Strenger Ausgleich von Feinpolygonzügen bei Stadtvermessungen

Walter Smetana [1]

[1] *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **45** (5–6), S. 141–155

1957

BibTEX:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_195715,
Title = {Strenger Ausgleich von Feinpolygonz{\"u}gen bei Stadtvermessungen},
Author = {Smetana, Walter},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {141--155},
Number = {5--6},
Year = {1957},
Volume = {45}
}
```

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN
Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN
Offizielles Organ
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie
REDAKTION:
emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer
Präsident i. R. Dipl.-Ing. K. Lego und o. Prof. Hofrat Dr. phil. K. Ledersteger

Nr. 5/6 Baden bei Wien, im Dezember 1957 XLV. Jg.

Strenger Ausgleich von Feinpolygonzügen bei Stadtvermessungen

Von Dipl.-Ing. Dr. techn. Walter Smetana, Wien

Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

Die in Anbetracht eines hohen Bodenwertes in Großstadtgebieten geforderte hohe Punktlagegenauigkeit bei Stadtvermessungen macht im Zusammenhang mit den bei der Präzisionspolygonisierung durch die Geländeverhältnisse bedingten verschiedenen Streckenmeßmethoden einen strengen Ausgleich der Polygonzüge erforderlich, umsomehr als es sich in den meisten Fällen um Polygonzüge mit stark ausspringenden und sehr ungleich langen Seiten handelt. Dieser Umstand verlangt auch die Einführung von Seitengewichten, wie dies bereits im Heft Nr. 1, Jahrgang XLIV der Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen von mir für den Praktiker dargelegt worden ist.

Wie nun ein solch strenger Ausgleich praktisch durchgeführt werden kann, will ich an Hand dreier typischer Zugformen, wie sie sich bei der Anlage eines Einschaltpunktnetzes im Gebiet der Stadt Wien zwangsläufig ergeben haben, erläutern.

Es sind dies die in Abb. 1—3 dargestellten Polygonzüge, bei denen aus Gründen der Übersichtlichkeit und Einfachheit auf die offizielle amtliche Bezeichnungsweise sowohl der Triangulierungspunkte als auch der Einschaltpunkte (*EP*) und Polygonpunkte (*PP*) verzichtet wurde.

Die Triangulierungspunkte erhielten die Bezeichnung *A*, *B*, *C*, *D*, während die Polygonpunkte, einschließlich der Einschaltpunkte, ausnahmslos fortlaufend mit arabischen Ziffern numeriert wurden.

1. Polygonzug zwischen den Festpunkten *A* und *B* mit Richtungsanschluß in *A* nach *C* und Richtungsabschluß in *B* nach *D* (Abb. 1).

   Die Punkte 3, 4 und 6 bezeichnen dauerhaft stabilisierte Einschaltpunkte, während die übrigen Polygonpunkte als Hilfspunkte entweder gar nicht oder nur vorübergehend stabilisiert wurden.

2. Polygonzug zwischen den Festpunkten A und B mit nur einer Anschlußrichtung in A nach C (Abb. 2).

   Die Punkte 3, 5, 7 und 12 sind wieder EP und die übrigen Hilfspunkte.

3. Eingeketteter Zug zwischen den Festpunkten A und B ohne Richtungsanschluß und Richtungsabschluß, mit 2 und 5 als EP und den übrigen als Hilfspunkte (Abb. 3).

Auf die Grundlagen der Ausgleichungsrechnung soll hier nicht mehr näher eingegangen werden, es soll lediglich die für den Praktiker zu einem strengen Ausgleich benötigte Formelzusammenstellung mit Rechnungsgang, unter Angabe der einschlägigen Literatur, zusammengestellt werden.

Die für den Praktiker als Beispiel im folgenden dargelegte Durchführung des strengen Ausgleichs von Feinpolygonzügen unter Berücksichtigung der Seiten- und Winkelgewichte erscheint mir von Wichtigkeit, da die vorhandene Literatur hinsichtlich der strengen Ausgleichung von Polygonzügen eine Anwendung auf Präzisionspolygonzüge mit Zwangszentrierung unter Verwendung einer Invarbasislatte für indirekte Streckenmessung nicht ohneweiteres zuläßt.

ad 1) *Polygonzug mit Richtungsanschluß und Richtungsabschluß* (Abb. 1)

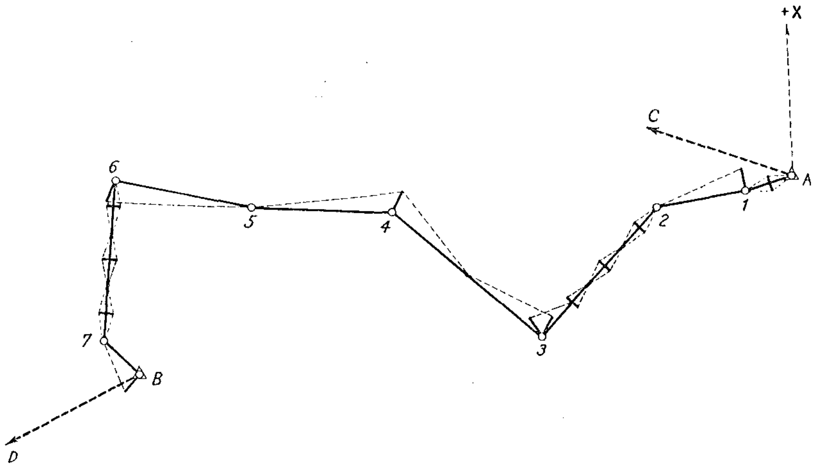

Abb. 1

Bei diesem Polygonzug sind, wie aus Abb. 1 ersichtlich, fünf verschiedene Streckenmeßmethoden der Polygonseitenbestimmung, bedingt durch die Geländeverhältnisse, zur Anwendung gekommen, nämlich Basislatte in der Mitte für $\overline{A, 1}$, Springstandmethode für $\overline{6, 7}$, Einführung einer Hilfsbasis, und zwar am Ende für $\overline{1, 2}$, $\overline{4, 5}$, $\overline{5, 6}$ und $\overline{7, B}$, in der Mitte für $\overline{3, 4}$ und kombiniertes Verfahren für $\overline{2, 3}$.

Für die praktische Anwendung des für die vorliegende Zugform entwickelten Ausgleichsverfahrens nach Jordan*) will ich nun sinngemäß, bloß mit etwas anderer

*) Handbuch der Vermessungskunde, 2. Band, erster Halbband, 9. erweiterte Auflage 1931, S. 561—565.

Bezeichnungsweise und unter Berücksichtigung der für Feinpolygonzüge entwickelten Seitengewichte, den Rechnungsgang sowohl allgemein als auch numerisch in Form von Tabellen zusammenstellen:

1. Nach Abstimmen des Brechungswinkel β' werden in üblicher Weise die Richtungswinkel R' und die vorläufigen Koordinatenunterschiede $\triangle y' = s' \sin R'$ und $\triangle x' = s' \cos R'$ sowie die Abschlußdifferenzen

$$\left.\begin{aligned} fy &= (y_B - y_A) - [\triangle y'] \\ fx &= (x_B - x_A) - [\triangle x'] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (1)$$

bestimmt. Numerisch in Tabelle I ersichtlich.

Tabelle I

Punkt	$+v$ $+f_{\beta/n}$ β' g c cc	$+\delta_R$ R' g c cc	$+\lambda$ S_m'	$+\delta\Delta y$ $\triangle y_m'$	$+\delta\Delta x$ $\triangle x_m'$	y_m	x_m
C							
	− 5						
	+ 3	322 27 24					
A	358 61 10					+6 760,58	351 494,27
	− 4	− 5	+ 7	+ 7	+ 1		
	+ 3	280 88 37	66,659	− 63,676	− 19,717		
1	207 94 66					+6 696,91	351 474,55
	− 2	− 9	− 18	+ 18	+ 1		
	+ 3	288 83 06	118,223	−116,408	− 20,636		
2	159 21 91					+6 580,52	351 453,92
	+ 15	− 11	− 14	+ 12	+ 8		
	+ 4	248 05 00	228,932	−156,846	−166,761		
3	298 25 30					+6 423,69	351 287,17
	− 6	+ 4	− 34	+ 27	− 21		
	+ 4	346 30 34	257,882	−192,625	+171,460		
4	156 58 88					+6231,09	351 458,60
	− 8	− 2	− 75	+ 75	− 4		
	+ 4	302 89 26	189,024	−188,829	+ 8,586		
5	211 28 99					+6 042,34	351 467,19
	− 14	− 10	− 68	+ 66	− 17		
	+ 4	314 18 29	184,663	−180,099	+ 40,801		
6	91 47 04					+5 862,30	351 507,97
	+ 9	− 24	− 4	+ 8	+ 3		
	+ 3	205 65 37	213,168	− 18,906	−212,328		
7	144 37 56					+5 843,40	351 295,65
	+ 15	− 15	+ 2	+ 3	0		
	+ 3	150 02 96	64,325	+ 45,463	− 45,506		
B	320 71 26					+5 888,87	351 250,14
	270 73 94	270 74 25		−871,926	−244,101	− 871,71	− 244,13
D							
	$f_\beta = +\,31^{cc}$			$f_y = +\,0{,}216$	$f_x = -\,0{,}029$		

Die trigonometrischen Funktionen sin und cos der auf Sekunden anzuschreibenden gemessenen Brechungswinkel β' sind auf sechs Stellen genau zu ermitteln, da die Koordinatenunterschiede, um endgültig mit *cm*-Genauigkeit erhalten zu werden, auf Millimeter genau berechnet werden müssen.

Zugleich werden auch vorläufige Werte für die Koordinaten y' und x' etwa auf ganze Meter gerechnet. (Tabelle II.)

2. Es werden nun Schwerpunktskoordinaten

$$y_0 = \frac{[y']}{n} \quad \text{und} \quad x_0 = \frac{[x']}{n} \qquad \ldots \quad (2)$$

sowie die neuen Koordinaten

$$\eta = y' - y_0 \quad \text{und} \quad \xi = x' - x_0 \qquad \ldots \quad (3)$$

ermittelt; numerisch der Tabelle II zu entnehmen.

3. Bestimmung der Seitengewichte q

a) Basislatte in der Mitte:

$$q = \frac{8\,C}{\left(\frac{Sm}{10}\right)^4 . 10^4} \quad \text{für } \overline{A,\,1}$$

b) Für Ableitung einer Strecke nach Springstandmethode... $\overline{6,\,7}$

$$q = \frac{C\,n^3}{\left(\frac{Sm}{10}\right)^4 . 10^4}$$

c) Für Ableitung einer Strecke über Hilfsbasis am Ende... $\overline{1,\,2}$, $\overline{4,\,5}$, $\overline{5,\,6}$

$$q = \frac{C}{4\left(\frac{Sm}{10}\right)^3 . 10^3}$$

d) Für Ableitung einer Strecke über Hilfsbasis in der Mitte... $\overline{3,\,4}$

$$q = \frac{C}{\left(\frac{Sm}{10}\right)^3 . 10^3}$$

e) Für kombiniertes Verfahren . . . $\overline{2,\,3}$

$$\text{allgem.: } q = \frac{C\,n^3}{\left(\frac{Sm}{10}\right)^4 . 10^4 + 4\,n^3\left(\frac{Sm}{10}\right)^3 . 10^3}$$

$$\text{num.: } q = \frac{10^8 . 5^3}{16{,}6^4 . 10^4 + 4 . 5^3 . 6{,}3^3 . 10^3} =$$

(mit Rechenschieber)

$$= \frac{10^5 . 5^3}{(16{,}6^4 . 10 + 4 . 5^3 . 6{,}3^3)} \approx 14{,}2 \qquad \ldots \quad (4)$$

worin Sm die Polygonseitenlängen in Meter, n die Anzahl der unterteilten Strecken und C eine für die Auswertung geschickt zu wählende Konstante bedeuten; im vorliegenden Fall wurde $C = 10^8$ angenommen.

Sämtliche Seitengewichte wurden mit einem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber berechnet.

Der Zusammenhang zwischen Seiten- und Winkelgewicht kann nun wie folgt bestimmt werden:

Da $\frac{1}{q} = \frac{m_\alpha{}^2}{4\,\rho^2} f(s)$ u. $\frac{1}{p} = m_\beta{}^2$, worin m_α den mittleren Fehler des gemessenen parallaktischen Winkels α und m_β den mittleren Fehler eines gemessenen Brechungswinkels β im Polygonzug darstellen, erhält man nach Division dieser Formeln mit $\frac{m_\alpha^2}{4\rho^2}$:

$$\frac{1}{q} = f(s) \quad \text{und} \quad \frac{1}{p} = \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha}\right)^2 . \, 4\rho^2.$$

Da nun weiters auch die beiden Ausdrücke $\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2}$ und $\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^{cc}}$ gebraucht werden, erhält man:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} = \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha}\right)^2 . \, 4 \quad \text{und} \quad \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^{cc}} = \left(\frac{m_\beta}{m_\sigma}\right)^2 4\rho^{cc}.$$

Nach Einführung einer Konstanten C für die praktische Auswertung obiger Formeln gelangt man schließlich allgemein zu:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} &= \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha}\right)^2 \cdot \frac{4}{C} \\ \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^{cc}} &= \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha}\right)^2 \cdot \frac{4\rho^{cc}}{C} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Numerisch: m_β wurde nach der bekannten Jordan'schen Fehlerformel $m_\beta = \sqrt{\frac{1}{Z} \cdot \left[\frac{f_\beta^2}{n}\right]}$ auf Grund von Z Winkelabschlußfehlern f_β und n gemessenen Brechungswinkeln jedes einzelnen Polygonzuges mit 8^{cc}, und m_α aus einer größeren Anzahl beobachteter parallaktischer Winkel mit 2^{cc} errechnet; $C = 10^8$, dann ist

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} = \left(\frac{8}{2}\right)^2 \frac{4}{10^8} = 64 \, . \, 10^{-8} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^{cc}} = \left(\frac{8}{2}\right)^2 \frac{4 \, . \, 636\,620}{10^8} \approx 0{,}4075$$

4. Aufstellung und Berechnung der Koeffizienten der Normalgleichungen der Korrelaten:

$$\left.\begin{aligned} \left(\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\xi^2\right]\frac{1}{p}\,\frac{1}{\rho^2}\right)k_1 + \left(\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\eta\xi\right]\frac{1}{p}\,\frac{1}{\rho^2}\right)k_2 - f_y = 0 \\ \left(\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\eta\xi\right]\frac{1}{p}\,\frac{1}{\rho^2}\right)k_1 + \left(\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\eta^2\right]\frac{1}{p}\,\frac{1}{\rho^2}\right)k_2 - f_x = 0 \end{aligned}\right\} \; . \; . \; (6)$$

$$\left.\begin{aligned} &\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\xi^2\right]\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} = a && N = ab - c^2 \\ &\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\eta^2\right]\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} = b && k_1 = \frac{1}{N}(bf_y - cf_x) \\ &\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\eta\xi\right]\frac{1}{p} \cdot \frac{1}{\rho^2} = c && k_2 = \frac{1}{N}(af_x - cf_y) \end{aligned}\right\} \; . \; . \; (7)$$

Numerisch unter Koeffizientenentnahme aus Tabelle II u. III. Die Berechnung erfolgte mit ausreichender Genauigkeit mit einem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber:

$a = 0{,}7354 + 0{,}0525 = +\ 0{,}7879$ $\qquad N = 0{,}788\ .\ 0{,}927 - 0{,}1722^2 = +\ 0{,}7013$

$b = 0{,}2305 + 0{,}6970 = +\ 0{,}9275$

$c = -\ 0{,}0964 - 0{,}0758 = -\ 0{,}1722$

Tabelle II

Punkt	y'	x'	η	ξ	$\eta^2\ .\ 10^{-3}$	$\xi^2\ .\ 10^{-3}$	$\eta\ .\ \xi\ .\ 10^{-3}$
A	6761	351494	+ 502	+ 84	252,0	7,1	+ 42,2
1	697	475	+ 438	+ 65	191,8	4,2	+ 28,5
2	580	454	+ 321	+ 44	103,0	1,9	+ 14,1
3	424	287	+ 165	−123	27,2	15,1	− 20,3
4	231	459	− 28	+ 49	0,8	2,4	− 1,4
5	42	467	− 217	+ 57	47,1	3,2	− 12,4
6	5862	508	− 397	+ 98	157,6	9,6	− 38,9
7	843	296	− 416	−114	173,1	13,0	+ 47,4
B	889	250	− 370	−160	136,9	25,6	+ 59,2
	11329	3690			1089,5	82,1	+118,4
$y_0 = \frac{[y']}{9}$	$[y']$	$[x']$			$[\eta^2]\ .\ 10^{-3}$	$[\xi^2]\ .\ 10^{-3}$	$[\eta\xi]\ .\ 10^{-3}$
	6259	1410			0,6970	0,0525	+0,0758
$x_0 = \frac{[x']}{9}$	y_0	x_0			$[\eta^2]\ .\ \frac{1}{p}\ .\ \frac{1}{\rho^2}$	$[\xi^2]\ .\ \frac{1}{p}\ .\ \frac{1}{\rho^2}$	$[\eta\xi]\ .\ \frac{1}{p}\ .\ \frac{1}{\rho^2}$

Tabelle III

Punkt	S_m'	q	$\sin R'$	$\cos R'$	$\frac{\sin^2 R'}{q}$	$\frac{\cos^2 R'}{q}$	$\frac{\sin R' \cos R'}{q}$	λ_{mm}	γ_{cc}	δR
A									− 5,4	
	67	39,7	− 0,955	− 0,2958	0,0230	0,0022	+ 0,0071	− 6,9		− 5,4
1									− 3,7	
	118	15,2	− 0,985	− 0,1745	0,0638	0,0020	+ 0,0113	−18,3		− 9,1
2									− 2,3	
	229	14,2	− 0,685	− 0,728	0,0330	0,0373	+ 0,0351	−14,5		−11,4
3									+15,4	
	258	5,8	− 0,747	+ 0,665	0,0962	0,0762	− 0,0856	−33,6		+ 4,0
4									− 5,8	
	189	3,7	− 0,999	+ 0,0454	0,2697	0,0006	− 0,0123	−75,0		− 1,8
5									− 8,3	
	185	3,9	− 0,975	+ 0,2209	0,2438	0,0125	− 0,0552	−68,5		−10,1
6									−14,5	
	213	10,5	− 0,0887	− 0,996	0,0007	0,0945	+ 0,0084	− 4,3		−24,6
7									+ 9,5	
	64	95,4	+ 0,707	− 0,707	0,0052	0,0052	− 0,0052	+ 1,9		−15,1
B									+15,1	
					0,7354	0,2305	− 0,0964			
					$\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right]$			

$$k_1 = \frac{1}{0{,}701} \cdot (0{,}928 \cdot 0{,}216 - 0{,}1722 \cdot 0{,}029) = +\, 0{,}2787$$

$$k_2 = \frac{1}{0{,}701} \cdot (-\, 0{,}788 \cdot 0{,}029 + 0{,}1722 \cdot 0{,}216) = -\, 0{,}02047$$

5. Bestimmung der Verbesserungen λ für die Seiten und ν für die Brechungswinkel:

$$\left.\begin{array}{ll}
\lambda_{\overline{A,1}} = \dfrac{1}{q_{\overline{A,1}}}(k_1 \sin R'_{A,1} + k_2 \cos R'_{A,1}) & \nu_A{}^{cc} = (-\, \xi_A k_1 + \eta_A k_2) \dfrac{1}{p} \dfrac{1}{\rho^{cc}} \\
\lambda_{\overline{1,2}} = \dfrac{1}{q_{\overline{1,2}}}(k_1 \sin R'_{1,2} + k_2 \cos R'_{1,2}) & \nu_1{}^{cc} = (-\, \xi_1 k_1 + \eta_1 k_2) \dfrac{1}{p} \dfrac{1}{\rho^{cc}} \\
\vdots & \vdots \\
\lambda_{\overline{7,B}} = \dfrac{1}{q_{\overline{7,B}}}(k_1 \sin R'_{7,B} + k_2 \cos R'_{7,B}) & \nu_B{}^{cc} = (-\, \xi_B k_1 + \eta_B k_2) \dfrac{1}{p} \dfrac{1}{\rho^{cc}} \,.
\end{array}\right\} \quad . \; . \; (8)$$

Numerisch:

$$\lambda_{\overline{A,1}} = \frac{1}{39{,}7} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}955 - 0{,}02047 \cdot 0{,}2958) = -\, 0{,}0069 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{1,2}} = \frac{1}{15{,}2} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}985 - 0{,}02047 \cdot 0{,}1745) = -\, 0{,}0183 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{2,3}} = \frac{1}{14{,}2} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}685 - 0{,}02047 \cdot 0{,}728) = -\, 0{,}0145 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{3,4}} = \frac{1}{5{,}8} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}747 + 0{,}02047 \cdot 0{,}665) = -\, 0{,}0336 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{4,5}} = \frac{1}{3{,}7} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}999 + 0{,}02047 \cdot 0{,}0454) = -\, 0{,}0750 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{5,6}} = \frac{1}{3{,}9} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}975 + 0{,}02047 \cdot 0{,}2209) = -\, 0{,}0685 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{6,7}} = \frac{1}{10{,}5} (-\, 0{,}2787 \cdot 0{,}0887 - 0{,}02047 \cdot 0{,}996) = -\, 0{,}0043 \text{ m}$$

$$\lambda_{\overline{7,B}} = \frac{1}{95{,}4} (+\, 0{,}2787 \cdot 0{,}707 - 0{,}02047 \cdot 0{,}707) = +\, 0{,}0019 \text{ m.}$$

$$\begin{array}{l}
\nu_A{}^{cc} = (-\; 84 \cdot 0{,}2787 + 502 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\; 5{,}4^{cc} \\
\nu_1{}^{cc} = (-\; 65 \cdot 0{,}2787 + 438 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\; 3{,}7^{cc} \\
\nu_2{}^{cc} = (-\; 44 \cdot 0{,}2787 + 321 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\; 2{,}3^{cc} \\
\nu_3{}^{cc} = (+\, 123 \cdot 0{,}2787 + 165 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = +\, 15{,}4^{cc} \\
\nu_4{}^{cc} = (-\; 49 \cdot 0{,}2787 - \; 28 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\; 5{,}8^{cc} \\
\nu_5{}^{cc} = (-\; 57 \cdot 0{,}2787 - 217 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\; 8{,}3^{cc} \\
\nu_6{}^{cc} = (-\; 98 \cdot 0{,}2787 - 397 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = -\, 14{,}5^{cc} \\
\nu_7{}^{cc} = (+\, 114 \cdot 0{,}2787 - 416 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = +\; 9{,}5^{cc} \\
\nu_B{}^{cc} = (+\, 160 \cdot 0{,}2787 - 370 \cdot 0{,}02047) \cdot 0{,}4075 = +\, 15{,}1^{cc}.
\end{array}$$

6. Es folgt nun die endgültige Koordinatenberechnung:

Nach Verbesserung der Strecken und Winkel, wobei die v zu den aus der Winkelabstimmung hervorgegangenen Brechungswinkel hinzugefügt werden, berechnet man die endgültigen Koordinatenunterschiede ohne nochmaliger Durchrechnung des Zuges:

$$\left.\begin{aligned} \triangle y &= \triangle y' + \delta\triangle y \quad , \quad \triangle x = \triangle x' + \delta\triangle x \\ \delta\triangle y &= \frac{\triangle x'\,\delta R^{cc}}{\rho^{cc}} + \lambda \sin R' \\ \delta\triangle x &= -\frac{\triangle y'\,\delta R^{cc}}{\rho^{cc}} + \lambda \cos R' \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (9)$$

Numerisch erfolgte die Berechnung wieder mit dem gewöhnlichen logarithmischen Rechenschieber:

$$\delta\triangle y_{A,1} = \frac{-19\,720\,.\,(-5)}{\rho^{cc}} + 7\,.\,0{,}955 = +\ 6{,}9 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{A,1} = \frac{+63\,700\,.\,(-5)}{\rho^{cc}} + 7\,.\,0{,}2958 = +\ 1{,}6 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{1,2} = \frac{-20\,640\,.\,(-9)}{\rho^{cc}} + 18\,.\,0{,}985 = +\ 18{,}0 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{1,2} = \frac{+116\,400\,.\,(-9)}{\rho^{cc}} + 18\,.\,0{,}1745 = +\ 1{,}5 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{2,3} = \frac{-166\,800\,.\,(-11)}{\rho^{cc}} + 14\,.\,0{,}685 = +\ 11{,}4 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{2,3} = \frac{+156\,800\,.\,(-11)}{\rho^{cc}} + 14\,.\,0{,}728 = +\ 8{,}5 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{3,4} = \frac{+171\,500\,.\,4}{\rho^{cc}} + 34\,.\,0{,}747 = +\ 26{,}5 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{3,4} = \frac{192\,600\,.\,4}{\rho^{cc}} - 34\,.\,0{,}665 = -\ 21{,}4 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{4,5} = \frac{+8590\,.\,(-2)}{\rho^{cc}} + 75\,.\,0{,}999 = +\ 74{,}9 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{4,5} = \frac{+188\,800\,.\,(-2)}{\rho^{cc}} - 75\,.\,0{,}0454 = -\ 4{,}0 \text{ mm}$$

$$\delta\blacktriangle y_{5,6} = \frac{+40\,800\,.\,(-10)}{\rho^{cc}} + 68\,.\,0{,}975 = +\ 65{,}8 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{5,6} = \frac{+180\,100\,.\,(-10)}{\rho^{ce}} - 68\,.\,0{,}2209 = -\ 17{,}0 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{6,7} = \frac{-212\,300\,.\,(-24)}{\rho^{cc}} + 4\,.\,0{,}0887 = +\ 8{,}4 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{6,7} = \frac{+18\,910\,.\,(-24)}{\rho^{cc}} + 4\,.\,0{,}996 = +\ 3{,}3 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle y_{7,B} = \frac{-45\,500\,.\,(-15)}{\rho^{cc}} + 2\,.\,0{,}707 = +\ 2{,}5 \text{ mm}$$

$$\delta\triangle x_{7,B} = \frac{-45\,400\,.\,(-15)}{\rho^{cc}} - 2\,.\,0{,}707 = -\ 0{,}3 \text{ mm.}$$

In Tabelle I erscheinen die Korrektionsgrößen $\delta \triangle y$ und $\delta \triangle x$ oberhalb der Koordinatenunterschiede $\triangle y'$ und $\triangle x'$.

7. Rechenproben:

Die Größen $\left[\eta^2\right]$, $\left[\xi^2\right]$, $\left[\eta\xi\right]$, $\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right]$, $\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right]$ und $\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right]$

könnten nach Belieben folgendermaßen kontrolliert werden:

$$\left.\begin{aligned}
&(\eta_A + \xi_A)^2 + (\eta_1 + \xi_1)^2 + \ldots\ldots + (\eta_B + \xi_B)^2 = [\eta^2] + [\xi^2] + 2\,[\eta\xi], \\
&\frac{1}{q_{\overline{A,1}}}\,(\sin R'_{A,1} + \cos R'_{A,1})^2 + \frac{1}{q_{\overline{1,2}}}\,(\sin R'_{1,2} + \cos R'_{1,2})^2 + \ldots\ldots \\
&+ \frac{1}{q_{\overline{7,B}}}(\sin R'_{7,B} + \cos R'_{7,B})^2 = \left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + 2\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right].
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Es wird jedoch dem Rechner empfohlen, den strengen Ausgleich sehr sorgfältig und mit viel Aufmerksamkeit durchzuführen, um auf die Ausführung obig entwickelter Kontrollen verzichten zu können, da dies doch einen beachtlichen Mehraufwand an Zeit verursacht.

Für einen geübten Rechner ist eine fehlerfreie strenge Ausgleichung, wie die Erfahrung gelehrt hat, auch ohneweiters möglich.

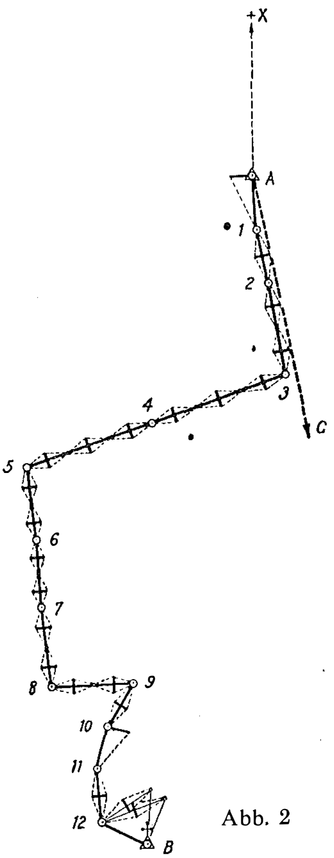

Abb. 2

ad 2) *Polygonzug mit nur einer Anschlußrichtung* (Abb. 2)

Durch das Fehlen der Winkelbedingungsgleichung bedarf es nun keiner gruppenweisen Ausgleichung mit umgeformten Bedingungsgleichungen wie bei den Polygonzügen mit Richtungsanschluß und Richtungsabschluß.

Der Rechnungsgang gestaltet sich hier folgendermaßen:

1. Mit den gemessenen Brechungswinkeln β' werden in üblicher Weise die orientierten Richtungen R' und die vorläufigen Koordinatenunterschiede $\triangle y' = s' \sin R'$ und $\triangle x' = s' \cos R'$ sowie die vorläufigen Koordinaten y' und x' und die Abschlußdifferenzen

$$\left.\begin{aligned} fy &= (y_B - y_A) - [\triangle y'] \\ fx &= (x_B - x_A) - [\triangle x'] \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (11)$$

bestimmt.

Numerisch in Tabelle IV ersichtlich.

2. Es werden nun die Koordinatendifferenzen

$$y_B - y' \quad \text{u.} \quad x_B - x' \quad \ldots \quad (12)$$

für die einzelnen Polygonpunkte ermittelt.

Tabelle IV

Punkt	$+v$ β' g c cc	$+\delta R$ R' g c cc	$+\lambda$ S_m'	$+\delta\Delta y$ $\Delta y_m'$	$+\delta\Delta x$ $\Delta x_m'$	y_m	x_m
C							
	+ 1	187 82 81					
A	8 79 16	+ 1	— 4		+ 4	+1896,15	347 012,02
	+ 3	196 61 97	70,065	+ 3,719	— 69,966		
1	189 99 68	+ 4	— 10	— 3	+ 10	+1899,87	346 942,06
	+ 6	186 61 65	74,042	+ 15,451	— 72,412		
2	203 35 00	+ 10	— 12	— 4	+ 12	+1915,32	346 869,66
	+ 11	189 96 65	121,712	+ 19,103	—120,203		
3	288 66 47	+ 21	— 8	+ 5	+ 8	+1934,42	346 749,46
	— 8	278 63 12	188,254	—177,748	— 62,010		
4	200 08 83	+ 13	— 6	+ 5	+ 5	+1756,67	346 687,46
	— 26	278 71 95	177,794	—167,953	— 58,331		
5	112 53 14	— 13	— 4	+ 1	+ 5	+1588,72	346 629,14
	— 23	191 25 09	93,882	+ 12,862	— 92,998		
6	206 77 91	— 36	— 4	+ 5	+ 4	+1601,59	346 536,14
	— 21	198 03 00	92,460	+ 2,861	— 92,416		
7	194 71 30	— 57	— 7	+ 9	+ 8	+1604,45	346 443,73
	— 18	192 74 30	105,385	+ 11,987	—104,701		
8	104 79 90	— 75	+ 2	+ 1	+ 13	+1616,45	346 339,04
	— 6	97 54 20	108,599	+108,518	+ 4,192		
9	335 54 62	— 81	— 7	+ 11	+ 2	+1724,97	346 343,24
	— 8	233 08 82	67,216	— 33,384	— 58,340		
10	186 31 54	— 89	— 2	+ 8		+1691,60	346 284,91
	— 9	219 40 36	56,051	— 16,821	— 53,468		
11	177 53 45	— 98	— 10	+ 11	+ 10	+1674,78	346231,44
	— 7	196 93 81	72,851	+ 3,503	— 72,767		
12	132 16 46	— 105	— 1	+ 4	+ 10	+1678,30	346 158,68
		129 10 27	66,429	+ 59,608	— 29,321		
B						+1737,91	346 129,37
				—158,294	—882,741	—158,24	— 882,65

$f_y = +0{,}054 \quad f_x = +0{,}091$

3. Weiters folgt die Bestimmung der Seitengewichte; dies geschieht wieder in gleicher Weise wie beim ersten Beispiel und bedarf keiner weiteren Erklärung.

Numerisch der Tabelle VI zu entnehmen.

4. Aufstellung und Berechnung der Koeffizienten der Normalgleichungen der Korrelaten:

$$\left.\begin{array}{l}
\left\{\left[\dfrac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\left(x_B - x'\right)^2\right]\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{1}{\rho^2}\right\} k_1 + \\
\qquad + \left\{\left[\dfrac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{1}{\rho^2}\right\} k_2 - fy = 0 \\
\left\{\left[\dfrac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{1}{\rho^2}\right\} k_1 + \\
\qquad + \left\{\left[\dfrac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\left(y_B - y'\right)^2\right]\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{1}{\rho^2}\right\} k_2 - fx = 0
\end{array}\right\} \quad . \; . \; . \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\left(x_B - x'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = a && N = ab - c^2 \\
&\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\left(y_B - y'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = b && k_1 = \frac{1}{N}\left(bfy - cfx\right) \\
&\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = c, && k_2 = \frac{1}{N}\left(afx - cfy\right)
\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

Numerisch unter Koeffizientenentnahme aus Tabelle V und VI:

$$\begin{aligned}
a &= 0{,}14201 + 2{,}12567 = +\,2{,}26768 \\
b &= 0{,}22457 + 0{,}13119 = +\,0{,}35576 \\
c &= 0{,}01911 - 0{,}20439 = -\,0{,}18528
\end{aligned}$$

$$N = 0{,}77242$$

$$k_1 = +\,0{,}04670$$
$$k_2 = +\,0{,}28011$$

5. Bestimmung der Verbesserungen λ für die Seiten und ν für die Brechungswinkel:

$$\lambda = \frac{1}{q}\left(k_1 \sin R' + k_2 \cos R'\right) \quad \text{u.} \quad \nu^{cc} = \left\{(x_B - x')\,k_1 - (y_B - y')\,k_2\right\}\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^{cc}} \quad ..(15)$$

Numerisch der Tabelle VI zu entnehmen.

6. Die endgültige Koordinatenberechnung erfolgt wieder wie beim ersten Zug und kann daher als bekannt vorausgesetzt werden.

Die Zahlenwerte sind aus Tabelle VI zu ersehen. Sämtliche Berechnungen wurden bei diesem Zug mit einer Rechenmaschine fünfstellig ausgeführt.

Tabelle V

Punkt	y'	x'	$y_B - y'$	$x_B - x'$	$(y_B - y')^2$	$(x_B - x')^2$	$(y_B - y')(x_B - x')$
A	1896,15	347 012,02	− 158,24	− 882,65	25 040	779 071	+ 139 671
1	1899,87	346 942,05	− 161,96	− 812,68	26 231	659 636	+ 131 622
2	1915,32	869,64	− 177,41	− 740,27	31 474	548 000	+ 131 331
3	1934,42	749,44	− 196,51	− 620,07	38 616	384 487	+ 121 850
4	1756,67	687,43	− 18,76	− 558,06	352	311 431	+ 10 469
5	1588,72	629,10	+ 149,19	− 499,73	22 258	249 430	− 74 555
6	1601,58	536,10	+ 136,33	− 406,73	18 586	165 429	− 55 449
7	1604,44	443,68	+ 133,47	− 314,31	17 814	98 791	− 41 951
8	1616,43	338,98	+ 121,48	− 209,61	14 757	43 936	− 25 463
9	1724,95	343,18	+ 12,96	− 213,81	168	45 714	− 2 771
10	1691,57	284,84	+ 46,34	− 155,47	2 147	24 171	− 7 204
11	1674,74	231,37	+ 63,17	− 102,00	3 990	10 404	− 6 443
12	1678,25	158,60	+ 59,66	− 29,23	3 559	854	− 1 744
B	1737,91	129,37					
					204 992 $[(y_B - y')^2]$	3 321 354 $[(x_B - x')^2]$	+ 319 363 $[(y_B - y')(x_B - x')]$
					0,13119 $[(y_B - y')^2]\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$	2,12567 $[(x_B - x')^2]\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$	+ 0,20439 $[(y_B - y')(x_B - x')]\cdot\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$

Tabelle VI

Punkt	S_m'	q	$\sin R'$	$\cos R'$	$\frac{\sin^2 R'}{q}$	$\frac{\cos^2 R'}{q}$	$\frac{\sin R' \cos R'}{q}$	λ_{mm}	ν^{cc}	δR
A									+ 1,3	
	70	72,9	+0,053 07	−0,998 59	0,000 03	0,013 67	−0,00072	− 3,8		+ 1,3
1									+ 3,0	
	74	26,7	+0,208 68	−0,97798	0,001 63	0,035 82	−0,007 64	− 9,9		+ 4,3
2									+ 6,2	
	122	21,7	+0,156 95	−0,987 61	0,001 14	0,044 94	−0,00714	−12,4		+10,5
3									+10,6	
	188	17,3	−0,944 19	−0,329 39	0,051 53	0,006 27	+0,017 97	− 7,9		+21,1
4									− 8,5	
	178	21,5	−0,944 65	−0,328 08	0,041 50	0,005 00	+0,014 41	− 6,4		+12,6
5									−26,5	
	94	61,5	+0,137 00	−0,990 57	0,000 30	0,015 95	−0,00220	− 4,4		−13,9
6									−23,3	
	92	67,0	+0,030 94	−0,99952	0,000 01	0,014 91	−0,00046	− 4,2		−37,2
7									−21,2	
	105	39,5	+0,113 75	−0,993 51	0,000 33	0,024 99	−0,002 86	− 6,9		−58,4
8									−17,9	
	109	34,0	+0,99926	+0,038 60	0,029 37	0,000 04	+0,001 13	+ 1,7		−76,3
9									− 5,5	
	67	39,7	−0,496 66	−0,867 94	0,006 21	0,018 97	+0,010 86	− 6,7		−81,8
10									− 8,2	
	56	142,4	−0,300 10	−0,95391	0,000 63	0,006 39	+0,002 01	− 2,0		−90,0
11									− 9,2	
	73	28,2	+0,048 08	−0,998 84	0,000 08	0,035 38	−0,001 70	− 9,8		−99,2
12									− 7,4	
	66	87,0	+0,897 31	−0,44139	0,009 25	0,002 24	−0,004 55	− 1,0		−106,6
B										
					0,142 01	0,224 57	+0,019 11			
					$\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right]$			

ad 3) *Eingeketteter Polygonzug ohne Anschluß- und Abschlußrichtung* (Abb. 3)

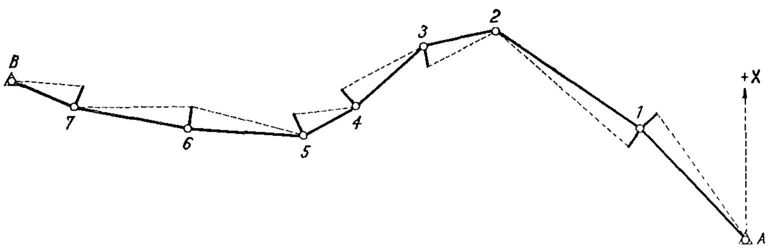

Abb. 3

Das Ausgleichsverfahren wurde in diesem Falle nach der Methode von Tárczy-Hornoch **) sinngemäß, bloß mit anderer Bezeichnungsweise und wieder unter

**) „Eine weitere Methode zur strengen Ausgleichung der Einrechnungszüge“ von A. Tárczy-Hornoch, Sopron, Berg- und Hüttenmännische Monatshefte, Band 94, Heft 5.

Berücksichtigung der für Feinpolygonzüge entwickelten Seitengewichte, geführt. Die ersten drei Punkte des Rechnungsganges sind dieselben wie unter ad 2). Die bezüglichen Zahlenwerte entnimmt man den Tabellen VII und IX.

4. Aufstellung und Berechnung der Koeffizienten der Normalgleichungen der Korrelaten.

Die Normalgleichungen nehmen nach A. Tárczy-Hornoch bei den Polygonzügen ohne Richtungsanschluß und Richtungsabschluß folgende Form an:

$$\left.\begin{aligned}
&\left\{\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\left(x_B - x'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2}\right\} k_1 + \left\{\left[\frac{\sin R'\cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2}\right\} k_2 + \\
&\qquad + \frac{x_B - x_A}{\rho^{cc}}\,\delta R_{A,1} - f y = 0 \\
&\left\{\left[\frac{\sin R'\cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2}\right\} k_1 + \left\{\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\left(y_B - y'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2}\right\} k_2 - \\
&\qquad - \frac{y_B - y_A}{\rho^{cc}}\,\delta R_{A,1} - f x = 0 \\
&\frac{x_B - x_A}{\rho^{cc}} k_1 - \frac{y_B - y_A}{\rho^{cc}} k_2 = 0
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Als dritte Unbekannte scheint die Korrektionsgröße $\delta R_{A,1}$ für die näherungsweise bestimmte orientierte Richtung $R'_{A,1}$ der ersten Polygonseite auf. Vorausgesetzt wird

Tabelle VII

Punkt	β' g c cc	$\delta R_{A,1}$ R' g c cc	$+\lambda$ S_m'	$+\delta\triangle y$ $\triangle y_m'$	$+\delta\triangle x$ $\triangle x_m'$	y_m	x_m
A		− 8	− 8	+ 2	− 10	+345,00	348 597,63
	− 1	351 73 44	204,139	−140,363	+148,227		
1	185 72 82		− 13	+ 7	− 13	+204,64	348 745,85
	− 2	337 46 07	230,120	−191,413	+127,735		
2	149 57 31		− 1	+ 2	− 3	+ 13,23	348 873,57
	− 2	287 03 36	98,501	− 96,466	− 19,921		
3	167 24 28		− 1	+ 4	− 3	− 83,23	348 853,64
	− 1	254 27 62	119,599	− 90,058	− 78,699		
4	213 98 32			+ 1	− 3	−173,28	348 774,94
		268 25 93	78,556	− 68,994	− 37,561		
5	236 14 14		− 4	+ 3	− 6	−242,28	348 737,38
		304 40 07	152,537	−152,172	+ 10,542		
6	207 03 88		− 4	+ 3	− 6	−394,45	348 747,92
		311 43 95	154,012	−151,531	+ 27,531		
7	214 11 86		− 1	− 1	− 4	−545,98	348 775,44
		325 55 81	87,189	− 80,255	+ 34,074		
B						−626,23	348 809,51
				−971,252	+211,928	−971,23	+ 211,88

$f_y = +0{,}022 \quad f_x = -0{,}048$

also die Kenntnis eines Näherungswertes des Richtungswinkels dieser Seite mit einer Genauigkeit unter 10′. Gegebenenfalls genügt hiezu die Messung des Richtungswinkels mit einem Kompaß.

Der endgültige Richtungswinkel der ersten Polygonseite nach der Ausgleichung ist daher $R_{A,1} = R'_{A,1} + \delta R_{A,1}$.

Durch obiges Gleichungssystem wurde demnach nach Tárczy-Hornoch jener Wert von $\delta R_{A,1}$ bestimmt, bei welchem die bekannte Minimumsbedingung der Verbesserungsquadrate erfüllt ist.

Um nun zu einer einfacheren Schreibweise der Normalgleichungen zu gelangen, werden entsprechende Ausdrücke dieser Gleichungen wieder zusammengefaßt:

$$\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right] + \left[\left(x_B - x'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = a \qquad \frac{x_B - x_A}{\rho^{cc}} = A_1$$

$$\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right] + \left[\left(y_B - y'\right)^2\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = b \qquad \frac{y_B - y_A}{\rho^{cc}} = A_2$$

$$\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right] - \left[\left(y_B - y'\right)\left(x_B - x'\right)\right]\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{\rho^2} = c \qquad \ldots (17)$$

Die Normalgleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned} a\,k_1 + c\,k_2 + A_1\,\delta R_{A,1} - fy &= 0 \\ c\,k_1 + b\,k_2 - A_2\,\delta R_{A,1} - fx &= 0 \\ A_1\,k_1 - A_2\,k_2 \qquad\qquad &= 0 \end{aligned}$$

Aus der dritten Gleichung kann nun k_2 durch k_1 ausgedrückt werden und durch Einsetzen dieses Wertes in die beiden ersten Gleichungen erhält man k_1 u. $\delta R_{A,1}$.

Die Zahlenwerte für die Koeffizienten der Normalgleichungen sind den Tabellen VIII und IX zu entnehmen.

$$\begin{aligned} a &= 0{,}89080 + 0{,}01372 = +\,0{,}90452 & A_1 &= 0{,}331 \\ b &= 0{,}37387 + 1{,}15635 = +\,1{,}53022 & A_2 &= -\,1{,}525 \\ c &= -\,0{,}38707 + 0{,}03087 = -\,0{,}35620 \end{aligned}$$

$$k_1 = +\,0{,}02866 \qquad k_2 = -\,0{,}00622 \qquad \delta R_{A,1} = -\,18{,}5^{cc}.$$

Punkt 5 des Rechnungsganges ist wieder derselbe wie unter ad 2); die Zahlenwerte sind der Tabelle IX zu entnehmen.

Der erforderliche Zeitaufwand für den strengen Ausgleich von Polygonzügen hängt in erster Linie von der Übung des betreffenden Rechners und von der Anzahl der auszugleichenden Punkte ab. Auch ist bei Massenberechnungen das Vorhandensein entsprechender Vordrucke für den Ausgleich der drei besprochenen Zugtypen unerläßlich.

Für den strengen Ausgleich eines Polygonzuges von ca. 1 *km* Länge und 6—8 Standpunkten benötigte man bei Vorhandensein entsprechender Vordrucke und auf Grund der Ergebnisse von 20 streng ausgeglichenen Zügen im Durchschnitt 2—3 Stunden.

Tabelle VIII

Punkt	y'	x'	$y_B - y'$	$x_B - x'$	$(y_B - y')^2$	$(x_B - x')^2$	$(y_B - y')(x_B - x')$
A	+ 345,00	+ 348 597,63	− 971,23	+211,88			
1	+ 204,64	745,86	− 830,87	+ 63,65	690 345	4 051	− 52 885
2	+ 13,23	873,60	− 639,46	− 64,09	408 909	4 108	+ 40 983
3	− 83,24	853,68	− 542,99	− 44,17	294 838	1 951	+ 23 984
4	− 173,30	774,98	− 452,93	+ 34,53	205 146	1 192	− 15 640
5	− 242,29	737,42	− 383,94	+ 72,09	147 410	5 197	− 27 678
6	− 394,46	747,96	− 231,77	+ 61,55	53 717	3 788	− 14 265
7	− 545,99	775,49	− 80,24	+ 34,02	6 438	1 157	− 2 730
B	− 626,23	809,51					
					1806 803	21 444	− 48 231
					$[(y_B - y')^2]$	$[(x_B - x')^2]$	$[(y_B - y')(x_B - x')]$
					1,156 35	0,013 72	−0,030 87
					$[(y_B - y')^2]\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$	$[(x_B - x')^2]\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$	$[(y_B - y')(x_B - x')]\frac{1}{p}\frac{1}{\rho^2}$

Tabelle IX

Punkt	s_m'	q	$\sin R'$	$\cos R'$	$\frac{\sin^2 R'}{q}$	$\frac{\cos^2 R'}{q}$	$\frac{\sin R' \cos R'}{q}$	λ_{mm}	ν^{cc}	δR
A										
	204	2,9	−0,687 58	+0,726 11	0,163 02	0,181 80	−0,172 16	− 8		−18,5
1									− 1,4	
	230	2,1	−0,831 80	+0,555 08	0,329 47	0,146 72	−0,219 86	−13		−19,9
2									− 2,4	
	99	25,8	−0,979 34	−0,202 24	0,037 17	0,001 58	+0,00767	− 1		−22,3
3									− 1,9	
	120	14,5	−0,75300	−0,658 02	0,039 10	0,029 86	+0,034 17	− 1		−24,2
4									− 0,7	
	79	50,7	−0,878 28	−0,478 15	0,015 21	0,004 51	+0,008 28	0		−24,9
5									− 0,1	
	153	7,0	−0,997 61	+0,069 11	0,142 17	0,000 68	−0,009 85	− 4		−25,0
6									+ 0,1	
	154	6,8	−0,983 89	+0,178 76	0,142 36	0,004 70	−0,025 86	− 4		−24,9
7									+ 0,2	
	87	38,0	−0,92048	+0,390 80	0,022 30	0,004 02	−0,009 46	− 1		−24,7
B										
					0,890 80	0,373 87	−0,38707			
					$\left[\frac{\sin^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\cos^2 R'}{q}\right]$	$\left[\frac{\sin R' \cos R'}{q}\right]$			