Paper-ID: VGI_196213

Eine Methode für die rechnerische Ausgleichung von Aerotriangulationen

Franz Halwax [1]

[1] *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Krotenthallergasse 3*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **50** (3), S. 81–90

1962

BibTEX:

```
@ARTICLE{Halwax_VGI_196213,
Title = {Eine Methode f{\"u}r die rechnerische Ausgleichung von
   Aerotriangulationen},
Author = {Halwax, Franz},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {81--90},
Number = {3},
Year = {1962},
Volume = {50}
}
```

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN
Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN
Offizielles Organ
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie
REDAKTION:
emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Josef Mitter

Nr. 3 Baden bei Wien, Ende Juni 1962 50. Jg.

Eine Methode für die rechnerische Ausgleichung von Aerotriangulationen*)

Von *Franz Halwax*, Wien

Kurzfassung der im Juni 1960 vorgelegten Dissertation gleichen Titels, approbiert von der Technischen Hochschule Wien zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaften.

Kapitel I

Einleitung

1. Allgemeines

Aufgabe der Ausgleichung einer Aerotriangulierung ist es, den aerotriangulierten Streifen auf Grund der Abweichungen in den Paßpunkten auf seine Soll-Lage zurückzuführen und die Maschinenkoordinaten aller Punkte entsprechend zu korrigieren.

Im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen wurde 1951 bei erstmaliger Anwendung der Photogrammetrie zur Herstellung der österreichischen Karte 1:50000 eine rechnerisch-graphische Methode für die Ausgleichung von Aerotriangulationen entwickelt. Die ersten Entwicklungsarbeiten und Ausgleichungen führte Herr Ing. W. Krejci durch. Ihm wurde daraufhin je eine Veröffentlichung von Regierungsrat F. Nowatzky [1] und von Dipl.-Ing. J. Zarzycki [2] zur Verfügung gestellt. In den weiteren Jahren wurde die Ausgleichungsmethode ausgebaut und verfeinert. Mit der Inbetriebnahme einer Lochkartenanlage war der Übergang auf eine rechnerische Ausgleichungsmethode naheliegend. Daher wurde 1958 das in der vorliegenden Arbeit aufgezeigte rechnerische Ausgleichungsverfahren entwickelt.

*) Gedruckt mit Unterstützung des Kulturamtes der Stadt Wien auf Antrag des Notringes der wissenschaftlichen Verbände Österreichs.

2. Problemstellung

Die Problemstellung lag in der Berücksichtigung der für das österreichische Bundesamt vorliegenden Verhältnisse. Es wurde davon ausgegangen, daß für Aerotriangulationen ein Stereo-Autograph Wild A7 mit automatischer Registrieranlage und angeschlossenem Kartenlocher EK3 zur Verfügung steht. Das Problem bestand daher in einer rein maschinellen Verarbeitung der bei der Aerotriangulation auf Lochkarten gestanzten Daten ohne manuelle Zwischenstufe bis zur Herstellung eines Endkoordinatenverzeichnisses. Notwendige manuelle Arbeitsgänge sollten gering sein und nicht in den maschinellen Ablauf eingreifen, sondern parallel dazu laufen. Weiters war wesentlich, die Ziffrigkeiten und Stelleneinheiten aller Ausgangs-, Zwischen- und Endwerte für die maschinelle Bearbeitung so festzulegen, daß mit einer einzigen Programmierung und Schaltung alle Ausgleichungen topographischer und katastraler Operate möglich sind. Besonders wichtig war eine Untersuchung und Festlegung der Ordnung der Verbesserungsgleichungen hinsichtlich Kurvenverlauf und praktischer Anwendbarkeit. Der Ausgleichsvorgang sollte die Bearbeitung möglichst verschiedenartiger Fälle von Angaben erlauben und nicht an ein zu starres und oft schwer einhaltbares Schema von Paßpunkten gebunden sein. Bezüglich der Berücksichtigung des gegenseitigen Einflusses von Lage und Höhe und umgekehrt sollte die bei der graphisch-rechnerischen Ausgleichung gehandhabte Art beibehalten werden. In dieser Hinsicht sollte der rechnerische Ausgleichungsvorgang in einer Weiterentwicklung der graphisch-rechnerischen Ausgleichungsmethode bestehen. Die Berücksichtigung von Streifenzusammenhängen sollte eine Art Blockausgleichung ergeben und eine Paßpunkteinsparung ermöglichen.

3. Prinzipielle Lösung des Problems

Folgende Untersuchungen und Überlegungen sprechen für die Approximation der Verbesserungskurven durch quadratische Polynome. Verbesserungsgleichungen zweiter Ordnung verlangen je Streifen nur 6 Paßpunkte (je 2 in 3 Querschnitten) und approximieren lagemäßig auch für lange Streifen (20 Modelle) hinreichend genau den Kurvenverlauf. Soweit höhenmäßig Abweichungen auftreten, werden diese in einem zweiten Rechendurchgang für unterteilte Streifen beseitigt. Dabei werden gleichzeitig die Streifenzusammenhänge sowie eventuell vorhandene zusätzliche Paßpunkte und andere terrestrische Messungsdaten (Raumstrecken, Zenitdistanzbeobachtungen) berücksichtigt, deren Lage im Streifen beliebig sein kann. Verbesserungsgleichungen dritter und vierter Ordnung sind unhandlich und setzen ein festes Schema von vielen Paßpunkten voraus. Eine höhere Ordnung der Verbesserungsgleichungen ohne entsprechende Paßpunktanzahl und Verteilung ergibt keine erhöhte Genauigkeit. Auch Dr. Brucklacher [3] schreibt 1959 in der Veröffentlichung seiner Ausgleichungsmethode, daß für Streifen bis zu 15 Modellen wegen Überlegungen der Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit die Verwendung von Verbesserungsgleichungen zweiter Ordnung zweckmäßig erscheint. In drei Querschnitten Q ($Q = A, M, E$ für Streifenanfang, -mitte und -ende) werden jeweils aus 2 Paßpunkten die entsprechenden Fehler bestimmt. Mit Hilfe der so erhaltenen Werte v_Q werden je Verbesserungskurve aus den 3 Verbesserungsgleichungen $v_Q = x_Q{}^2 . a_j + x_Q . b_j + c_j$ die Koeffizienten a_j, b_j, c_j bestimmt und damit für alle Punkte des Streifens die Verbesserungen

v_p gerechnet. Für die Ausgleichung wird ein kontinuierlicher und nicht polygonaler Streifenverlauf mit Bruckpunkten an den Modellanschlußstellen angenommen.

Nach der schrittweisen Entwicklung, Programmierung und Testung der rechnerischen Ausgleichungsformeln erfolgte die Berechnung eines großen Testoperates und die anschließende erfolgreiche Anwendung bei allen folgenden Aerotriangulationen.

Kapitel II

Rechnerische Ausgleichung eines Einzelstreifens

1. Allgemeines

Der Ableitung der rechnerischen Ausgleichsformeln liegt der einfachste Fall (Idealfall) zugrunde. Hiebei decken sich Maschinen- und Landeskoordinatensystem und die Maschinenkoordinaten werden in Meter-Einheiten abgelesen. Es sind keine Berechnungen vor oder nach der Streifenausgleichung notwendig.

Den allgemeinen Fall stellt die Triangulation von Schrägstreifen in einem beliebigen Maschinenmaßstab dar. Schrägstreifen sind gekennzeichnet durch eine beliebige Abweichung der Maschinen-x-Richtung von den beiden Landeskoordinatenrichtungen. Die Aerotriangulation in einem beliebigen Maschinenmaßstab liefert die Koordinaten in Maschinenmillimeter.

Der allgemeine Fall ist leicht auf den Idealfall zurückzuführen. Die Maschinenkoordinaten sind vor der Ausgleichung durch eine Multiplikation mit dem Maßstabfaktor des Maschinenmaßstabes auf Meter-Einheiten umzurechnen. Zur Koeffizientenberechnung verwendet man Soll-Koordinaten in Metern, die man aus den Landeskoordinaten der Paßpunkte durch eine Helmert-Transformation in das Maschinensystem erhält. Die Berechnung der Sollkoordinaten ist kurz und erfolgt manuell. Die Umrechnung der Maschinenkoordinaten auf Meter und die inverse Transformation der ausgeglichenen Koordinaten in Landeskoordinaten wird zweckmäßig in die Programmierung der Streifenausgleichung eingebaut.

2. Die Ausgleichung in geometrischer Hinsicht

Bei der Aerotriangulation wird durch die gegenseitige Orientierung beim Folgebildanschluß gewährleistet, daß sich die entsprechenden Projektionsstrahlen benachbarter Bilder schneiden und die Schnittpunkte ein dem entsprechenden Geländeausschnitt ähnliches Modell erzeugen. Solche dem Gelände ähnliche Modelle werden bei der Aerotriangulation auf eine systematische Art aneinandergereiht und ergeben somit einen Streifen.

Oberster Grundsatz jeder Ausgleichung eines Streifens muß sein, die Ähnlichkeit jedes Modelles oder eines kleineren räumlichen Streifenbereiches unbedingt zu erhalten. Dies geschieht, indem bei der Streifenausgleichung die Maschinenkoordinaten eines aerotriangulierten Modelles dieselben Koordinatenänderungen bekommen, die sie am Stereo-Auswertegerät erhalten, wenn nach der gegenseitigen die absolute Orientierung durchgeführt wird. Die Ausgleichung eines aerotriangulierten Modelles ist daher die rechnerische Herstellung der absoluten Orientierung eines gegenseitig orientierten Modelles, wobei ebenfalls die Ähnlichkeit erhalten bleibt.

3. Symbolik und Angaben

Für die Ableitung der rechnerischen Ausgleichungsformeln werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

x_P, y_P, h_P .... für die Maschinenkoordinaten-Mittelwerte in Meter
$\triangle x_1^P, \triangle y_1^P, \triangle h_1^P$ ..... für die erste Verbesserung der Maschinenkoordinaten
$\triangle x_2^P, \triangle y_2^P, \triangle h_2^P$ ..... für die zweite Verbesserung der Maschinenkoordinaten
$\triangle x_3^P, \triangle y_3^P, \triangle h_3^P$ ..... für die dritte Verbesserung der Maschinenkoordinaten
$\bar{x}_P, \bar{y}_P, \bar{h}_P$ .... für die Maschinenkoordinaten nach der ersten Verbesserung
$\bar{\bar{x}}_P, \bar{\bar{y}}_P, \bar{\bar{h}}_P$ .... für die Maschinenkoordinaten nach der zweiten Verbesserung
x_P^a, y_P^a, h_P^a .... für die ausgeglichenen Maschinenkoordinaten im Soll-Koordinatensystem
X_P^L, Y_P^L, H_P^L.......... für die ausgeglichenen Maschinenkoordinaten im Landes-Koordinatensystem
X_P^T, Y_P^T, H_P^T.......... für die Landeskoordinaten der Paßpunkte aus terrestrischer Einmessung
X_P^S, Y_P^S, H_P^S.......... für die Soll-Koordinaten der Paßpunkte im Maschinensystem; das sind die in das Maschinen-System transformierten Landeskoordinaten.

Schematische Darstellung eines aerotriangulierten Streifens

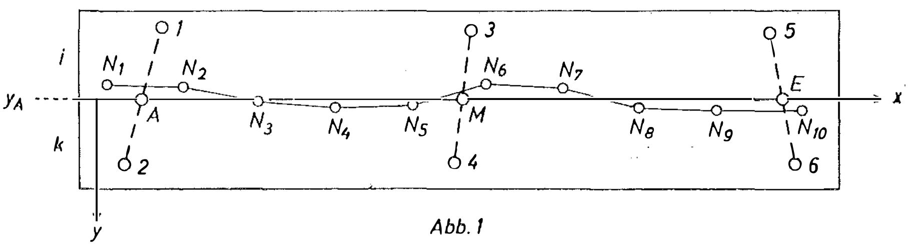

Abb. 1

Es gelten folgende Abkürzungen:

$Q = A, M, E$ für die Querschnitte Anfang, Mitte und Ende
$P = 1$ bis 6 für die 6 zur Koeffizientenberechnung vorgesehenen Punkte
$i = 1, 3, 5;$

$$ik = \overline{1,2};\ \overline{3,4};\ \overline{5,6};$$

$k = 2, 4, 6;$
y_A = mittleres y durch das Hauptpunktpolygon
H_0 = Vergleichshöhe
H_F = Flughöhe

4. Ableitung der Formeln für die Koeffizientenberechnung und Streifenausgleichung

Jene Formeln für die Koeffizientenausgleichung, welche auch für die nachfolgende Streifenausgleichung Verwendung finden, sind durch Beisetzen eines Sternes (*) neben der Nummer der Gleichung gekennzeichnet.

Für die Koeffizientenberechnung werden je Streifen folgende Angaben als bekannt vorausgesetzt:

die Flughöhe .... H_F

die Sollkoordinaten .... $X_P^S,\ Y_P^S,\ H_P^S$ } für die in Abb. 1 dargestellten

die Maschinenkoordinaten ..... $x_P,\ y_P,\ h_P$ } 6 Punkte P.

Vorweggenommen sei noch die Approximation der 5 Verbesserungskurven je Streifen durch quadratische Polynome. Kennt man zu dem Verbesserungspolynom

$$v_P = (x_P - x_A)^2 \,.\, a_j + (x_P - x_A) \,.\, b_j + c_j \qquad \ldots (1)$$

die 3 Werte v_Q, so erhält man die 3 Verbesserungsgleichungen

$$\left.\begin{aligned} v_A &= && && c_j \\ v_M &= \triangle x_{AM}^2 \,.\, a_j &&+ \triangle x_{AM}^2 \,.\, b_j &&+ c_j \\ v_E &= \triangle x_{AE} \,.\, a_j &&+ \triangle x_{AE} \,.\, b_j &&+ c_j \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (2)$$

und daraus die 3 Koeffizienten mit

$$\left.\begin{aligned} a_j &= \frac{\triangle x_{AE} \,.\, (v_M - v_A) - \triangle x_{AM} \,.\, (v_E - v_A)}{N} \\ b_j &= -\frac{\triangle x_{AE}^2 \,.\, (v_M - v_A) - \triangle x_{AM}^2 \,.\, (v_E - v_A)}{N} \\ c_j &= v_A, \end{aligned}\right\} \qquad \ldots (3)$$

wobei gilt: $N = \triangle x_{AM}^2 \,.\, \triangle x_{AE} - \triangle x_{AM} \,.\, \triangle x_{AE}^2$ ... (4)

Die Berechnung der Korrekturen erfolgt nach den Abbildungen 2 bis 4 und in der Reihenfolge:

$\triangle h_1$ bis $\triangle h_3$ wegen Maßstabfehler, Aufbiegung und Verwindung

$\triangle y_1$ bis $\triangle y_3$ wegen Maßstabfehler, Verwindung und seitlicher Abweichung

$\triangle x_1$ bis $\triangle x_3$ wegen Aufbiegung, seitlicher Abweichung und Maßstabfehler

Anfangs erfolgt die Berechnung

$$\text{der Vergleichshöhe} \quad H_O = \frac{[h_P]}{6} \qquad \ldots (5)$$

$$\text{und des mittleren } y \quad y_A = \frac{[y_P]}{6} \qquad \ldots (6)$$

Diese Werte können auch vorgegeben werden. Anschließend erfolgt die Berechnung der Raumstrecken $\overline{ik}$ aus Soll- und Maschinenkoordinaten.

$$\begin{aligned} &\text{(Sollkoordinaten)} & S_{ik} &= \sqrt{\triangle X_{ik}^2 + \triangle Y_{ik}^2 + \triangle H_{ik}^2} \\ &\text{(Maschinenkoordinaten)} & s_{ik} &= \sqrt{\triangle x_{ik}^2 + \triangle y_{ik}^2 + \triangle h_{ik}^2} \end{aligned} \qquad \ldots (7)$$

Daraus ergibt sich der Maßstabfaktor

$$dm_{ik} = dm_Q = \left(\frac{S_{ik}}{s_{ik}} - 1\right) \qquad \ldots (8)$$

Nach Berechnung der Werte

$$x_Q = x_i + \frac{\triangle y_{iA}}{\triangle y_{ik}} \,.\, \triangle x_{ik} \qquad \ldots (9)$$

ergeben sich analog (1) bis (3) für die Maßstabkurve

$$dm_P = \triangle x_{AP}^2 \,.\, a_1 + \triangle x_{AP} \,.\, b_1 + c_1 \qquad \ldots (10)^*$$

die Koeffizienten

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= [\triangle x_{AE} \cdot (dm_M - dm_A) - \triangle x_{AM} \cdot (dm_E - dm_A)] : N \\ b_1 &= -[\triangle x_{AE}^2 \cdot (dm_M - dm_A) - \triangle x_{AM}^2 \cdot (dm_E - dm_A)] : N \\ c_1 &= dm_A \end{aligned}\right\} \quad \ldots (11)$$

Kreuzriß des aerotriangulierten Streifens

Korrekturen wegen Maßstab (Δh_1^P, Δy_1^P), Verwindung (Δh_3^P, Δy_2^P) u. Aufbiegung (Δh_2^P)

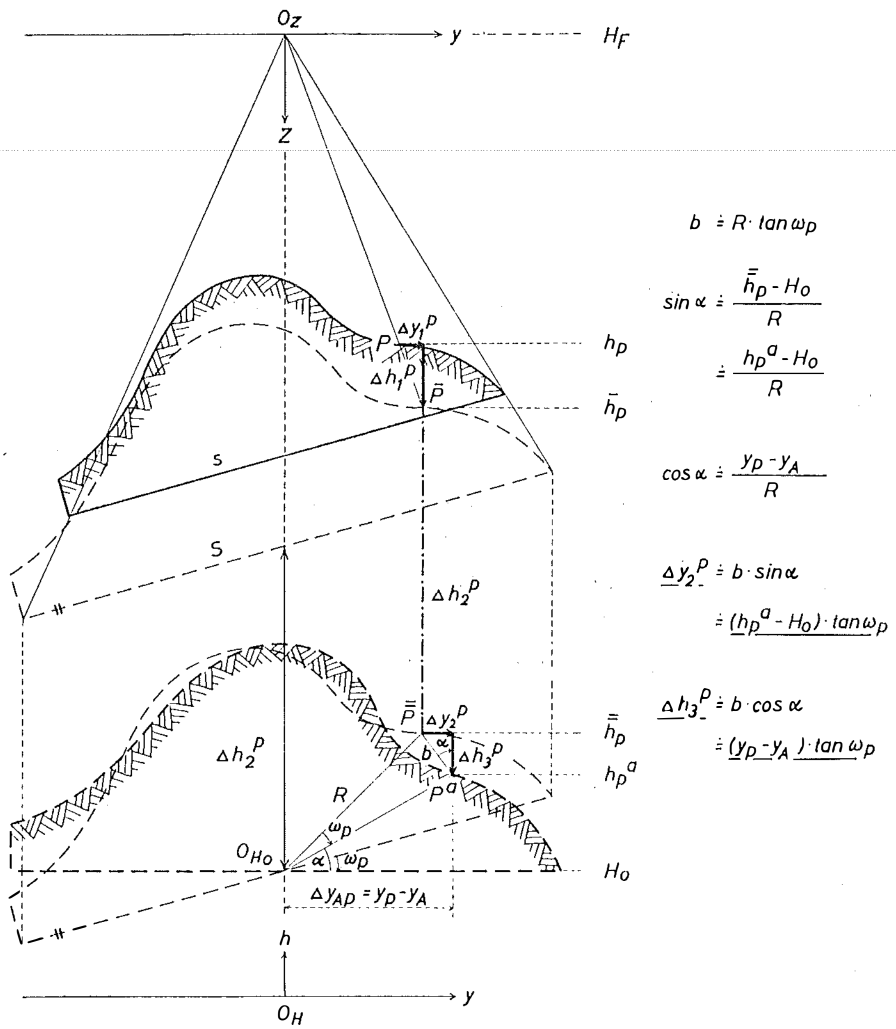

Abb. 2

Mit diesen Koeffizienten werden mit Gleichung (10) die entsprechenden Maßstabfaktoren dm_P für die 6 Punkte P gerechnet.

Die Höhen h_P werden wegen des Maßstabfehlers um

$$\triangle h_1^P = -(H_F - h_P) \cdot dm_P \quad \ldots (11)^*$$

Aufriß des aerotriangulierten Streifens

Korrekturen wegen Aufbiegung (Δh_2^P, Δx_1^P)

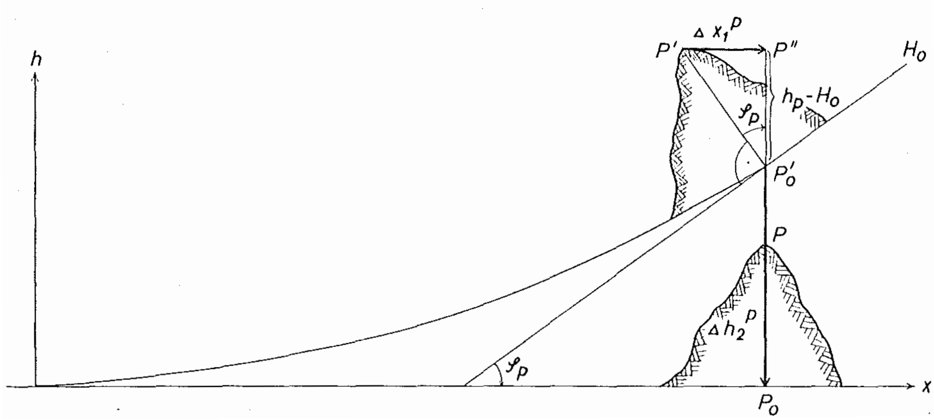

Abb. 3

korrigiert. Die maßstabkorrigierten Höhen ergeben sich mit

$$\overline{h_P} = h_P + \Delta h_1^P \qquad \ldots (12)$$

Die verbleibenden Höhenwidersprüche

$$w_H^P = H_P^S - \overline{h_P} \qquad \ldots (13)$$

ergeben durch lineare Interpolation auf die Punkte Q die Werte

$$w_H^Q = w_H^i + \frac{y_{iA}}{y_{ik}} \cdot \left(w_H^k - w_H^i \right) \qquad \ldots (14)$$

Dabei stellen hier die Widersprüche immer die Verbesserungen dar (Soll-Ist).

Grundriß des aerotriangulierten Streifens

Korrekturen wegen Maßstab (Δx_3^P) und seitlicher Abweichung (Δy_3^P, Δx_2^P)

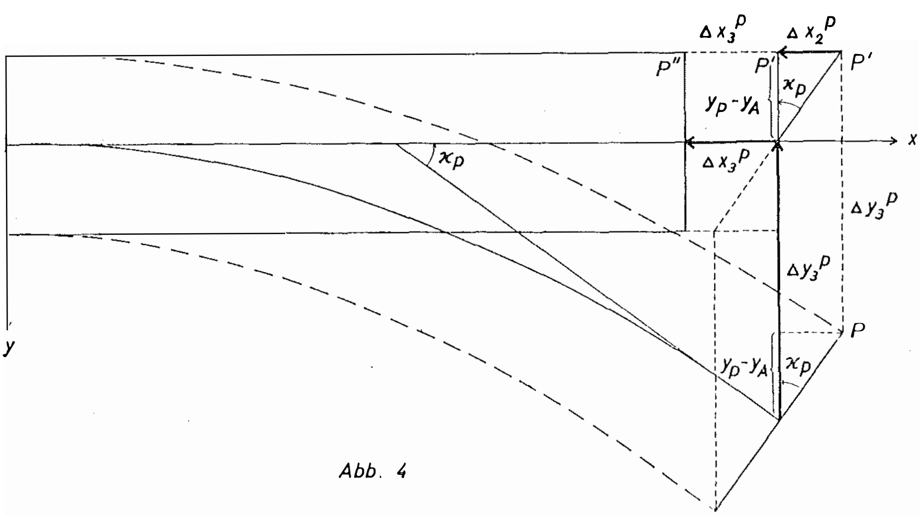

Abb. 4

Mit den Werten w_H^Q werden die Koeffizienten für die Verbesserungsgleichung der Aufbiegungskurve ermittelt.

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= \quad [\triangle x_{AE} \,.\, (W_H^M - W_H^A) - \triangle x_{AM} \,.\, (W_H^E - W_H^A)] : N \\ b_2 &= -[\triangle x_{AE}^2 \,.\, (W_H^M - W_H^A) - \triangle x_{AM}^2 \,.\, (W_H^E - W_H^A)] : N \\ c_2 &= W_H^A \end{aligned}\right\} \quad \ldots (15)$$

Mit den Koeffizienten aus Gleichung (15) und der Verbesserungsgleichung für die Aufbiegungskurve

$$\triangle h_2^P = \triangle x_{AP}^2 \,.\, a_2 + \triangle x_{AP} \,.\, b_2 + c_2 \qquad \ldots (16)^*$$

werden die Höhenkorrekturen $\triangle h_2^P$ der 6 Punkte P erhalten.

Aus den in P übrigbleibenden Höhenwidersprüchen wird die Tangensfunktion der Querneigung ω, im folgenden Verwindung genannt, an den Stellen x_P gerechnet:

$$\tan \omega'_P = \frac{w_H^P - \triangle h_2^P}{y_P - y_A} \qquad \ldots (17)$$

Durch lineare Interpolation ergeben sich die Verwindungen an den Streifenstellen Q

$$\tan \omega_Q = \tan \omega'_i + \frac{\triangle y_{iA}}{\triangle y_{iK}}\left(\tan \omega'_K - \tan \omega'_i\right) \qquad \ldots (18)$$

Mit den 3 Werten $\tan \omega_Q$ wird wieder entsprechend (1) bis (3) die Berechnung der Koeffizienten a_3, b_3, c_3 dirchgeführt. Mit diesen und der Gleichung für die Verwindungskurve

$$\tan \omega_P = \triangle x_{AP}^2 \,.\, a_3 + \triangle x_{AP} \,.\, b_3 + c_3 \qquad \ldots (19)^*$$

werden für die 6 Punkte P die Höhenkorrekturen wegen Verwindung gerechnet.

$$\triangle h_3^P = \triangle y_{AP} \,.\, \tan \omega_P \qquad \ldots (20)^*$$

Damit erhält man die ausgeglichenen Höhen mit

$$h_P^a = h^P + \triangle h_1^P + \triangle h_2^P + \triangle h_3^P \qquad \ldots (21)^*$$

Zur Kontrolle wird noch gerechnet

$$d\triangle H_P = H_P^S - h_P^a \qquad \ldots (22)$$

Diese Kontrollwerte $d\triangle H_P$ und später ebenso $d\triangle Y_P$ und $d\triangle X_P$ ergeben die bei der Ausgleichung für die 6 Punkte P zu erwartenden Abweichungen der ausgeglichenen Koordinaten gegenüber den Soll-Koordinaten. Kleine Abweichungen bestätigen die Richtigkeit der für die Koeffizientenberechnung verwendeten Maschinen- und Soll-Koordinaten der 6 Punkte P. Größere Abweichungen erlauben die Feststellung und Elimination des fehlerhaften Paßpunktes vor der Ausgleichung.

Zur Berechnung der Koeffizienten für die y-Korrekturen (quer zur Streifenrichtung) wird vorerst der Einfluß des Maßstabfehlers auf y beseitigt durch

$$\triangle y_1^P = \triangle y_{AP} \,.\, dm_P \qquad \ldots (23)^*$$

Der Einfluß wegen Verwindung ergibt sich mit

$$\triangle y_2^P = -(h_P^a - H_O) \,.\, \tan \omega_P \qquad \ldots (24)$$

Damit ergibt sich für die 6 Punkte P

$$\overline{\overline{y_P}} = y_P + \triangle y_1^P + \triangle y_2^P \qquad \ldots (25$$

Die Restwidersprüche (Soll-Ist)

$$w_y^P = Y_P^S - \overline{\overline{y_P}} \qquad \ldots (26)$$

ergeben durch Interpolation die Korrekturen der Punkte Q wegen der seitlichen Abweichung:

$$w_y^Q = w_y^i + \frac{\triangle y_{iA}}{\triangle y_{ik}} \cdot (w_y^k - w_y^i) \qquad \ldots (27)$$

Die Koeffizienten a_4, b_4, c_4 für die Verbesserungsgleichung der seitlichen Abweichung werden wieder analog (1) bis (3) berechnet. Damit ergeben sich die Korrekturen

$$\triangle y_3^P = \triangle x_{AP}^2 \cdot a_4 + \triangle x_{AP} \cdot b_4 + c_4 \qquad \ldots (28)$$

Es folgt

$$y_P^a = y_P + \triangle y_1^P + \triangle y_2^P + \triangle y_3^P \qquad \ldots (29)^*$$

und als Kontrolle

$$d \triangle Y_P = Y_P^S - y_P^a \qquad \ldots (30)$$

Nun folgt die Berechnung der Koeffizienten für die x-Korrekturen (in der Streifenrichtung). Die Tangenswerte der Längsneigung φ_P ergeben sich als Differential-quotient der Verbesserungsgleichung für die Aufbiegung mit

$$\tan \varphi_P = -(2a_2 \cdot \triangle x_{AP} + b_2) \qquad \ldots (31)^*$$

Damit erhält man die erste x-Korrektur

$$\triangle x_1^P = (h_P^a - H_O) \cdot \tan \varphi_P \qquad \ldots (32)^*$$

Weiters ergeben sich die Tangenswerte der Verkantung $\varkappa_P$ aus dem Differential-quotienten der Verbesserungsgleichung für die seitliche Abweichung.

$$\tan \varkappa_P = -(2a_4 \cdot \triangle x_{AP} + b_4), \qquad \ldots (33)^*$$

womit man die zweite x-Korrektur erhält:

$$\triangle x_2^P = \triangle y_{AP} \cdot \tan \varkappa_P \qquad \ldots (34)^*$$

Es folgt

$$\overline{\overline{x_P}} = x_P + \triangle x_1^P + \blacktriangle x_2^P \qquad \ldots (35)$$

und damit der Restwiderspruch

$$w_x^P = X_P^S - \overline{\overline{x_P}} \qquad \ldots (36)$$

Der Restwiderspruch w_x^P wird besonders durch den Maßstabfehler und außerdem durch die Verkürzung des Streifens in der x-Richtung infolge der seitlichen Abweichung und Streifenaufbiegung verursacht.

Durch Interpolation auf die Punkte Q erhält man

$$w_x^Q = w_x^i + \frac{\triangle y_{iA}}{\triangle y_{ik}} \cdot (w_x^k - w_x^i), \qquad \ldots (37)$$

womit in der bisherigen Art die Koeffizienten a_5, b_5, c_5 für die Verbesserungsgleichung wegen x-Restfehler gerechnet werden.

Damit ergibt sich die x-Restkorrektur

$$\triangle x_3^P = \triangle x_{AP} \cdot a_5 + \triangle x_{AP} \cdot b_5 + c_5 \qquad \ldots (38)^*$$

und man erhält die ausgeglichenen x-Koordinaten der 6 Punkte P mit

$$x_P^a = x_P + \triangle x_1^P + \triangle x_2^P + \triangle x_3^P \qquad \ldots (39)^*$$

Abschließend erfolgt wieder die Berechnung der Kontrolle

$$d\triangle X_P = X_P^S - x_P^a \qquad \ldots (40)$$

Die Koeffizientenberechnung dauert mit dem Magnettrommelrechner IBM 650 je Streifen ca. 2 Minuten. Nach Prüfung der Kontrollwerte $d\triangle Xp$, $d\triangle Yp$ und $d\triangle Hp$ erfolgt die Berechnung der ausgeglichenen Koordinaten für alle Punkte des aerotriangulierten Streifens. Dies geschieht mit den durch einen Stern bei der Gleichungsnummer gekennzeichneten Formeln, und zwar in arithmetischer Reihenfolge. Hiezu ist, wieder für den Lochkartenrechner IBM 650, mit ca. einer Stunde für 6000 Punkte zu rechnen. Die anschließende Prüfung der ausgeglichenen Koordinaten ist die erste und einzige persönliche Arbeit, wenn man von der einfachen und kurzen Zusammenstellung der Angaben für die Koeffizientenberechnung und Prüfung der Kontrollwerte absieht.

Bei der Überprüfung der ausgeglichenen Koordinaten werden grobe Fehler in den Maschinenkoordinaten aufgeklärt und die Punkte mit korrigierten Werten für die Lochung zusammengestellt. Weiters wird die Übereinstimmung der ausgeglichenen und der terrestrischen Koordinaten zusätzlicher Paßpunkte, sowie die Übereinstimmung der ausgeglichenen Koordinaten aus benachbarten Streifen überprüft.

Notwendigenfalls ist ein zweiter Rechendurchgang Koeffizientenberechnung und Ausgleichung, eventuell für unterteilte Streifen vorzusehen. Dazu können als Soll-Koordinaten die ausgeglichenen Koordinaten mit einer solchen Änderung verwendet werden, daß für jeden Streifen die beste Anpassung an vorhandene Paßpunkte und die bestmögliche Übereinstimmung mit den benachbarten Streifen erreicht wird.

Eine abschließende Mittelbildung der in mehreren Streifen ausgeglichenen Punkte mit Tabellierung des Ergebnisses beendet die maschinelle Bearbeitung.

Schluß

Die vorliegende Arbeit stellt eine Kurzfassung der wichtigsten Kapitel I und II aus der Dissertation des Autors dar. In der Dissertation wurden außerdem behandelt:

Kapitel III: Zusammenstellung der Formeln und Daten zur Programmierung für den Elektronenrechner IBM 650.

Kapitel IV: Zahlenbeispiel für die rechnerische Ausgleichung eines Blockes von 4 Streifen.

Kapitel V: Auswirkung von fehlerhaften Angaben.

Kapitel VI: Genauigkeitsuntersuchungen (u. a. ist die Verwendung von H_F und der Bezugshöhe H_O behandelt).

Kapitel VII: Ergebnisse und Genauigkeiten der Testbearbeitung eines Streifenblockes.

Literatur:

[1] *Nowatzky, F.:* Bildtriangulation zur Bestimmung von Paßpunkten. Mitteilungen des Reichsamtes für Landesaufnahme, 2/1940.

[2] *Zarzycki, J.:* Graphische Interpolationsausgleichung eines Doppelstreifens. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, 7/1949.

[3] *Brucklacher, W.:* Zur räumlichen Aerotriangulation von Bildstreifen. Deutsche Geodätische Kommission, A/34/I/1959.