



Gemeinsame Ausgleichung von Richtungs- und Streckenmessungen

Josef Zeger ¹

¹ *Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien VIII, Friedrich-Schmidt-Platz 3*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **52** (1), S. 24–34

1964

BibT_EX:

```
@ARTICLE{Zeger_VGI_196403,  
  Title = {Gemeinsame Ausgleichung von Richtungs- und Streckenmessungen},  
  Author = {Zeger, Josef},  
  Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {24--34},  
  Number = {1},  
  Year = {1964},  
  Volume = {52}  
}
```



Eine Erprobung des Verfahrens, bei dem sich etwa alle in Europa befindlichen Sternwarten, die Astrographen besitzen, beteiligen könnten, würde wertvolle Erfahrungen und Erkenntnisse liefern. Die Lichtblitz-Einrichtungen könnten an geo- und astrophysikalischen Forschungsraketen angebracht werden.

Literatur:

- [1] *Eckert und Jones: Astronom. Journal* 59 (1954) S. 83.
- [2] *Elsässer, H.:* Die Szintillation der Sterne, Die Naturwissenschaften, 47 (1960) Heft 1, S. 6.
- [3] *Exner, K.:* a) Zur Beziehung zwischen den atmosphärischen Strömungen und der Scintillation, Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. Wien, 1900, Bd. CIX. b) Zur Genesis der richtigen Erklärung der Scintillationserscheinungen, Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. Wien, 1901, Bd. CX.
- [4] *Finsterwalder, S.:* a) Eine neue Art, die Photogrammetrie bei flüchtigen Aufnahmen zu verwenden. Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch. München 1904, S. 103. b) Die Kernpunkte, die gnomonische Projektion und die Reziprokalprojektion in der Photogrammetrie. Intern. Archiv f. Photogramm. Bd. VI, 1923, S. 22.
- [5] *Handbuch der wissenschaftlichen Photographie*, Bd. VI. 1931, S. 124.
- [6] *Joos und Schopper:* Grundriß der Photographie und ihre Anwendungen besonders in der Atomphysik. 1958, S. 321, Frankfurt a. Main.
- [7] *Killian, K.:* Über Verfahren der Stellartriangulation. ÖZfV 51 (1963) Nr. 1, S. 3.
- [8] *Mayer, U.:* Beobachtungen der Richtungsszintillation. Zeitschr. f. Astrophysik 49 (1960) S. 161.
- [9] *Meyer, R.:* a) Atmosphärische Strahlenbrechung, Handb. d. Geophysik Bd. VIII, Kap. 13, S. 769, Berlin 1955. b) Probleme der atmosphärischen Schlieren. Bericht d. Meteorol.-Geophys. Inst. zu Frankfurt a. M. Nr. 6 Frankfurt a. M., 1957.
- [10] *Oppolzer, E.:* Zur Theorie der Scintillation der Fixsterne. Sitzungsber. d. Akad. d. Wissensch., Wien 1901, Bd. CX.
- [11] *Pernter, J. M. und Exner, F. M.:* Meteorologische Optik II. Aufl. Wien-Leipzig, 1922.
- [12] *Scheffler, H.:* Der Einfluß der Szintillation auf astronomische Beobachtungen. Sterne und Weltraum, 2 (1963) Nr. 5, S. 108.
- [13] *Schlesinger, F.:* Monthly Notices Roy. Astronom. Soc. 87, 506, 1927.
- [14] *Siedentopf, H. und Elsässer, H.:* Z. Astrophysik 35, 21, 1954.

Gemeinsame Ausgleichung von Richtungs- und Streckenmessungen

Von *Josef Zeger*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen)

A) Vorbemerkungen

Infolge der Anwendung moderner physikalischer Streckenmeßmethoden treten in steigendem Ausmaß bei der Punkt- oder Netzeinschaltung Streckenmessungen in Verbindung mit Richtungsmessungen auf.

Eine Kombination von Richtungs- und Streckenmessungen wird unter gewissen, geländemäßig bedingten Voraussetzungen nicht nur ein besonders rationelles Arbeiten auf dem Felde gestatten, sondern darüber hinaus in manchen Fällen eine Punktebestimmung überhaupt erst ermöglichen. Bei alleiniger Verwendung eines Theodoliten wäre eine Lösung vielfach nur mit einem wesentlich erhöhten Aufwand an Signalisierungs- und Beobachtungsarbeit zu erzielen. In Fällen einer ungünstigen

Punktbestimmung kann durch die Kombination von Richtungs- und Streckenmessungen die geforderte Genauigkeit der Punktlage erst überhaupt erreicht werden.

Bei der fallweise notwendigen polygonometrischen Punktbestimmung bietet das elektron. Entfernungsmeßgerät außer dem Zeitgewinn bei der Feldarbeit weitere Vorteile. Bei Verwendung eines Maßbandes oder einer Basislatte für die Streckenmessung ist man im allgemeinen gezwungen, kürzere Seitenlängen und dadurch bedingt auch eine größere Zahl von Polygonpunkten zu planen, als dies beim Einsatz z. B. eines Geodimeters der Fall ist. Bei der herkömmlichen Streckenmessung ist ferner nicht nur zu beachten, daß zwischen den einzelnen Polygonpunkten Sichtmöglichkeit besteht, sondern auch darauf Rücksicht zu nehmen, daß alle zu messenden Polygonseiten möglichst günstig in meßbare Teilstrecken zerlegt werden können. Dies kann fallweise durch lokale Geländehindernisse sehr erschwert werden. Im Gegensatz dazu braucht man bei Verwendung eines Geodimeters in der Hauptsache nur noch auf die Zusammensicht bei der Auswahl der Polygonpunkte zu achten. Diese Tatsache und die Möglichkeit, daß ohne weiteres Seitenlängen von einigen Kilometern gemessen werden können, verschaffen bei der Auswahl der Polygonpunkte im Gelände eine gesteigerte Bewegungsfreiheit.

B) Wahl der Ausgleichsmethode

Ob der Ausgleich einer Punktgruppe, die durch Richtungs- und Streckenmessungen bestimmt wurde, nach vermittelnden oder nach bedingten Beobachtungen durchzuführen ist, hängt von der Zahl der überschüssigen Bestimmungsstücke ab. Bei einer überwiegend trigonometrischen Punktbestimmung wird der Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen zweckmäßiger sein. Bei einer polygonometrischen Punkteinschaltung hängt es von der Zahl der überschüssigen Bestimmungsstücke (z. B. Zwischenorientierungen) ab, ob man zweckmäßiger nach bedingten oder nach vermittelnden Beobachtungen ausgleicht.

Beim Ausgleich nach bedingten Beobachtungen ergibt jede überschüssige Messung eine Bedingungs-gleichung und in weiterer Folge eine Normalgleichung. Beim Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen ist hingegen die Zahl der aufzulösenden Normalgleichungen von der Anzahl der Neupunkte abhängig. Liegen also bei einem Polygonzug nur wenige Überbestimmungen vor, ist der Ausgleich nach bedingten Beobachtungen günstiger, konnten jedoch viele Überbestimmungen gemessen werden, führt der Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen rascher zum Ziel.

Einen wesentlichen Vorteil besitzt jedoch der Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen gegenüber dem bedingten Ausgleich: Der Aufbau der gesamten Ausgleichs geht hier rein schematisch vor sich, jede beobachtete Richtung und jede gemessene Strecke bedingen eine Fehlergleichung nach demselben Bildungsgesetz. Infolge dieses schematischen Aufbaues ist es leichter möglich, eine Programmierung für die Auswertung der Beobachtungsergebnisse mittels eines elektronischen Rechengerätes durchzuführen. Es müßte sich dabei die Programmierung in der Art durchführen lassen, daß mit dem gleichen Programm jede Art der Netzeinschaltung ausgeglichen werden könnte, gleichgültig ob es sich um ein reines Triangulierungsnetz, ein reines Trilaterationsnetz oder um ein Netz handelt, in welchem Richtungs-

und Streckenmessungen kombiniert vorliegen*). Im Gegensatz dazu erscheint eine Programmierung für einen Ausgleich nach bedingten Beobachtungen wesentlich schwieriger, da die Verhältnisse in jedem einzelnen Ausgleichungsfall zu sehr differenziert sind.

C) Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen

Vorbereitende Arbeiten

1. Reduktion der schief gemessenen Strecken auf den Horizont,
2. Reduktion der horizontalen Strecken bezüglich Seehöhe und Projektionsverzerrung,
3. Berechnung von Näherungswerten der Koordinaten der Neupunkte (vorläufige Koordinaten) und
4. Die Anbringung der Richtungsreduktionen an die beobachteten Richtungen.

Durch den Ausgleich werden die an die vorläufigen Koordinaten jedes Neupunktes anzubringenden Koordinatenverschiebungen dy und dx so bestimmt, daß $[p_r v_r v_r] + [p_s v_s v_s]$ ein Minimum wird, wobei v_r Richtungsverbesserungen, v_s Streckenverbesserungen und p_r bzw. p_s die bezüglichlichen Gewichte sein sollen. Die für jeden Theodolitstandpunkt auftretende Orientierungsunbekannte dz kann in bekannter Weise mit Hilfe der Summengleichung eliminiert werden. Für n Neupunkte sind $2n + k$ Normalgleichungen aufzulösen, wobei k die Anzahl der zu bestimmenden Maßstabsfaktoren ist (abhängig von der Anzahl der verwendeten Streckenmeßmittel).

1. Fehlergleichungen für Richtungen**)

Die Fehlergleichungen der Richtungen haben die allgemeine Form:

$$v_{ik} = a_{ik} \cdot dx_i + b_{ik} \cdot dy_i - a_{ik} \cdot dx_k - b_{ik} \cdot dy_k + w_{ik} - dz_i^0$$

$$a_{ik} = \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \sin v_{ik} = \rho'' \frac{y_k^0 - y_i^0}{(s_{ik}^0)^2} ; \quad b_{ik} = -\frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cos v_{ik} = -\rho'' \frac{x_k^0 - x_i^0}{(s_{ik}^0)^2} ;$$

$$w_{ik} = v_{ik} - R_{ik}^0$$

x^0, y^0 Näherungswerte der Koordinaten von P_i und P_k

v_{ik} vorläufige Richtungswinkel von P_i nach P_k

R_{ik}^0 vorläufig orientierte Richtung von P_i nach P_k

z_i Orientierungsunbekannte des Standpunktes P_i

Ist hingegen einer der beiden Punkte P_i oder P_k koordinatengemäß gegeben, so sind die entsprechenden dx und dy gleich Null.

2. Fehlergleichungen für Strecken**)

Allgemeine Form: $v = s^0 + ds - s'$

s^0 ... Strecke aus Näherungskordinaten

s' ... gemessene Strecke

*) Siehe [3]: 11. 3, Seite 192ff.: Gemeinsame strenge Ausgleichung eines Polygonnetzes mit der Triangulation nach vermittelnden Beobachtungen.

**) Siehe dazu [1].

Differenziert man die Gleichung $s = \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2}$

so ergibt sich $ds = -\cos \nu_{ik} \cdot dx_i - \sin \nu_{ik} \cdot dy_i + \cos \nu_{ik} \cdot dx_k + \sin \nu_{ik} \cdot dy_k$.

Daraus erhält man die spezielle Form der Fehlergleichung für Strecken mit:

$$v_{ik} = -\cos \nu_{ik} \cdot dx_i - \sin \nu_{ik} \cdot dy_i + \cos \nu_{ik} \cdot dx_k + \sin \nu_{ik} \cdot dy_k + (s_{ik}^0 - s_{ik}')^0$$

bzw. ist analog den Fehlergleichungen für Richtungen

wobei $v_{ik} = \bar{a}_{ik} dx_i + b_{ik} dy_i - \bar{a}_{ik} dx_k - b_{ik} dy_k + w_{ik}$

$$\bar{a}_{ik} = -\cos \nu_{ik} = -\frac{x_k^0 - x_i^0}{s_{ik}^0}$$

$$b_{ik} = -\sin \nu_{ik} = -\frac{y_k^0 - y_i^0}{s_{ik}^0}$$

$$w_{ik} = s_{ik}^0 - s_{ik}'$$

bedeutet.

Die differentielle Änderung ds der Länge einer Strecke kann im übrigen aus Abb. 1 unmittelbar abgelesen werden, wobei beispielsweise nur die partielle Änderung der Strecke infolge der Verschiebung des Endpunktes P_i^0 nach P_i betrachtet werden soll.

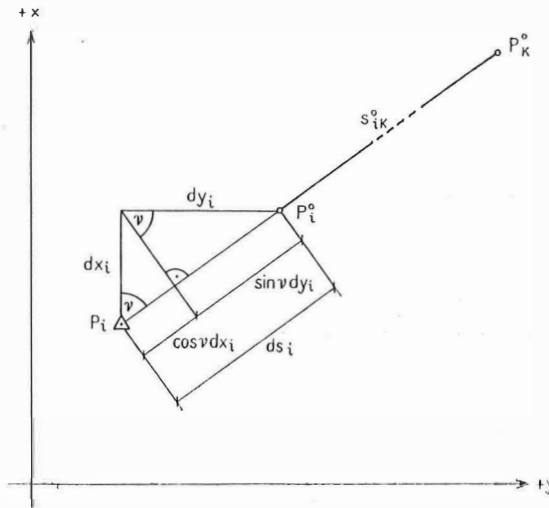


Abb. 1

Weiters führt noch folgende Überlegung ebenfalls zum gleichen Ergebnis: Jede Strecke kann man sich ersetzt denken durch eine dazu senkrecht stehende fingierte Richtung. Diese (fingierte) Ersatzrichtung hat dann folgende Fehlergleichung:

$$v_{ik}'' = \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot \sin(\nu_{ik} - 90^\circ) dx_i - \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot \cos(\nu_{ik} - 90^\circ) dy_i - \\ - \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot \sin(\nu_{ik} - 90^\circ) dx_k + \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot \cos(\nu_{ik} - 90^\circ) dy_k + \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot w_{ik}$$

$$v_{ik}'' = \frac{\rho''}{s_{ik}^0} \cdot (-\cos \nu_{ik} \cdot dx_i - \sin \nu_{ik} dy_i + \cos \nu_{ik} dx_k + \sin \nu_{ik} \cdot dy_k + w_{ik})$$

$w_{ik} = s_{ik}^0 - s_{ik}' \dots$ Widerspruch im Längenmaß

$s_{ik}^0 \dots$ Strecke aus Näherungskoodinaten

$s_{ik}' \dots$ gemessene Strecke

Die Streckenverbesserung ist das Perpendikel auf die fingierte Ersatzrichtung in der Entfernung s_{ik} . Die Größe dieses Perpendikels im Längenmaß ausgedrückt, ergibt sich mit:

$$v_{ik}'' \cdot \frac{s_{ik}}{\rho''} = v_{ik} = -\cos v_{ik}' \cdot dx_i - \sin v_{ik}' \cdot dy_i + \cos v_{ik}' \cdot dx_k + \sin v_{ik}' \cdot dy_k + w_{ik}$$

3. Maßstabsfaktor

Durch die Einführung des Maßstabsfaktors als Unbekannte soll der Maßstabsfehler ausgeschaltet werden. Die Systematik des Maßstabsfehlers ist einerseits bedingt durch den Maßstab des Netzes, andererseits durch das Meßmittel. Im Netz niederer Ordnung kann der Maßstabsfaktor k zufolge von Netzspannungen und Punktlagefehlern bis zu einem gewissen Grad verfälscht werden.

Werden bei einer Punkt- oder Netzeinschaltung verschiedene Streckenmeßmittel verwendet, so ist für jedes Streckenmeßmittel ein Maßstabsfaktor k in den Ausgleich einzuführen. Dies geschieht durch das Anfügen eines Gliedes $-s_{ik} \cdot k$ an die Fehlergleichungen der Strecke, wobei jeder Strecke das dem Meßmittel entsprechende k zuzuordnen ist.

Die Koeffizienten s_{ik} der Maßstabsfaktoren k werden zweckmäßigerweise in km-Einheiten ausgedrückt, was eine annähernd gleiche Größenordnung der Koeffizienten der Fehlergleichungen zur Folge hat. Dadurch erhält man nach Auflösung der Normalgleichungen nicht k selbst, sondern $k \cdot 10^3$, wenn dem Ausgleich die Dimension Meter, bzw. $k \cdot 10^4$, wenn die Dimension dm zugrundegelegt wurde.

Jeder Maßstabsfaktor ergibt selbstverständlich eine zusätzliche Normalgleichung von der Form $-[pas] \cdot dx_1 - [pbs] \cdot dy_1 - \dots + [ps]k - [psw] = 0$.

Der mit Hilfe des Maßstabsfaktors k verbesserte Wert der gemessenen Strecken s' ist dann $s = s' + s' \cdot k = s' \cdot (1 + k)$.

4. Gewichte

Die gemessenen Richtungen und Strecken sind mit den Gewichten $p_r = \frac{\text{const.}}{m_r^2}$ und $p_s = \frac{\text{const.}}{m_s^2}$ in den Ausgleich einzuführen.

Für Richtungen und Strecken ist die gleiche Konstante zu wählen. Außerdem sind die mittleren Fehler in jener Maßeinheit auszudrücken, in der die Widersprüche w in den Ausgleich eingeführt und die Verbesserungen v nach dem Ausgleich erhalten werden.

Die Rechenarbeit kann durch geeignete Wahl der Konstanten vereinfacht werden. Überwiegt die Zahl der beobachteten Richtungen gegenüber jener der gemessenen Strecken, wird vorteilhafterweise die Konstante so gewählt, daß die Fehlergleichungen für Richtungen das Gewicht $p_r = 1$ erhalten, d. h. daß die Konstante zahlenmäßig m_r gleichgesetzt wird.

Das Streckengewicht ist dann $p_s = \frac{m_r^2}{m_s^2}$.

Auf Grund langjähriger Erfahrungen kann der durchschnittliche mittlere Richtungsfehler im Festpunktfeld 4. und 5. Ordnung mit etwa $m_r = \pm 7''$ ange-

nommen werden. Der mittlere Fehler einer mit dem Geodimeter NASM-4 B gemessenen Strecke beträgt laut Angabe der Herstellerfirma

$$m_s = \pm (0,01 \text{ m} + 2 s \cdot 10^{-6}).$$

Da der Einfluß des multiplikativen Gliedes in dieser Fehlerangabe bis zu $s = 4 \text{ km}$ unter der Zentimetergrenze bleibt, wurde in oben erwähntem Bereich der 4. und 5. Ordnung der mittlere Streckenfehler unter Berücksichtigung von Aufstellungs- und Ablotefehlern sowie infolge unvermeidlicher Ungenauigkeiten in der Temperatur- und Luftdruckermittlung einheitlich mit $m_s = \pm 2 \text{ cm}$ angenommen. Nach den bisher gewonnenen Erfahrungen dürfte auch diese Annahme den Tatsachen entsprechen.

In der Praxis hat es sich im Netz niederer Ordnung als vorteilhaft erwiesen, bei der Berechnung der Richtungskoeffizienten die Seiten in dm-Einheiten einzuführen. Daraus folgt, daß auch die Widersprüche w der gemessenen Strecken und deren mittlerer Fehler m_s in dm-Einheiten auszudrücken sind.

Unter den oben getroffenen Voraussetzungen bleiben demnach die Fehlergleichungen für die Richtungen zahlenmäßig unverändert, während die Fehlergleichungen für Strecken mit $\sqrt{p_s} = \frac{m_r}{m_s} = \frac{7^{\text{cc}}}{0,2 \text{ dm}} = 35$ zu multiplizieren sind.

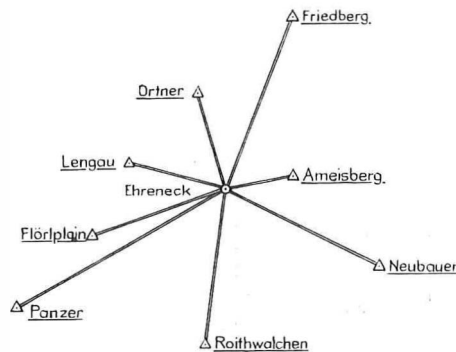


Abb. 2

Damit ist eine Homogenisierung aller Fehlergleichungen erreicht [2]. Man erhält in diesem Fall nach dem Ausgleich die Koordinatenverschiebungen dx und dy ebenfalls in dm-Einheiten.

Eine Kontrolle dafür, daß die a priori angenommenen mittleren Fehler für Richtungen und Strecken der Genauigkeit der Messungsergebnisse entsprechen, liefert der sich aus dem Ausgleich ergebende mittlere Fehler der Gewichtseinheit. Dieser muß bei annähernd richtiger Gewichtsannahme praktisch der bei Einführung der Gewichte gewählten Konstanten (im vorliegenden Falle: $\text{const.} = m_r$) gleich sein. Ergänzend sei noch bemerkt, daß der mittlere Punktlagefehler $M = \pm m_0 \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ aus den bezüglichen Koeffizienten der Normalgleichungen errechnet wird, wobei m_0 der mittlere Gewichtseinheitsfehler ist.

D) Beispiele

Das Ausmaß der Wirkung verschiedener Gewichtsannahmen und der Einflüsse der Maßstabsunbekannten soll an 3 Beispielen aufgezeigt werden.

1. Einzelpunkteinschaltung Ehreneck

Zur Bestimmung des Neupunktes Ehreneck (Abb. 2) wurden studienhalber sämtliche Innen- und Außenrichtungen und die Strecken zu den 8 gegebenen Punkten gemessen.

Für die Gewichtsermittlung wurde bei den Beispielen *d*, *e* und *f* der mittlere Richtungsfehler aus Beispiel *a*, bei *d* der mittlere Streckenfehler aus Beispiel *b* und bei *e* und *f* der mittlere Streckenfehler aus Beispiel *c* angenommen.

Wie das Ergebnis der einzelnen Ausgleichsfälle zeigt, sind bei günstiger Punktbestimmung sowie bei mehrfacher Überbestimmung sowohl bei Richtungen als auch bei Strecken der Einfluß der Maßstabsfaktoren und etwaige Abweichungen in der Gewichtsannahme auf die wahrscheinlichste Lage des auszugleichenden Punktes praktisch von verhältnismäßig geringer Bedeutung.

Zusammenstellung Ehreneck

Ausgleich mit		$\sqrt{p_r}$	$\sqrt{p_s} = \frac{m_r''}{m_s(\text{dm})}$	$\frac{dy}{\text{dm}}$	$\frac{dx}{\text{dm}}$	k	m_r''	m_s (dm)
a	Richtungen allein	1	—	0,00	0,00	—	2,27	—
b	Strecken allein, ohne k	—	1	+0,35	-0,12	—	—	0,55
c	Strecken allein, mit k	—	1	+0,23	-0,18	-0,0000269	—	0,22
d	Richtungen und Strecken ohne k	1	$\frac{2,27}{0,55} = 4,13$	+0,01	0,00	—	2,26	0,55
e	Richtungen und Strecken ohne k	1	$\frac{2,27}{0,22} = 10,32$	+0,08	-0,01	—	3,82	0,37
f	Richtungen und Strecken mit k	1	$\frac{2,27}{0,22} = 10,32$	+0,05	-0,02	—	2,46	0,24

Streckenverbesserungen

Strecke von Ehreneck nach	Länge in m	b		c		d	e	f	
		v (dm)	v (dm)	$S \cdot k$ (dm)	v (dm)	v (dm)	v (dm)	$S \cdot k$ (dm)	
Panzer	2 602,785	-0,43	+0,15	-0,70	-0,66	-0,60	+0,09	-0,72	
Flörlplain	1 542,853	-0,28	+0,01	-0,42	-0,56	-0,49	-0,10	-0,43	
Lengau	1 045,693	-0,33	-0,14	-0,28	-0,68	-0,61	-0,35	-0,29	
Ortner	1 072,178	-0,13	+0,19	-0,29	-0,32	-0,30	0,00	-0,30	
Friedburg	2 025,273	-0,84	-0,20	-0,54	-0,84	-0,86	-0,28	-0,56	
Ameisberg	781,006	-0,46	-0,13	-0,21	-0,15	-0,22	+0,03	-0,22	
Neubauer	1 949,869	-0,56	+0,24	-0,52	-0,01	-0,08	+0,49	-0,54	
Roithwalchen	1 714,124	-0,63	-0,25	-0,46	-0,55	-0,55	-0,09	-0,48	

2. Einzelpunkteinschaltung Oichten (Abb. 3)

Interessant sind vielleicht die beiden folgenden Beispiele, welche Extremfälle in bezug auf den Einfluß des Maßstabsfaktors und die Lage der zu bestimmenden

Neupunkte darstellen. In beiden Fällen erfolgte die Streckenmessung zu den Neupunkten nur von 2 gegebenen Punkten aus. Daher ist bei diesen Beispielen die Gefahr der Verfälschung der Maßstabsunbekannten durch die Punktlagefehler bei nur 2 vorhandenen Ausgangspunkten besonders groß.

Auf dem Neupunkt Oichten wurden Richtungen nach den gegebenen Punkten Gopperding, Baumgarten und Berndorf, auf den gegebenen Punkten Gopperding und Baumgarten Richtungen nach dem Neupunkt Oichten gemessen, ferner mit dem Geodimeter NASM-4 B die Strecken Oichten—Gopperding, $s_1 = 2188,898$ m und Oichten—Baumgarten, $s_2 = 3632,176$ m.

Der Neupunkt Oichten wurde nun unter drei verschiedenen Gewichtsannahmen jeweils ohne bzw. mit Einbeziehung eines Maßstabfaktors ausgeglichen, wobei die Gewichtsannahme b den tatsächlichen Verhältnissen im Netz niederer Ordnung annähernd entsprechen dürfte. Gegenüber dem Beispiel b wurde in der Annahme a den Richtungen, in der Annahme c den Strecken ein Übergewicht verliehen. Auffällig ist der große Unterschied in den Koordinatenverschiebungen, die mit und ohne Berücksichtigung des Maßstabfaktors k ermittelt wurden. Diese Art der Punktbestimmung ist daher im allgemeinen zu vermeiden, da der Neupunkt kaum die geforderte Lagegenauigkeit eines trigonometrischen Punktes erreichen wird. Ist man in Ausnahmefällen gezwungen derartig zu bestimmen, sind zur Verringerung der Verfälschung des Maßstabfaktors jeweils mehrere Streckenmessungen im Festpunktfeld in unmittelbarer Nähe des Neupunktes durchzuführen und in den Ausgleich einzubeziehen, wobei natürlich in erster Linie, wenn möglich, die Strecken zwischen den den Neupunkt bestimmenden Punkten zu messen sind.

Da bei gegebenen Punkten keine Koordinatenverschiebungen dx und dy auftreten, ergeben sich für diese zusätzlich gemessenen Strecken die Fehlergleichungen in folgender Form:

$$v_{AB} = -s_{AB} \cdot k + w_{AB}$$

Die bestmögliche Festlegung des Gewichtsverhältnisses zwischen Richtungen und Strecken ist hier sehr wesentlich für die Ermittlung der wahrscheinlichsten Punktlage und für die Größe und damit des Einflusses des Maßstabfaktors.

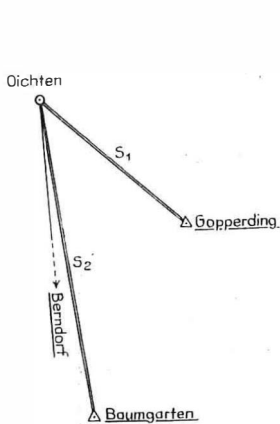


Abb. 3

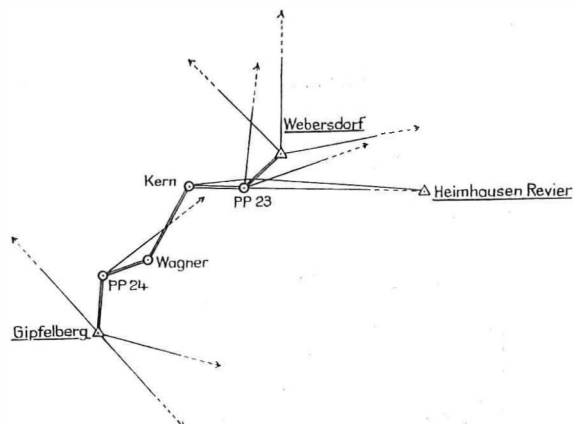


Abb. 4

Zusammenstellung Oichten

Gewichts- annahme	Gewichte		Ausgleich ohne k		Ausgleich mit k			Differenz	
	$\sqrt{p_r}$	$\sqrt{p_s} = \frac{m_r''}{m_s(\text{dm})}$	dy (dm)	dx (dm)	dy (dm)	dx (dm)	k	Δdy (dm)	Δdx (dm)
a	1	$\frac{1,0}{0,2} = 5,0$	+0,01	-0,22	+0,26	-0,51	-0,0000174	+0,25	-0,51
b	1	$\frac{2,3}{0,2} = 11,5$	+0,01	-0,11	+0,34	-0,59	-0,0000207	+0,33	-0,48
c	1	$\frac{5,0}{0,2} = 25,0$	+0,17	0,00	+0,40	-0,65	-0,0000231	+0,23	-0,65

Streckenverbesserungen

Gewichts- annahme	Ausgleich ohne k		Ausgleich mit k			
	v_1 (dm)	v_2 (dm)	v_1 (dm)	v_2 (dm)	$s_1 \cdot k$ (dm)	$s_2 \cdot k$ (dm)
a	+0,09	-0,36	+0,09	-0,06	-0,38	-0,63
b	+0,16	-0,25	+0,04	-0,03	-0,45	-0,75
c	+0,13	-0,17	+0,02	-0,01	-0,51	-0,84

3. Polygonzug Gipfelberg—Webersdorf (Abb. 4)

Die Durchrechnung dieses Polygonzuges ohne bzw. mit Einbeziehung eines Maßstabsfaktors zeigt im Gegensatz zu dem Beispiel Oichten, daß hier die Maßstabsunbekannte sich auf die Punktlage selbst praktisch nicht auswirkt. Die Verbesserungen der Strecken nach dem Ausgleich ohne k zeigen deutlich das Wirken eines systematischen Fehlereinflusses, der eben durch das Einführen eines Maßstabsfaktors ausgeschaltet wird. Hier wird durch den Maßstabsfaktor in der Hauptsache nur die Genauigkeit der Punktlage gesteigert. Man sieht auch deutlich, daß die Verbesserungen der Strecken nach dem Ausgleich mit k zufälligen Charakter haben.

Zusammenstellung Polygonzug Gipfelberg-Webersdorf

$$\sqrt{p_r} = 1, \quad \sqrt{p_s} = \frac{m_r''}{m_s(\text{dm})} = \frac{1,7}{0,2} = 8,5; \quad k = +0,0000265$$

Neupunkt	Ausgleich ohne k		Ausgleich mit k		Differenz	
	dy (dm)	dx (dm)	dy (dm)	dx (dm)	Δdy	Δdx
PP 24	0,00	+0,14	-0,01	+0,14	-0,01	0,00
Wagner	-0,12	+0,04	-0,16	+0,02	-0,04	-0,02
Kern	-0,24	-0,03	-0,25	-0,01	-0,01	+0,02
PP 23	-0,05	-0,03	-0,04	-0,02	+0,01	+0,01

Streckenverbesserungen

Strecke		Länge in m	Ausgleich		
			ohne k	mit k	
von	nach		v (dm)	v (dm)	$s.k$ (dm)
Gipfelberg	PP 24	593,848	+0,14	-0,02	+0,16
PP 24	Wagner	499,878	+0,22	+0,06	+0,13
Wagner	Kern	918,794	+0,22	+0,03	+0,24
Kern	PP 23	580,533	+0,19	+0,07	+0,15
PP 23	Webersdorf	603,381	+0,06	-0,12	+0,16

E) Schlußbetrachtungen

In den Veröffentlichungen [4] und [5] wird darauf hingewiesen, daß bei der Bestimmung von Punkten im Netz niederer Ordnung nach Möglichkeit Strecken und Winkel mit dem gleichen Gewicht ($p = 1$) in den Ausgleich eingeführt werden sollen. Praktische Erfahrungen waren zum Zeitpunkt der Veröffentlichung noch ausständig. Auch wurden dort die Strecken mit einem Tellurometer gemessen, wobei $m_s = 0,10$ m und $m_w = 0,1^\circ$ angenommen wurde, während im vorliegenden Fall das Geodimeter NASM-4B Verwendung fand.

In der Praxis muß das elektronische Entfernungsmeßgerät außer bei der polygonometrischen Punktbestimmung immer wieder zur Verbesserung der Punktlage triangulatorisch unzulänglich bestimmbarer Festpunkte herangezogen werden. Wie das Beispiel Oichten zeigt, ist in solchen ungünstigen Fällen eine möglichst den Tatsachen entsprechende Gewichtsannahme wichtig.

Literatur:

- [1] *Jordan-Eggert-Kneißl*: Handbuch der Vermessungskunde, Band IV 1, 10. Auflage, S. 610–613.
- [2] *Wolf, H.*: Bonn: Die Ausgleichung von Streckennetzen, ZfV (1958) Heft 10, S. 344.
- [3] *Danilow, W. W.*: Präzisions-Polygonometrie, VEB Verlag Technik Berlin, 1957.
- [4] *Köhler, A. und Meier, H.*: Punkteinschaltung mit Hilfe von Winkel und Strecken, AVN (1960) Nr. 4, S. 105–107.
- [5] *Köhler, A.*: Punkteinschaltung mit Hilfe von Winkel und Strecken, AVN (1960) Nr. 4, S. 105–107.

Zusammenfassung

Durch den ständig steigenden Einsatz elektronischer Entfernungsmeßgeräte zur Verdichtung des Festpunktfeldes niederer Ordnung speziell in triangulatorisch schwierigem Gelände (enge Gebirgstäler usw.) ergab sich die Notwendigkeit, Richtungen und Strecken einem gemeinsamen Ausgleich zu unterwerfen. Der Ansatz der Fehlergleichungen wurde zunächst in allgemeiner Form unter Berücksichtigung entsprechender Gewichtsverhältnisse zwischen Richtungen und Strecken und des Maßstabfaktors aufgezeigt.

An einigen praktischen Beispielen wird der Einfluß des Maßstabfaktors und verschiedener Gewichtsrelationen auf die wahrscheinlichste Punktlage demonstriert.

Summary

The continuously increasing employment of electronic distance measurement for interpolation of the low-order field of fixpoints, especially in unfavourable terrain (narrow mountain valleys),

makes a joint adjustment of directions and distances necessary. At first the statement of the error equations is given in a general form under consideration of corresponding weight-relations between directions and distances and the scale factor.

The effect of the scale factor and of various weight-relations on the probable point location is demonstrated by some practical examples.

Der Einfluß der kurzperiodischen Glieder der Nutation auf die Ergebnisse von Breitenbestimmungen

Von Kurt Bretterbauer, Wien

Bekanntlich werden die 10tägigen Ephemeriden der scheinbaren Örter der Fundamentalsterne ohne Berücksichtigung der kurzperiodischen Mondglieder der Nutation angegeben. Die Lehrbücher der astronomischen Ortsbestimmung halten eine Berücksichtigung dieser kleinen, rasch veränderlichen Korrekturen der Sternkoordinaten im allgemeinen auch nicht für notwendig.

Die modernen Instrumente besitzen aber eine so hohe innere Genauigkeit, daß gegenwärtig Einflüsse merkbar werden, die früher einfach von Instrumentalfehlern überdeckt wurden. Man kann m. E. erst dann an eine kritische Untersuchung von Beobachtungsergebnissen herangehen, wenn man zuvor alle exakt erfaßbaren Korrekturen angebracht hat, seien diese auch noch so klein. Dazu gehören die kurzperiodischen Glieder der Nutation, deren Einfluß auf Breitenbestimmungen im folgenden untersucht werden soll.

Im Zusammenhang mit Breitenbestimmungen aus Meridianzenitdistanzen interessiert nur die Korrektur der scheinbaren Deklinationen der Sterne. Es handelt sich dabei um periodisch schwankende Verbesserungen mit einer Periode von $\frac{1}{2}$ Monat. Nimmt man die Darstellung in den „Apparent Places of Fundamental Stars“*) an, so lautet die Deklinationskorrektur:

$$\Delta\delta = d\delta(\psi) \cdot d\psi + d\delta(\varepsilon) \cdot d\varepsilon$$

Darin ist

$$d\delta(\psi) = \sin \varepsilon \cdot \cos \alpha, \quad d\delta(\varepsilon) = \sin \alpha.$$

ε ist die Schiefe der Ekliptik, α die Rektaszension; diese beiden Größen sind also praktisch Stellarkonstante und im Jahrbuch für jeden Stern angegeben. Die Faktoren $d\psi$ und $d\varepsilon$ sind die kurzperiodischen Nutationsglieder in Länge bzw. Schiefe und enthalten nur Größen, welche vom Ort des Mondes und dessen Knoten und Perigäum abhängen, Größen also, die nur mit der Zeit veränderlich sind. Man findet sie im Jahrbuch für 0^h Ephemeris Time (E. T.) eines jeden Tages des Jahres tabuliert. Die expliziten Ausdrücke für diese Größen können wir hier übergehen.

Numerische Betrachtungen zeigen, daß die Deklinationsverbesserung $\Delta\delta$ nur zwischen $-0'',15$ und $+0'',15$ schwanken kann. Das folgende Diagramm gibt den periodischen Verlauf von $\Delta\delta$ während zweier Wochen des Juli 1964 wieder, und zwar für die Rektaszensionsstunden $\alpha = 15^h, 18^h$ und 21^h . Wie man sieht, können

*) Alljährlich erscheinender Sternkatalog, herausgegeben vom Astronomischen Recheninstitut, Heidelberg.