Die elektronische Netzeinschaltung

Robert Boxan [1]

[1] *Technische Hochschule Wien IV, Karlsplatz 13, Mathematisches Labor*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **50** (4, 5), S. 113–122, 145–154

1962

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN
Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN
Offizielles Organ
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie
REDAKTION:
emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 4 Baden bei Wien, Ende August 1962 50. Jg.

Die elektronische Netzeinschaltung

Von *Robert Boxan*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien)

1. Ist der Einsatz einer Elektronenanlage zur Auswertung trigonometrisch bestimmter Punktzusammenhänge gerechtfertigt?

Es mag müßig erscheinen, diese Frage an die Spitze der nachfolgenden Betrachtungen zu stellen. Dennoch erscheint mir die Erörterung gerade dieser Frage nicht unwesentlich zu sein.

Nahezu an allen Instituten, die eine elektronische Rechenanlage in den Dienst ihrer Aufgaben stellen, ist eine ganz bestimmte Tendenz zu beobachten: Unmittelbar nach Inbetriebnahme der Anlage wird tatsächlich jedes Problem, welches auf die maschinelle Verarbeitung umgestellt werden soll, kritisch dahingehend geprüft, ob für dessen Lösung der Einsatz eines kostspieligen Rechengerätes zu rechtfertigen sei oder nicht. Im weiteren Verlauf der Automatisierung wird die Prüfung bezüglich der Rentabilität allmählich immer weniger kritisch, bis schließlich für die Umstellung eines Problems einzig und allein das bloße Vorhandensein der Maschine als Rechtfertigung aufgeführt werden kann. Es obliegt mir nicht, die näheren Umstände dieser Entwicklung aufzuzeigen, jedoch habe ich mir gestattet, darauf hinzuweisen.

Bei den meisten geodätischen Problemen, die auf die elektronische Berechnung umgestellt werden, handelt es sich darum, ein für Tischrechenmaschinen bereits bestehendes Verfahren einfach auf die Elektronenmaschine zu übertragen, wobei die angewandten Formeln im allgemeinen eine entsprechende Abänderung erfahren. In diesem Fall ist ein unmittelbarer Vergleich des bisherigen Verfahrens mit dem neuen Verfahren durchaus möglich, um die Wirtschaftlichkeit abzuschätzen.

Im Falle der Netzeinschaltung liegen die Dinge jedoch völlig anders, worauf bereits *F. Höllrigl* [1] hingewiesen hat: Hier handelt es sich um ein Rechenverfahren, dessen grundsätzliche Anwendung überhaupt erst durch den Einsatz einer Elektronenanlage realisierbar wird; oder anders ausgedrückt: Zum Ausgleich trigonometrischer Netze bietet sich die elektronische Berechnung geradezu an, um einen langgehegten Wunsch des Triangulators Wirklichkeit werden zu lassen. Ein unmittelbarer Vergleich der bisher geübten Tischrechenmethoden mit dem im folgenden dargelegten Verfahren der Netzeinschaltung bezüglich seiner Wirtschaftlichkeit wäre natürlich sinnwidrig. Dennoch läßt sich der verhältnismäßig hohe Rechenaufwand und somit der Einsatz einer Elektronenrechenmaschine durch nachstehende Punkte hinreichend rechtfertigen:

a) Zeit und Kosten sparende Methoden in der Feldarbeit,
b) Ersparung kostspieliger Hochstandsbauten,
c) wesentlich höhere, relative Punktlagegenauigkeit.

Über diese drei Punkte wird die Triangulierungsabteilung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen in einer der nächsten Nummern dieser Zeitschrift noch eingehend berichten.

2. Die ersten Versuche der Entwicklung eines Programmes zur Netzeinschaltung

An der Lösung des Netzeinschaltungsproblemes wurde bereits seit dem Jahre 1958 gearbeitet, also bereits zu einer Zeit, wo ich selbst noch gar nicht in der Abteilung für Lochkartentechnik tätig war. Es ist hier namentlich Herrn *Dr. Herbert Kremser*, Assistent an der Technischen Hochschule Wien, zu danken, daß dieser die ersten Programme (Rechenvorschriften für Elektronenrechenmaschinen) auf diesem Gebiet entwickelte, die ich dann nach meiner Einschulung Mitte 1959 von ihm übernahm, um seine Arbeiten fortzusetzen. Herr Dr. Kremser hat zwei Programme geschaffen:

1. Aufstellung von maximal 99 Fehlergleichungen unter der Voraussetzung, daß jeder Neupunkt höchstens eine Orientierungsvariable besaß; das heißt: Bei mehrfacher Aufstellung im selben örtlichen System mußte zuvor zentriert, eventuell sogar ein Stationsausgleich vorgenommen werden. Ferner mußten die von Altpunkten (Festpunkten) kommenden äußeren Richtungen orientiert vorgegeben werden.

2. Aufstellung von Normalgleichungen für höchstens 13 Neupunkte, wobei jeder Neupunkt eine Orientierungsveränderliche haben mußte; mit anderen Worten: Neupunkte, die nur durch äußere Richtungen bestimmt waren (mehrfache Vorwärtsschnitte), konnten zunächst nicht behandelt werden. In diesem Programm wurden die Orientierungsunbekannten nicht eliminiert, sodaß also jedem Neupunkt drei Veränderliche zukamen.

Die so erhaltenen Normalgleichungen konnten sodann mit Hilfe eines sogenannten Standardprogrammes der IBM aufgelöst und damit die Koordinatenverbesserungen gewonnen werden.

Damit war der Grundstein auf dem Weg zur Automatisierung des Netzeinschaltungsproblems gelegt. Aus dem Vorangehenden erkennt man, daß dieser erste Versuch getreu den Pfad der klassischen Ausgleichsmethode beschritt. Erst ein späterer Zeitpunkt brachte dann die Erkenntnis mit sich, daß es kein sehr glücklicher Gedanke war, die Lösung des Problems auf dieser Basis zu suchen.

3. *Ausbau und Weiterentwicklung*

In der Folge zählte es zu den vordringlichsten Aufgaben, die vorhin angeführten Einschränkungen einerseits durch Abänderung der bestehenden, andererseits durch Schaffung zusätzlicher Programme weitgehendst aufzuheben. So wurde ein Weg gefunden, das Programm zur Aufstellung von Normalgleichungen derart abzuändern, daß auch Neupunkte, die ausschließlich durch äußere Richtungen bestimmt waren, in den Ausgleich einbezogen werden konnten. In intensiver Zusammenarbeit mit der Triangulierungsabteilung kristallisierte sich sodann nach und nach die Notwendigkeit zur Entwicklung folgender Zusatzprogramme heraus:

1. Orientierung der Richtungsbeobachtungen auf Altpunkten und Berechnung orientierter Richtungen,
2. Standpunktzentrierung,
3. Zielpunktzentrierung,
4. Stationsausgleichung (genäherte Vereinigung mehrerer, eventuell ungleichgewichtiger und unvollständiger Satzgruppen),
5. Berechnung endgültiger Richtungswinkel,
6. Berechnung endgültiger Seiten,
7. Ausgabe der Winkelwidersprüche vor der Ausgleichung zur Beurteilung der Beobachtungen,
8. Berechnung der übrigbleibenden Fehler, der Fehlerquadratsumme und des mittleren Richtungsfehlers nach der Ausgleichung.

So ausgestattet war nun das Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen in der Lage, Triangulierungsnetze bis zu 13 Neupunkten einzuschalten. Der praktische Vorgang war folgender: Nach Überreichung der abgelochten Angaben (Altpunktkoordinaten, vorläufige Koordinaten der Neupunkte, verebnete Richtungen und Elemente zur Zentrierung in örtlichen Systemen) wurden die Netze vorerst orientiert, zentriert, stationär ausgeglichen und die Winkelwidersprüche ermittelt, welche in Klarschrift übersetzt dem Beobachter zur Beurteilung seiner Messungen übermittelt wurden. Dieser gab dann etwaige Streichungen oder Änderungen gewisser Beobachtungsdaten bekannt und erklärte sich mit der Durchführung des Ausgleiches einverstanden. Von seiten der Abteilung für Lochkartentechnik wurden nachfolgend die entsprechenden Daten weisungsgemäß berichtigt und die Netzeinschaltung vorgenommen, welche mit der Auslieferung der Ergebnisse (endgültige Neupunktkoordinaten, endgültige Richtungswinkel, endgültige Seiten, Restwidersprüche, Fehlerquadratsumme und mittlerer Richtungsfehler) ihren Abschluß fand.

4. *Erfahrungen und Entschluß zur Neuprogrammierung*

Die oben gegebene Darstellung des Verfahrens mag dem Leser recht logisch und einfach erscheinen. Doch darf nicht übersehen werden, daß die Lösung des Gesamtproblems hier durch eine Aneinanderkettung von Einzelaufgaben erfolgen mußte, was ganz außerordentliche Nachteile nach sich zog. Ausgehend von dem Faktum, daß dies eine völlig individuelle Bearbeitung jedes einzelnen Triangulierungsoperates mit sich brachte, bedingte das wiederum, daß nur ein mit der Materie völlig vertrauter Fachmann überhaupt in der Lage war, die Bearbeitung vorzunehmen. Der praktische Vorgang an der Elektronenmaschine gestaltete sich äußerst schwierig und unrationell, zumal für die jeweils gerade geforderte Aufgabe die Maschine immer eigens vorbereitet und umgestellt werden mußte. Dazu kam, daß als Abschluß jedes dieser Einzelprozesse immer wieder Teil- oder Zwischenergebnisse auf Lochkarten abzustanzen waren, die ihrerseits wieder mit anderen Teilergebniskarten oft in ganz spezieller Ordnung zu vermengen waren, um so wieder als Angabenkarten für ein ganz neues Problem zu dienen. Zu dem gesellte sich die Tatsache, daß sich die bearbeitende Stelle, bedingt durch die verschiedenen Einmessungsmethoden, vor immer neue Aufgaben gestellt sah, die nur durch Schaffung neuer Zusatzprogramme oder durch Umgestaltung bereits vorhandener Programme gemeistert werden konnten. Der praktische Arbeitsablauf an der Maschine wurde immer verwickelter und weitete sich allmählich zu einer Privatwissenschaft aus. Als man dann schließlich die Bilanz ziehen mußte, daß die Einschaltung eines Triangulierungsnetzes den Einsatz von 14 Teilprogrammen erforderlich machte, deren Ablauf durch 39 verschiedene Vorlagekarten zu steuern war, daß gelegentliche Manipulationsfehler an der Maschine unvermeidlich wurden, vor allem aber, daß der sich stetig steigernde Zeitaufwand (ca. $3n^2$ bis $4n^2$ Minuten, wobei n die Anzahl der Neupunkte bedeutet) sich keinesfalls mehr vertreten ließ, war die Stunde gekommen, in der man den Entschluß faßte, die Lösung dieses Problems noch einmal von vorne aufzurollen.

Die grundsätzlichen Forderungen, die für die Neuprogrammierung postuliert werden sollten, entsprangen unmittelbar den bisher gesammelten Erfahrungen:

1. Das Netzeinschaltungsprogramm darf nur aus zwei Teilen bestehen:
   a) Vorbereitung zur Einschaltung und Netzausgleich,
   b) Rückrechnung.
2. Die Programme müssen völlig unabhängig von jeder noch so beliebigen Netzstruktur anwendbar sein.
3. Die praktische Durchführung der Berechnung darf kein auf dem Gebiet der Triangulierung vorgebildetes Bedienungspersonal erforderlich machen.
4. Sowohl die Anzahl der Fehlergleichungen, als auch die Anzahl der gleichzeitig zur Einschaltung gelangenden Neupunkte soll soweit als programmtechnisch möglich hinaufgesetzt werden.

Nur eine Programmierung, welche diesen Richtlinien entsprach, war vom Standpunkt der Praxis aus als Lösung des Problems geeignet.

5. Die Ausgleichung nicht zentrierter örtlicher Systeme

Die Forderungen 2. und 3. des vorangehenden Abschnittes können nur dann erfüllt werden, wenn man auf die Zentrierung der örtlichen Systeme verzichtet. Dazu ist es notwendig, daß die vorläufigen Koordinaten (es sollte richtiger Näherungskoordinaten heißen) der zu einem örtlichen System gehörigen Punktgruppe in ihre endgültige örtliche Beziehung zueinander gebracht werden, und in dieser Form bereits vor der Netzeinschaltung bekannt sein müssen. Setzt man die vorläufigen Koordinaten nämlich derart gegeben voraus, so bringt dies einen doppelten Vorteil mit sich: Einerseits wird dadurch die Vorgabe der Zentrierelemente entbehrlich, sodaß man für die Programmierung von einer einheitlichen Art von Größen (Koordinaten) ausgehen kann, was ohne weiteres möglich ist, soferne man durch die

Festlegung eines geeigneten Punktnummernschlüssels die Zugehörigkeit der Punkte zu einem bestimmten örtlichen System kenntlich gemacht hat. Andererseits wird so das Ausgleichsproblem, vom mathematischen Standpunkt aus gesehen, klar formulierbar; nämlich:

a) Für jedes örtliche System sind die Koordinatenverbesserungen $\triangle y_j$ und $\triangle x_j$ als Veränderliche anzunehmen und zu bestimmen ($j = 1,2, \ldots, n$).

b) In jedem Standpunkt muß eine eigene Orientierungsunbekannte z_s in Rechnung gestellt werden ($s = 1,2, \ldots, p$).

Dem Verfasser ist es natürlich bekannt, daß ein derartiges Vorgehen beim Ausgleich nicht streng richtig ist, nachdem einerseits die Verschwenkungen der örtlichen Systeme so keine Berücksichtigung finden, andererseits wieder gewisse Richtungen dadurch mit mehrfachem Gewicht in den Ausgleich eingeführt werden. Derartige Einwände können aber sehr leicht entkräftet werden, denn zu merklichen Verschwenkungen der Punktsysteme kommt es nur dann, wenn die Koordinatenverbesserungen den Betrag von 1 m überschreiten, was aber bei der im Abschnitt 13 dargelegten Methode zur Bestimmung der vorläufigen Koordinaten nicht möglich ist, das vereinzelte Zustandekommen mehrfach gewichteter Richtungen hat auf die Ergebnisse praktisch überhaupt keinen Einfluß.

6. Klassisches Ausgleichsverfahren — Iterationsmethode

Um das Folgende richtig zu verstehen, muß man wissen, daß eine Elektronenrechenmaschine eine ganz bestimmte Speicherkapazität besitzt. Die dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen zur Verfügung stehende Maschine (IBM 650) ist mit 2000 einzelnen Speichern ausgestattet, das heißt: Man kann niemals mehr als 2000 höchstens 10stellige Begriffe in der Maschine zur Verfügung halten. In diesen Speichern müssen aber nicht nur alle Angaben und Zwischenergebnisse aufbewahrt werden, sondern auch das Programm, d. i. die Schritt um Schritt ausgearbeitete Rechenvorschrift, nach welcher die Rechenmaschine von den eingespeicherten Angaben ausgehend zu den geforderten Ergebnissen gelangt. Jeder einzelne Rechenschritt benötigt einen eigenen Speicherplatz. Je verwickelter daher ein Problem ist, desto mehr Speicher müssen zur Festhaltung der Rechenvorschrift investiert werden, was aber auf der anderen Seite eine entsprechende Herabsetzung jener Speicheranzahl mit sich bringt, welche zur Aufbewahrung der oben erwähnten Rechendaten dienen können.

Die in Abschnitt *4* unter 4. gestellte Forderung nach der Hinaufsetzung der Anzahl von Fehlergleichungen und Neupunkten wird demnach nicht unbegrenzt möglich sein. Sie wird aber in jenem Verhältnis steigen, mit dem die Rechenvorschrift an Einfachheit zunimmt, bzw. je weniger Zwischenergebnisse gleichzeitig gespeichert werden müssen. Wenn man etwa bedenkt, daß zur gleichzeitigen Einschaltung von 20 Neupunkten nach dem klassischen Ausgleichsverfahren, selbst bei Ausschaltung der Orientierungsunbekannten, nicht weniger als 860 Normalgleichungskoeffizienten zu berechnen wären, wozu erfahrungsgemäß, je nach Anzahl der Fehlergleichungen, 8 bis 10 Stunden an Rechenzeit aufgewendet werden müssen, erkennt man, daß der Weg, über Normalgleichungen zu den Lösungen zu gelangen, keinesfalls gangbar ist; ganz abgesehen von der hohen Rechenzeit wäre es erforderlich, neben der notwendigen Rechenvorschrift noch etwa 1000 Fehlergleichungskoeffizienten gleichzeitig mit den Normalgleichungskoeffizienten aufzuspeichern, was auf der zur Verfügung stehenden Maschine eine programmtechnische Unmöglichkeit darstellt.

Anders verhält es sich in dieser Hinsicht mit den modernen Iterationsverfahren, die darauf aufgebaut sind, direkt aus den Fehlergleichungen zu den Lösungen der zugehörigen Normalgleichungen zu gelangen. Diese Verfahren sind verhältnismäßig einfach; nur wenige Zwischenwerte brauchen von Schritt zu Schritt aufgehoben zu werden; außerdem rechnen sie rasch. Aber selbst wenn man von all diesen Vorteilen absieht, genießen die Iterationsverfahren gegenüber der Gewinnung von Verbesserungen durch Auflösung von Normalgleichungen in rein numerischer Hinsicht einen ganz bedeutenden Vorzug, auf den ich hier besonders hinweisen will: Während bei der fortgesetzten Reduktion von Normalgleichungen nach dem Gauß'schen Algorithmus die Lösungen (namentlich bei großen Koeffizientenmatrizen) gar nicht unbedeutend von der Stellung der Veränderlichen im Schema abhängig sind, ein Effekt, dessen Ursache dem Geodäten wohl hinreichend bekannt ist, tritt dieser Nachteil bei der Ermittlung der Verbesserungen direkt aus den Fehlergleichungen nach einem Iterationsverfahren nicht in Erscheinung; das liegt darin begründet, daß die Iterationsverfahren so aufgebaut sind, daß bei jedem Iterationsschritt sämtliche Fehlergleichungskoeffizienten völlig symmetrisch in die Rechnung Eingang finden. Es muß als außerordentlich glückliches Zusammentreffen bezeichnet werden, daß die Forderungen an die Genauigkeit der Rechnung und die programmtechnischen Möglichkeiten sich hier so harmonisch ergänzen.

7. Das Stiefel'sche Iterationsverfahren

Beim Studium einer Anzahl von verschiedenen Iterationsmethoden (Iterationsverfahren nach *Galvenius* [2], iterative Einzelausgleichung nach *Morpurgo* [3], u. a.), die ich aus bestimmten Gründen wieder fallen ließ, stieß ich auch auf ein Verfahren, welches auf *Stiefel* [4] zurückgeht.

Dieses Ausgleichsverfahren geht unmittelbar von den Fehlergleichungen

$$v_i = [a_i \triangle x]_j + l_i;\ i = 1, 2, 3, \ldots, N \qquad \ldots(1)$$

aus und bestimmt die Verbesserungen $\triangle x_j$ in einem sogenannten finiten Iterationsprozeß durch sukzessive Approximation, wobei bei jedem Schritt die Fehlerquadratsumme vermindert wird, so daß diese nach Ausführung von n Schritten (n = Anzahl der Unbekannten) ihr Minimum erreicht hat. Dabei nähert sich der n-dimensionale Approximationspunkt $\triangle \mathfrak{x}_K$ dem Lösungspunkt $\triangle \mathfrak{x}$ in monotoner Weise.

Rechnerisch wird der Ausgleich durch die Anwendung folgender Formeln bewerkstelligt:

Vor Beginn des Ausgleiches hat man die Größen

$$v_i^{(o)} = l_i;\ i = 1, 2, 3, \ldots, N \qquad \ldots(2)$$

$$e_j^{(o)} = 0;\ j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad \ldots(3)$$

$$[rr]_j^{(o)} = 1 \qquad \ldots(4)$$

zu setzen. Der k-te Iterationsschritt erfordert sodann die Berechnung der nachstehenden Größen:

$$r_j^{(K)} = [a_j\, v^{(K-1)}]_i;\ j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad \ldots(5)$$

$$\varepsilon^{(K)} = \frac{[rr]_j^{(K)}}{[rr]_j^{(K-1)}} \qquad \ldots(6)$$

$$e_j^{(K)} = -r_j^{(K)} + \varepsilon^{(K)} e_j^{(K-1)};\ j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad \ldots(7)$$

$$q_i^{(K)} = [a_i\, e^{(K)}]_j;\ i = 1, 2, 3, \ldots, N \qquad \ldots(8)$$

$$\lambda^{(K)} = \frac{[rr]_j^{(K)}}{[qq]_i^{(K)}} \qquad \ldots(9)$$

$$dx_j^{(K)} = \lambda^{(K)} e_j^{(K)};\ j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad \ldots(10)$$

$$v_i^{(K)} = \lambda^{(K)} q_i^{(K)} + v_i^{(K-1)};\ i = 1, 2, 3, \ldots, N \qquad \ldots(11)$$

Die Lösungen selbst können schließlich durch

$$\triangle x_j = [dx_j]_{(K)};\ j = 1, 2, 3, \ldots, n \qquad \ldots(12)$$

gefunden werden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens findet der Leser in der Matrix Calculus by *E. Bodewig* [5] nachgewiesen. Der dort geführte Beweis stützt sich überwiegend auf geometrische Vorstellungen. Dem Verfasser ist es nun gelungen, einen rein arithmetischen Beweis zu führen, welchen dieser in Kürze in der Zeitschrift MTW zu veröffentlichen beabsichtigt.

Zum besseren Verständnis der oben angeführten Formeln einerseits, andererseits jedoch, um dem Leser einen tieferen Einblick in die Arbeitsweise des beschriebenen Iterationsverfahrens zu geben, sei nachstehend eine Einzelpunkteinschaltung numerisch durchgeführt.

Zur Bestimmung eines Punktes liegen zwei fest orientierte Außenrichtungen vor, deren Fehlergleichungen

$$v_1 = +\,0{,}5\triangle x + 1{,}8\triangle y + 6{,}2$$
$$v_2 = -\,1{,}1\triangle x + 1{,}7\triangle y - 4{,}0$$

lauten. Außerdem wurden in diesem Punkt vier Innenrichtungen beobachtet, deren Fehlergleichungen durch

$$v_3 = -\ \ 4{,}9\triangle x - 0{,}1\triangle y - \ \ 9{,}6 - z$$
$$v_4 = -\ \ 3{,}4\triangle x - 1{,}0\triangle y - \ \ 3{,}4 - z$$
$$v_5 = +\,12{,}5\triangle x - 1{,}9\triangle y + 28{,}7 - z$$
$$v_6 = -\ \ 4{,}1\triangle x + 3{,}0\triangle y - 15{,}7 - z$$

gegeben seien. Der aufmerksame Leser stellt fest, daß namentlich die Formeln (5), (6), (7) und (11) auf Größen zurückgreifen, die im vorangehenden Iterationsschritt bestimmt wurden. Bei Durchrechnung des ersten Iterationsschrittes jedoch ist ein derartiges Zurückgreifen auf einen vorangehenden „0. Iterationsschritt“ nicht möglich, da es einen solchen nicht gibt. Aus diesem Grunde ist es notwendig, die so vakanten Größen gemäß Formeln (2), (3) und (4) zu erklären:

$$v_1^{(o)} = l_1 = + \ 6{,}2$$
$$v_2^{(o)} = l_2 = - \ 4{,}0$$
$$v_3^{(o)} = l_3 = - \ 9{,}6$$
$$v_4^{(o)} = l_4 = - \ 3{,}4$$
$$v_5^{(o)} = l_5 = + 28{,}7$$
$$v_6^{(o)} = l_6 = - 15{,}7 \qquad [vv]^{(o)} = [ll] = 1\,228{,}34$$
$$e^{(o)} = 0$$
$$f^{(o)} = 0$$
$$(r^2 + s^2)^{(o)} = 1$$

Der Theorie dieses Verfahrens entsprechend werden nur zwei Iterationsschritte erforderlich sein, um die Koordinatenverbesserungen $\triangle x$ und $\triangle y$ zu bestimmen:

1. Iterationsschritt

$$r^{(1)} = [av^{(o)}] = [al] = + 489{,}22$$
$$s^{(1)} = [bv^{(o)}] = [bl] = - \ 92{,}91$$
$$(r^2 + s^2)^{(1)} = 247\,968$$
$$\varepsilon^{(1)} = \frac{(r^2 + s^2)^{(1)}}{(r^2 + s^2)^{(o)}} = 247\,968$$
$$e^{(1)} = -r^{(1)} + \varepsilon^{(1)} e^{(o)} = - 489{,}22$$
$$f^{(1)} = -s^{(1)} + \varepsilon^{(1)} f^{(o)} = + \ 92{,}91$$

Die nun folgende Ermittlung der Größen $q_1, q_2, \ldots, q_6$ muß für äußere und innere Richtungen verschieden erfolgen. Während nämlich bei äußeren Richtungen die Formel (8) Anwendung findet, muß bei Innenrichtungen die erst im nächsten Abschnitt besprochene Formel (8a) herangezogen werden, die zum Zwecke der Elimination der Orientierungsunbekannten die Berechnung einer Satzkonstante erforderlich macht, welche hier mit K_s bezeichnet werden soll:

$$K_s^{(1)} = \tfrac{1}{4}(a_3 + a_4 + a_5 + a_6) \cdot e^{(1)} + \tfrac{1}{4}(b_3 + b_4 + b_5 + b_6) \cdot f^{(1)} = - 12{,}2305$$
$$q_1^{(1)} = a_1 e^{(1)} + b_1 f^{(1)} = - \ 77{,}3720$$
$$q_2^{(1)} = a_2 e^{(1)} + b_2 f^{(1)} = + \ 696{,}0890$$
$$q_3^{(1)} = a_3 e^{(1)} + b_3 f^{(1)} - K_s^{(1)} = + 2400{,}1175$$
$$q_4^{(1)} = a_4 e^{(1)} + b_4 f^{(1)} - K_s^{(1)} = + 1\,582{,}6685$$
$$q_5^{(1)} = a_5 e^{(1)} + b_5 f^{(1)} - K_s^{(1)} = - 6279{,}5485$$
$$q_6^{(1)} = a_6 e^{(1)} + b_6 f^{(1)} - K_s^{(1)} = + 2296{,}7625$$
$$[qq]^{(1)} = 53463777$$
$$\lambda^{(1)} = \frac{(r^2 + s^2)^{(1)}}{[qq]^{(1)}} = 0{,}004638$$

$$dx^{(1)} = \lambda^{(1)}e^{(1)} \quad = -\ 2{,}269$$
$$dy^{(1)} = \lambda^{(1)}f^{(1)} \quad = +\ 0{,}431$$

$$v_1^{(1)} = \lambda^{(1)}q_1^{(1)} + v_1^{(o)} = +\ 5{,}8411$$
$$v_2^{(1)} = \lambda^{(1)}q_2^{(1)} + v_2^{(o)} = -\ 0{,}7715$$
$$v_3^{(1)} = \lambda^{(1)}q_3^{(1)} + v_3^{(o)} = +\ 1{,}5319$$
$$v_4^{(1)} = \lambda^{(1)}q_4^{(1)} + v_4^{(o)} = +\ 3{,}9405$$
$$v_5^{(1)} = \lambda^{(1)}q_5^{(1)} + v_5^{(o)} = -\ 0{,}4249$$
$$v_6^{(1)} = \lambda^{(1)}q_6^{(1)} + v_6^{(o)} = -\ 5{,}0475 \qquad [vv]^{(1)} = 78{,}25$$

2. Iterationsschritt

$$r^{(2)} = [av^{(1)}] = -\ 1{,}7513$$
$$s^{(2)} = [bv^{(1)}] = -\ 9{,}2265$$
$$(r^2+s^2)^{(2)} = 88{,}1945$$
$$\varepsilon^{(2)} = \frac{(r^2 + s^2)^{(2)}}{(r^2 + s^2)^{(1)}} = 0{,}000355668$$
$$e^{(2)} = -r^{(2)} + \varepsilon^{(2)}e^{(1)} = +\ 1{,}5773$$
$$f^{(2)} = -s^{(2)} + \varepsilon^{(2)}f^{(1)} = +\ 9{,}2595$$
$$K_s^{(2)} = \tfrac{1}{4}\,(a_3 + a_4 + a_5 + a_6).e^{(2)} + \tfrac{1}{4}\,(b_3 + b_4 + b_5 + b_6).f^{(2)} = +\ 0{,}0394$$
$$q_1^{(2)} = a_1e^{(2)} + b_1f^{(2)} = +\ 17{,}4558$$
$$q_2^{(2)} = a_2e^{(2)} + b_2f^{(2)} = +\ 14{,}0061$$
$$q_3^{(2)} = a_3e^{(2)} + b_3f^{(2)} - K_s^{(2)} = -\ \ 8{,}6942$$
$$q_4^{(2)} = a_4e^{(2)} + b_4f^{(2)} - K_s^{(2)} = -\ 14{,}6618$$
$$q_5^{(2)} = a_5e^{(2)} + b_5f^{(2)} - K_s^{(2)} = +\ \ 2{,}0839$$
$$q_6^{(2)} = a_6e^{(2)} + b_6f^{(2)} - K_s^{(2)} = +\ 21{,}2721$$
$$[qq]^{(2)} = 1\,248{,}28$$
$$\lambda^{(2)} = \frac{(r^2 + s^2)^{(2)}}{[qq]^{(2)}} = 0{,}070653$$
$$dx^{(2)} = \lambda^{(2)}e^{(2)} = +\ 0{,}111$$
$$dy^{(2)} = \lambda^{(2)}f^{(2)} = +\ 0{,}654$$
$$v_1^{(2)} = \lambda^{(2)}q_1^{(2)} + v_1^{(1)} = +\ 7{,}0744$$
$$v_2^{(2)} = \lambda^{(2)}q_2^{(2)} + v_2^{(1)} = +\ 0{,}2181$$
$$v_3^{(2)} = \lambda^{(2)}q_3^{(2)} + v_3^{(1)} = +\ 0{,}9176$$
$$v_4^{(2)} = \lambda^{(2)}q_4^{(2)} + v_4^{(1)} = +\ 2{,}9046$$
$$v_5^{(2)} = \lambda^{(2)}q_5^{(2)} + v_5^{(1)} = -\ 0{,}2777$$
$$v_6^{(2)} = \lambda^{(2)}q_6^{(2)} + v_6^{(1)} = -\ 3{,}5445 \qquad [vv]^{(2)} = 72{,}02$$

Die Verbesserungen selbst erhält man dann nach Formel (12) durch Aufsummieren der Einzelverbesserungen:

$$\triangle x = dx^{(1)} + dx^{(2)} = -2{,}269 + 0{,}111 = -2{,}158\ dm$$
$$\triangle y = dy^{(1)} + dy^{(2)} = +0{,}431 + 0{,}654 = +1{,}085\ dm$$

Nach dem klassischen Ausgleichsverfahren hätte man vorerst die Gauß'schen Normalgleichungen aufstellen müssen

$$+210{,}09\ \triangle x - 33{,}13\ \triangle y + 489{,}22 = 0,$$
$$-33{,}13\ \triangle x + 19{,}75\ \triangle y - 92{,}91 = 0$$

deren Lösungen

$$\triangle x = \frac{[ab].[bl] - [bb].[al]}{[aa].[bb] - [ab]^2} = \frac{-6583{,}99}{3051{,}68} = -2{,}158\ dm$$

$$\triangle y = \frac{[ab].[al] - [aa].[bl]}{[aa].[bb] - [ab]^2} = \frac{3311{,}60}{3051{,}68} = +1{,}085\ dm$$

mit den oben gefundenen in völliger Übereinstimmung stehen. Ebenso kann man sich von der Evidenz der Fehlerquadratsumme

$$[vv] = [al].\triangle x + [bl].\triangle y + [ll] = 72{,}02$$

leicht überzeugen. Abschließend sei auf die hier deutlich erkennbare starke Konvergenz dieses Iterationsverfahrens hingewiesen. *(Fortsetzung folgt)*

Über die Azimutreduktionen wegen Lotkrümmung

Von *Wilhelm Embacher*, Wien

Um das Azimut des Vertikalschnittes von einem Geoidpunkt nach einem benachbarten Geoidpunkt zu erhalten, muß das astronomische Azimut des Vertikalschnittes nach einem benachbarten Punkt von der physischen Erdoberfläche streng auf das Geoid reduziert werden. Ist der Verlauf der Lotlinie bekannt, so können diese Reduktionen durchgeführt werden. Wäre z. B. die Krümmung und die Torsion in jedem Punkt der Lotlinie nur eine Funktion der Bogenlänge, so könnte man die Lotlinie durch das Integral der Riccatischen Differentialgleichung darstellen. Obwohl die Torsion in einem Teilkörper mit glatter Dichtefunktion vernachlässigt werden kann, ist die Lotlinie im allgemeinen keine ebene Kurve, da sich sowohl die Größe, als auch die Richtung des Krümmungsradius und damit des horizontalen Gradienten an jeder Unstetigkeitsstelle der Dichte unstetig ändert.

Nach Bruns[1]) gelten für zwei Teilkörper die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} g\left(\frac{\cos\Phi}{R} - \frac{\cos\Phi'}{R'}\right) &= -4\pi\,(k_o - k_o')\sin\delta\cos\delta \\ g\left(\frac{\sin\Phi}{R} - \frac{\sin\Phi'}{R}\right) &= 0 \end{aligned}\right\}\quad \ldots(1)$$

wobei Φ, Φ' Richtungswinkel der Krümmungsradien R und R' beim Durchgang

1) *H. Bruns*, Figur der Erde, Berlin 1878.

ÖSTERREICHISCHE
ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ
des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen), der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:
emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil., Dr. techn. eh. K. Ledersteger und
ORdVD. Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 5 | Baden bei Wien, Ende Oktober 1962 | 50. Jg.

Die elektronische Netzeinschaltung

Von *Robert Boxan*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, Wien)

(Schluß)

8. Die Elimination der Orientierungsunbekannten

Um die Rechenzeit abzukürzen, schien es ratsam, das im letzten Abschnitt angegebene Formelsystem derart abzuändern, daß im Zuge des Iterationsprozesses die Orientierungsvariablen eliminiert werden. Dies erreicht man bekanntlich durch die Substitution

$$a_{ij} \rightarrow a_{ij} - \frac{1}{m} [a_i]_t, \qquad \ldots (13)$$

in welcher t den Summationsindex über die m Beobachtungen eines Richtungssatzes darstellt.

Nachdem die Gleichung (5) gegenüber der Substitution (13) zufolge der Beziehung

$$[v]_t = 0 \qquad \ldots (14)$$

invariant ist, wird einzig die Formel (8) durch obige Substitution eine Abänderung erfahren:

$$q_i^{(K)} = [(a_i - \frac{1}{m} [a_j]_t) . e^{(K)}]_j =$$

$$= [a_i \, e^{(K)}]_j - \frac{1}{m} [[a_j]_t e^{(K)}]_j \qquad \ldots (8a)$$

Es mag von Interesse sein hervorzuheben, daß dieses Iterationsverfahren nur dann richtige Ergebnisse liefert, wenn man darauf achtet, daß die Bedingungsgleichung (14) am Beginn jedes Iterationsschrittes streng erfüllt ist. Um das zu erreichen, ist es notwendig:

a) Die scheinbaren Fehler im Stellenwert von $0{,}0001^{cc}$ einzuführen,

b) Vor jedem Iterationsschritt die durch Rundungsfehler entstandenen Abweichungen auf die einzelnen Richtungen des Satzes verkehrt proportional den Seitenlängen aufzuteilen.

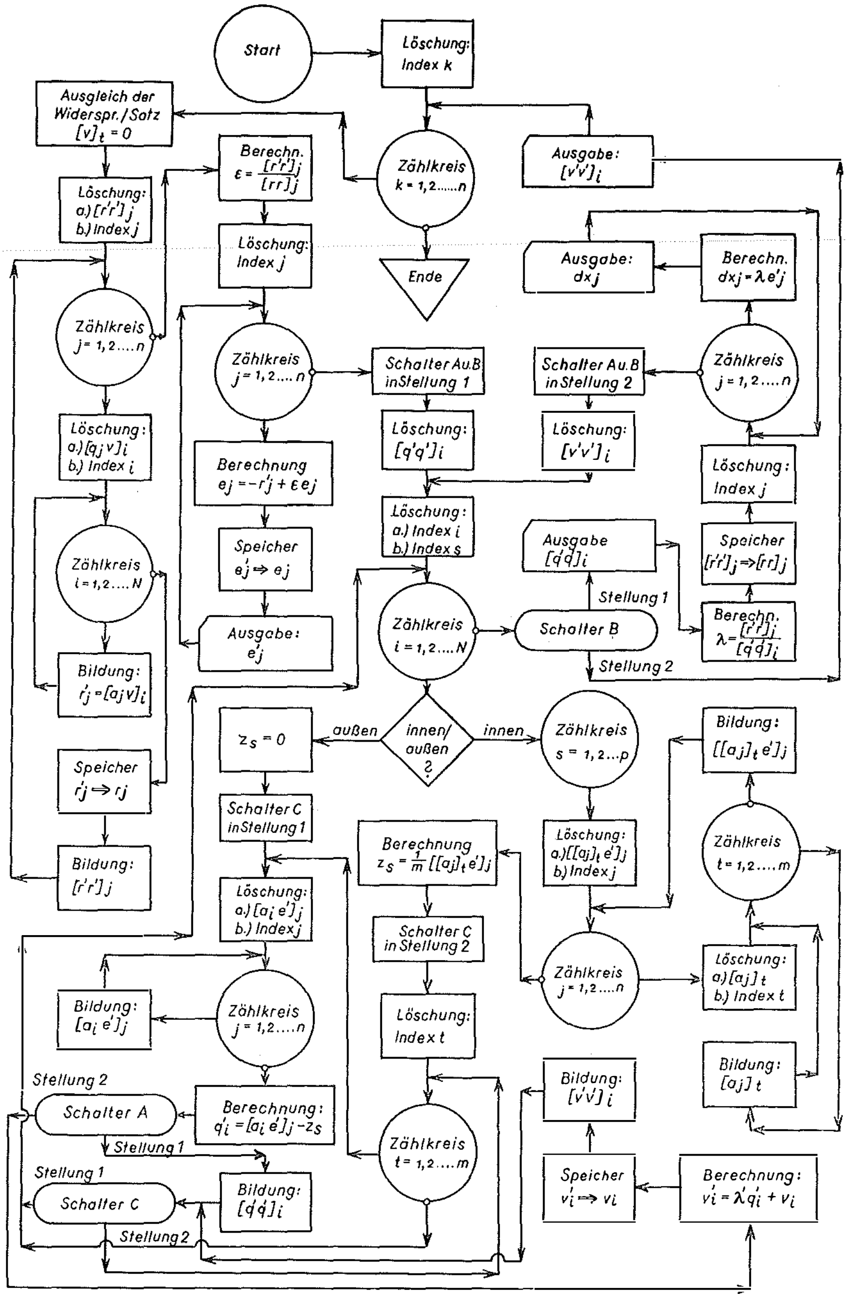

Abb. 1

Die programmtechnische Lösung dieses modifizierten Stiefel'schen Iterationsverfahrens ist durch ein Blockdiagramm (Abb. 1) veranschaulicht, wobei jene Größen, die aus dem laufenden Iterationsschritt gewonnen werden, mit einem Strich gekennzeichnet sind; die Größen ohne Strich stammen aus dem vorangehenden Iterationsschritt.

9. Bestimmung der Fehlerelemente

Im Zuge des Rückrechnungsprogrammes werden auch die Fehlerelemente berechnet. Der mittlere Richtungsfehler wird nach der Formel

$$m_r = \sqrt{\frac{[vv]_i{}^{2(n)}}{N-u}}; \; (n = \text{Anzahl der Neupunkte}) \qquad \ldots(15)$$

bestimmt, während zur Ermittlung des mittleren Punktlagefehlers, der Halbachsen der Fehlerellipse, sowie des Richtungswinkels der Hauptachse für $\mu = 1, 2, 3, \ldots, n$ die Formeln

$$m_{x\mu} = m_r . \sqrt{Q_{2\mu-1,\, 2\mu-1}} \qquad \ldots(16)$$

$$m_{y\mu} = m_r . \sqrt{Q_{2\mu,\, 2\mu}} \qquad \ldots(17)$$

$$a_\mu = \frac{m_r}{2}\sqrt{2.(C_\mu + D_\mu)} \qquad \ldots(18)$$

$$b_\mu = \frac{m_r}{2}\sqrt{2.(C_\mu - D_\mu)} \qquad \ldots(19)$$

$$\Theta_\mu = \frac{1}{2}\, arc\, \mathrm{tg}\, \frac{2Q_{2\mu-1,\, 2\mu}}{Q_{2\mu-1,\, 2\mu-1} - Q_{2\mu,\, 2\mu}} \qquad \ldots(20)$$

Anwendung finden, wobei für

$$C_\mu = Q_{2\mu-1,\, 2\mu-1} + Q_{2\mu,\, 2\mu} \qquad \ldots(21)$$

und

$$D_\mu = \sqrt{(Q_{2\mu-1,\, 2\mu-1} - Q_{2\mu,\, 2\mu})^2 + 4\,(Q_{2\mu-1,\, 2\mu})^2} \qquad \ldots(22)$$

zu setzen ist. In all diese Formeln gehen die Gewichtskoeffizienten $Q_{\alpha,\beta}$ ein, zu deren Bestimmung die Inversion der Normalgleichungsmatrix durchzuführen wäre, welche uns hier aber nicht zur Verfügung steht.

Es läßt sich jedoch zeigen, daß die Gewichtskoeffizienten auch durch die gemäß Formel (7) und Formel (8a) gegebenen Größen darstellbar sind:

$$Q_{\alpha,\beta} = \left[\frac{e_\alpha\, e_\beta}{[qq]_i}\right]_{(K)} \qquad \ldots(23)$$

Der Beweis zu Formel (23) wird gleichfalls in der vorangehend (Abschnitt 7) angekündigten Veröffentlichung zu finden sein.

10. Beschreibung der rechnerischen Vorgänge bei der Netzeinschaltung

Wie bereits in Abschnitt 4 angedeutet, sollte die rechnerische Lösung des Netzeinschaltungsproblems durch nur zwei Rechengänge gegeben werden (siehe Abb. 2). Im ersten Rechengang werden in der Elektronenmaschine zuerst die Voraussetzungen für den Ausgleichsprozeß geschaffen, und sodann der Netzausgleich insoferne durchgeführt, als daß die auf Lochkarten abgestanzten Zwischenergebnisse (siehe Abb. 1) im zweiten Rechengang aus diesen auf sehr einfache Weise die Bestimmung der Koordinatenverbesserungen, sowie die Gewinnung der Fehlerelemente gestattet.

Vorbereitung zur Netzeinschaltung

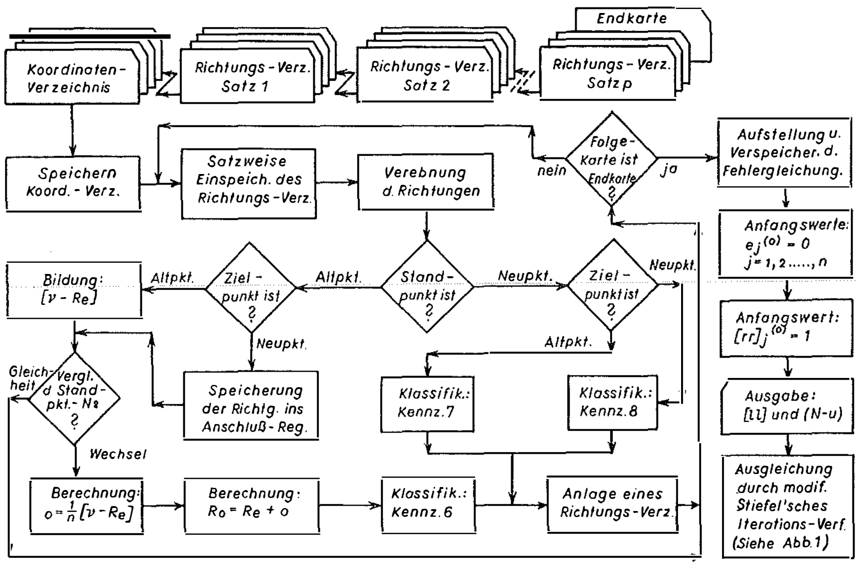

Abb. 2

Das erste Teilprogramm führt einleitend die Einspeicherung der gegebenen Altpunkt- und Neupunktkoordinaten durch. Anschließend werden von der Rechenanlage die Richtungsbeobachtungen jeweils bis zum Wechsel der Standpunkt-Nummer aufgenommen, wobei die einzelnen gemessenen Richtungen verebnet werden. Die Maschine wählt für die Richtungsverarbeitung verschiedene Wege, je nachdem ob der Standpunkt ein Altpunkt oder ein Neupunkt ist. Auf Altpunkten beobachtete Richtungssätze werden im allgemeinen fest orientiert, wobei die Anzahl der zur Orientierung vorgegebenen Richtungen beliebig groß sein kann, da für den weiteren Rechengang nur die orientierten Anschlußrichtungen zur Verspeicherung gelangen. Steht hingegen nur eine einzige Orientierungsrichtung zur Verfügung, dann wird der betreffende Richtungssatz fliegend orientiert. Die in Neupunkt-Standpunkten gemessenen Richtungen werden je nach Art des Zielpunktes (Altpunkt oder Neupunkt) durch verschiedene Kennziffern klassifiziert und so vom Rechengerät aufbewahrt. Stellt die Maschine durch Abfragen fest, daß sie bereits die letzte Angabenkarte aufgenommen und verarbeitet hat, wird ein neuer Programmzweig aktiviert, der mit Hilfe der jederzeit ansprechbaren Koordinaten einerseits die Berechnung der Richtungskoeffizienten, andererseits die Ermittlung der Winkelwidersprüche gestattet. Letztere werden bei den fest orientierten Richtungen als Abweichung gegen den Richtungswinkel, hingegen bei Richtungssätzen, denen eine Orientierungsunbekannte zukommt, als scheinbare Fehler bestimmt. Führt man sich vor Augen, daß im Ausgleich bis zu 367 Fehlergleichungen berücksichtigt werden können, wobei für jede Fehlergleichung die Standpunkt-Nummer, die Zielpunkt-Nummer, eine Kennzeichnung der Richtungsart, die Richtungskoeffizienten, sowie der Widerspruch während des ganzen sich nun anschließenden Ausgleichungsprozesses erhalten bleiben müssen, erkennt man, daß nur ein äußerst kompliziert ausgeklügeltes Verspeicherungssystem überhaupt die gleichzeitige Einbeziehung so vieler Daten (auf einer mit nur 2000 Speichern ausgestatteten Maschine) in eine Ausgleichsrechnung möglich macht. Im Verlaufe der iterativen Approximation der Lösungen werden die Orientierungsvariablen nach Formel (8a) eliminiert. Außerdem werden bei jedem Iterationsschritt die gemäß Formeln (7) und (10) gegebenen Größen, sowie die $[qq]_i^{(K)}$ zur späteren Weiterverarbeitung abgestanzt. Nach Durchrechnung von $2n$ Schritten (n = Anzahl der örtlichen Neupunktsysteme) bricht der Iterationsprozeß selbsttätig ab.

Rückrechnung

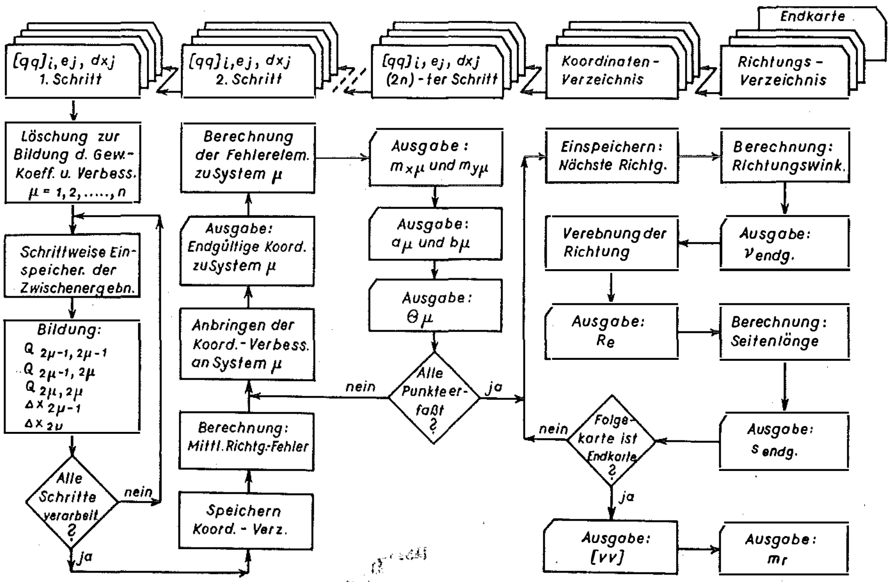

Abb. 3

Die Durchführung der Rückrechnung (siehe Abb. 3) kann entweder im unmittelbaren Anschluß oder auch zu einem beliebig späteren Zeitpunkt erfolgen. Das Rückrechnungsprogramm beginnt mit der Bestimmung der Koordinatenverbesserungen nach Formel (12), sowie der Gewichtskoeffizienten nach Formel (23) aus den vorhin erwähnten Zwischenergebniskarten, die nun als Angabenkarten zugeführt werden. Nach Wiedereinspeicherung des gesamten Koordinatenverzeichnisses werden die soeben ermittelten Koordinatenverbesserungen an die vorläufigen Koordinaten angebracht, sowie der mittlere Richtungsfehler gemäß (15) berechnet, welcher gemeinsam mit den bereits zur Verfügung stehenden Gewichtskoeffizienten bei der sich nun anschließenden Berechnung der Fehlerelemente mit Hilfe der Formeln (16) bis (22) Verwendung findet. Nach Abstanzung der soeben erhaltenen Ergebnisse (endgültige Koordinaten, mittlere Punktlagefehler, Halbachsen der Fehlerellipsen und Richtungswinkel der Hauptachsen), werden für jede ursprünglich gegebene Richtung drei Ergebniskarten zur Ausgabe gebracht, welche den endgültigen Richtungswinkel, die verebnete Richtung und die endgültige Seitenlänge enthalten. Die Rückrechnung findet ihren Abschluß mit der Bekanntgabe der Fehlerquadratsumme und des mittleren Richtungsfehlers.

11. Leistungsfähigkeit des Programmes und Zeitaufwand

Das beim Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen nun seit fast zwei Jahren auch praktisch erprobte Programm ermöglicht die Netzeinschaltung bis zu 21 örtlichen Neupunktsystemen, wobei zur Bestimmung jedes Systems nicht mehr als 17 Fehlergleichungen aufgestellt werden können. Ein einzelnes Neupunktsystem darf höchstens 9 zueinander in örtlicher Beziehung stehende Punkte umfassen, wobei darauf Bedacht zu nehmen ist, daß die Gesamtanzahl der zur Einschaltung gelangenden Neupunkte 100 nicht überschreitet. Zur Einpassung können maximal 100 geodätisch fehlerfrei vorausgesetzte Altpunkte vorgegeben werden. Außerdem ist es möglich bis zu 10 auf Altpunkten beobachtete Richtungssätze fliegend zu orientieren. Überdies sei erwähnt, daß die Größe der Gleichungswidersprüche beschränkt wurde, so daß die Rechenanlage bei Vorhandensein eines Winkelwiderspruches, der den Betrag von 10 Minuten neuer Teilung überschreitet, die Fortsetzung der Berechnung verweigert.

Der für die Netzeinschaltung erforderliche Aufwand an Rechenzeit beträgt bei Durchrechnung aller Iterationsschritte (siehe auch Abschnitt 12) einschließlich der Rückrechnung $n\,(n + 1)$ Minuten; (n = Anzahl der örtlichen Neupunktsysteme). Es darf hervorgehoben werden, daß die Neuprogrammierung somit gegenüber dem eingangs beschriebenen Ausgleichsverfahren eine Einsparung von ca. 70% an Rechenzeit mit sich brachte.

12. Einsparung an Rechenzeitbedarf durch vorzeitigen Abbruch des Iterationsprozesses

In der bereits erwähnten Arbeit von *E. Stiefel* [4] findet sich nachstehender Satz:

„Der Algorithmus kann nach der Ausführung von weniger als n Schritten (n = Anzahl der Veränderlichen) abgebrochen werden, falls die Fehlerquadratsumme für die gerade vorliegenden Zwecke bereits klein genug ist.“

Aus der Praxis ergab sich die Tatsache, daß dieser Satz nur beschränkt richtig ist: Strebt man nämlich nur die Koordinatenbestimmung als Ausgleichsergebnis an, dann kann der Ausgleich ohne weiteres in jenem Augenblick abgebrochen werden, in dem keine Änderung mehr in der Fehlerquadratsumme zu verzeichnen ist. Werden hingegen auch die Fehlerelemente zur Beurteilung der Netzgestaltung benötigt, so ergeben sich diese bei vorzeitigem Abbruch völlig falsch (zu klein), was in der Bestimmung der Gewichtskoeffizienten nach Formel (23) begründet liegt.

Im Verlaufe der letzten beiden Jahre wurden nach dem vorliegenden Verfahren mehr als 2000 Punkte ausgeglichen und dabei bezüglich des vorzeitigen Abbrechens folgende Erfahrungen gemacht:

1. Die Berechnung von Netzen, in welchen auch kurze Seiten (300—600 m) vorkommen, sogenannte EP-Netze (EP = Einschaltpunkte), kann nicht vorzeitig abgebrochen werden.

2. Ebenso müssen bei der Koordinatenbestimmung von Punktzusammenhängen bis zu 6 Neupunktsystemen alle Iterationsschritte durchlaufen werden.

3. Der Ausgleich von 7 bis 12 Neupunktsystemen kann durchschnittlich nach $^2/_3$ der theoretisch geforderten Schrittanzahl abgebrochen werden.

4. Gelangen mehr als 12 Neupunktsysteme gleichzeitig zur Einschaltung, wird man häufig mit der Hälfte, gelegentlich sogar mit einem Drittel der maximal möglichen Anzahl von Iterationsschritten das Auslangen finden.

Betrachtet man diese Gegebenheiten nun unter dem Blickwinkel der Rentabilität, so erhebt sich unwillkürlich die Frage, ob man nur zum Zwecke der exakten Fehlerbestimmung ein Mehrfaches der zur Koordinatenausgleichung erforderlichen Rechenzeit aufwenden soll oder nicht. Nach Meinung des Verfassers ist die Fortsetzung des Ausgleiches über den Zeitpunkt hinaus, in welchem die Fehlerquadratsumme bereits ihr Minimum erreicht hat, höchstens für den Zweck wissenschaftlicher Untersuchungen zu rechtfertigen; für alle praktischen Belange jedoch wird die Kenntnis der rechnerisch ermittelten Fehlergrößen durchaus entbehrlich sein, nachdem der erfahrene Triangulator ohnedies durch das Studium des Sichtenplanes sich darüber ein Bild machen kann, wie gut oder wie schlecht die einzelnen Punkte nach der Ausgleichung bestimmt sein werden.

13. Die Berechnung vorläufiger Koordinaten für Triangulierungsnetze

Es ist notwendig, nun nachträglich zu erwähnen, daß bereits bei der Entschlußfassung zur Neuprogrammierung des Triangulierungsproblems von allem Anfang an auch die maschinelle Berechnung der vorläufigen Koordinaten sowie die Schaffung eines sogenannten „Fehlersuchprogrammes“ (siehe Abschnitte 14) vorgesehen wurde. Nur durch sorgfältigste Planung gelang es, diese beiden Programme (obwohl sie zeitlich erst nach dem Netzeinschaltungsprogramm entstanden sind), so auszustatten, daß sie sich heute völlig störungsfrei in den Gesamtarbeitsablauf eingliedern lassen.

Über die Berechnung der vorläufigen Neupunktkoordinaten gibt es in methodischer Hinsicht nichts Bemerkenswertes zu berichten, da zu deren Gewinnung die in der Geodäsie allgemein üblichen Rechenverfahren, wie Vorwärts-, Rückwärts- und Seitwärtseinschneiden, Anwendung finden, welche als sogenannte Unterprogramme in der Rechenanlage verspeichert werden, um so, der Netzgestaltung entsprechend, jederzeit zur Koordinatenberechnung herangezogen werden zu können.

Aus dieser Gegebenheit heraus, daß die Bestimmung der vorläufigen Koordinaten vor der Herstellung der örtlichen Punktbeziehung erfolgt, behandelt die Rechenmaschine jeden der vorkommenden Neupunkte als unabhängigen Punkt und errechnet dessen Koordinaten, soferne für diesen

a) mindestens einfache Überbestimmung vorliegt und

b) geodätisch brauchbare Schnitte vorhanden sind.

Für den geodätisch brauchbaren Vorwärtsschnitt wird dabei angenommen, daß sich die beiden orientierten Richtungen nicht unter 30 bzw. nicht über 170 Grad neuer Teilung schneiden dürfen. Analog wurde für den Rückwärtsschnitt festgelegt, daß sich die absoluten Richtungsunterschiede nicht unter 20 bzw. nicht über 180 Neugrad bewegen dürfen. Wie die oben gestellten Bedingungen bereits zeigen, wurde bei der Programmierung angestrebt, nur einwandfreie vorläufige Koordinaten zu ermitteln, was zudem dadurch garantiert wird, daß das Rechenprogramm (im Rahmen der Überbestimmung des Punktes) so lange unabhängige Schnitte auswählt und berechnet, bis es gelingt zwei Koordinatenpaare festzustellen, die sich in Abszisse und Ordinate je nicht mehr als um 20 cm unterscheiden. Als vorläufige Koordinate wird dann das Mittel ausgewiesen.

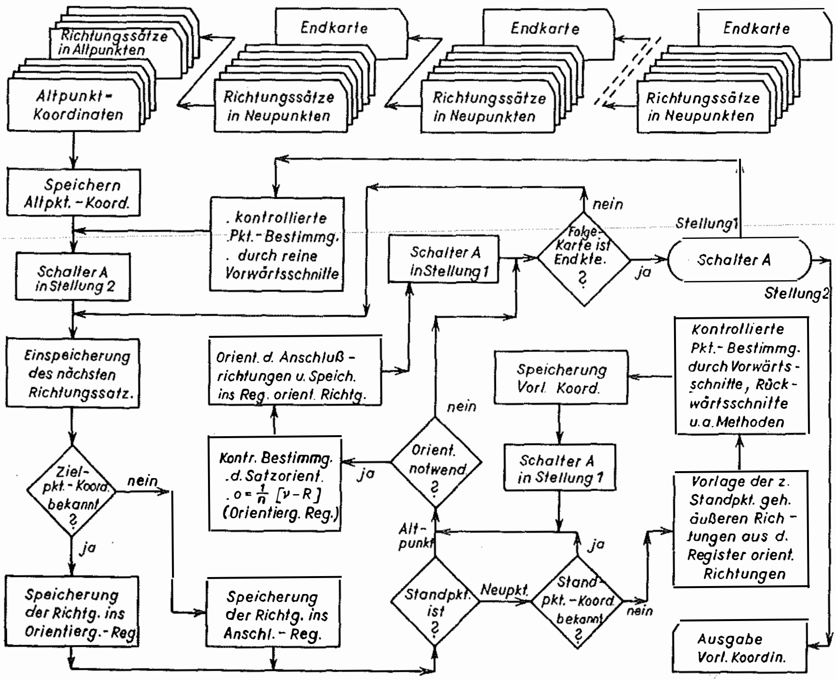

Abb. 4

Das durch Abb. 4 dargestellte Blockdiagramm zeigt deutlich den völlig automatisierten Programmablauf, vor allem, wie die Elektronenrechenmaschine aus den mehrfach zugeführten Angabenkarten selbständig immer jene Punkte auswählt, deren Koordinatenberechnung im Anschluß an die vorher aufgesammelten Ergebnisse gerade möglich wird.

Der erforderliche Rechenzeitbedarf ist hier sehr gering und beträgt selbst bei großen Punktzusammenhängen nur wenige Minuten.

14. „Das Fehlersuchprogramm“

Wie der Name dieses Programmes bereits sagt, soll hier die Aufgabe gelöst werden, Beobachtungsfehler oder sonstige Unstimmigkeiten in den Angaben aufzuzeigen. Die Problemstellung klingt hier sehr einfach, jedoch wird jeder, der einmal versucht hat, bei einem größeren Punktzusammenhang aus zuvor berechneten scheinbaren Fehlern das Zustandekommen größerer Widersprüche ursächlich zu klären, bestätigen können, wie schwierig dieses Unterfangen ist, namentlich dann, wenn die Widersprüche in einer Größenordnung liegen, die den Betrag zufälliger Fehler zwar überschreiten, hingegen möglicherweise auf etwas schlecht gelegene vorläufige Koordinaten zurückzuführen sind. Ehe dieses Programm eingesetzt werden konnte, mußte man denn auch des öfteren die Erfahrung machen, daß ein Minutenfehler erst nach Durchführung der Ausgleichsrechnung zutage trat, wodurch eine Wiederholung derselben notwendig wurde. Noch schlimmer liegen die Dinge aber dann, wenn ein unbemerkt gebliebener, gröberer Widerspruch sich durch den Ausgleich derart auf seine Umgebung verteilt, daß dieser überhaupt nicht mehr augenfällig wird oder höchstens ein Zufall sein Vorhandensein aufzeigt.

Das Fehlersuchprogramm, welches sich verhältnismäßig komplizierter Untersuchungsmethoden bedient, gestattet bereits vor Durchführung der Netzeinschaltung die Feststellung auch kleiner Fehler, wodurch also der oben angeführte, gefährliche Fall wirksam verhindert werden kann. Ein näheres Eingehen auf die hier verwendeten Rechenverfahren würde zu weit führen, zumal diesen geodätisch kaum eine Bedeutung zukommt, jedoch sei erwähnt, daß das Programm in der Lage ist, sogenannte „wahre" Fehler durch Analyse des Netzgefüges zu ermitteln, von denen jene, die eine beliebig vorgegebene Fehlerschranke überschreiten, mit einem bestimmten Fehlerschlüssel versehen bekannt gegeben werden. So erfährt der Beobachter die Fehlerhaftigkeit einer Richtung, das Vorliegen einer Standpunkt- oder Zielpunktverwechslung, die mangelhafte Bestimmung vorläufiger Koordinaten oder auch die Tatsache, daß die Annahme der geodätischen Fehlerfreiheit eines Altpunktes nicht aufrecht erhalten werden kann. Ist es nicht möglich, die Ursächlichkeit eines Fehlers eindeutig zu klären, so teilt die Rechenanlage eine ganze Anzahl von Bestimmungsstücken mit, welche mit dem Hinweis versehen sind, daß von den genannten Größen mindestens eine falsch sein muß.

Dieses Programm verdankt seine Entstehung nicht allein den bereits angeführten praktischen Erwägungen, sondern stellt faktisch das notwendige Bindeglied zwischen Mensch und Maschine dar. Wenngleich auch das Zeitalter der Automatisation dem Beobachter die persönliche Anteilnahme an der Auswertung seiner Beobachtungen nimmt, so ist dieses Programm heute doch in der Lage, die vom Triangulator einem Mechanismus überantworteten Messungsdaten gewissenhaft zu überprüfen und auf diese Weise den so häufig vorgebrachten moralischen Bedenken gegen diese Art der Koordinatengewinnung die Spitze zu nehmen.

15. Schlußwort

Wenn abschließend noch angeführt wird, daß der Verfasser sich zur Zeit bereits wieder neuerdings Gedanken macht, ob es nicht möglich wäre, ein noch leistungsfähigeres Netzeinschaltungsprogramm zu schaffen, so mag dies den Leser wahrscheinlich verwundern. Warum gibt man sich nicht mit einer Lösung zufrieden, die sich in der Praxis bereits durch Jahre hindurch bewährt hat? Diese Frage ist sehr einfach zu beantworten:

Wird ein Problem auf die elektronische Berechnung umgestellt, so gilt vorerst als oberstes Gebot, daß die Umstellung gegenüber der manuellen Bearbeitung Vorteile mit sich bringen muß. Ist diese Forderung aber einmal erfüllt, so tritt der Vergleich mit den seinerzeitigen Bearbeitungsmethoden völlig in den Hintergrund, um einem ganz neuen Bestreben Platz zu machen, dem Bestreben, das bereits vorteilhaft Geschaffene durch noch vorteilhafteres zu ersetzen. Während bei den früher geübten Tischrechenverfahren derartige Bemühungen wegen der geringen Möglichkeiten, die diese Rechenmaschinen boten, nur unmerklich in Erscheinung treten konnten, geben die modernen Elektronenanlagen in ihrer Vielfalt von Funktionen in dieser Hinsicht freien Raum. So gesehen darf das in dieser Arbeit dargelegte Verfahren nicht als „die Lösung“ des gestellten Problems aufgefaßt werden, sondern nur als eine von vielen möglichen Lösungen. Die Forschung auf diesem Gebiet wird uns immer wieder neue und bessere Verfahren in die Hand geben, aber niemals wird man sagen können, eine bestmögliche Lösung gefunden zu haben.

Literatur

[1] *Höllrigl, F.*, Wien: Rationalisierung im österreichischen Bundesvermessungsdienst durch den Einsatz des Lochkartenverfahrens für geodätische Berechnungen; ÖZfV *48* (1960), Nr. 2/3.

[2] *Wolf, H.*, Bonn: Ausgleichung ohne Zuhilfenahme von Normalgleichungen, unter Verwendung eines schwedischen Manuskriptes von G. Galvenius: Erfahrungsbericht über die Benützung von Rechenautomaten für geodätische Berechnungen; Vermessungstechnische Rundschau 1959, Heft 12.

[3] *Morpurgo, A.*, Graz: Die wiederholte Einzelausgleichung, ein Verfahren zur vereinfachten Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit vielen Unbekannten; Teubners technische Leitfäden, Band 26, Leipzig und Berlin 1930.

[4] *Stiefel, E.*, Zürich: Ausgleichung ohne Aufstellung der Gauß'schen Normalgleichungen; Zeitschrift der Technischen Hochschule Dresden, Jahrgang 1952/53, Heft 3.

[5] *Bodewig, E.*, Holland: Matrix Calculus; North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1956.

Die Zielfehlertheorie

von *Hellmuth Brunner*, Vöcklabruck

Vorschau

Die Geodäsie und alle messenden Naturwissenschaften leiten ihr Ergebnis von Messungsgrößen ab. Dieses „Ist-Resultat“, das die Messung ergibt und das „Soll-Resultat“, das die mathematische Beziehung fordert, ist niemals gleich. Der Unterschied hat seine Ursache im Messungsfehler. Er ist eine Funktion der Unvollkommenheit der menschlichen Sinneswerkzeuge.

Will man den uns umgebenden Raum durch rechtwinkelige Koordinaten ordnen, so wird diese Ordnung umso mangelhafter sein, je größer x, y und z werden. Diese Störung der math. Beziehung wird durch den Messungsfehler einmal so groß werden, daß sie zur Schaffung der Raumordnung nicht mehr anwendbar ist. Dieses Versagen gilt immer, ob nun die Koordinaten astronomische, irdische oder mikroskopische Werte annehmen. Die Sternparallaxenmessung versagt erst mit Lichtjahrgrößen, während die Methode der opt. Distanzmessung, die bei 100 m gute Werte gibt, bei 1 km unbrauchbar ist. Diese Unzulänglichkeit gilt auch für den Mikroraum. Die Forschung in der prakt. Geometrie und aller messenden Naturwissenschaften gipfelt darin, den brauchbaren Messungsraum immer mehr zu erweitern. Sie läuft darauf hinaus, den Messungsfehler in seiner Wirkung zu erkennen.

Der Gauß'sche Algorithmus

Der auf der Hochschule ausgebildete Geodät wird mit den Widersprüchen, die sich aus der Messung ergeben, durch die Ausgleichsrechnung fertig. Sie beruht im