



Zur analytischen Luftbildauswertung der Lagekoordinaten von signalisierten Punkten, deren Höhen terrestrisch bestimmt wurden

Karl Killian ¹

¹ *Wien XIV, Hadikgasse 40*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **49** (5, 6), S. 144–149, 173–180

1961

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Killian_VGI_196115,  
  Title = {Zur analytischen Luftbildauswertung der Lagekoordinaten von  
          signalisierten Punkten, deren H{"o}hen terrestrisch bestimmt wurden},  
  Author = {Killian, Karl},  
  Journal = {"0sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {144--149, 173--180},  
  Number = {5, 6},  
  Year = {1961},  
  Volume = {49}  
}
```



Literaturverzeichnis:

- [1] *Höllrigl F.*: Fortführung des Schriftoperates des Grundkatasters durch Verwendung von Lochkartenmaschinen, *ÖZfV 44* (1956), Nr. 3, S. 65–79.
- [2] *Höllrigl F.*: Rationalisierung im österreichischen Bundesvermessungsdienst durch Einsatz des Lochkartenverfahrens für geodätische Berechnungen, *ÖZfV 48* (1960), Nr. 2/3, S. 50–59, S. 82–90.
- [3] *Biach H.*: Umstellung des Schriftoperates des Grundkatasters auf das Lochkartensystem vor Beginn einer Neuvermessung, *ÖZfV 47* (1959), Mitteilungsblatt Nr. 5/6, S. 27–30.
- [4] *BAfEuV*, Dienstvorschrift Nr. 3, Die Grundstückvermessung 1932 (alt).
- [5] *BAfEuV*, Dienstvorschrift Nr. 16, Einschalt- und Polygonnetz, 1959.
- [6] *BAfEuV*, Dienstvorschrift Nr. 18, Stückvermessung, 1961.
- [7] *BAfEuV*, Dienstvorschrift Nr. 8, Die österreichischen Meridianstreifen, 1949.
- [8] *BAfEuV*, Zeichenschlüssel für die Katastralmappe, 1937.
- [9] *BAfEuV*, Schriftmuster für die Katastralmappe, 1937.
- [10] *Stoier O.*: Die Kartierung auf beschichteten Astralonfolien, *ÖZfV 46* (1958), Nr. 2, S. 58–60.
- [11] *Jordan-Eggert-Kneißl*: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. Ia, 10. Auflage, 1957.
- [12] *Engelbert W.*: Herstellung und Fortführung von Plänen mit Hilfe der modernen Reproduktionstechnik, *ZfV 82* (1957), Nr. 1, S. 8–11.
- [13] *Folkers*: Theorie und Praxis der kartographischen Entzerrung, *VR 19* (1957), Nr. 11 und 12, S. 366–376, S. 401–408.
- [14] *Lonza-Werke*: Maßhaltigkeit von Ultraphan, *VR 16* (1954), Nr. 8, S. 316.
- [15] *Finsterwalder R.*: Ein Beitrag zur kartographischen Entzerrung, *ZfV 86* (1961), Nr. 2, S. 61–64.
- [16] *Avanzini L.*: Beitrag zur Rationalisierung im Katasterwesen durch Einsatz von Projektoren, *ÖZfV 49* (1961), Nr. 1, S. 16–26.

Zur analytischen Luftbildauswertung der Lagekoordinaten von signalisierten Punkten, deren Höhen terrestrisch bestimmt wurden

Von *Karl Killian*, Wien

A. Möglichst genaue Bestimmung der Lagekoordinaten signalisierter Punkte

Über die bekannten Lage- und Höhenbestimmungsverfahren kann zusammenfassend folgendes gesagt werden: Die terrestrische Lagekoordinatenbestimmung von Punkten erfordert entsprechende Sichten der Punkte untereinander, die durch Geländeeigenschaften, Bewuchs und Verbauung beherrscht werden. Die geometrische Anordnung der Punkte kann daher nicht frei gewählt werden. Von ihr hängt aber die Lagegenauigkeit der Punkte entscheidend ab. Ein Nivellement (im steilen Gelände eventuell Höhenzug) über viele Punkte ist, gegenüber der terrestrischen Lagekoordinaten-Bestimmung dieser Punkte, im allgemeinen nicht nur sehr rasch, einfach und verhältnismäßig genau ausführbar, sondern dessen Genauigkeit ist vollkommen unabhängig von der geometrischen Gestalt des Grundrisses des Nivellementweges. Dagegen gibt die gewöhnliche Luftbildmessung verhältnismäßig ungenaue Höhen. Da die Zielstrahlen von oben kommen, sind hingegen keine horizontale Sichten zwischen den Punkten erforderlich. Elektronenrechenmaschinen geben die Möglichkeit, analytische Lösungen numerisch durchzuführen. Dabei können bekanntlich fast alle Fehler systematischen Charakters (Korrekturen wegen

Restverzeichnung, systematische Filmschrumpfung, Erdkrümmung und Refraktion) berücksichtigt werden und Fehlereinflüsse, hervorgerufen durch die mechanischen Einrichtungen der Luftbildauswertegeräte, fallen weg. Die erreichte Genauigkeit ist daher höher als die der optischen Doppelbildauswertung. Überdies ergeben analytische Einbildauswertungen gegenüber analytischen Doppelbildauswertungen noch weitere unten angeführte Vorteile.

Auf Grund dieser Tatsachen wurde vom Verfasser ein Verfahren angegeben, bei dem die Vorzüge der genannten Vermessungsarten vereint werden [3 h]. In der Folge wird das Verfahren erneut behandelt und ergänzt.

Der Grundgedanke des Verfahrens liegt in der *Höhenbestimmung von luft-sichtbar signalisierten Punkten auf terrestrischem Wege und analytischen Bestimmung ihrer Lagekoordinaten aus Einzelluftbildern*. Die Orientierung der Einzelluftbilder geschieht mittels räumlichen Rückwärtseinschneidens. Dazu wird vorausgesetzt, daß auf jedem Luftbild mindestens vier signalisierte Festpunkte (Lagekoordinaten und Höhen bekannt) identifiziert werden können. Die numerische Lösung des Rückwärtseinschneidens kann elektronisch erfolgen, und zwar in 28,6 Sekunden [3 d, h]. Das Ergebnis ist eine Lochkarte mit den fünf Angaben: Koordinaten des Karten- und Bildnadir und Flughöhe. Von allen anderen auf dem Bild identifizierbaren signalisierten Punkten mit bekannten Höhen (= Höhenpunkte) werden Zielstrahlen mit den den Höhen zugeordneten Horizontalebene zum Schnitt gebracht. Die elektronische Rechenzeit der Lagekoordinaten eines Punktes beträgt Bruchteile einer Sekunde.

Das Verfahren kann zur weitgehenden Verdichtung des Festpunktnetzes dienen. Diese wird für die *Katastervermessung*, für Vermessungen für *agrarische Operationen* und für *technische Projekte* gebraucht. Bei fast allen technischen Projekten, insbesondere bei Wasserbau- und Wasserkraftanlagen, sind ausgedehnte terrestrische Höhenmessungen unerlässlich. In diesen Fällen ergeben daher die terrestrischen Höhenmessungen keinen Mehraufwand an Arbeit. Für die anderen Anwendungen des Verfahrens ist zu beachten, daß ganz flüchtige technische Nivellements (große und ungleiche Zielweiten) vollkommen genügen. Das Erfordernis, daß vier Punkte, deren Lagekoordinaten und Höhen bekannt sind, auf jedem Luftbild abgebildet werden, wird in vielen Fällen von vornherein erfüllt sein bzw. durch terrestrische Messungen erreicht werden können. Ist dies nicht der Fall, so wird man die Luftvermessung aus zwei verschiedenen Flughöhen ausführen. Der Flug mit großer Flughöhe dient zur ersten Verdichtung des Festpunktnetzes. Dieses wird so weit getrieben, daß auch für die kleinere Flughöhe mindestens vier Punkte auf jedem Bild abgebildet werden. Entsprechend größere Signale müssen für jenen Flug verwendet werden. Etwa Hartfaserplatten mit entsprechend großen, weißen Quadraten und schwarzem Rahmen werden vor dem „Hochflug“ zentrisch auf die Steine gelegt und an Pflöcken festgenagelt. Zur Zentrierung wird in der Mitte des weißen Quadrates ein Loch gebohrt. Der Flug mit kleiner Flughöhe dient zur endgültigen Verdichtung. Mit der Vermessung aus zwei verschiedenen Flughöhen erreicht man bessere Nachbargenauigkeit der Punkte; denn die Lagefehler der auszuwertenden Punkte sind etwa proportional der Flughöhe. Man kann auch eine Weitwinkel- und eine Überweitwinkelkamera miteinander fest verbinden, beide Objektive gleichzeitig

auslösen und nur einen Flug ausführen. Es wäre jeweils zu untersuchen, ob man auf diese Weise genügende Genauigkeit erreicht.

Vorteile der beschriebenen Einbildmessung:

1. Horizontale Ebenen, die ihrer Höhenlage nach praktisch fehlerfrei bestimmt sind, werden zur Bestimmung der Lagekoordinaten mit steilen Strahlen geschnitten.

2. Es ist kein Vermessungs-Flugzeug und auch keine Reihenkamera erforderlich. Eine Plattenkamera mit einem Objektiv von nicht unbedingt kleinster radialen Verzeichnung (diese kann in einigen meridionalen Schnitten bestimmt und durch Interpolation zusammen mit Einfluß der Erdkrümmung und Refraktion numerisch berücksichtigt werden) können verwendet werden. Höchster Wert ist jedoch auf beste Zentrierung der Einzellinsen des Objektivs zu legen.

3. Es ist keine besondere Flugnavigation erforderlich. Die Bilder können sich beliebig überdecken bzw. es können nicht zu vermessende Gebietsteile ausgelassen werden.

4. Der Einblick in das Gelände braucht nur von einem Standpunkt aus erfolgen. Dies ist von Wichtigkeit für Punkte in verbauten, bewaldeten und zerklüfteten Gebieten.

5. Voraussetzungsgemäß sind alle auszuwertende Punkte luftsichtbar signalisiert. In diesem Fall kann mit den bekannten stereoskopischen Auswertegeräten inklusive den Stereokomparatoren keine Genauigkeitssteigerung gegenüber der monokularen Bildkoordinatenmessung erzielt werden. Die binokulare Betrachtung kann nur die Identifizierung erleichtern. Hingegen ergibt die objektive (= physikalische) Einstellung der Bildpunkte [3 g] wesentliche Arbeiterleichterung und verspricht, bei vorgegebenen Bildern die denkbar größte Genauigkeit der Bildkoordinatenmessung zu erreichen. Für diese Messungen höchster Genauigkeit wären Studien wichtig, die sich mit der Deformation der Emulsionen auf Planglasplatten beschäftigen. Diese Deformationen hängen ab von der Herstellung der Platte, von den Temperaturänderungen beim Entwickeln und besonders vom Trockenvorgang. Letzterer soll bei mäßiger Temperatur geschehen. Vielleicht ist dabei langsame mechanische Rotation der Platte in einer vertikalen Ebene günstig; die Wirkung der Schwerkraft wäre damit aufgehoben.

Mit dem beschriebenen Verfahren werden nur die Lagekoordinaten der signalisierten Punkte bestimmt. Die gewöhnliche Luftbildmessung gestattet hingegen auch die Auswertung von Schichtenlinien, was für die Landesvermessung von größter Bedeutung ist. Für Katastervermessung und Vermessung für agrarische Operationen ist aber ein sehr engmaschiges Festpunktnetz von höherer Genauigkeit erwünscht. Schichtenlinien werden dafür nicht gebraucht. Für technische Projekte hingegen sind die aus Luftbildern ausgewerteten Schichtenlinien oft nicht genügend genau. Das zu vermessende Gebiet ist scharf begrenzt und der Bewuchs verhindert oft die Sicht. In flachen Ufergebieten von Flüssen können Rinnen und Bodensenken aus Luftbildern kaum ausgewertet werden. Denn gerade an diesen Stellen ist der Bewuchs infolge der verhältnismäßig hohen Bodenfeuchtigkeit entsprechend höher und üppiger. Im Winter ausgeführte Vermessungsflüge können auch nicht immer Abhilfe

schaffen. Die Vermessung von Felswänden ist an und für sich Gegenstand der Erdbildmessung, falls entsprechende Gegenhänge vorliegen. Andernfalls kommt man auf die Vermessung im Hang zurück oder man kann den hiermit *zum Vorschlag gebrachten Weg* beschreiten: Eine Kamera für Vertikalaufnahmen wird mit einer gegen den Horizont nicht oder nur wenig geneigten Kamera fest verbunden, und beide Objektive werden mit einer entsprechenden Einrichtung gleichzeitig ausgelöst. Die vom Flugzeug (eventuell Hubschrauber) ausgeführten Vertikalaufnahmen dienen zur Festlegung der „Standpunkte“ und zur genäherten Orientierung der Felswand-Bilder (räumliches Rückwärtseinschneiden). Ihre genaue Orientierung geschieht mit Paßpunkten.

Nach dem beschriebenen Verfahren kann hingegen ein engmaschiges Festpunktnetz geschaffen werden, das zur tachymetrischen Vermessung der Schichtenlinien für technische Objekte hervorragend geeignet ist. Diese Festpunkte können ohne Rücksicht auf Sichten untereinander fast frei gewählt werden. In Waldgebieten wird man eventuell kleine Flächen ausholzen und Punkte luftsichtlicher signalisieren. In ganz speziellen Fällen kann man Punkte künstlich beleuchten (Akkumulatoren), wenn sie unvermeidlich im Schlagschatten liegen und sicher abgebildet werden sollen. Standpunkte und Paßpunkte für die Erdbildmessung können ebenfalls bestimmt werden. Die Signale für Paßpunkte in Felswänden können aus zwei aufeinander normal stehenden und miteinander fest verbundenen Platten hergestellt werden. Die vertikal nach unten gerichtete Platte trägt das Erdbild – die horizontale Platte das Luftbildsignal. Zur Messung der Höhen von Paßpunkten in Felswänden kann man ein Spezialgerät verwenden [3 f].

Nebenbei bemerkt sei, daß sich in geometrischer und praktischer Hinsicht eine Erweiterung des Verfahrens ergibt, wenn man nicht horizontale Ebenen, deren Höhenlagen „fehlerfrei“ bekannt sind, mit den Zielstrahlen zum Schnitt bringt, sondern wenn an Stelle dieser Ebenen eine durch Schichtenlinien bestimmte topographische Fläche tritt. Die dabei entstehende Genauigkeit in den Lagekoordinaten der gesuchten Punkte ist unvergleichlich geringer. Dennoch kommt diesem Verfahren eine praktische Bedeutung zu. Ist nämlich von einem Gelände ein Schichtenplan vorhanden, so können markante Punkte (z. B. in der Zwischenzeit entstandene Objekte) aus *einem* Luftbild in den Schichtenplan eingetragen werden [3 b].

B. Bestimmung der Lagekoordinaten von Höhenpunkten in festpunktarmen Gebieten

Unter A wurde Einbildmessung vorausgesetzt. In der Folge nehmen wir an, daß eine normale Reihenaufnahme durchgeführt wurde. Außer den luftsichtbar signalisierten Höhenpunkten seien einige ebenso signalisierte Festpunkte gegeben. Letztere mögen auf kleine Gebiete zusammengedrängt sein. Die Auswertung kann sodann nach den bekannten Verfahren der räumlichen Aerotriangulation durchgeführt werden. In der Folge wird ein analytischer Weg beschrieben, der wieder zur Auswertung von Einzelbildern führt:

1. *Bestimmung des Bild- und Kartennadirs sowie der Flughöhe jener Bilder, die mindestens vier terrestrisch bestimmte Festpunkte beinhalten.* Räumliches Rückwärtseinschneiden [3 d, h].

2. *Bestimmung der Bildnadire jener Bilder, die 0, 1, 2 oder 3 terrestrisch bestimmte Festpunkte beinhalten.* Dies kann geschehen a) *geometrisch*, b) *physikalisch*.

3. *Bestimmung des Kartennadirs und der Flughöhen* für die unter 2 genannten Bilder.

Zu 2, a): Nach gegenseitiger Orientierung zweier Luftbilder, in denen mindestens vier Höhenpunkte identifiziert werden können, wird durch analytische Drehstreckung des entsprechenden räumlichen Vierecks erreicht, daß dessen Ecken in den durch die vier Höhen bestimmten horizontalen Ebenen zu liegen kommen [3e, h]. Wird dies für aufeinanderfolgende Bildpaare durchgeführt, so geschieht die Bestimmung der Bildnadire unabhängig von den vorhergehenden und ohne Einfluß auf die folgenden Orientierungen der Bilder.

Zu 2, b): Die *physikalische* Bestimmung der Bildnadire kann mit einer *für die Luftbildmessung spezifischen Kreiseleinrichtung* erfolgen. Der Vorschlag des Verfassers [3c] darüber wird kurz wiederholt: Aus der photogrammetrischen Literatur ersieht man, daß mit einem „Kreisel“ die Lotrichtung im Flugzeug etwa auf 10' genau bestimmt werden kann. Über die Eigenschaften und Konstruktion der dabei verwendeten Kreisel findet man jedoch fast keine Angaben. Diese sind aber von höchster Wichtigkeit, wenn daraus Schlüsse über die Verwendbarkeit von Kreiselkonstruktionen gezogen werden sollen. Sie sind mindestens ebenso wichtig als die Angaben über die Eigenschaften und Konstruktionen eines Fernrohres, wenn ausgesagt wird, daß man damit einen Gegenstand in gewisser Entfernung nicht sehen kann.

Für die Flugnavigation konstruierte Horizontkreisel sind insbesondere für Blindflug (Schlechtwetter und Nebel) konstruiert. Sie müssen in jedem Augenblick die Lotrichtung mit bestimmten Mindestgenauigkeiten zeigen, die beim Geradeausflug ca. 0·10 bis 0·20 beträgt. Nur für spezielle Belange sind erheblich größere Genauigkeiten erforderlich. Der Aufwand dafür ist aber sehr hoch.

Angenommen es gäbe einen mathematisch genau im Schwerpunkt unterstützten Kreisel (beide Kardanachsen schneiden sich im Schwerpunkt), dessen Lagerreibung in den Kardanachsen sowie Auswuchtfehler Null sind, so würde die etwa in die Lotrichtung gestellte Kreiselachse ihre Lage in bezug auf ein Inertialsystem (für die Praxis ist dies der Fixsternhimmel) beibehalten. Infolge Erddrehung und Flugbewegung entlang der gekrümmten Erdoberfläche würde sie daher von der Lotrichtung auswandern. Diese Auswanderung kann leicht angegeben werden [3c] und man kann daher dem Kreisel entsprechende Drehmomente erteilen, die diese Einflüsse aufheben. Läßt man jedoch die obige Annahme fallen, so würde die Kreiselachse unbekannte Bewegungen ausführen und keine Tendenz haben, wieder in die Lotrichtung zurückzukehren. Im Flugzeug treten immer Beschleunigungen verschiedener Größen und Richtungen auf, so daß nur die jeweilige Scheinlotrichtung (Scheinlot = Resultierende aus Fallbeschleunigung und negativen Flugzeugbeschleunigung) zur Verfügung steht.

Das Konstruktionsprinzip aller Horizontkreisel für die Flugnavigation besteht darin, dem Kreisel Stützmomente zu erteilen, die den jeweiligen Abweichungen der Kreiselachse von den Scheinlotrichtungen entsprechen. Infolge der großen dynamischen Trägheit des Kreisels folgt dieser den Stützmomenten nur langsam und bildet

somit einen Mittelwert aller dauernd veränderlichen Scheinlote, der bei angestrebtem geradlinigen, gleichförmigen und horizontalen Flug der wahren Lotrichtung nahekommt. Die Scheinlotrichtungen werden von Pendel oder Libellen angegeben, von denen die Stützmomente mechanisch oder elektrisch (elektrolytische Libelle) abgenommen werden. Die für die Flugnavigation gebauten Horizontkreisel sind für die Luftbildmessung ungeeignet. (Abgesehen von der bekannten Verwendung zur Entzerrung und ersten Näherung für Auswertung.) Aber auch das Konstruktionsprinzip dieser Kreisel ist für die Luftbildmessung nicht erfolgversprechend. Beachtet man nämlich, daß die Bewegung der Kreiselachse während *kurzer Zeiten* (Basiszeiten) besonders genau bestimmt werden soll, so steht man vor der Aufgabe, den Einfluß der während dieser Zeiten erteilten *variablen* Momente physikalisch festzustellen oder diese Momente zu messen und durch rechnerische oder graphische Verfahren die Bewegung der Kreiselachsen zu bestimmen.

Praktisch kann der Abstand s des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkt des Kreisels so klein gemacht werden, daß seine Präzessionsdauer etwa 10 bis 15 Minuten beträgt. Ist $s \neq 0$, so spricht man von einem Kreiselpendel. Über die Lagerreibung in den Kardanachsen wird bei der numerischen Abschätzung der Eigenschaften des Kreisels berichtet. Die Auswuchtfehler können mit Hilfe der heutigen dynamischen Auswuchtmaschinen tatsächlich praktisch zum Verschwinden gebracht werden.

Ein Kreiselpendel kann als Kreisel mit Stützeinrichtungen angesehen werden. Diese Stützung bewirkt zwar keine Zurückführung der Kreiselachse in die Lotrichtung, sie bewirkt aber, daß sich die Kreiselachse nicht über ein bestimmtes Maß [3c] von der Lotrichtung entfernen kann, wenn — wie dies beim Bildflug der Fall ist — periodische Schwankungen der Horizontalbeschleunigung vorliegen. Ferner ist es möglich, die in *kleinen Zeitabschnitten* vorkommenden Bewegungen der Kreiselachse zu bestimmen, und zwar aus den Bewegungen der Libellenblase einer mit dem inneren Kardanrahmen (Kreiselkappe) verbundenen Dosenlibelle. Im Geradeausflug bleiben die Schwingungsdauern der periodischen Schwankungen unter einer Minute. Eine Präzessionsdauer von ca. 10 bis 15 Minuten ergibt daher keine Resonanzgefahr.

(Schluß folgt)

Literatur:

[1] *Finsterwalder S.*: „Sebastian Finsterwalder zum 75. Geburtstage“, S. 37.

[2] *Haerpfer A.*: Räumliches Rückwärtseinschneiden aus zwei Festpunkten. „Festschrift E. Doležal zum 70. Geburtstage“, 1932.

[3] *Killian K.*:

- a) Eine geodätische Aufgabe. *Allgem. Verm. Nachr.* 50 (1938), Nr. 34.
- b) Einbildphotogrammetrie zur topographischen Festlegung bekannter Punkte in Erd- und Luftbildkarten. *ÖZfV* 38 (1950), Nr. 1/2.
- c) Luftbild und Lotrichtung. „Festschrift E. Doležal, 1952“ und *Archives Internationales de Photogrammetrie*, 1955.
- d) Über das Rückwärtseinschneiden im Raun. *ÖZfV* 43 (1955), Nr. 6.
- e) Beitrag zur geometrischen Bestimmung der Lotrichtung in der Luftbildmessung. *ÖZfV* 44 (1956), Nr. 2/3.
- f) Ein optisches Gerät zur Messung von Höhenunterschieden. *ÖZfV* 46 (1958), Nr. 5.
- g) Objektive luftphotogrammetrische Vermessung signalisierter Geländepunkte. *ÖZfV* 47 (1959), Nr. 2.
- h) Luftphotogrammetrische Vermessung signalisierter Punkte, deren Meereshöhen anderweitig ermittelt wurden. *ÖZfV* 48 (1960), Nr. 3.

suchungen hat sich ergeben, daß dazu außer der mittleren Dichte des vermessenen Bereiches nur eine verhältnismäßig geringe Berücksichtigung der Topographieinflüsse notwendig ist. Darauf aufbauend kann man, ohne Kenntnis der Dichte unterhalb des Vermessungsbereiches, für ein Gebiet, dessen Grenzen sich rechnerisch erfassen lassen, die orthometrische Korrektur des unreduzierten, nivellierten Höhenunterschiedes von P_1 nach P_2 ableiten:

$$H_2 - H_1 - z_n = H_1 \frac{\bar{g}_1 - \bar{g}_2'}{\bar{g}_2'} + z_n \frac{\bar{g}_i - \bar{g}_{22}'}{\bar{g}_{22}'}$$

Die orthometrische Korrektur, der rechte Teil der Gleichung, ist hier nur zweigliedrig und läßt sich aus Messungen berechnen.

Zur analytischen Luftbildauswertung der Lagekoordinaten von signalisierten Punkten, deren Höhen terrestrisch bestimmt wurden

Von *Karl Killian*, Wien

(Schluß)

In Abb. 1 ist ein vollkardanisch gelagertes Kreiselpendel samt Dosenlibelle schematisch dargestellt. Es bedeutet: U = Unterstützungspunkt, S = Schwerpunkt, M = Mittelpunkt der Krümmung der Dosenlibelle, A = Schnittpunkt der Kreisellachse mit Libelle, L = Libellenblase. Von den Einflüssen der Erddrehung und der Erdkrümmung wird abgesehen; sie können, wie erwähnt wurde, berücksichtigt bzw. beseitigt werden.

Wenn der Kreisellpendel eine Horizontalbeschleunigung vom Betrag b_h erfährt, so werden die Vektoren $-\bar{b}_h$ und Fallbeschleunigung \bar{g} die Resultierende \bar{r} ergeben (Querstrich bedeutet Vektor). γ und σ sind die Winkel zwischen wahren Lot und Scheinlot bzw. Scheinlot und Kreisellachse. Ist G das Gewicht des Kreisels, so hat die dem \bar{r} entsprechende Kraft den Betrag: $G \cdot r : g$ und dem Normalabstand $s \sin \sigma$ vom Unterstützungspunkt U . Somit ist das auf das Kreisellpendel wirkende Moment

$$M = \frac{G}{g} r s \sin \sigma = \frac{G}{g} \sqrt{g^2 + b_h^2} s \sin \sigma \quad \dots (1)$$

Während der Zeit der Luftbildaufnahme ist $b_h \leq 0,1 g$. Der Winkel σ kann $< 60^\circ$ angenommen werden. Wenn man eine Vernachlässigung $< 1\%$ des Betrages erlaubt, so folgt aus Gleichung (1)

$$M = G s \sigma \quad \dots (1a)$$

Dieses Moment bewirkt während des Zeitelementes dt eine Verlagerung der Kreisellachse, die aus dem Drehimpuls-Satz berechnet werden kann:

$$\bar{M} = \frac{d\bar{N}}{dt} \quad \dots (2)$$

\bar{M} ist der Momentenvektor und $\bar{N} = \Theta \cdot \bar{\omega}$ (Θ = Trägheitsmoment des Kreisels, $\bar{\omega}$ = Drehvektor) ist der Impuls oder Drallvektor des Kreisels. Aus Abb. 2 folgt:

$$\Theta \omega d\psi = dN \quad \dots (3)$$

Schreibt man Gleichung (2) in skalarer Form und setzt man M und dN aus den Gleichungen (1a) und (3) ein, so ergibt sich:

$$d\psi = \frac{Gs}{\Theta \omega} \sigma dt \quad \dots (4)$$

Denkt man sich um U eine Kugel vom Radius = 1 gelegt, so folgt aus Abb. 2

$$d\psi = \sigma d\xi \quad \dots (5)$$

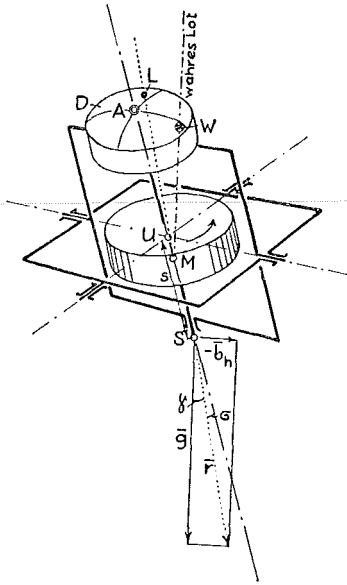


Abb. 1

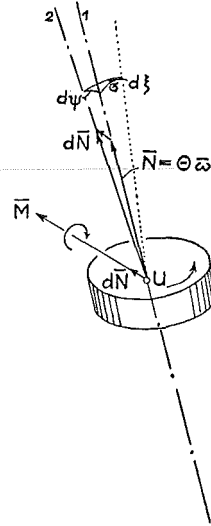


Abb. 2

Die Winkelgeschwindigkeit μ der Präzession ist somit

$$\mu = \frac{d\xi}{dt} \quad \dots (6)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$\underline{d\psi = \mu \sigma dt} \quad \dots (7)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit (4), so ergibt sich

$$\mu = \frac{Gs}{\Theta \omega} \quad \dots (8)$$

Wirkt außer \bar{b}_h , noch eine Vertikalbeschleunigung \bar{b}_v , so geht Gleichung (1) über in

$$M = \frac{G}{g} \sqrt{(g \pm b_v)^2 + b_h^2} s \sin \sigma \quad \dots (9)$$

Erlaubt man wieder dieselbe Vernachlässigung wie bei Gleichung (1)

$$\underline{d\psi = \mu \left(1 \pm \frac{b_v}{g}\right) \sigma dt} \quad \dots (10)$$

In dieser Gleichung gilt \pm , je nachdem, ob das Flugzeug beschleunigt steigt oder fällt.

Die Winkelgeschwindigkeit μ der Präzession kann konstant angenommen werden und ergibt sich aus der leicht meßbaren Präzessionsdauer τ des Kreiselpendels.

$$\mu = \frac{\pi}{30\tau} (\tau \text{ in Min.}, \mu \text{ in sek.}^{-1}) \quad . . . \quad (11)$$

Die Vertikalbeschleunigung b_v kann mit einem für flugtechnische Studien dienenden, in vertikaler Richtung wirkenden Beschleunigungsmesser genügend genau bestimmt werden. σ kann durch photographische Festlegung der Lage der Libellenblase ermittelt werden (Abb. 1).

Somit könnte die *Größe* der Bewegung der Kreiselachse im Zeitelement dt nach Gleichung (10) berechnet werden. Die *Richtung* dieser Bewegung kann aus Abb. 2 entnommen werden: Wir denken uns das Scheinlot um die Lage 1 der Kreiselachse im Sinne der Umlaufrichtung des Kreisels um 90° gedreht und erhalten damit die Richtung für die Lage 2 der Kreiselachse.

Zur *Verwirklichung dieser Überlegung* wird die in Abb. 3 schematisch dargestellte Einrichtung vorgeschlagen. Das mit der Geländekamera K_1 fest verbundene Gehäuse G ist gegenüber dem Flugzeug vollkardanisch gelagert. Ebenso ist der Kreisel gegenüber dem Gehäuse vollkardanisch gelagert. Alle vier Kardanachsen schneiden sich in einem Punkt U . Mit dem inneren Kardanrahmen des Kreisels ist oben eine Dosenlibelle D und unten ein Prisma P fest verbunden. K_2 ist eine ebenfalls mit G fest verbundene Kamera, die zur Registrierung der Lagen der Libellenblase dient. Die Kammerhauptachsen von K_1 und K_2 liegen nach Möglichkeit in einer Geraden aa , die durch U geht. Hat die Kreiselachse eine beliebige Lage im Raum, so kann das System $K_1 G K_2$ von Hand aus so gedreht werden, daß die Gerade aa mit der Kreiselachse zusammenfällt. Das von der Lichtquelle Q ausgehende, durch die Sammellinsen L_1 und L_2 parallel gerichtete bzw. in Punkt B gesammelte Licht ermöglicht die Beobachtung dieser Stellung. Der Spiegel S reflektiert nur einen Teil des von P kommenden Lichtes; der andere Teil gelangt in die Photozelle Z . Ist die genannte Einstellung der Geraden aa erreicht, so fällt auf die Photozelle Z eine bestimmte Lichtmenge. In diesem Fall soll der Verschluß der Kamera K_1 — falls dieser für die Belichtung freigegeben ist — geöffnet werden.

An Stelle der Nachdrehung von Hand aus kann eine automatische Nachdreh-einrichtung verwendet werden, die ebenfalls bewirkt, daß dauernd die Achse aa mit der Kreiselachse fast zusammenfällt. Der Kreisel dreht dabei keine trägheitsbehafteten Einrichtungen, er wirkt nur als „Sinnesorgan“.

Die Kamera K_2 liefert einen Filmstreifen. Seine Bilder zeigen die Marken für das Achsenkreuz dieser Kamera, das im allgemeinen etwas davon verschobene Achsenkreuz der Libelle (Nullpunkt A , Abb. 1) und die Libellenblase L . Da diese Verschiebung photographisch festgelegt ist und nachträglich berücksichtigt werden kann, nehmen wir zur Vereinfachung an, daß beide Achsensysteme genau zusammenfallen. Die Entfernungen e der Mittelpunkte der Libellenblase L von A wollen wir ebenfalls nur der Einfachheit wegen proportional den Winkeln σ annehmen. Würde man auf diesen Strecken Normale in A errichten und im oben angeführten Sinn die nach Gleichung (7) berechneten Werte $d\psi$ auftragen, so stellten diese Vektoren die den Bildfolgezeiten dt der Kamera K_2 entsprechenden Bewegungen der Kreisel Spitze

(= Schnittpunkt der Kreiselachse mit einer Kugel vom Radius 1) dar. Diese Bewegung bezieht sich auf ein flugzeugfestes Koordinatensystem, dessen eine Achse die Lotrichtung und eine der beiden horizontalen Achsen etwa mit einem Kurskreisel festgelegt sei. Die Addition der Vektoren $d\bar{\psi}$ ergäbe den Weg der Kreisel Spitze

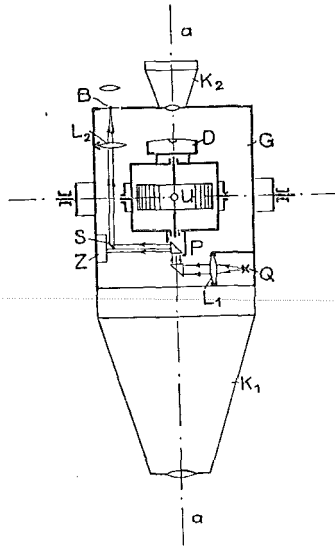


Abb. 3

während größerer Zeitintervalle. Insbesondere könnte somit die während der Bildfolgezeit der Geländeaufnahmen (= Basiszeit) entstehende Bahn der Kreisel Spitze bestimmt werden. Da die Vektoren $d\bar{\psi}$ normal auf den Vektoren \bar{e} stehen, folgt:

Die Endpunkte der Summen der Vektoren \bar{e} bilden eine geometrisch ähnliche vergrößerte Bahn der Kreisel Spitze. Die Bahn der Kreisel Spitze ist um 90° im Sinne der Kreiselrotation gegen erstere Bahn verdreht (Drehstreckung). Der Proportionalitätsfaktor ist μdt .

Angenommen es wäre der Nadirpunkt im ersten Bild des Filmstreifens der Kamera K_2 gegeben. Der aus der Lage der Libellenblase L berechnete Vektor $d\bar{\psi}$ gibt den Weg des Punktes A . Der Endpunkt dieses Vektors stellt die Lage von A für das folgende Bild dar. Der Nadirpunkt im Filmstreifen bewegt sich daher der Kreisel Spitze entgegen. Die soeben angeführten Sätze für die Bewegung der Kreisel Spitze gelten somit auch für den Nadirpunkt, nur sind die Worte „im Sinne“ durch „entgegen dem Sinne“ zu vertauschen.

Ist für eine Platte der Kamera K_1 der Nadirpunkt etwa durch räumliches Rückwärtseinschneiden bestimmt, so kann dieser in das entsprechende Bild der Kamera K_2 übertragen werden (proportionale Änderung der Koordinaten). Vorausgesetzt ist, daß eine automatische Einrichtung bewirkt, daß gleichzeitig mit jeder Aufnahme von K_1 auch eine solche von K_2 erfolgt.

Treten auch Vertikal-Beschleunigungen auf, so erfolgt die Berechnung der $d\psi$ nach Gleichung (10), was das Verfahren nur unwesentlich verändert. Letzteres gilt auch, wenn man von den erwähnten Vernachlässigungen absieht.

Die Messung der Strecken e wird man nicht direkt vornehmen; man zerlegt sie in zwei Komponenten, die mit einem kleinen Komparator gemessen werden. Das dabei verwendete Mikroskop besitzt ein Fadenkreuzplättchen mit zwei dem Durchmesser der Libellenblase entsprechenden konzentrischen Kreisen. Im allgemeinen braucht man nur die den Geländeaufnahmen entsprechenden Lagen der Kreiselachse bzw. die Bildnadire der Kamera K_1 . Da die Bildfolgezeiten von K_2 etwa 2 Sekunden vorgesehen wird, sind für die Basiszeit die Komponenten von e arithmetisch zu addieren. Der genannte Proportionalitätsfaktor μdt ist sehr klein, er beträgt, wie unten angegeben wird, 0,0140 bis 0,0210, wenn $dt = 2$ Sekunden gesetzt wird. Alle Fehler in den Koordinatenmessungen der Mittelpunkte von L gehen also *nur mit rund 2%* ihres Betrages in die Koordinaten des Bildnadirs ein.

Zur *numerischen Abschätzung der Bewegungen der Kreiselachse und der Reibung in den Kardanlagern* werden, dem heutigen Stande der Kreiseltechnik entsprechend, leicht erreichbare Annahmen gemacht:

Gewicht des Kreisels	$G = 500$ gr
Trägheitsradius	$k = 3$ cm
Tourenzahl	$n = 30,000$ Umdr./min.
Präzessionsdauer	$\tau = 10, 15$ Minuten

Daraus folgen:

$$\text{Trägheitsmoment} \quad \Theta = \frac{G}{g} \cdot k^2 = 4 \cdot 58 \text{ grcm sek}^2$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} \quad \omega = \frac{n\pi}{30} = 1000 \pi \text{ sek}^{-1}$$

$$\text{Impuls des Kreisels} \quad N = \Theta \omega = 1 \cdot 44 \cdot 10^4 \text{ grcm sek}$$

Winkelgeschwindigkeit der Präzession:

$$\mu = \frac{\pi}{30\tau}; \text{ für } \tau = 10, 15 \text{ Min. folgt } \mu = 0 \cdot 0105, 0 \cdot 0070 \text{ sek}^{-1}$$

Abstand s des Schwerpunktes von Unterstützungspunkt (Gleichungen 8 und 11)

$$s = \frac{3 \cdot 02}{\tau}; \text{ für } \tau = 10, 15 \text{ Min. folgt } s = 0 \cdot 302, 0 \cdot 201 \text{ cm.}$$

Richtungsänderung $d\psi$ der Kreiselachse während $dt = 2$ sek, wenn $\tau = 10$ Min., $b_v = 0$, $\sigma = 2^0$, angenommen wird:

$$d\psi = \mu \sigma dt = 2 \cdot 5'$$

Diese Richtungsänderung wird, wie beschrieben wurde, aus den Libellenausschlägen ermittelt.

Für obige Kreiseldimensionen beträgt das Reibungsmoment eines Paares guter *Kugellager* höchstens 0,3 grcm. Die Reibungsmomenten-Vektoren liegen in den Kardanachsen. Das dauernde Parallelrichten der Kammer-Hauptachsen zur Kreiselachse bewirkt, daß diese Reibungsmomenten-Vektoren *dauernd um 180° ihre Rich-*

ung ändern. Die integrierende Wirkung dieser Reibungsmomente auf den Kreisel ist daher verhältnismäßig klein. Die Reibungsmomente der Rechts- und Linksdrehung eines guten Kugellagers unterscheiden sich nämlich nur um wenige Prozent voneinander. Die Wirkung des resultierenden Reibungsmomentes M_r ergibt sich, wenn man in Gleichung 4) für das Moment den Betrag M_r einsetzt:

$$d\psi_r = \frac{M_r}{(\ominus)\omega} dt \quad . . . (4a)$$

Nimmt man M_r mit 0.5 gr cm an, so folgt:

$$d\psi_r = 0.12' \text{ pro 1 sek}$$

Würde während der Basiszeit von 20 sek der Reibungseinfluß in einer Richtung um 10% größer sein als in der anderen, so würde dadurch eine Ablenkung der Kreiselachse von $0.12' \times 2 = 0.24'$ entstehen. Dieser abgeschätzte Betrag gilt für gute Kugellager. Während des Fluges können jedoch wesentliche Verschlechterungen der *Kugellager* eintreten, womit das ganze Verfahren in Frage gestellt wäre.

Die Verwendung von Strömungslagern, insbesondere von *Luftlagern*, ergibt jedoch eine Verbesserung um mehrere Zehnerpotenzen. Grundlegende Arbeiten über Strömungslager stammen von Prof. G. Heinrich. Setzt man z. B. in Gleichung 41a) seiner Arbeit: Strömungslager, Maschinenbau und Wärmewirtschaft, 1949, Heft 11, für die Drehung 60 pro sek, Achsendurchmesser 5 mm, Luftspalt 0.1 mm ein, so folgt ein Reibungsmoment pro Lager von 10^{-7} gr cm. Sodann hat das resultierende Reibungsmoment höchstens den Betrag von 10^{-6} gr cm. Infolge dieses Reibungsmomentes bewegt sich die Kreiselachse während der Basiszeit nur um Bruchteile von einer Sekunde, also um einen Betrag der gegenüber anderen Fehlern verschwindend klein ist.

Der mit dem beschriebenen Kreisel bestimmte Bildnadir ist unabhängig vom Bildinhalt, jedoch abhängig von den vorhergehenden Bildnadiren und nicht ohne Einfluß auf die folgenden Bildnadire. Die Änderungen zweier oder weniger aufeinanderfolgender Bildnadire, mit dem Kreisel bestimmt, werden voraussichtlich, gegenüber geometrischen Bestimmungen, eine höhere Genauigkeit haben. Man wird daher gute geometrisch bestimmte Nadirpunkte, die etwa aus günstigen räumlichen Rückwärtseinschnitten stammen, als „Stützung“ für einige aufeinanderfolgende „Kreiselnadire“ verwenden.

In speziellen Fällen (z. B. bei Verwendung eines Hubschraubers zur Triangulierung der Festpunkte) kann es sehr nützlich sein zu beachten, daß die Lotrichtung nach dem räumlichen Rückwärtseinschneiden auch dann bestimmt werden kann, wenn die vier „Festpunkte“ nur durch Horizontal- und Vertikalwinkelmessungen gegenseitig bestimmt werden. Für die Bestimmung der Lotrichtung ist also kein Zusammenhang dieser vier Punkte mit dem Festpunktnetz und auch keine Basis- sowie Höhenmessung erforderlich.

Zu 3) Bestimmung des Kartennadirs und der Flughöhe

Die unter (2a) genannten Angaben ermöglichen grundsätzlich auch die Berechnung der Flughöhen und der Kartennadire zueinander. Jedoch ist dies praktisch

nur dann genügend genau möglich, wenn die gegebenen Höhenunterschiede sehr groß sind (etwa 70 bis 90% der entsprechenden Seiten des räumlichen Vierecks). Diese großen Höhenunterschiede setzten wir nicht voraus. Wir stellen vielmehr die Frage: Wieviele Festpunkte sind zur Bestimmung von Kartennadir und Flughöhe eines Bildes erforderlich, wenn der Bildnadir bekannt ist? Zwei Festpunkte sind erforderlich; denn aus den Bildkoordinaten des Nadirpunktes und den Bildkoordinaten der beiden Festpunkte können der Horizontalwinkel zwischen den Zielstrahlen sowie ihre Vertikalwinkel berechnet werden. Damit erkennen wir eine in der Literatur wiederholt behandelte einfache Aufgabe: Rückwärtseinschneiden nach zwei Festpunkten. Diese Aufgabe wurde von *S. Finsterwalder* [1], *Dock*, *Werner*, *Haerpfer* u. a. behandelt. *S. Finsterwalder* ging dabei von der Luftbildmessung aus, während die anderen genannten Verfasser terrestrische Messungen im Auge hatten. Man kann die Aufgabe als Sonderfall des räumlichen Rückwärtseinschneidens ansehen, wenn man einen der drei Festpunkte in den Erdmittelpunkt (bei Projektion auf eine horizontale Ebene unendlich fern) verlegt. Sein Bild ist der gegebene Bildnadir. Der gefährliche Zylinder hat somit einen unendlich großen Radius, d. h. er ist eine Ebene. Sie geht durch die beiden Festpunkte, deren geradlinige Verbindung die Falllinie dieser Ebene ist. Eine andere geometrische Ableitung dieses gefährlichen Ortes behandelte der Verfasser [3a]. Man erkennt, daß der Luftstandpunkt im allgemeinen sehr weit von seinem gefährlichen Ort entfernt ist.

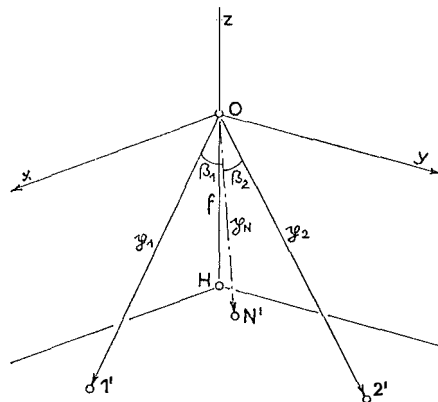


Abb. 4

Aus den Bildkoordinaten des Nadirs und der beiden Festpunkte kann die Berechnung des Horizontal- und der Vertikalwinkel folgendermaßen geschehen: Das Projektionszentrum O sei der Ursprung eines Koordinatensystems, dessen x - und y -Achse parallel zu den entsprechenden Achsen des Bildes liegen (Abb. 4). H ist der Hauptpunkt $1'$ und $2'$ sind die Bilder der Festpunkte, N' ist der Bildnadir. Die aus der Figur ersichtlichen Ortsvektoren sind:

$$\begin{aligned} p_1 &= x_1 i + y_1 j - f \ell \\ p_2 &= x_2 i + y_2 j - f \ell \\ p_N &= x_N i + y_N j - f \ell \end{aligned}$$

Die zu den Ebenen durch $01' N'$ und $02' N'$ normalen Vektoren $n_1 n_2$ sind:

$$n_1 = p_1 \times p_N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & f \\ x_N & y_N & f \end{vmatrix} = u_1 i + v_1 j + w_1 k$$

$$n_2 = p_2 \times p_N = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_2 & y_2 & f \\ x_N & y_N & f \end{vmatrix} = u_2 i + v_2 j + w_2 k$$

Ist α_{12} der gesuchte Horizontalwinkel, so folgt:

$$n_1 \cdot n_2 = |n_1| |n_2| \cos \alpha_{12}$$

$$\cos \alpha_{12} = \frac{n_1 \cdot n_2}{|n_1| |n_2|}$$

$$\cos \alpha_{12} = \frac{u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2}{\sqrt{(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2)(u_2^2 + v_2^2 + w_2^2)}} \quad \dots (12)$$

Sind β_1 und β_2 die gesuchten Vertikalwinkel, so folgt:

$$\cos \beta_1 = \frac{p_1 \cdot p_N}{|p_1| |p_N|} = \frac{x_1 x_N + y_1 y_N + f^2}{\sqrt{(x_1^2 + y_1^2 + f^2)(x_N^2 + y_N^2 + f^2)}} \quad \dots (13)$$

Analog kann β_2 berechnet werden.

Die Berechnung der Koordinaten des Kartennadirs und der Flughöhe führt zu einer Gleichung zweiten Grades, deren Lösungen im allgemeinen sehr weit auseinanderliegen (große Entfernung des Luftstandpunktes vom gefährlichen Ort). Daher wird es im allgemeinen keinen Zweifel über die wahre Lösung der Aufgabe geben. Nur in außerordentlichen Fällen, die nur bei Hochgebirgsaufnahmen vorkommen können, ist ein dritter Festpunkt bezüglich dieser Entscheidung notwendig. Sind tatsächlich drei Festpunkte gegeben, so kann man die beiden quadratischen Gleichungen auf eine lineare zurückführen [3d], S. 103. Man kann in diesem Fall auch den Kartennadir durch ebenes Rückwärtsschneiden bestimmen. *Haerpfer* [2] gibt eine trigonometrische Lösung des Rückwärtseinschneidens nach zwei Punkten. Verfolgt man die in [3a] angegebene geometrische Konstruktion rechnerisch, so kann man die Aufgabe auch mit Hilfe einer Ähnlichkeitstransformation lösen.

Damit sind alle Grundlagen für ein der *räumlichen Aerotriangulation analoges Verfahren* gegeben: Zwei oder mehr „Festpunkte“ für das folgende Bild werden aus dem vorhergehenden Bild nach dem beschriebenen Verfahren ausgewertet. Wichtig ist, daß diese Punkte nicht nur am Rande des folgenden Bildes liegen können, sondern zur Erhöhung der Genauigkeit der gesuchten Größen (Koordinaten des Kartennadirs und Flughöhe) dort liegen sollen. Der Zeitaufwand zur absoluten Orientierung ist viel geringer als der bei der optischen räumlichen Aerotriangulation. Gegenüber den bekannten analytischen Lösungen der Aerotriangulation wird dieses Verfahren viel geringere elektronische Rechenzeiten erfordern, jedoch sind für das geometrische bzw. physikalische Verfahren die gegenseitigen optischen Orientierungen der Bilder bzw. die Ausmessung der Libellenbilder erforderlich.