Sitzgsber. d. math.-phys. Kl. d. Bayr. Akad. Wiss., 51 (1932), S. 115 bis 131. — Ferner E. Kruppa, Zur Ermittlung eines Objektes aus zwei Perspektiven mit innerer Orientierung, Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien, math.-nat. IIa, 122 (1913), S. 1939 bis 1948.

[2]) Die Tatsache, daß bei der Hauptaufgabe der Photogrammetrie „gefährliche Flächen" vorkommen können, hat O. v. Gruber vermutlich als Erster erkannt, da er bereits am 14. Februar 1933 bei der Diskussion nach einem Vortrag von R. Finsterwalder in Berlin darauf hinwies, daß man „bei bergigem Gelände, insbesondere wenn die Fluglinie über der Talsohle liegt, die größten Überraschungen erleben könne" („B. u. L." 8, 1933, S. 135). Siehe ferner die ebenfalls auf praktische Beobachtungen zurückgehenden Mitteilungen von R. Boßhardt, Schweiz. Zeitschr. f. Verm. u. K. 31 (1933), S. 113—120, 145—150, G. Poivilliers, Int. Arch. f. Phot. VIII/2 (1937), S. 244—246, und J. Krames, Österr. Ing. Archiv 2 (1948), S. 123—132. — Der allgemeinen Klarstellung des Problems der „gefährlichen Flächen" sowie der „gefährlichen Raumgebiete" hat J. Krames eine Reihe weiterer Abhandlungen gewidmet, auf die in den nachstehend zitierten Arbeiten hingewiesen wird.

[3]) J. Krames, Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen, Österr. Zeitschr. f. Verm. 37 (1949), S. 13—29.

[4]) J. Krames, Erweiterung des graphischen Einpassens von Luftaufnahmen auf den Fall eines vorliegenden Widerspruches, Schweiz. Zeitschr. f. Verm. u. K. 49 (1951), S. 293—299, 307—314.

[5]) Vgl. J. Krames, Zur praktischen Handhabung des graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen, Schweiz. Zeitschr. f. Verm. u. K. 50 (1952), S. 287—293, Abb. 2.

[6]) Das Minuszeichen auf der linken Seite entspricht der Forderung, daß die Orientierungsgrößen $d\varphi', d\omega', \ldots$ die gegebenen Parallaxen p_i zum Verschwinden bringen sollen. Vgl. u. a. die in Fußn. 3 angegebene Arbeit, Gl. (1) usw.

[7]) Obige Formeln (10 A, B, C) ergeben sich auch aus den Gln. (19) und (20) der mit Fußn. 3 zitierten Abhandlung.

[8]) Im oben genannten Amt (Abteilung für Photogrammetrie unter der Leitung von Hofrat Prof. K. Neumaier) wurde dieses Formblatt für folgende fünf praktische Anwendungsfälle ausgearbeitet:

a) Wild Autograph A 5 oder A 7, unabhängige Bildpaare,
b) Wild Autograph A 5 oder A 7, Folgebildanschluß,
c) Wild Autograph A 6, unabhängige Bildpaare,
d) Stereoplanigraph C 5, C 7 oder C 8, unabhängige Bildpaare,
e) Stereoplanigraph C 5, C 7 oder C 8, Folgebildanschluß.

Jedes dieser Blätter kann in Bälde zugleich mit einer ausführlichen Beschreibung für die praktische Handhabung vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3, bezogen werden. — Eine Ergänzung zu diesem Formblatt für die Berücksichtigung allfällig vorliegender Abweichungen der Gerätstellung vom Normalfall befindet sich ebenfalls in Vorbereitung.

[9]) Der bloß für den Folgebildanschluß rechts vorgesehene Vordruck ist durchgestrichen.

[10]) In der Tabelle war bei den Vorzeichen von M und N noch zu berücksichtigen, daß die Parallaxenmessung beim Folgebildanschluß links mit Hilfe der b_y'-Schraube, beim Folgebildanschluß rechts mit b_y'' erfolgt.