

Paper-ID: VGI_196111



Über die Berücksichtigung der Variation der magnetischen Deklination bei geodätischen Arbeiten

Franz Ackerl ¹

¹ Hochschule für Bodenkultur, Wien XIX, Peter-Jordan-Straße 82

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **49** (4, 5, 6), S. 97–105, 129–136, 161–169

1961

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Ackerl_VGI_196111,  
  Title = {{\U}ber die Ber{\u}cksichtigung der Variation der magnetischen  
    Deklination bei geod{\a}tischen Arbeiten},  
  Author = {Ackerl, Franz},  
  Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {97--105, 129--136, 161--169},  
  Number = {4, 5, 6},  
  Year = {1961},  
  Volume = {49}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Josef Mitter

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1961

49. Jg.

Über die Berücksichtigung der Variation der magnetischen Deklination bei geodätischen Arbeiten

Von *Franz Ackerl*, Wien

Neuerungen, Fortschritte und Erfindungen kommen in der Regel immer nur dann zu praktischer Anwendung, wenn hiedurch eine Verbesserung des bisherigen Zustandes zu erwarten ist.

Auf den Gebieten der Geodäsie und Photogrammetrie, die seit jeher in der Überschneidung zahlreicher Wissensgebiete liegen, wird die Entwicklung in besonderem Maße von dem Fortschritt der grundlegenden Wissenschaften gelenkt und gefördert. Als je ein Beispiel sei genannt, die Einführung der elektro-optischen Entfernungsmesser und die Ausnutzung aller von modernen Rechenanlagen gebotenen Möglichkeiten.

Echter Fortschritt auf instrumentalem Gebiet war früher sehr an die Überwindung der Fehler beim Material und dessen feinmechanischer Bearbeitung gebunden. Die hier maßgebenden Mängel sind durch den technischen Fortschritt, z. B. auf dem Gebiet der Metallurgie, durch Erzeugung neuer oder verbesserter Glassorten für optische Zwecke, durch Erfindung von neuen Maschinen und Einführung von genaueren Arbeitsverfahren wohl laufend verringert worden. Aber die Wirkung dieser Präzisionssteigerung war niemals so bestimmend und ausschlaggebend für die Steilheit oder Schnelligkeit des Fortschrittes, wie die durch günstige Umstände oder geniale Erkenntnisse veranlaßte Einführung von neuen Konstruktionselementen oder -verfahren. Als Beispiel aus früherer Zeit ist der von *H. Wild* bewirkte Umbruch im Bau geodätischer Instrumente zu nennen. Obwohl die von *Wild* benutzten Mittel — wie etwa Planplatte, Keil usw. — im Bereich der Optik einfache Gebilde darstellen, war die Verwendung dieser Glieder beim Bau von geodätischen und photogrammetrischen Instrumenten von besonderer Bedeutung.

Mit den neuen Instrumenten wurden ziemlich alle vorher maßgebenden Anschauungen über die Wirtschaftlichkeit verschiedener Meßverfahren ungültig, weil entweder die erhöhte Präzision einen geringeren Zeitaufwand ermöglichte oder überhaupt die Anwendung eines Verfahrens gestattete, das man früher wegen zu geringer Genauigkeit ablehnte. Dieser letzte Zustand war beispielsweise für alle Arbeiten mit Verwendung von Bussoleninstrumenten gegeben, da allein schon die von rein instrumentalen Unvollkommenheiten bedingten „Messungsfehler“ vielfach größer waren als die Toleranzen für untergeordnete Arbeiten. Mit der Verfügbarkeit des *Wild*-Bussolentheodolits, des später mit TO bezeichneten Instrumentes, sanken die Instrumentfehler auf $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$ derjenigen von Bussoleninstrumenten alter Ausführung. Bei diesen muß man einen Einschwingfehler¹⁾ von mindestens $\pm 5'$ annehmen, der bei geringerem Kreisdurchmesser auf einen vielfachen Betrag ansteigen kann. Die ausgeführten Untersuchungen des *Wild*-Bussolentheodolits²⁾ haben indessen erwiesen, daß — vom Instrument her — die Fehler der beobachteten magnetischen Nordwinkel bei rund $1'$ liegen. Damit aber bestünde eine für die Lösung von sehr vielen Vermessungsaufgaben ausreichende Genauigkeit, wenn die Lage des Null-Durchmessers bei jeder Beobachtung bekannt wäre.

Sieht man davon ab, daß der Einschwingfehler einen mit der Zielrichtung veränderlichen Anteil zeigen kann — verursacht durch eine von der Zielrichtung abhängige Reibung des Spitzenlagers der Magnetnadel bzw. des Nadel-Satzes —, dann ist die Lage des Null-Durchmessers allein durch die Horizontalkomponente der magnetischen Richtkraft bestimmt. In früheren Zeiten, als die Größe des Einschwingfehlers die während einer Vermessungsarbeit eintretende Änderung der magnetischen Deklination teilweise überdeckte, war Berechtigung vorhanden, von deren Berücksichtigung abzusehen. Die Genauigkeit der mit dieser Annahme ausgeführten Arbeiten war daher wesentlich von dem Einschwingfehler des verwendeten Instruments abhängig und damit ergab sich für solche Arbeiten höchstens eine Tauglichkeit für topographische Zwecke.

In dem Augenblick, als der früher erwähnte Bussolen-Theodolit von *Wild* zur Verfügung stand, hätte eine Wendung eintreten können, weil schon damals die Möglichkeit gegeben war, die laufenden Registrierungen der magnetischen Observatorien für die Reduktion der Bussolenmessungen — mit nun entsprechend hoher innerer Genauigkeit — zu verwenden. Auch als später in vielen sehr wertvollen Arbeiten³⁾

1) *F. Ackert*: Geodäsie und Photogrammetrie, I. Teil (Instrumente und Verfahren der Vermessung) Wien 1950, S. 178.

2) a) *H. Rohrer*: Versuchsmessungen mit Wild-Bussoleninstrumenten. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen 1934, Heft 5.

b) *Z. Tomašegovic*: Bussolen-Theodolit Wild TO als Distanzmesser. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1951, Heft 7.

3) a) *G. Staub*: Die magnetische Deklination als vermessungstechnisches Orientierungsmittel. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, Winterthur 1947, Heft 10, 11 mit ausführlichem Literaturverzeichnis 1 . . . 30 auf Seite 254 — 256.

b) *G. Staub*: Die Bewegung des erdmagnetischen Feldes. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1948, Heft 6.

c) *G. Staub*: Erdmagnetismus und Bussolenvermessung. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1950, Heft 1.

empfohlen und gezeigt worden war, wie die Variation der Deklination zu berücksichtigen sei, wurde die gegebene Möglichkeit nur in Einzelfällen⁴⁾ benützt. Das einzige Hindernis bestand in der Tatsache, daß der von den magnetischen Warten beobachtete Verlauf der Komponenten der magnetischen Richtkraft nicht sofort verfügbar ist und auch heute noch einige Zeit vergeht, bis die notwendigen Angaben erhältlich sind.

Erfahrungen bester Art, die sich im letzten Krieg mit sehr langen Bussolenzügen ergaben, bei deren Rechnung die von mehreren Observatorien registrierte Variation der magnetischen Deklination berücksichtigt worden war, veranlaßten Studien über die Verwendbarkeit solcher Rechnungsverfahren bei den Aufgaben der gewöhnlichen Vermessungspraxis. Die hierbei zu beachtenden Grundsätze und einige vorläufige Ergebnisse werden nachfolgend mitgeteilt.

Vorweggenommen sei, daß grundsätzlich zwei Möglichkeiten für die Berücksichtigung der Variation der magnetischen Deklination bestehen. Das strenge Verfahren ist immer erst dann anwendbar, wenn die registrierten Werte der Deklination für jenen Zeitabschnitt vorliegen, in dem die Vermessungsarbeiten stattfanden. Zur praktisch stets ausführbaren genäherten Berücksichtigung der Variation der Deklination wird deren durchschnittlicher Ablauf benützt, der durch langjährige Beobachtungen mit verhältnismäßig großer Genauigkeit bekannt ist.

Keines der beiden Verfahren aber kann lokale Anomalien berücksichtigen, die im Vermessungsgebiet unbekannt vorkommen.

Grundlagen

Die von einem Punkt P ausgehenden Richtungen können entsprechend Abb. 1 auf den magnetischen Meridian MM (auch MN oder „magnetisch Nord“), auf den astronomischen Meridian AM (auch AN oder „Astronomisch Nord“) und auf die Nullrichtung für die Zählung der geodätischen Richtungswinkel bezogen werden. Diese Nullrichtung ist mit GN („geodätisch Nord“) bezeichnet und verläuft parallel zur Abszissenachse des gewählten Koordinatensystems.

Die Abweichungen zwischen den drei Bezugsrichtungen, nämlich die magnetische Deklination D bzw. die Meridiankonvergenz γ , sind als Orts- und Zeitfunktion bzw. als Ortsfunktion in P definiert durch jenen Winkel, um den der astronomische Meridian AM zu drehen ist, damit er in den magnetischen Meridian MM bzw. in geodätisch Nord GN übergeht. Damit ergeben sich für jede von P ausgehende Richtung drei mögliche Festlegungen, nämlich

1. astronomisches Azimut α
2. magnetischer Nordwinkel ω
3. geodätischer Richtungswinkel t

Aus Abb. 1 sind die folgenden Beziehungen ablesbar

$$\omega + D = \alpha, \quad t + \gamma = \alpha. \quad . . . (1)$$

Es ist zu beachten, daß der magnetischen Deklination D und der Meridiankonvergenz γ der Charakter einer Verbesserung zugeteilt wurde. Die Beobachtungswerte „ma-

⁴⁾ *K. Ebinger*: Praktische Hinweise für Arbeiten mit Bussolentheodoliten, Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 1950, Heft 1.

gnetischer Nordwinkel ω “ bzw. „geodätischer Richtungswinkel t “ gehen durch Zugabe dieser Verbesserungen D bzw. γ in das astronomische Azimut α über. Der Zusammenhang zwischen beobachteten magnetischen Nordwinkeln ω und den entsprechenden geodätischen Richtungswinkeln ergibt sich aus

$$\omega + D = t + \gamma, \quad \dots (2)$$

$$t = \omega + D - \gamma, \quad \dots (3)$$

$$t = \omega + N, \quad \dots (4)$$

$$N = D - \gamma. \quad \dots (5)$$

Die Größe N wird als „Nadelabweichung“ bezeichnet und hat wieder den Charakter einer Verbesserung, deren Zugabe zum beobachteten magnetischen Nordwinkel ω diesen in den gesuchten geodätischen Richtungswinkel t verwandelt.

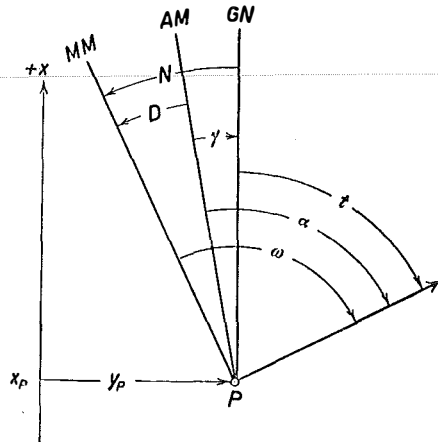


Abb. 1

Durch die mit (5) gegebene Zusammenwirkung von D und γ wird die Nadelabweichung N eine Zeit-Ortsfunktion, deren kennzeichnende Merkmale hauptsächlich durch die Variation der Deklination bestimmt sind.

Bei allen praktischen Arbeiten ist die reine Ortsfunktion „Meridiankonvergenz“ wahlweise durch die folgenden Näherungen⁵⁾ darstellbar, nämlich

$$\gamma \doteq \lambda \sin \varphi \doteq \frac{y}{R} \operatorname{tg} \varphi. \quad \dots (6)$$

Hier bedeutet

λ den Unterschied der gegen Osten positiv gezählten geographischen Längen des Punktes P und des als Abzissenachse des Koordinatensystems angenommenen Bezugsmeridians,

φ die geographische Breite von P ,

y die Ordinate von P (in Metern),

R den Radius der Schmiegunskugel für das Vermessungsgebiet oder den Erdradius schlechweg (in Metern).

⁵⁾ a *F. Ackert*: Geodäsie und Photogrammetrie, I. Teil, 1950, S. 182.

b *Jordan-Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde III/1, 8. Auflage, 1939, S. 330, 333, 328.

c *Jordan-Eggert*: Handbuch der Vermessungskunde III/2, 8. Auflage, 1941, S. 122, 159; 160.

d *Jordan-Eggert-Kneißl*: Handb. d. Verm.-Kunde IV/2, 1959, S. 777; 775 (hier κ für γ gesetzt).

Wird γ mit dem zweiten Teil der Formel (6) bestimmt, so ist in diesem noch ρ einzuführen, um Winkelmaß zu erhalten. Für die mittlere geographische Breite von Österreich, nämlich $47^{\circ}45'$, ist der zugeordnete Krümmungsradius der Schmiegunskugel zum Ellipsoid von Bessel durch $\lg R=6,8047804$ gegeben. Damit entsteht für alle praktischen Zwecke ausreichend genau

$$\gamma \doteq 0,03233'' \cdot y \operatorname{tg} \varphi. \quad . . . (7)$$

Die sehr geringe Abhängigkeit von der geographischen Breite wird aus den folgenden 3 Werten erkennbar, die für die Nordgrenze, die erwähnte Mittelbreite und die Südgrenze Österreichs gelten.

$$\gamma_N \doteq 0,03697'' \cdot y, \quad \gamma_M \doteq 0,03559'' \cdot y, \quad \gamma_S \doteq 0,03387'' \cdot y, \quad . . . (8)$$

y in Metern.

Will man, aus später erklärten Gründen, eine Richtungsgenauigkeit von $0,2' \dots 0,3'$ einhalten, dann darf z. B. in ganz Österreich mit den Formeln

$$\gamma_M = \gamma \doteq 0,03559'' \cdot y, \quad (y \text{ in Metern})$$

$$\gamma \doteq 0,6' \cdot y, \quad (y \text{ in Kilometern}) \quad . . . (9)$$

gerechnet werden, wenn die Ost-West-Erstreckung des Vermessungsgebietes, d. h. die Ordinattendifferenz Δy , den Betrag von 10 km nicht überschreitet.

Die Variation der magnetischen Deklination D beeinflusst die Veränderlichkeit der Nadelabweichung N in dreierlei Hinsicht.

a) Säkularvariation der magnetischen Deklination

Bei Beachtung der von *Toperczer*⁶⁾ aus den bis 1945 verfügbaren Beobachtungen auf 5 mitteleuropäischen magnetischen Warten entwickelten Darstellung für den Ablauf der magnetischen Deklination D in *Wien*, nämlich

$$D = -3,3520 + 0,1470(t - 1935) - 0,001680(t - 1935)^2 \quad . . . (10)$$

ergibt sich

$$D_{1960,0} - D_{1961,0} = -3,7'.$$

Da die Berücksichtigung anderer Unterlagen⁷⁾ für die gleiche Differenz den Betrag $-5,4'$ liefert, darf man annehmen, daß als Folge der Säkularvariation am gleichen Ort in Österreich derzeit (1961,0) der Absolutwert der magnetischen Deklination in einem Jahr um etwa $4' \dots 5'$ abnimmt. Stimmt man wieder der vorhin erwähnten Genauigkeitsbeschränkung auf $0,2' \dots 0,3'$ zu, dann darf die Säkularvariation vernachlässigt werden, wenn die betreffende Vermessungsarbeit am gleichen Ort innerhalb von 20...30 Tagen beendet ist.

b) Abhängigkeit der magnetischen Deklination von der geographischen Länge.

Die letzte erdmagnetische Vermessung (EMV) Österreichs ergab im Zeitpunkt 1930,0 zwischen dem westlichsten Punkt *Bregenz* und dem östlichsten Punkt *Hainburg* mit dem geographischen Längenunterschied $\Delta\lambda = 7^{\circ}13,6'$ einen Unterschied der

6) a *M. Toperczer*: Die säkulare Veränderung der erdmagnetischen Elemente, in: Jahrbuch 1947 der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik.

b a. a. O., F. 5, S. 181.

7) a. a. O., F. 5, S. 180, und dortiges Literaturverzeichnis Nr. 43, S. 189, Nr. 44, S. 190,

magnetischen Deklinationen $\Delta D = 3017,5'$. Im gleichen Zeitpunkt sinkt daher mit jeder Längenminute Ostbewegung der Absolutbetrag der magnetischen Deklination (ohne Rücksicht auf etwaige lokale Störungen) um $0,456'$. Das bedeutet auch, daß sich die magnetischen Deklinationen in 2 Punkten mit dem geographischen Längenunterschied von $2,195'$ im gleichen Zeitpunkt um $1'$ unterscheiden. Dieser Längendifferenz entspricht in der Mittelbreite $\varphi_M = 47045'$ von Österreich eine Ordinaten Differenz von rund $2,8$ km, so daß sich als praktische Faustregel ergibt:

Für 2 Punkte mit Ost-West Abstand von 1 km ist im gleichen Zeitpunkt der Absolutwert der magnetischen Deklination im östlich gelegenen Punkt um rund $0,4'$ kleiner als im westlichen Punkt.

So ist erkennbar, daß die Einhaltung der mehrmals erwähnten Richtungsgenauigkeit von $0,2'$ nur dann möglich ist, wenn die im gleichen Zeitpunkt bestehende Änderung der magnetischen Deklination bereits in Ordinatenabständen von rund $0,5$ km berücksichtigt wird.

c) Tägliche Variation der magnetischen Deklination

Unter Verzicht auf eine ausführliche Begründung soll vorerst angenommen werden, daß die Variation nach einem mittleren Gang erfolgt, der sich durch harmonische Analyse der fortlaufenden Registrierung der magnetischen Deklination auf einer magnetischen Warte ergab. Durch Abgrenzung bestimmter Zeitabschnitte, z. B. einzelner Monate, bringt die harmonische Analyse den geglätteten Ablauf der magnetischen Deklination in diesen Monaten. Unterwirft man einen größeren Zeitraum, z. B. den in drei Monatsabschnitten erfaßten Sommer, der harmonischen Analyse, dann stimmt das Ergebnis — die sogenannte Saisonkurve für den Sommer — in den wesentlichen Zügen mit jener Darstellung überein, die durch Mittelbildung von einander entsprechenden Amplituden der einzelnen Monate entsteht. Von Bedeutung ist es, daß die über gleichen Zeitabschnitten liegenden Saisonkurven in verschiedenen Epochen sich gut decken.

Als Zeugnis hiefür dient die Tabelle 1. In den beiden ersten Zeilen sind die Abweichungen der Sommersaisonkurve (Mai-September) des Jahres 1946 bzw. 1948 vom Mittelwert der großen Tagesamplitude des betreffenden Zeitraumes angegeben⁸⁾. Die in der letzten Zeile stehenden Unterschiede Δ dieser Abweichungen geben für den ganzen Zeitraum den Mittelwert $\pm 0,42'$. Der in der Reihe dieser Werte noch erkennbare periodische Einfluß ist rechnerisch tilgbar. Nach seiner Ausschaltung verbleiben Reste von rund $0,1'$, maximal $0,3'$.

Tabelle 1

τ	6h	7h	8h	9h	10h	11h	12h	13h	14h	15h	16h	17h	18h
1946	+4,2	+5,5	+6,1	+5,6	+3,7	+0,7	-2,6	-5,1	-6,2	-5,7	-4,3	-2,4	-0,6
1948	+4,3	+5,9	+6,8	+6,5	+4,4	+1,1	-2,5	-5,5	-6,7	-6,2	-4,4	-2,3	-0,4
Δ	+0,1	+0,4	+0,7	+0,9	+0,7	+0,4	+0,1	-0,4	-0,5	-0,5	-0,1	+0,1	-0,2

⁸⁾ Entnommen aus: a. a. O., F. 3 a, Fig. 2 e
a. a. O., F. 3 c, Fig. 5.

Im gewählten Fall könnte daher die für den Sommer 1946 abgeleitete Saisonkurve zur Reduktion von zeitpunktgleichen Beobachtungen im Jahr 1948 verwendet werden, wobei durch diesen Vorgang keine größeren Fehler als bis zu $0,3'$ eintreten.

Das folgende Beispiel läßt erkennen, daß die auf irgendeiner magnetischen Warte gewonnenen Saisonkurven auch zur Reduktion von Beobachtungen in Gebieten noch gut verwendbar sind, die von dem Standort des Observatoriums nicht allzu weitab liegen.

Die erste Zeile der Tabelle 2 enthält die vom magnetischen Observatorium der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik in Wien am 12. Juli 1956 registrierten Werte der magnetischen Deklination. In der zweiten Zeile sind nochmals die schon in der Tabelle 1 gebrachten Abweichungen der Saisonkurve 1946 (1. 5. — 30. 9.) angegeben, die zufolge⁹⁾ aus den Registrierungen der Schweizerischen Meteorologischen Zentralanstalt in Regensburg entwickelt ist. Zieht man die in einem bestimmten Zeitpunkt τ (z. B. 12 Uhr) geltende Abweichung $a_\tau = \alpha_{12} = -2,6'$ von der im gleichen Zeitpunkt beobachteten magnetischen Deklination ($D_b = -53,5'$) ab, so ergibt sich ein genäherter Betrag D_o (nämlich $-50,9'$) für den Mittelwert der um die tägliche Variation reduzierten Deklination.

Fügt man zu diesem Betrag $D_o = -50,9'$ die Abweichungen a_τ , so entstehen die Werte $D_g = D_o + a_\tau$ der dritten Zeile. Sie zeigen genähert den Ablauf der magnetischen Deklination in Wien unter der Annahme, daß ein einziger Deklinationswert — nämlich der um 12 Uhr beobachtete — als Träger der vor 10 Jahren in der Schweiz ermittelten Saisonkurve benutzt wird.

In der vierten Zeile sind die Widersprüche $w = D_b - D_g$ gebildet. Sie lassen einen auch theoretisch zu erwartenden systematischen Einfluß erkennen, mit dessen genäherter Beseitigung (durch Hinzugabe von $-1,14'$) die Widersprüche w' der fünften Zeile entstehen. Der diese Reihe kennzeichnende mittlere Widerspruch beträgt $w_m' \doteq \pm 0,6'$.

Tabelle 2

Wien (Kobenzl)	8h	9h	10h	11h	12h	13h	14h	15h	16h	17h	18h
12. Juli 1956 D_b	-43,9	-42,9	-46,0	-49,4	-53,5	-55,1	-56,1	-55,2	-54,4	-51,9	-49,8
a_τ	+ 6,1	+ 5,6	+ 3,7	+ 0,7	- 2,6	- 5,1	- 6,2	- 5,7	- 4,3	- 2,4	- 0,6
$D_g = D_o + a_\tau$	-44,8	-45,3	-47,2	-50,2	-53,5	-56,0	-57,1	-56,6	-55,2	-53,3	-51,5
$w = D_b - D_g$	+ 0,9	+ 2,4	+ 1,2	+ 0,8	0,0	+ 0,9	+ 1,0	+ 1,4	+ 0,8	+ 1,4	+ 1,7
w'	- 0,2	+ 1,3	+ 0,1	- 0,3	- 1,1	- 0,2	- 0,1	+ 0,3	- 0,3	+ 0,3	+ 0,6

Dieses Beispiel, aus einer großen Reihe von gleichartigen willkürlich herausgegriffen, zeigt deutlich, daß gut ermittelte Saisonkurven die Berücksichtigung des mittleren Ganges der täglichen Variation der magnetischen Deklination ziemlich zutreffend ermöglichen.

⁹⁾ A. a. O., F. 3 a, S. 223.

Es soll schließlich noch gezeigt werden, wie weit feldmäßig ausgeführte Beobachtungen mit einem *Wild*-Bussolentheodolit TO die erst später verfügbaren Aufzeichnungen eines magnetischen Observatoriums wiedergeben.

Auf einem trigonometrischen Punkt in *Unteralberndorf*, N.-Ö., dem Übungsgebiet der Lehrkanzel für Geodäsie und Photogrammetrie der Hochschule für Bodenkultur, wurden am 17. Juli 1957 mit dem Bussolentheodolit *Wild* TO, Nr. 25774, die Richtungen ω' nach gleichmäßig im Horizont verteilten Zielen in Zeitintervallen von 2 Minuten beobachtet. Die bekannten geodätischen Richtungswinkel t ergaben für jede Beobachtung einen Wert $K = t - \omega'$, der sich von der im Zeitpunkt der Messung bestehenden Nadelabweichung N um eine Instrumentenkonstante k und die begangenen Beobachtungsfehler unterscheidet.

Tabelle 3

Zeit τ^h	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5
D —'	33,6	34,2	35,7	37,7	39,7	40,8	43,1	44,7	46,2	47,7
K —'	36,2	37,8	39,9	40,5	42,7	44,5	45,5	47,9	49,8	49,9
$(\gamma - k)$ '	+ 2,6	+ 3,6	+ 4,2	+ 2,8	+ 3,0	+ 3,7	+ 2,4	+ 3,2	+ 3,6	+ 2,2
ν '	+ 0,6	- 0,4	- 1,0	+ 0,4	+ 0,2	- 0,5	+ 0,8	0,0	- 0,4	+ 1,0

Zeit τ^h	13	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5	17	17,5
D —'	48,6	49,0	49,1	48,6	47,0	46,1	46,1	45,2	44,2	43,8
K —'	52,3	52,2	52,1	52,4	51,2	49,4	48,6	48,1	47,6	46,4
$(\gamma - k)$ '	+ 3,7	+ 3,2	+ 3,0	+ 3,8	+ 4,2	+ 3,3	+ 2,5	+ 2,9	+ 3,4	+ 2,6
ν '	- 0,5	0,0	+ 0,2	- 0,6	- 1,0	- 0,1	+ 0,7	+ 0,3	- 0,2	+ 0,6

In der Tabelle 3 sind die vom magnetischen Observatorium Wien-Kobenzl registrierten magnetischen Deklinationen D für Halbstundenzeitpunkte MEZ und die zur gleichen Zeit in Unteralberndorf ermittelten Werte K angegeben. Hier sei bemerkt, daß alle in dieser Arbeit verwendeten Angaben über den Verlauf der magnetischen Deklination in der Zeit 1955–1960 mir von meinem Freund und Kriegskameraden Herrn Universitätsprofessor *Dr. Max Toperczer* zur Verfügung gestellt wurden, wofür ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank wiederhole.

Beachtet man die aus der Abb. 2 ablesbaren Zusammenhänge, nämlich

$$\omega = \omega' - k, \quad t = \omega + N, \quad t = \omega' + K, \quad N = K - k \quad . . . \quad (11)$$

und setzt in der letzten Gleichung entsprechend (5)

$$N = D - \gamma,$$

so entsteht

$$D - K = \gamma - k. \quad . . . \quad (12)$$

In der letzten Zeile von Tabelle 3 stehen die Verbesserungen v der einzelnen Beträge $(\gamma - k)$ zu ihrem Mittelwert $(\gamma - k)_0 = 3,2'$. Da wegen des geographischen Längenunterschiedes zwischen Wien-Kobenzl und dem Beobachtungsort in Unterolberndorf die in der Tabelle 3 genannten magnetischen Deklinationen um $4,3'$ zu vermehren sind, erhöhen sich alle Werte $(\gamma - k)$ um diesen Betrag und führen da-

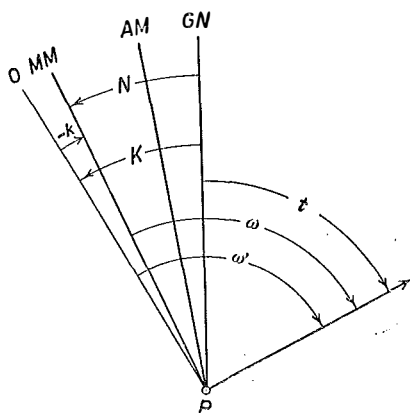


Abb. 2

her zum Mittel $(\gamma - k)_0 = 7,5'$. Mit der Meridiankonvergenz $\gamma = +6,4'$ des Instrumentstandpunktes ergibt sich $k = -1,1'$. Dies ist zufolge Abb. 2 der Nullpunktfehler der verwendeten Bussole, d. h. jene Ablesung, die bei Zielung in der Richtung des magnetischen Meridians MM besteht. Aus den Werten v der Tabelle 3 erhält man als mittleren Fehler m einer Beobachtung K den Betrag $m = \pm 0,6'$. Bei Heranziehung aller an diesem Tag ausgeführten 264 Beobachtungen derselben Art ergeben sich die Werte $k = -1,4'$ und $m = \pm 0,6'$. *(Fortsetzung folgt)*

Ein Vergleich von Methoden zur Bestimmung der Bodendichte

Von *Wilhelm Embacher*, Wien

Aus Gravimeter-Messungsdifferenzen wird mit Hilfe der verfeinerten „Bouguer-Reduktion“ eine Fehlergleichung zur Bestimmung der Bodendichte aufgestellt. Je nach Vernachlässigung von Unbekannten kann dieser Ansatz in schon bestehende Methoden zur Bodendichtebestimmung übergeführt werden. Auf Grund zahlreicher Gravimetermessungen auf einem Versuchsfeld wurden aus den verschiedenen Ansätzen Bodendichten berechnet und mit ihrem mittleren Fehler übersichtlich zusammengestellt.

I

Bei der verfeinerten „Bouguer-Reduktion“ wird außer der Freiluftreduktion noch die Anziehung der über dem Bezugsniveau liegenden Massen und der Einfluß der Topographie auf den Stationspunkt berücksichtigt. Es handelt sich um eine ebene Platte mit der Dicke h , wobei h den Höhenunterschied zwischen dem Stationspunkt und dem Bezugsniveau bedeutet, und um den im positiven Sinne wirkenden Einfluß der Überschuss- und Defizitmassen über und unter dem Punkte P_i .

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Josef Mitter

Nr. 5

Baden bei Wien, Ende Oktober 1961

49. Jg.

Über die Berücksichtigung der Variation der magnetischen Deklination bei geodätischen Arbeiten

Von *Franz Ackerl*, Wien

(Fortsetzung)

d) Die Berücksichtigung des täglichen Ganges der magnetischen Deklination

Diese bei Verwendung eines *Wild*-Bussolentheodolits TO zu erwartende recht hohe Genauigkeit der einmaligen Beobachtung eines magnetischen Nordwinkels wäre nutzlos, wenn man die während der Beobachtungen ablaufende Variation der Orts- und Zeitfunktion N außer acht lassen wollte.

Ein Beispiel, das etwa dem Grenzfall eines sehr langen, beidseitig eingehängten Bussolenzuges entspricht, soll die während der Beobachtungen am 17. Juli 1957 eingetretenen Änderungen der Ortsfunktion „Nadelabweichung“ darstellen und die hiedurch bewirkte Formänderung des Zuges erkennen lassen.

Die Nadelabweichung ist durch den vom magnetischen Observatorium der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik am 17. Juli 1957 registrierten Gang der magnetischen Deklination und durch die Meridiankonvergenzen in den Zugpunkten bestimmt. Der gleichzeitig gestreckte Zug von 8 km Länge beginnt im Nullmeridian eines lokalen Koordinatensystems (ζ, η) und wird nach Osten hin in der Zeit 8–12 bzw. 13–17 Uhr beobachtet. Für die hier bezweckte rein schematische Darstellung ist die Annahme eines durchschnittlich-regelmäßigen Arbeitsfortschrittes notwendig. Ohne Eingang auf Einzelheiten sei erwähnt, daß sich aus einer sehr großen Zahl von Springstandzügen mit Reichenbach-Distanzmessung der rund 100 m langen Seiten im hindernisfrei flachen Gelände die Meßzeit für 1 km Zuglänge mit 63^m (rund 1 Stunde, siehe auch Tabelle 7) ergibt.

Im folgenden Beispiel sind daher als Argument für die Ortsänderung Abschnitte von 1 km und entsprechende Zeitintervalle von einer Stunde angenommen worden.

Die Tabelle 4 enthält in der ersten Spalte ($\eta = 0$ km) für die Zeitpunkte τ die in *Wien-Kobenzl* registrierten Werte der magnetischen Deklination, so wie sie schon in der Tabelle 3 vorkommen. Von der Umrechnung dieser Werte nach dem Ursprung des lokalen Koordinatensystems (ξ, η) in *Unteralberndorf* durch Zugabe des früher genannten Betrages von $+4,3'$ wird der Einfachheit halber abgesehen.

Die zum gleichen Zeitpunkt τ in den Ordinaten $\eta = 1 \dots 8$ km bestehenden Deklinationen sind — anstatt mit der früher unter b) genannten „Faustregel“ — mit dem speziell für das Gebiet von *Unteralberndorf* geltenden Zusammenhang zwischen Deklination und geographischer Länge berechnet, nämlich:

Für 2 Punkte mit Ost-West-Abstand von 1 km ist im gleichen Zeitpunkt der Absolutwert der magnetischen Deklination im östlich gelegenen Punkt um rund $0,37'$ kleiner als im westlichen Punkt.

Tabelle 4

$\tau \backslash \eta$	0 km	1	2	3	4	5	6	7	8 km
8 ^h	-33,6	-33,2	-32,9	-32,5	-32,1	-31,8	-31,4	-31,0	-30,6
9	-35,7	-35,3	-35,0	-34,6	-34,2	-33,9	-33,5	-33,1	-32,7
10	-39,7	-39,3	-39,0	-38,6	-38,2	-37,9	-37,5	-37,1	-36,7
11	-43,1	-42,7	-42,4	-42,0	-41,6	-41,3	-40,9	-40,5	-40,1
12 ^h	-46,2	-45,8	-45,5	-45,1	-44,7	-44,4	-44,0	-43,6	-43,2
13 ^h	-48,6	-48,2	-47,9	-47,5	-47,1	-46,8	-46,4	-46,0	-45,6
14	-49,1	-48,7	-48,4	-48,0	-47,6	-47,3	-46,9	-46,5	-46,1
15	-47,0	-46,6	-46,3	-45,9	-45,5	-45,2	-44,8	-44,4	-44,0
16	-46,1	-45,7	-45,4	-45,0	-44,6	-44,3	-43,9	-43,5	-43,1
17 ^h	-44,2	-43,8	-43,5	-43,1	-42,7	-42,4	-42,0	-41,6	-41,2

Da aber nur jene Nadelabweichungen benötigt werden, die in den auf ganze Stunden fallenden Instrumentstandpunkten und zugleich mit den Ordinaten $y = 0 \dots 8$ km auftreten, sind in Tabelle 5 nur jene Nadelabweichungen ermittelt, die den in Tabelle 4 hervorgehobenen Werten der Deklination entsprechen.

Tabelle 5

η_i	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	km
τ	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	h
$D_{\tau\eta}$	-33,6	-35,3	-39,0	-42,0	-44,7	-47,1	-47,3	-44,8	-43,5	-41,2	'
γ_{η}	+ 0,0	+ 0,6	+ 1,2	+ 1,8	+ 2,4	+ 2,4	+ 3,0	+ 3,6	+ 4,2	+ 4,7	'
$N_{\tau\eta}$	-33,6	-35,9	-40,2	-43,8	-47,1	-49,5	-50,3	-48,4	-47,7	-45,9	'
w_i	- 6,2	- 3,9	+ 0,4	+ 4,0	+ 7,3	+ 9,7	+10,5	+ 8,6	+ 7,9	+ 6,1	'

Alle magnetischen Nordwinkel ω gehen mit Gl. (4) durch Hinzugabe der im Zeitpunkt τ der Beobachtung geltenden Nadelabweichung $N_{\tau\eta}$ in den gesuchten geodätischen Nordwinkel t über. Da die geforderten Nadelabweichungen in der Regel unbekannt sind, begnügt man sich damit, jene beiden Werte N_A und N_E zu verwenden, die sich beim eingehängten Zug aus den Orientierungen im Anschlußpunkt A und im Endpunkt E ergeben. Die hiedurch eintretenden Richtungsfehler der Polygonseiten und die damit zusammenhängenden Lagefehler der Polygonpunkte können aus den Angaben der Tabelle 5 für praktisch denkbare Zuglängen und Beobachtungszeiten bestimmt werden.

Betrachtet man etwa den ganzen Zug zwischen $\eta_A = 0$ km mit $N_A = -33,6'$ bzw. $\eta_E = 8$ km mit $N_E = -45,9'$ und benutzt das Mittel $N = \frac{1}{2}(-33,6 - 45,9)' = -39,8'$ zur Umwandlung der beobachteten magnetischen Nordwinkel in geodätische Richtungswinkel, so entstehen die in der letzten Zeile von Tabelle 5 genannten Widersprüche w_i .

Da der gestreckte Zug, der Annahme zufolge, unter dem Richtungswinkel $t = 90^\circ$ verläuft, wird im Anfangspunkt A ($\eta_A = 0$) um 8 Uhr der magnetische Nordwinkel $\omega = 90^\circ 33,6'$ beobachtet. Im Sinn der Gl. (4) ergibt sich dann nämlich mit $N_A = -33,6'$ der richtige geodätische Nordwinkel $t = 90^\circ$. Durch die Reduktion mit dem oben berechneten Mittelwert $N = -39,8'$ entstehen daher fehlerhafte geodätische Nordwinkel $t_i' = \omega_i + N$, die vom Sollwert $t_i = \omega_i + N_i$ um die Widersprüche $t_i' - t_i = w_i = N - N_i$ abweichen:

Zur genäherten Bestimmung der diesen Widersprüchen zugeordneten Querabweichungen wird als notwendige Vereinfachung angenommen, daß die angegebenen Widersprüche w_i für alle 100-m-Seiten jenes Zugabschnittes maßgebend sein sollen, der in den aus Abb. 3 erkennbaren Zeitintervallen ($a \dots b$) beobachtet wird. Die Spitze jedes Pfeiles zeigt die Größe des Widerspruches w_i an, der während des Zeitintervalles $a \dots b$ einwirkt.

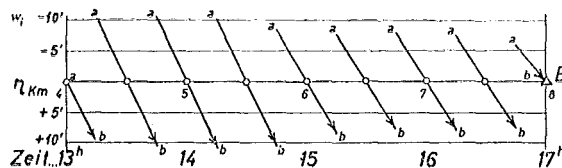


Abb. 3

Es sollen also die fünf 100-m-Seiten zwischen $\eta = 0$ und $\eta = 0,5$ km um den Betrag $w_i = -6,2'$ fehlerorientiert sein. Die zehn zwischen $\eta = 0,5$ km und $\eta = 1,5$ km liegenden und in der Zeit von $a = 8^h30^m$ bis $b = 9^h30^m$ beobachteten 100-m-Seiten werden mit $w_i = -3,9'$ verschwenkt usw. Da eine Richtungsänderung von $1'$ in 100 m Entfernung eine Querabweichung von 29,1 mm bewirkt, sind zuerst in der Tabelle 6 die den Widersprüchen w_i zugeordneten Querabweichungen n_w für eine 100-m-Seite genannt. Damit wird die Querabweichung q_w für den betreffenden Zugabschnitt ($a \dots b$) berechnet und mit der Aufsummierung die am Ende der Abschnitte bestehende Querabweichung Q erhalten.

Tabelle 6

η km	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	km
Zeit	8 ^h	9	10	11	12 ^h	13 ^h	14	15	16	17 ^h	
w_i	-6,2	- 3,9	+ 0,4	+ 4,0	+ 7,3	+ 9,7	+10,5	+ 8,6	+ 7,9	+ 6,1	'
n_w	-180	- 113	+ 12	+ 116	+ 212	+ 282	+ 305	+ 250	+ 230	+ 177	mm
q_w	-902	-1134	+ 116	+1164	+1062	+1411	+3054	+2502	+2298	+ 887	mm
Q	-902	-2036	-1920	- 756	+ 306	+1717	+4771	+7273	+9571	+10458	mm

Die Rechnung mit Stundenintervallen und in jedem Stundenintervall gleichbleibender Nadelabweichung kann den Eindruck einer allzu groben Näherung erwecken. Um diese Möglichkeit auszuschalten sind weitere Rechnungen mit kleineren Zeitintervallen durchgeführt worden.

Die für einen Standpunkt notwendige Zeit zur Beobachtung der Richtungen und Längen von zwei benachbarten 100-m-Seiten bei Verwendung einer Distanzmeßplatte (Aufstellung 2^m, Distanz und Richtung nach rückwärts 2^m, Wartezeit für Lattenübertragung nach vorwärts 3^m, Distanz und Richtung nach vorwärts 2^m) führt zu dem folgenden schematischen Zeitplan eines gleichseitig-gestreckten Springzuges von 1 km Länge zwischen *A* und *E*.

Tabelle 7

Dauer ^m in	<i>A</i>	2	4	6	8	<i>E</i>
Aufstellung	0-2	9-11	21-23	33-35	45-47	57-59
Beobachtung rückwärts	2-4	11-13	23-25	35-37	47-49	59-61
Beobachtung vorwärts	4-6	16-18	28-30	40-42	52-54	61-63

Die eingangs abgeschätzte erreichbare Beobachtungsgenauigkeit mit modernen Bussoleninstrumenten im Vergleich zur Variation der Nadelabweichung läßt die grundsätzliche Beachtung von Änderungen bzw. Korrekturen um etwa 1' als sinnvoll erscheinen. Die Änderung der Ortsfunktion wird dann mit entsprechendem Detailreichtum und vertretbarem Rechnungsaufwand erfaßt sein, wenn man die in Tabelle 7 genannten Zeitpunkte benützt. Zur Vermeidung einer Überlastung mit Zahlenmaterial wird hier nur noch die Rechnung für Halbstundenintervalle mit der Tabelle 8 angeschlossen.

In der Zeile D_{Aa} ist der Wert der magnetischen Deklination im Anfangspunkt des Zuges zur Zeit $\tau = a$ angegeben, wie vorhin erwähnt, übereinstimmend mit dem im gleichen Zeitpunkt beim Observatorium Wien-Kobenzl registrierten Wert. Die nächste Zeile D_{Pa} enthält die in einem Standpunkt *P* mit der Ordinate η_a bestehende Deklination, wie vorhin berechnet mit dem Erfahrungswert, daß im gleichen Zeitpunkt der Absolutbetrag der Deklination bei einer Ostbewegung von 1 km

Tabelle 8a (Vormittag)

η	km 0	1	2	3	4 km					
Zeit	8h	9	10	11	12h					
D_{Aa}	-33,6	-34,2	-35,7	-37,7	-39,7	-40,8	-43,1	-44,7	-46,2	'
D_{Pa}	-33,6	-34,0	-35,3	-37,2	-39,0	-39,9	-42,0	-43,4	-44,7	'
γ_P	0,0	+ 0,3	+ 0,6	+ 0,9	+ 1,2	+ 1,5	+ 1,8	+ 2,1	+ 2,4	'
N_a	-33,6	-34,3	-35,9	-38,1	-40,2	-41,4	-43,8	-45,5	-47,1	'
w_i	- 6,2	- 5,5	- 3,9	- 1,7	+ 0,4	+ 1,6	+ 4,0	+ 5,7	+ 7,3	'
n_{iw}	- 180	- 160	- 113	- 49	+ 12	+ 47	+ 116	+ 167	+ 212	mm
q_{iw}	- 451	- 800	- 567	- 247	+ 58	+ 233	+ 582	+ 829	+ 531	mm
Q	- 451	-1251	-1818	-2065	-2007	-1774	-1192	- 363	+ 168	mm

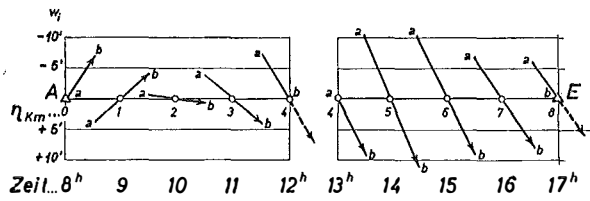


Abb. 4a

Tabelle 8b (Nachmittag)

η	km 4	5	6	7	8 km					
Zeit	13h	14	15	16	17h					
D_{Aa}	-48,6	-49,0	-49,1	-48,6	-47,0	-46,1	-46,1	-45,2	-44,2	'
D_{Pa}	-47,1	-47,3	-47,3	-46,6	-44,8	-43,7	-43,5	-42,4	-41,2	'
γ_P	+ 2,4	+ 2,7	+ 3,0	+ 3,3	+ 3,6	+ 3,9	+ 4,2	+ 4,5	+ 4,7	'
N_a	-49,5	-50,0	-50,3	-49,9	-48,4	-47,6	-47,7	-46,9	-45,9	'
w_i	+ 9,7	+ 10,2	+ 10,5	+ 10,1	+ 8,6	+ 7,8	+ 7,9	+ 7,1	+ 6,1	'
n_{iw}	+ 282	+ 297	+ 305	+ 294	+ 250	+ 227	+ 230	+ 207	+ 177	mm
q_{iw}	+ 705	+1483	+1527	+1469	+1251	+1134	+1149	+1033	+ 444	mm
Q	+ 873	+2356	+3883	+5352	+6603	+7737	+8886	+9919	+10363	mm

um $0,37'$ abnimmt. Aus D_{Pa} entstehen mit den Meridiankonvergenzen γ_P im Punkt P die dort im Zeitpunkt $\tau = a$ bestehenden Nadelabweichungen N_a . Die Widersprüche w_i sind — so wie vorhin erläutert — auf den Mittelwert $N = -39,8'$ bezogen. Für die Zeitpunkte ganzer Stunden stimmen daher die Werte der Tabelle 5 mit den entsprechenden Beträgen D_{Pa} , γ_P , N_a , w_i der Tabelle 8 überein und für die gleichen Zeitpunkte ganzer Stunden sind auch die Werte w_i , n_w von der Tabelle 6 mit jenen der Tabelle 8 identisch.

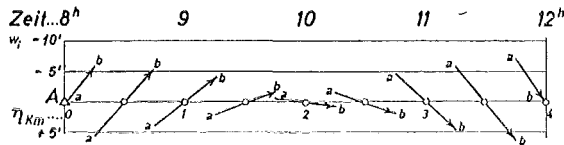


Abb. 4b

So wie beim ersten Beispiel (Tabelle 6) bedeutet q_w die Querabweichung für den betreffenden Zugabschnitt, der in den aus der Abb. 8 erkennbaren Zeitintervallen ($a \dots b$) beobachtet wurde. Die Spitze jedes Pfeiles in Abb. 4 liegt auf der Größe des für den betreffenden Zugabschnitt geltenden Widerspruchs w_i . Durch Summierung entstehen an den Enden der Zugabschnitte die unter Q genannten Beträge als Gesamtabweichung.

In ähnlicher Art ist die Änderung der Ortsfunktion „Nadelabweichung“ für Zeitintervalle von 12^m und 15^m berücksichtigt worden. Der detailreichste Zug mit 12^m -Intervall diente als Vergleichszug I für die Ergebnisse des Zuges II mit 15^m -Intervall und der hier ausführlich beschriebenen Züge: III mit 30^m -Intervall und IV mit 60^m -Intervall.

Der Vergleich ist in der Tabelle 9 angegeben. Neben den η -Werten stehen die bis dorthin eingetretenen Querabweichungen (nunmehr in Zentimetern). Die im Zug I nicht direkt vorkommenden Querabweichungen, die als Vergleichswerte für die anderen Züge notwendig sind, wurden in den engen η -Abschnitten von I interpoliert. Diese Beträge sind im Zug I durch fette Ziffern bezeichnet. In jedem Zug ergeben sich gegenüber dem Zug I Unterschiede d . Ihre quadratisch gebildeten Mittelwerte betragen ± 3 cm, ± 10 cm, ± 6 cm für Zug II, III, IV.

Die an sich überraschende Tatsache, daß der Zug III (30^m -Intervall) größere Unterschiede als der Zug IV (60^m -Intervall) aufweist, erklärt sich dadurch, daß die dort innerhalb von $\Delta\eta = 250$ m unveränderlich angenommene Nadelabweichung vom Mittel jener Beträge abweicht, die an gleicher Stelle, aber innerhalb von $\Delta\eta = 500$ m gelten.

Von besonderem Wert ist die Erkenntnis, daß die Unterschiede gegen die detailreicheren Züge mit innerhalb 12^m bzw. 15^m konstant angenommener Nadelabweichung unter bzw. um nur 1 dm liegen, wenn die Nadelabweichung innerhalb von halb- bis ganztägigen Intervallen als konstant angesehen wird. Dies entspricht, wie im dargestellten Beispiel, Ost-Westbewegungen von 250 bzw. 500 m. Demnach ist anzunehmen, daß innerhalb von solchen Abschnitten gleichmäßig verbesserte Beobachtungen von magnetischen Nordwinkeln die ihnen zugeordneten geodätischen Richtungswinkel mit praktisch entsprechender Genauigkeit darstellen werden.

Tabelle 9

η	Zug I 12 ^m	Zug II 15 ^m		Zug III 30 ^m		Zug IV 60 ^m	
	$Q_{(cm)}$	$Q_{(cm)}$	d	$Q_{(cm)}$	d	$Q_{(cm)}$	d
0	00	00	0	00	0	00	0
100	- 18						
125	- 23	- 22	+1				
250	- 45			- 45	0		
300	- 55						
375	- 67	- 64	+3				
500	- 87					- 90	- 3
625	-103	-103	0				
700	-113						
750	-120			-125	-5		
875	-135	-135	0				
900	-138						
1000	-161						
1125	-163	-163	0				
1250	-175			-182	-7		
1300	-180						
1375	-185	-183	+2				
1500	-193					-204	-11
1625	-198	-198	0				
1700	-200						
1750	-201			-207	-6		
1875	-202	-201	+1				
1900	-203						
2100	-200						
2125	-199	-198	+1				
2250	-197			-201	-4		
2300	-196						
2375	-194	-190	+4				
2500	-190					-192	-2
2625	-182	-178	+4				
2700	-178						
2750	-173			-177	-4		
2875	-160	-155	+5				
2900	-157						
3100	-133						
3125	-130	-126	+4				
3250	-112			-119	-7		
3300	-105						
3375	- 93	- 90	+3				
3500	- 73					- 76	- 3
3625	- 51	- 48	+3				
3700	- 38						
3750	- 29			- 36	-7		
3875	- 5	+ 1	+6				
3900	+ 1						
4000	+ 23	+ 27	+4	+ 17	-6	+ 31	+8

η	Zug I 12 ^m	Zug II 15 ^m		Zug III 30 ^m		Zug IV 60 ^m	
	$Q(\text{cm})$	$Q(\text{cm})$	d	$Q(\text{cm})$	d	$Q(\text{cm})$	d
4000	+ 23	+ 27	+4	+ 17	-6	+ 31	+8
4100	+ 51						
4125	+ 58	+ 63	+5				
4250	+ 95			+ 87	-8		
4300	+ 110						
4375	+ 132	+134	+2				
4500	+ 169					+172	+3
4625	+ 207	+209	+2				
4700	+ 229						
4750	+ 238			+236	-2		
4875	+ 284	+285	+1				
4900	+ 292						
5100	+ 352						
5125	+ 359	+362	+3				
5250	+ 397			+388	-9		
5300	+ 412						
5375	+ 435	+439	+4				
5500	+ 472					+477	+5
5625	+ 508	+513	+5				
5700	+ 529						
5750	+ 543			+535	-8		
5875	+ 577	+582	+5				
5900	+ 584						
6100	+ 635						
6125	+ 641	+645	+4				
6250	+ 672			+660	-12		
6300	+ 685						
6375	+ 703	+703	0				
6500	+ 733					+727	-6
6625	+ 762	+761	-1				
6700	+ 779						
6750	+ 791			+774	-17		
6875	+ 820	+818	-2				
6900	+ 826						
7100	+ 873						
7125	+ 878	+877	-1				
7250	+ 907			+889	-18		
7300	+ 919						
7375	+ 934	+930	-4				
7500	+ 960					+957	-3
7625	+ 984	+983	-1				
7700	+ 999						
7750	+1008			+992	-16		
7875	+1030	+1032	+2				
7900	+1036						
8000	+1054	+1055	+1	+1036	-18	+1046	-8

(Schluß folgt.)

ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD, Dipl.-Ing. Josef Mitter

Nr. 6

Baden bei Wien, Ende Dezember 1961

49. Jg.

Über die Berücksichtigung der Variation der magnetischen Deklination bei geodätischen Arbeiten

Von *Franz Ackerl*, Wien

(Schluß)

Nach diesem Einblick in den allmählichen Aufbau der Querabweichung wegen der unberücksichtigten Veränderlichkeit der Ortsfunktion „Nadelabweichung“ soll die Größe jener Verbesserung bestimmt werden, die in jedem Zeitpunkt den berechneten, aber verfälschten Nordwinkel t' in den richtigen Wert t überführt und damit die Entstehung der Querabweichungen ausschließt.

In der folgenden schematischen Anordnung sind die Beobachtungen und sonstigen notwendigen Größen genannt für den Anfangspunkt A , einen beliebigen Zugs- punkt P und den Endpunkt E des Zuges.

Beobachtet bzw. gegeben in	A	P	E
Ordinate y	y_A	y_P	y_E
lokale Ordinate $\eta_i = y_i - y_A$	0	η_P	η_E
Meridiankonvergenz	γ_A	γ_P	γ_E
Deklination	$D_{A\tau_A}$	$D_{P\tau_P}$	$D_{E\tau_E}$
zur Zeit	τ_A	τ_P	τ_E

Die Änderung der Meridiankonvergenz bei Ost-Westbewegung ist ausdrück- bar durch

$$\gamma_P \doteq \gamma_A + K_1 (\eta_P)_{\text{km}}. \quad \dots (13)$$

Die ungestörte ortsabhängige Änderung der magnetischen Deklination für 2 Punkte A bzw. P mit einem Ordinatenunterschied von η_P Kilometern wird darge- stellt durch

$$D_{P\tau_P} \doteq D_{A\tau_P} + K_2 (\eta_P)_{\text{km}}. \quad \dots (14)$$

$D_{A\tau_P}$ ist der Wert der Deklination in A im Zeitpunkt τ_P .

Mit diesen beiden Beziehungen erhält die Nadelabweichung $N_{P\tau_P}$ im Punkt P zur Zeit τ_P zufolge (5) den Wert

$$N_{P\tau_P} = D_{P\tau_P} - \gamma_P = D_{A\tau_P} - \gamma_A + (K_2 - K_1)(\eta_P)_{\text{km}}. \quad \dots (15)$$

Bei der Messung eines beidseitig eingehängten Bussolenzuges ergeben sich mit der Beziehung (4) die Nadelabweichungen $N_{A\tau_A}$ bzw. $N_{E\tau_E}$ durch Vergleich der geodätischen Richtungswinkel t und der beobachteten magnetischen Nordwinkel ω . Aus (15) entsteht durch Einsetzung von E bzw. A für P

$$N_{E\tau_E} = D_{A\tau_E} - \gamma_A + (K_2 - K_1)(\eta_E)_{\text{km}}, \quad \dots (16)$$

$$N_{A\tau_A} = D_{A\tau_A} - \gamma_A \quad \dots (17)$$

und der folgende Sollwert für die Differenz der beiden Nadelabweichungen

$$N_{E\tau_E} - N_{A\tau_A} = D_{A\tau_E} - D_{A\tau_A} + (K_2 - K_1)(\eta_E)_{\text{km}}. \quad \dots (18)$$

Der in den früheren Beispielen verwendete Mittelwert N der Nadelabweichungen in A und E ergibt sich aus (16) und (17), nämlich

$$N = \frac{N_{A\tau_A} + N_{E\tau_E}}{2} = \frac{D_{A\tau_A} + D_{A\tau_E}}{2} - \gamma_A + \frac{K_2 - K_1}{2} (\eta_E)_{\text{km}}. \quad \dots (19)$$

Mit diesem Wert N wurden die beobachteten magnetischen Nordwinkel ω_P in Richtungswinkel $t_P' = \omega_P + N$ verwandelt, während gerechnet werden sollte mit $t_P = \omega_P + N_{P\tau_P}$. Da der hierdurch eintretende Widerspruch $w_P = t' - t = N - N_{P\tau_P}$ durch die gleich große Verbesserung $v_P = -w_P$ tilgbar ist, muß deren Betrag aus $v_P = N_{P\tau_P} - N$ berechnet werden und mit (15) bzw. (19) entsteht

$$v_P = D_{A\tau_P} - \frac{D_{A\tau_A} + D_{A\tau_E}}{2} + \frac{K_2 - K_1}{2} (2\eta_P - \eta_E)_{\text{km}}. \quad \dots (20)$$

Mit Einsetzung der Werte $K_1 = 0,6'$ bzw. $K_2 = 0,37'$, deren Größe mit (9) bzw. den Bemerkungen vor Tabelle 4 erläutert wurde, ergibt sich schließlich

$$v_P = D_{A\tau_P} - \frac{D_{A\tau_A} + D_{A\tau_E}}{2} - 0,12' (2\eta_P - \eta_E)_{\text{km}}. \quad \dots (21)$$

Es wird von der Größe des Vermessungsgebietes und von der angestrebten Genauigkeit abhängen, ob das letzte Glied Berücksichtigung findet.

Der Hauptwert der Verbesserung v_P , nämlich

$$v_P \doteq D_{A\tau_P} - \frac{D_{A\tau_A} + D_{A\tau_E}}{2}, \quad \dots (22)$$

ist einfach und zugleich genau berechenbar, wenn die registrierten Werte der Deklination bekannt sind. Es dürfen die in den Zeitpunkten τ beobachteten Deklinationen jedes A naheliegenden magnetischen Observatoriums verwendet werden, weil die wegen des geographischen Längenunterschiedes zwischen A und dem Observatorium eintretende Änderung der Deklination den Wert von (22) praktisch nicht beeinflusst.

Am einfachsten und hinreichend genau ergeben sich die Verbesserungen direkt aus der Aufzeichnung des Ablaufes der Deklination im Zeitraum von τ_A bis τ_E durch Eintragung der Bezugsachse $\frac{1}{2}(D_{A\tau_A} + D_{A\tau_E})$ und Entnahme der Abweichungen aller Werte $D_{A\tau_P}$ im Vorzeichensinn von (22). Die Hinzugabe dieser Verbesserungen zu den in den Zeitpunkt τ_P beobachteten magnetischen Nordwinkeln ω überführt diese in die zugeordneten geodätischen Richtungswinkel t . Lokale magnetische Störungen sind ebenso unberücksichtigt wie jene Ungenauigkeiten, die sich — insbesondere bei unruhigem Deklinationsgang — aus einem etwaigen Stand der Uhr des Beobachters ergeben können.

Der Autor war in der glücklichen Lage, durch enge Zusammenarbeit mit dem Leiter des magnetischen Observatoriums Wien-Kobenzl, Herrn Universitätsprofessor *Dr. M. Toperczer*, in den Jahren 1954 bis 1959 für alle Standpunkte in Versuchsbussolenzügen die im Augenblick der Beobachtung registrierte Deklination verfügbar zu haben. Im Vergleich mit den sehr genau bekannten geodätischen Richtungswinkeln aller Polygonseiten ergaben sich bei Verbesserung der beobachteten magnetischen Nordwinkel entsprechend Formel (21) mit Hilfe der Registrierungsergebnisse Widersprüche mit dem Durchschnittswert $\pm 0,6'$.

Dieser Betrag ist sehr gesichert, da er in jedem der Jahre 1955 bis 1959 aus 280—340 Beobachtungen berechnet ist, die jedesmal im Juli während der geodätisch photogrammetrischen Feldarbeiten vom Autor mit 3 verschiedenen Bussolen-Theodoliten *Wild TO* ausgeführt worden waren.

Das größte Hindernis für die Anwendung dieses genauesten Verfahrens in der Praxis ist — wie schon einleitend bemerkt wurde — die Tatsache, daß die erforderlichen Registrierungsergebnisse nicht sogleich verfügbar sind. Man begnügt sich daher sehr häufig — um nicht zu sagen leider fast immer — mit einer zeichnerischen Weiterverarbeitung, d. h. Auftragung der Beobachtungen. Bei Verwendung älterer Bussolentinstrumente mit geringer Ablesegenauigkeit und größerem Einschwingfehler mag dies noch angehen. Nicht sinnvoll ist ein solcher Vorgang bei Benutzung moderner Bussolentheodolite mit großer Ablesegenauigkeit und kleinem Einschwingfehler, da dieser Gewinn an Präzision durch die ungenaue, nur zeichnerische Auswertung wieder vernichtet wird.

Es empfiehlt sich vielmehr die Annahme einer Saisonkurve für den Ablauf der magnetischen Deklination als Ersatz und Repräsentant für die noch nicht verfügbaren aktuellen Ergebnisse der Registrierung und die Bestimmung der Korrekturen (22) mit Hilfe dieser Saisonkurve.

Schon die früheren Beispiele zur Übereinstimmung von Saisonkurven des gleichen Zeitabschnittes in verschiedenen Jahren, zur Übertragung von älteren Saisonkurven auf spätere Zeitpunkte usw. zeigten, daß durch solche Vorgänge im allgemeinen Fehler von weniger als $1' \dots 2'$ entstehen.

Die Genauigkeit einer solchen Näherung ist aus dem folgenden Vergleich erkennbar; ein Repräsentant zahlreicher Versuche zur Feststellung des für die Praxis tauglichsten Verfahrens.

Bei allen mit den vorausgegangenen Tabellen behandelten Beispielen zu Saisonkurven waren diese entweder durch die Werte der magnetischen Deklination selbst

gegeben oder durch deren Abweichungen vom Mittelwert der großen Tagesamplitude. Da von den in (22) vorkommenden Deklinationen ein beliebiger Betrag abtrennbar ist, ohne daß der Wert der Verbesserung v_P sich ändert, wurde die tägliche Variation der Deklination einer bestimmten Saisonkurve auf die Werte der Deklination um 9^h und um 10^h bezogen. Anlaß für diese Maßnahme ist die Tatsache, daß diese Zeitpunkte ungefähr in die Mitte des Vormittagsintervalls jeder Vermessungsarbeit fallen. Die Anpassung an den aktuellen Ablauf der täglichen Variation ist aus der Tabelle 10 zu entnehmen.

In der Spalte 1 sind die den Jahren 1946/49 zugehörigen Angaben der Veröffentlichung⁸⁾ — so wie eben erwähnt — verarbeitet zu den Werten $D_{9^h} + \Delta_9$ und $D_{10^h} + \Delta_{10}$ bei alleiniger Aufzählung der Werte Δ_9 und Δ_{10} . Das gleiche ist für die beiden Jahre 1956 (Spalte 2) und 1957 (Spalte 3) geschehen. Die Beträge w_9 , w_{10} geben den Unterschied entsprechender Werte Δ_9 , Δ_{10} gegen die Bezugsgrößen von 1946/49 in Spalte 1. Die am Ende der Spalten 2, 3 genannten mittleren Abweichungen

$$W_9 = \sqrt{\frac{[w_9 w_9]}{11}}, \quad W_{10} = \sqrt{\frac{[w_{10} w_{10}]}{11}}$$

lassen für 1956 eine bessere Anpassung als für 1957 erkennen, jedoch ohne deutliche Entscheidung für eine der beiden Bezugszeiten.

Wegen der auffällig besseren Übereinstimmung zwischen 1946/49 und 1956 wurden die entsprechenden Werte Δ_9 , Δ_{10} dieser Jahre zu dem in Spalte 4 genannten Deklinationsablauf gemittelt und in Spalte 5 neuerlich mit dem Verlauf von 1957 verglichen.

Die drei verfügbaren Beträge von W_9 , nämlich $1,0'$, $1,38'$, $1,19'$ bzw. von W_{10} nämlich $0,6'$, $1,83'$, $1,70'$, geben nahezu gleich große Mittelwerte $1,2'$ bzw. $1,4'$. Wir ersetzen durch $1,3'$ und haben damit ein Maß für den mittleren Fehler eines Wertes Δ der Tabelle 10 erhalten. Der geringe Unterschied der obigen Mittelwerte weist aber auch darauf hin, daß es praktisch gleichgültig ist, ob man eine auf den Zeitpunkt 9^h oder 10^h reduzierte Saisonkurve verwendet:

Beachtet man die in der Tabelle 10 gewählte Darstellung jedes Wertes $D_{A\tau_i}$ der Deklination im Punkt A zur Zeit τ_i mit einer Bezugs-Deklination D , nämlich

$$D_{A\tau_i} = D + \Delta_i, \quad . . . (23)$$

so ergibt sich für (22)

$$v_P \doteq \Delta_P - \frac{\Delta_A + \Delta_E}{2}. \quad . . . (24)$$

Da die Werte Δ_i gleich genau und mit dem oben genannten mittleren Fehler $m = \pm 1,3'$ behaftet anzunehmen sind, entsteht

$$m_v = m \sqrt{\frac{3}{2}} \doteq 1,6'. \quad . . . (25)$$

Wenn man also etwa den in Spalte 4 dargestellten Verlauf der Deklination zur Bestimmung der Verbesserungen v_P nach (24) verwendet, dann werden den mit diesen Werten ermittelten geodätischen Richtungswinkeln $t_P = \omega + N + v_P$, von der Verbesserung v_P her, mittlere Fehler in der Größenordnung $m = \pm 1,6'$ aufgezungen.

Tabelle 10

τ ^h	1		2				3				4		5			
	1946/49		1956				1957				M		1957			
	Δ ₉	Δ ₁₀	Δ ₉	w ₉	Δ ₁₀	w ₁₀	Δ ₉	w ₉	Δ ₁₀	w ₁₀	Δ ₉	Δ ₁₀	w ₉	Δ ₉	Δ ₁₀	w ₁₀
6	- 1,8'	+ 0,2'				-0,3'	+ 2,1'	+ 1,7'	+ 6,1'	+ 3,7'	- 0,3'	+ 2,3'	+ 2,1'	+ 2,4'	+ 6,1'	+ 3,8'
7	- 0,4	+ 1,6				+ 1,1	0,0	0,0	+ 4,0	+ 2,0	0,0	+ 2,6	0,0	0,0	+ 4,0	+ 1,4
8	+ 0,4	+ 2,4	- 1,0'	- 1,4'	+ 2,1'	0,0	0,0	- 2,0	0,0	0,0	- 2,6	0,0	- 4,0	- 1,4	0,0	0,0
9	0,0	+ 2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	- 2,2	- 3,4	- 0,2	- 5,9	- 3,3	- 7,4	- 1,5	- 3,4	- 0,1
10	- 2,0	0,0	- 3,1	- 1,1	0,0	0,0	- 4,0	- 1,8	- 6,5	+ 0,2	- 9,7	7,1	- 10,5	- 0,8	- 6,5	+ 0,6
11	- 5,2	- 3,2	- 6,5	- 1,3	- 3,4	- 0,2	- 7,4	- 2,2	- 8,9	- 0,8	- 11,8	- 9,3	- 12,9	- 1,1	- 8,9	+ 0,4
12	- 8,7	- 6,7	- 10,6	- 1,9	- 7,5	- 0,8	- 10,5	- 1,5	- 8,9	+ 0,5	- 11,8	- 9,3	- 12,9	- 1,1	- 8,9	+ 0,4
13	- 11,4	- 9,4	- 12,2	- 0,8	- 9,1	+ 0,3	- 12,9	- 0,8	- 9,4	+ 1,2	- 12,9	- 10,4	- 13,4	- 0,5	- 9,4	+ 1,0
14	- 12,6	- 10,6	- 13,2	- 0,6	- 10,1	+ 0,5	- 13,4	- 0,8	- 9,4	+ 1,2	- 12,9	- 10,4	- 13,4	- 0,5	- 9,4	+ 1,0
15	- 12,1	- 10,1	- 12,3	- 0,2	- 9,2	+ 0,9	- 11,3	+ 0,8	- 7,3	+ 2,8	- 12,2	- 9,7	- 11,3	+ 0,9	- 7,3	+ 2,4
16	- 10,5	- 8,5	- 11,5	- 1,0	- 8,4	+ 0,1	- 10,4	+ 0,1	- 6,4	+ 2,1	- 11,0	- 8,5	- 10,4	+ 0,6	- 6,4	+ 2,1
17	- 8,5	- 6,5	- 9,0	- 0,5	- 5,9	+ 0,6	- 8,3	+ 0,2	- 4,3	+ 2,2	- 8,8	- 6,2	- 8,3	+ 0,5	- 4,3	+ 1,9
18	- 6,6	- 4,6	- 6,9'	- 0,3'	- 3,8'	+ 0,8'	- 8,2'	- 1,6'	- 4,2'	+ 0,4'	- 6,8'	- 4,2'	- 8,2'	- 1,4'	- 4,2'	0,0'
19	- 5,5	- 3,5														
20	- 5,2'	- 3,2'														
			W =	1,0'		0,6'		1,33'		1,83'				1,19'		1,70'

Da aber die nicht verbesserten Richtungswinkel $t_P' = \omega + N$ um die Beträge (24) verfälscht sind, ist ein Durchschnittsmaß für den Genauigkeitsgewinn dadurch bestimmbar, daß man den Durchschnitt der Werte (24) mit dem Betrag (25) vergleicht. Bildet man solche Durchschnittswerte (24) über sehr viele Annahmen von A , P , E , so ergibt sich bei Zügen, die morgens begonnen und abends beendet werden, im Mittel ein Betrag von rund 8'. In dieser Größenordnung wären die unverbesserten Richtungswinkel t' verfälscht, während die verbesserten Richtungswinkel t — vom Fehler der Verbesserung her — um den Betrag (25), nämlich 1,6' unsicher sind.

Der hier erkennbare Genauigkeitsgewinn von etwa 80 Prozent muß also unter allen Umständen den Anlaß und Anreiz für die Anwendung dieser sehr einfach auszuführenden Veredelung von beobachteten magnetischen Richtungswinkeln bieten.

Wenn man sich zeitgerecht vor Beginn einer Vermessungsarbeit mit dem Leiter des nächstgelegenen magnetischen Observatoriums berät und die dem Zeitabschnitt der Arbeit bestentsprechende Saisonkurve erbittet, dann kann mit dieser Unterlage noch ein wesentlich größerer Erfolg bei Ermittlung der Verbesserungen v_P erreicht werden. Weitere Verschärfungen ergeben sich durch Verwendung von Saisonkurven für kürzere Zeitabschnitte.

Zur Betonung der Einfachheit des Reduktionsvorganges sei sein Aufbau nochmals dargestellt.

1. Berechnung der Nadelabweichungen N_A im Anfangspunkt A bzw. N_E im Endpunkt E des Zuges aus den geodätischen Richtungswinkeln t_A bzw. t_E und den beobachteten magnetischen Richtungen ω_A bzw. ω_E der Anschluß bzw. Abschlußrichtung des Zuges, nämlich:

$$\text{zur Zeit } \tau_A \text{ beobachtet } \omega_A : N_{A\tau_A} \equiv N_A = t_A - \omega_A,$$

$$\text{zur Zeit } \tau_E \text{ beobachtet } \omega_E : N_{E\tau_E} \equiv N_E = t_E - \omega_E.$$

2. Vergleichung, ob die aktuelle Differenz $N_E - N_A$ mit dem durch (18) gegebenen Sollbetrag innerhalb der zu erwartenden Fehlerhaftigkeit übereinstimmt, nämlich: bei Einführung der Darstellung (23) in (18) entsteht

$$N_{E\tau_E} - N_{A\tau_A} \equiv N_E - N_A = \Delta_E - \Delta_A + (K_2 - K_1) (\gamma_E)_{\text{km}} \dots (26)$$

und mit den vor (21) genannten Koeffizienten ergibt sich

$$N_E - N_A = \Delta_E - \Delta_A - 0,23' (\gamma_E)_{\text{km}} \dots (27)$$

Wenn die beobachtete Differenz von diesem Sollwert mehr abweicht, als mit dem zu erwartenden mittleren Widerspruch von etwa $\pm 2'$ in Einklang zu bringen ist, dann kann die Ursache in ortsgebundenen Anomalien oder in zufälligen Störungen des magnetischen Feldes liegen. Erst bei Verfügbarkeit von Registrierungsergebnissen ist eine Entscheidung möglich und — bei guten Beobachtungen — auch eine Aufdeckung der ortsgebundenen Anomalien.

3. Bei günstigem Ausfall des Vergleiches werden vorerst alle in den Punkten P zur Zeit τ_P beobachteten magnetischen Nordwinkel ω_P mit dem Mittelwert

$$N = \frac{N_A + N_E}{2}$$

in genäherte geodätische Richtungswinkel t_P' übergeführt durch

$$t_P' = \omega_P + N.$$

4. Im Hinblick auf die vorausgegangenen Entwicklungen ist jedem Wert t_P' nun noch die Verbesserung v_P entsprechend (24) zuzuteilen, um den Wert t_P zu erhalten, der bestmöglich vom Einfluß der täglichen Variation der Deklination befreit ist. Zur Ermittlung von v_P sind an Hand der Zeitpunkt-Angaben die Beträge Δ_P aus einer numerischen oder graphischen Darstellung des Variationsablaufes zu entnehmen und entsprechend (24) zu verarbeiten.

Will man auch dem letzten Glied von (21) Rechnung tragen, das in (22) und (24) vernachlässigt wurde, so ist mit folgendem Ausdruck zu rechnen:

$$v_P = \Delta_P - \frac{\Delta_A + \Delta_E}{2} - 0,12' (2\eta_P - \eta_E)_{km}. \quad . . . (28)$$

Der Erfolg dieses Vorgangs läßt sich beonders eindringlich dadurch anzeigen, daß man ihn auf die eingangs gebrachten Beispiele anwendet und nachsieht, in welchem Maß die dortigen Widersprüche w_i (z. B. Tabelle 5, 6) durch die entsprechenden Werte v_P getilgt werden. Mit Weglassung aller Teilrechnungen bringt die Tabelle 11 zwei Ergebnisse, jene mit Anwendung der Saisonkurve M (Spalte 4 von Tabelle 10: Mittelwerte für 1946/49, 1956) und jene mit der Saisonkurve Schweiz 1946/49 (Spalte 1 von Tabelle 10).

Die in der ersten Zeile von Tabelle 11 stehenden Werte Δ_9 (Spalte 4, Tabelle 10) geben mit $\Delta_A = -0,3'$ und $\Delta_E = -8,8'$ entsprechend Formel (24) die Verbesserungen v_P der zweiten Zeile. Fügt man diese v_P zu den Widersprüchen w_i (die den Tabellen 5, 6 entnommen sind), dann verbleiben die Restfehler r . Bei Berücksichtigung des letzten Gliedes von (28) ergeben sich schließlich die Beträge r' .

Tabelle 11

τ^h η (km)	8 0	9 1	10 2	11 3	12 4		13 4	14 5	15 6	16 7	17 8
Δ_9	-0,3	0,0	-2,6	-5,9	-9,7		-11,8	-12,9	-12,2	-11,0	- 8,8
v_P	+4,3	+4,6	+2,0	-1,3	-5,1		- 7,2	- 8,3	- 7,6	- 6,4	- 4,2
w_i	-6,2	-3,9	+0,4	+4,0	+7,3		+ 9,7	+10,5	+ 8,6	+ 7,9	+ 6,1
r	-1,9	+0,7	+2,4	+2,7	+2,2		+ 2,5	+ 2,2	+ 1,0	+ 1,5	+ 1,9
r'	-0,9	+1,4	+2,9	+2,9	+2,2		+ 2,5	+ 2,0	+ 0,5	+ 0,8	+ 0,9
Δ_9	+0,4	0,0	-2,0	-5,2	-8,7		-11,4	-12,6	-12,1	-10,5	- 8,5
v_P	+4,4	+4,0	+2,0	-1,2	-4,7		- 7,4	- 8,6	- 8,1	- 6,5	- 4,5
w_i	-6,2	-3,9	+0,4	+4,0	+7,3		+ 9,7	+10,5	+ 8,6	+ 7,9	+ 6,1
r	-1,8	+0,1	+2,4	+2,8	+2,6		+ 2,3	+ 1,9	+ 0,5	+ 1,4	+ 1,6
r'	-0,8	+0,8	+2,9	+3,0	+2,6		+ 2,3	+ 1,7	0,0	+ 0,7	+ 0,6

Während den Widersprüchen w_i mit $[ww] = 501,02$ der mittlere Widerspruch $W \doteq 7,1'$ zugeordnet ist, entsteht — gleichartig definiert — mit $[rr] = 39,94$ der Betrag $R = 2,0'$ als Repräsentant dieser Reihe. Die Beachtung des zweiten Gliedes von (28) bringt nur eine geringe Genauigkeitssteigerung, da sich mit $[r'r'] = 36,38$ ergibt $R' = 1,9'$.

Die im unteren Teil der Tabelle 11 gegebene Anwendung des örtlich und zeitlich weit entfernt liegenden Deklinationsverlaufes von 1946/49 führt zu keinem sehr verschiedenen Bild. Die obigen Kennzahlen nehmen hier die folgenden Werte an:

$$\begin{aligned} [ww] &= 501,02, & W &= 7,1', & [rr] &= 37,28, & R &\doteq 1,9' \\ & & & & [r'r'] &= 34,08, & R' &\doteq 1,8' \end{aligned}$$

Als Gesamtergebnis aller in dieser Arbeit verwerteten Versuchsmessungen und Untersuchungen ist festzuhalten:

1. Bei Benützung des vom magnetischen Observatoriums Wien-Kobenzl registrierten Verlaufes der Deklination verbleiben nach seiner Berücksichtigung mit dem hier entwickelten Verfahren nur mehr Restfehler in der Größenordnung der Ables- und sonstigen Beobachtungsfehler der zu den Beobachtungen verwendeten Bussolentheodolite *Wild* TO. Man darf sagen, daß durch dieses Verfahren der Einfluß der täglichen Variation der Deklination in der Tat ziemlich völlig getilgt werden kann.

2. Um die Wirksamkeit der aus Registrierungswerten berechneten Verbesserungen in größtem Ausmaß zu sichern, müssen die Zeitpunkte der Beobachtungen mit Minutengenauigkeit bestimmt sein. Es werden dann auch kurzdauernde Unruhen sehr gut erfaßt.

3. Die nur genäherte Reduktion mit Hilfe von Mittelwerten der Deklinationsvariation führt zu Rest-Widersprüchen, die — bei rund 1600 Vergleichen — einen Durchschnittswert von $R \doteq R' = 2,2'$ ergaben. Der mit diesem Verfahren verbundene Genauigkeitsgewinn beträgt rund 70 Prozent. Die letzten beiden Beispiele zeigten mit der Senkung von $W \doteq 7,1'$ auf $R \doteq 1,9'$ eine Besserung um 73 Prozent.

Diese Feststellung erweist zu augenfällig die Nützlichkeit der beiden Verfahren, als daß es noch notwendig sein müßte, weitere Vorteile zu betonen. Es werden selbstverständlich auch die den Restfehlern zugeordneten Querverschiebungen im gleichen Ausmaß verringert.

Es ist anzunehmen, daß nach der als empfehlenswert erwähnten Beratung mit dem Leiter eines magnetischen Observatoriums Unterlagen zur Verfügung sein werden, mit denen die angegebene Genauigkeitssteigerung sicher eintritt.

Auf eine große Zahl von Sonderfragen, unter denen die Tilgung der unter Umständen auftretenden Systematik in der Reihe der Restwidersprüche r, r' hervorsticht, muß hier aus Raumgründen verzichtet werden.

Abschließend sei auf einen Umstand hingewiesen, dessen Beachtung bei nur zeichnerischer Bearbeitung eines Bussolenzuges ebenso nützlich ist, wie bei rechnerischer Auswertung. Die tägliche Variation der magnetischen Deklination ist in der Zeit von etwa 9^h bis 12^h und von 15^h bis 18^h recht gut durch eine Gerade darstellbar. Bei Beobachtungen innerhalb dieser Zeiträume ist daher der Vorgang berechtigt, den Unterschied der Deklination (und sehr genähert auch der Nadelabweichungen) im Anfangs- und Endpunkt des Zuges proportional zur zurückgelegten Weglänge aufzuteilen, wenn die Arbeitsgeschwindigkeit konstant ist.

Nie aber darf außer acht bleiben, daß bei Benützung eines Bussolentheodolites *Wild TO* dessen hervorragende Güte erst dann voll zur Geltung kommt, wenn die mit ihm ausgeführten Beobachtungen in der Art behandelt werden, wie es diese Arbeit darstellt.

Die orthometrische Höhenkorrektur in begrenzten Vermessungsbereichen

Von *Wilhelm Embacher*, Wien

Die Anzahl und die Dichte von Gravimetermeßpunkten zur Berechnung der orthometrischen Höhenkorrektur ist in erster Linie vom Höhenunterschied dieser Meßpunkte und weiters von der Geländeform abhängig. Durch Begrenzung des Höhenunterschiedes und Ausnützung der Geländeformen ist der Einfluß der Topographie nur mehr auf wenige Kilometer zu berücksichtigen. Über die Dichte unterhalb des Vermessungsbereiches bis zum Geoid wird nur angenommen, daß sie stetig verläuft. Eine hypothetische Annahme ihrer Größe ist nicht notwendig.

Bekanntlich werden die dynamischen Höhen aus dem Arbeitsbegriff abgeleitet. Zwischen zwei unendlich benachbarten Niveauflächen gilt die Gleichung

$$g \, dh = \text{const.}$$

Wird durch eine willkürlich gewählte Schwerebeschleunigung (meist nimmt man γ^{45} , die normale Schwerkraft im Meeresniveau) dividiert, so erhält man der Dimension nach eine Höhe und zwar die dynamische Höhe, welche dadurch gekennzeichnet ist, daß sie für alle Punkte einer Niveaufläche constant ist. Speziell entlang der Lotlinie von P_1 gilt dann

$$\int_{P_{01}}^{P_1} \frac{g}{\gamma^{45}} \, dh = \int_{P_{01}}^{P_1} dh + \int_{P_{01}}^{P_1} \frac{g - \gamma^{45}}{\gamma^{45}} \, dh.$$

Das rechte Glied bezeichnet man als dynamische Korrektur.

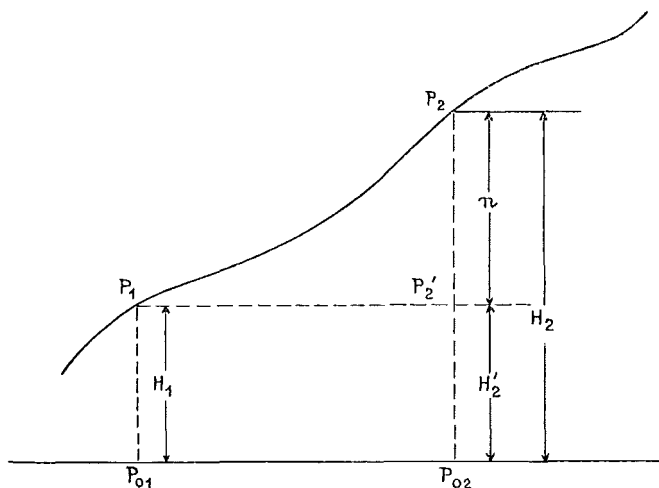


Abb. 1