

Paper-ID: VGI\_196419



## Die geometrische Interpretation des mittleren Punktfehlers bei der trigonometrischen Punktbestimmung

Paul Gleinsvik <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Norges Landbrukshøgskole, Vollebekk, Norwegen*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **52** (6), S. 166–175

1964

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Gleinsvik_VGI_196419,  
Title = {Die geometrische Interpretation des mittleren Punktfehlers bei der  
trigonometrischen Punktbestimmung},  
Author = {Gleinsvik, Paul},  
Journal = {{{\0}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen}},  
Pages = {166--175},  
Number = {6},  
Year = {1964},  
Volume = {52}  
}
```



## Die geometrische Interpretation des mittleren Punktfehlers bei der trigonometrischen Punktbestimmung

Von *Paul Gleinsvik*, Vollebekk/Norwegen

In der vorliegenden Studie beschäftigen wir uns mit der geometrischen Interpretation des Gewichtskoeffizienten des mittleren Punktfehlers bei folgenden Arten der trigonometrischen Einzelpunktbestimmung:

1. Punktbestimmung durch äußere Richtungen
2. Punktbestimmung durch innere Richtungen
3. Punktbestimmung durch Trilateration

Die Untersuchung basiert auf einem allgemeinen Fall mit überschüssigen, ungleichgewichtigen Messungen, auf Grund von welchen die endgültige Lage des Neupunktes durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet wird.

### 1. Punktbestimmung durch äußere Richtungen

Für jeden der  $n$  Festpunkte, in welchen Richtungsbeobachtungen zur Bestimmung des Neupunktes vorgenommen wurden, läßt sich die Richtungsserie durch eine einzige Fehlergleichung von folgender Form ersetzen (gleichgewichtige Einzelbeobachtungen vorausgesetzt):

$$v_i = a_i x + b_i y + f_i \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad \dots (1)$$

wobei die Richtungskoeffizienten  $a$  und  $b$  bekanntlich durch

$$a_i = -\rho \frac{\sin \varphi_i}{S_i} \quad \text{und} \quad b_i = \rho \frac{\cos \varphi_i}{S_i} \quad \dots (2)$$

gegeben sind. *Das Gewicht dieser Fehlergleichung ist gleich  $s:s + 1$ , wobei  $s$  die Anzahl der Anschlußrichtungen ist.* (Wenn nachfolgend bei der Punktbestimmung durch äußere Richtungen die Rede von Beobachtungen und Gewichten ist, so beziehen diese Ausdrücke sich auf die Fehlergleichung (1), welche die primären Beobachtungen ersetzt.)

Wenn die Lage des Neupunktes durch Ausgleichung nach der Methode d. kl. Q. abgeleitet wird, ist der Gewichtskoeffizient des mittleren Punktfehlers bekanntlich gegeben durch:

$$Q_{MM} = \frac{[paa] + [pbb]}{[paa][pbb] - [pab]^2} = \frac{Z}{N}$$

Bei Berücksichtigung von (2) ergibt sich für  $Z$ :

$$Z = \rho^2 \sum_1^n p_i \left( \frac{\sin^2 \varphi_i}{S_i^2} + \frac{\cos^2 \varphi_i}{S_i^2} \right) = \rho^2 \sum_1^n \frac{p_i}{S_i^2} \quad \dots (3)$$

Der Ausdruck für  $N$  läßt sich in folgender Weise umformen:

$$N = (p_1 a_1^2 + p_2 a_2^2 + \dots + p_n a_n^2) (p_1 b_1^2 + p_2 b_2^2 + \dots + p_n b_n^2) - \\ - (p_1 a_1 b_1 + p_2 a_2 b_2 + \dots + p_n a_n b_n)^2 = \underline{p_1^2 a_1^2 b_1^2} + p_1 p_2 a_2^2 b_1^2 + \dots$$

(1)



In Fig. 1 ist  $P, I, II, III, IV$  die Originalfigur, während  $P, 1, 2, 3, 4$  die reziproke Figur darstellt. Der Ausdruck für  $Z$  hat somit nach (3) folgende Interpretation:

$$Z = \rho^2 \sum p_i s_i^2,$$

wobei  $s_i = \frac{1}{S_i}$  die Seite der reziproken Figur zwischen den Punkten  $P$  und  $i$  ist.

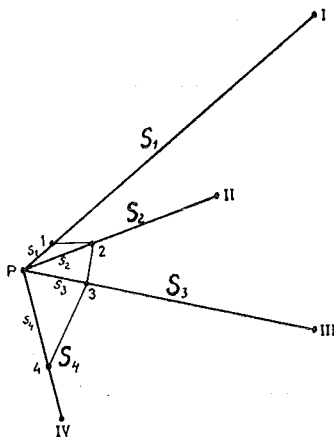


Fig. 1

Das allgemeine Glied in (5) läßt sich ebenfalls mit Hilfe von Seiten- und Flächenelementen der reziproken Figur interpretieren:

$$p_i p_j \left\{ \frac{1}{S_i S_j} \sin(\varphi_j - \varphi_i) \right\}^2 = p_i p_j \{s_i s_j \sin(\varphi_j - \varphi_i)\}^2 = 4 p_i p_j A_{ij}^2.$$

wobei  $A_{ij}$  die Fläche des Dreiecks  $Pij$  bedeutet, d. h.

$$N = 4\rho^4 \sum p_i p_j A_{ij}^2$$

Wir haben somit gezeigt, daß

$$Q_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum p_i s_i^2}{\sum p_i p_j A_{ij}^2} \quad \begin{array}{l} \text{für alle } i \neq j \\ (i = 1, 2, \dots, n) \\ (j = 1, 2, \dots, n) \end{array} \quad \dots \quad (6)$$

dabei ist also  $\sum p_i s_i^2$  gleich der Summe der Quadrate aller in der reziproken Figur von  $P$  ausgehenden Seiten multipliziert mit dem Gewicht der dazugehörigen Richtungsbeobachtung;  $\sum p_i p_j A_{ij}^2$  dagegen ist gleich der Summe der Quadrate der Flächen aller Dreieckskombinationen der reziproken Figur, in welcher  $P$  als Dreieckspunkt eingeht, multipliziert mit den zwei Gewichten, die jeder Dreieckskombination zugeordnet sind.

(Bei Punktbestimmung durch äußere Richtungen ist es möglich, den Gewichtskoeffizienten des mittleren Punktfehlers noch einfacher zu interpretieren, als wir es hier gemacht haben. Wir müssen nur in der reziproken Figur statt  $s_i = \frac{1}{S_i}$  die

Längen  $s_i = \frac{\sqrt{p_i}}{S_i}$  auftragen und würden dann für  $Q_{MM}$  erhalten:

$$Q_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum s^2}{\sum A^2}$$

Für die Punktbestimmung durch innere Richtungen aber würde die Figur mit den Seitenlängen  $s_i = \frac{\sqrt{p_i}}{S_i}$  von keinem Nutzen sein. Um eine einheitliche Darstellung für beide Bestimmungsarten zu gewinnen, halten wir daher an der ersten Interpretation fest.)

## 2. Punktbestimmung durch innere Richtungen

Nachdem die Orientierungsunbekannte des Fehlergleichungssystems des Stationspunktes nach dem Gauß'schen Verfahren vorgängig eliminiert wurde, ergibt sich das folgende reduzierte System:

$$v_i = \left( a_i - \frac{[pa]}{[p]} \right) x + \left( b_i - \frac{[pb]}{[p]} \right) y + \left( f_i - \frac{[pf]}{[p]} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$= a'_i x + b'_i y + f'_i \dots \dots \dots$$

Mit diesen Bezeichnungen der Fehlergleichungskoeffizienten ist der Gewichtskoeffizient des mittleren Punktfehlers gegeben durch:

$$Q'_{MM} = \frac{[pa' a'] + [pb' b']}{[pa' a'] [pb' b'] - [pa' b']^2} = \frac{Z'}{N'} \quad \dots (7)$$

Für die hier auftretenden Summenglieder ergibt sich:

$$[pa' a'] = \sum p_i \left( a_i - \frac{[pa]}{[p]} \right)^2 = [paa] - \frac{[pa]^2}{[p]}$$

$$[pb' b'] = \sum p_i \left( b_i - \frac{[pb]}{[p]} \right)^2 = [pbb] - \frac{[pb]^2}{[p]} \quad \dots (8)$$

$$[pa' b'] = \sum p_i \left( a_i - \frac{[pa]}{[p]} \right) \left( b_i - \frac{[pb]}{[p]} \right) = [pab] - \frac{[pa][pb]}{[p]}$$

Wir formen den Ausdruck für  $[pa' a']$  weiter um zu:

$$[pa' a'] = \frac{[p][paa] - [pa]^2}{[p]}$$

$$= \frac{1}{[p]} \{ \underline{p^2_1 a^2_1} + p_1 p_2 a^2_2 + \dots + p_1 p_n a^2_n + \underline{p_1 p_2 a^2_1} + \underline{p^2_2 a^2_2} + \dots + \underline{p_2 p_n a^2_n} + \dots + \underline{p^2_n a^2_n} - \underline{p^2_1 a^2_1} - \underline{p^2_2 a^2_2} - \dots - \underline{p^2_n a^2_n} - 2 p_1 p_2 a_1 a_2 - 2 p_1 p_3 a_1 a_3 - \dots - 2 p_1 p_n a_1 a_n - 2 p_2 p_3 a_2 a_3 - \dots - 2 p_2 p_4 a_2 a_4 - \dots - 2 p_2 p_n a_2 a_n - \dots - 2 p_{n-1} p_n a_{n-1} a_n \}$$

Die unterstrichenen Glieder treten paarweise mit entgegengesetzten Vorzeichen auf.

Die restlichen Glieder fassen wir zusammen:

$$[pa' a'] = \frac{1}{[p]} \{ p_1 p_2 (a_1 - a_2)^2 + p_1 p_3 (a_1 - a_3)^2 + p_1 p_4 (a_1 - a_4)^2 + \dots + p_1 p_n (a_1 - a_n)^2$$



$$\begin{aligned}
& + p'_{23} p'_{24} (R_{23} S_{24} - R_{24} S_{23})^2 + p'_{23} p'_{34} (R_{23} S_{34} - R_{34} S_{23})^2 + \\
& \qquad \qquad \qquad + p'_{24} p'_{34} (R_{24} S_{34} - R_{34} S_{24})^2 \\
& + p'_{12} p'_{34} (R_{12} S_{34} - R_{34} S_{12})^2 + p'_{13} p'_{24} (R_{13} S_{24} - R_{24} S_{13})^2 + \\
& \qquad \qquad \qquad + p'_{14} p'_{23} (R_{14} S_{23} - R_{23} S_{14})^2 \\
& \qquad \qquad \qquad \dots (10)
\end{aligned}$$

Wenn wir hier für  $R$  und  $S$  Werte einsetzen, zeigt sich z. B., daß:

$$(R_{12} S_{13} - R_{13} S_{12}) = (R_{12} S_{23} - R_{23} S_{12}) = (R_{13} S_{23} - R_{23} S_{13})$$

oder ganz allgemein, daß alle Klammerausdrücke, welche dieselben drei Indizes enthalten, einander gleich sind, d. h.

$$(R_{ij} S_{ik} - R_{ik} S_{ij}) = (R_{ij} S_{jk} - R_{jk} S_{ij}) = (R_{ik} S_{jk} - R_{jk} S_{ik}) = (i, j, k)$$

(Die Bezeichnung  $(i, j, k)$  soll zum Ausdruck bringen, daß die zugehörigen  $R$  und  $S$  mit den Indizes  $i, j$  und  $k$  versehen sind.)

Die Summe von (10) ergibt sich durch zeilenweise Summation:

1. Zeile:  $(p_1 + p_2 + p_3) p_1 p_2 p_3 (1, 2, 3)^2$
2. Zeile:  $(p_1 + p_2 + p_4) p_1 p_2 p_4 (1, 2, 4)^2$
3. Zeile:  $(p_1 + p_3 + p_4) p_1 p_3 p_4 (1, 3, 4)^2$
4. Zeile:  $(p_2 + p_3 + p_4) p_2 p_3 p_4 (2, 3, 4)^2$
5. Zeile:  $p_1 p_2 p_3 p_4 \{(1, 2, 3)^2 + (1, 2, 4)^2 + (1, 3, 4)^2 + (2, 3, 4)^2\}$

mit der Totalsumme:

$$(p_1 + p_2 + p_3 + p_4) \{p_1 p_2 p_3 (1, 2, 3)^2 + p_1 p_2 p_4 (1, 2, 4)^2 + p_1 p_3 p_4 (1, 3, 4)^2 + p_2 p_3 p_4 (2, 3, 4)^2\}$$

Für  $N'$  ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
N' = \frac{1}{[p]} \{ & p_1 p_2 p_3 (1, 2, 3)^2 + p_1 p_2 p_4 (1, 2, 4)^2 + p_1 p_3 p_4 (1, 3, 4)^2 + \\
& + p_2 p_3 p_4 (2, 3, 4)^2 \} \dots (11)
\end{aligned}$$

Das Bildungsgesetz von (11) ist ganz einfach: In den Klammern, welche jeweils drei Indizes enthalten, kommen alle möglichen Dreierkombinationen der vier Indizes vor, und jeder Klammer sind drei Gewichte mit denselben Indizes zugeordnet. Dieses Bildungsgesetz gilt auch für beliebige  $n$ , d. h.:

$$N' = \frac{1}{[p]} \sum p_i p_j p_k (i, j, k)^2 \text{ für alle } i \neq j \neq k \neq i \dots (12)$$

Sowohl  $Z'$  als auch  $N'$  läßt sich nun geometrisch interpretieren. Für  $Z'$  haben wir nach (9):

$$Z' = \frac{1}{[p]} \sum p_i p_j \{(a_i - a_j)^2 + (b_i - b_j)^2\}$$

Hier ist:

$$(a_i - a_j)^2 + (b_i - b_j)^2 = \rho^2 \{(s_j \sin \varphi_j - s_i \sin \varphi_i)^2 + (s_j \cos \varphi_i - s_i \cos \varphi_j)^2\},$$

welcher Ausdruck gleich  $\rho^2 s_{ij}^2$  ist (siehe Figur 2, welche den mit den Indizes  $i$  und  $j$  versehenen Teil der reziproken Figur darstellt), d. h.:

$$Z' = \frac{\rho^2}{[p]} \sum p_i p_j s_{ij}^2$$

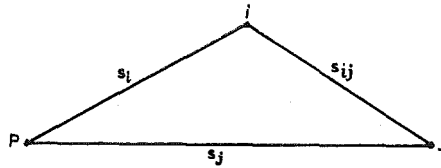


Fig. 2

Das allgemeine Glied in (12) läßt sich ebenfalls interpretieren:

$$(i, j, k) = \rho^2 \left\{ \frac{\sin \varphi_j \cos \varphi_i}{S_i S_j} - \frac{\sin \varphi_i \cos \varphi_j}{S_i S_j} + \frac{\sin \varphi_k \cos \varphi_j}{S_j S_k} - \frac{\sin \varphi_j \cos \varphi_k}{S_j S_k} + \right. \\ \left. + \frac{\sin \varphi_i \cos \varphi_k}{S_i S_k} - \frac{\sin \varphi_k \cos \varphi_i}{S_i S_k} \right\} = \rho^2 \{ s_i s_j \sin(\varphi_j - \varphi_i) + s_j s_k \sin(\varphi_k - \varphi_j) + \\ + s_i s_k \sin(\varphi_i - \varphi_k) \} = 2 \rho^2 A_{ijk},$$

wobei  $A_{ijk}$  die Fläche des Dreiecks  $ijk$  ist (siehe Fig. 3, die den mit den Indizes  $i, j$  und  $k$  versehenen Teil der reziproken Figur darstellt) d. h.:

$$N' = 4 \frac{\rho^4}{[p]} \sum p_i p_j p_k A_{ijk}^2 \text{ und } Q'_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum p_i p_j s_{ij}^2}{\sum p_i p_j p_k A_{ijk}^2} \dots (13)$$

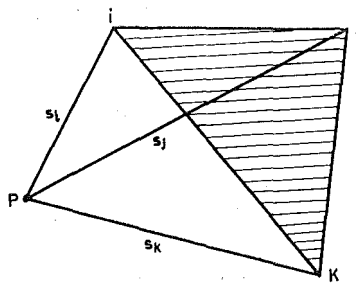


Fig. 3

Hier ist also  $\sum p_i p_j s_{ij}^2$  gleich der Summe der Quadrate aller Seiten der reziproken Figur, welche  $P$  nicht als Endpunkt haben, multipliziert mit den den Endpunkten zugeordneten zwei Gewichten.  $\sum p_i p_j p_k A_{ijk}^2$  dagegen ist gleich der Summe der Quadrate der Flächen aller Dreieckskombinationen der reziproken Figur, welche  $P$  nicht als Dreieckspunkt enthalten, multipliziert mit den jeder Dreieckskombination zugeordneten drei Gewichten.



### 3. Punktbestimmung durch Trilateration

Ausgehend von der Beobachtungsgleichung einer Streckenmessung:

$$S_{ip}^2 = (y_p - y_i)^2 + (x_p - x_i)^2,$$

wobei  $P$  der Neupunkt und  $i$  einer der  $n$  Festpunkte ist, gewinnen wir durch Linearisierung derselben die allgemeine Fehlergleichung:

$$v_i = \cos \varphi_{ip} x + \sin \varphi_{ip} y + f_i = a'' x + b'' y + f''$$

Für den Gewichtskoeffizienten des  $m$ . Punktfehlers

$$Q''_{MM} = \frac{[pa'' a''] + [pb'' b'']}{[pa'' a''] [pb'' b''] - [pa'' b'']^2} = \frac{Z''}{N''}$$

ergibt sich somit:

$$Z'' = [p],$$

während  $N''$  nach (4) gleich

$$N'' = \sum p_i p_j (a''_i b''_j - a''_j b''_i)^2 = \sum p_i p_j \sin^2 \alpha_{ij}$$

ist, wobei  $\alpha_{ij}$  der Schnittwinkel im Neupunkt zwischen den Seiten  $i$  und  $j$  ist, d. h.:

$$Q''_{MM} = \frac{\sum p_i}{\sum p_i p_j \sin^2 \alpha_{ij}} \text{ für alle } i \neq j \quad \dots (14)$$

Um diese Formel in Beziehung zu der reziproken Figur zu bringen, schreiben wir (14) in folgender Weise:

$$Q''_{MM} = \frac{1}{4} \frac{\sum p_i s_i^2}{\sum p_i p_j A_{ij}^2} \quad \dots (15)$$

wobei in dieser Formel sämtliche Werte für  $s$  gleich groß und zwar gleich eins zu setzen sind. In der Formel für  $Q''_{MM}$  kommen also alle möglichen Seiten und Dreiecke der „reziproken“ Figur vor, welche  $P$  als End- oder Dreieckspunkt enthalten.

### 4. Zusammenfassung

Mit den Formeln:

$$Q_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum p_i s_i^2}{\sum p_i p_j A_{ij}^2}, Q'_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum p_i p_j s_{ij}^2}{\sum p_i p_j p_k A_{ijk}^2} \text{ und } Q''_{MM} = \frac{1}{4} \frac{\sum p_j s_i^2}{\sum p_i p_j A_{ij}^2}$$

ist es uns gelungen, den Gewichtskoeffizienten des  $m$ . Punktfehlers bei den drei behandelten Bestimmungsarten: Punktbestimmung durch äußere und innere Richtungen sowie durch Trilateration mit Hilfe von Seiten- und Flächenelementen der reziproken Figur geometrisch zu interpretieren (bei  $Q''_{MM}$  handelt es sich allerdings um eine fiktive reziproke Figur mit allen Seitenlängen gleich eins).

Der Unterschied von  $Q_{MM}$  und  $Q'_{MM}$  liegt im folgenden:

Bei der Punktbestimmung durch äußere Richtungen kommen alle möglichen Seiten und Dreiecke der reziproken Figur, die den Punkt  $P$  als End- oder Dreieckspunkt enthält, vor, während dagegen bei der Punktbestimmung durch innere Richtungen alle möglichen Seiten und Dreiecke vorkommen, die den Punkt  $P$  nicht als End- oder Dreieckspunkt enthalten.

Für den Fall, daß es sich um gleichgewichtige Beobachtungen handelt, vereinfachen sich die abgeleiteten Formeln zu:

$$Q_{MM} = \frac{1}{p} \frac{1}{4 \rho^2} \frac{\Sigma s^2_{+p}}{\Sigma A^2_{+p}}, \quad Q'_{MM} = \frac{1}{p'} \frac{1}{4 \rho^2} \frac{\Sigma s^2_{-p}}{\Sigma A^2_{-p}} \text{ und}$$

$$Q''_{MM} = \frac{1}{p''} \frac{n}{\Sigma \sin^2 \theta_{ij}}, \quad \dots (16)$$

wobei  $+p$  bedeutet, daß die betreffenden Seiten- und Flächenelemente den Punkt  $P$  enthalten, während  $-p$  sinngemäß bedeutet, daß sie  $P$  nicht enthalten.

Für  $n = 3$  und gleichgewichtige Beobachtungen gehen die Formeln für  $Q_{MM}$  und  $Q'_{MM}$  in die bekannten Eggert'schen Formeln der Gewichtskoeffizienten des m. Punktfehlers beim Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden über. Es ist auch klar, daß dieses so sein muß, weil diese beiden Punktbestimmungsarten nur Spezialfälle der vorher behandelten generellen Ausgleichungsaufgaben repräsentieren, die dann eintreten, wenn die Anzahl der Überbestimmungen gleich null ist.

Bemerkenswert ist der Zusammenhang zwischen dem aus der Ausgleichung resultierenden Gewichtskoeffizienten des m. Punktfehlers und den entsprechenden Gewichtskoeffizienten, die sich ergeben, wenn die Punktbestimmung ohne Überbestimmungen erfolgt.

Wenn sich nämlich der Neupunkt auf Grund der vorliegenden Beobachtungen auf  $q$  verschiedene Weisen ohne Überbestimmungen bestimmen läßt (z. B. ist  $q$  gleich 3 bei 3 äußeren Richtungen und gleich 4 bei 4 inneren Richtungen), wobei die dazugehörigen Gewichtskoeffizienten des m. Punktfehlers gleich

$$\frac{Z_1}{N_1} \cdot \frac{Z_2}{N_2} \cdot \frac{Z_3}{N_3} \cdot \dots \cdot \frac{Z_q}{N_q}$$

sind, so ist der entsprechende Gewichtskoeffizient, der sich durch eine Ausgleichung des gesamten Beobachtungsmaterials nach der M. d. kl. Q. ergibt, gegeben durch ( $i$  ist die Anzahl der Überbestimmungen):

$$Q_{MM} = \frac{1}{i+1} \frac{\Sigma Z}{\Sigma N}$$

eine Relation, die für sämtliche drei behandelten Bestimmungsarten gilt.

\*

Abschließend seien die Formeln der  $Q_{MM}$  und  $Q'_{MM}$  mit einem Beispiel beleuchtet (es werden in beiden Fällen gleichgewichtige Beobachtungen vorausgesetzt, deren Gewicht als Gewichtseinheit gewählt wird):

*Punktbestimmung durch äußere  
Richtungen*

Originalfigur: P, I, II, III  
Reziproke Figur: P, 1, 2, 3

*Punktbestimmung durch innere  
Richtungen*

Originalfigur: P, I, II, III, IV  
Reziproke Figur: P, 1, 2, 3, 4

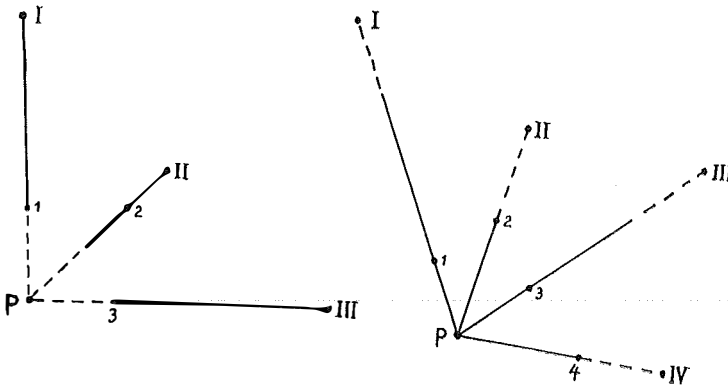


Fig. 4

$$Q_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum s^2_{+P}}{\sum A^2_{+P}} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{s^2_{1P} + s^2_{2P} + s^2_{3P}}{A^2_{12P} + A^2_{13P} + A^2_{23P}},$$

$$Q'_{MM} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{\sum s^2_{-P}}{\sum A^2_{-P}} = \frac{1}{4\rho^2} \frac{s^2_{12} + s^2_{13} + s^2_{14} + s^2_{23} + s^2_{24} + s^2_{34}}{A^2_{123} + A^2_{124} + A^2_{134} + A^2_{234}}$$

## Verwendung von Spiegelinstrumenten in der Hydrometrie

*Franz Embacher, Bundesstrombauamt, Wien*

Die Hydrometrie befaßt sich mit der Feststellung verschiedener Gewässer-eigenschaften wie Wassertiefe, Fließgeschwindigkeit, Schwebstofffluß, Geschiebetrieb usw. Solche Erhebungen sind in genau vorgeschriebenen, meist profillförmig aneinandergereihten Punkten auszuführen. Mit der Größe des Gewässers wachsen daher die vermessungstechnischen Probleme.

Vom Wasserfahrzeug aus läßt sich das Meßprofil leicht auffinden, wenn es am Ufer mit weithin sichtbaren Stangen abgesteckt wird. Dagegen kann das Festlegen der einzelnen Meßpunkte (Meßlotrechten), also die Bestimmung ihres Uferabstandes, mit Schwierigkeiten verbunden sein. Wenn es die Verhältnisse gestatten, findet dazu ein mit Entfernungsmarken versehenes Stahlseil (Peilleine) Verwendung. Bei Meeresküsten, Seeufern, breiten Strömen oder lebhaftem Schiffsverkehr kann nur ein indirektes Meßverfahren zur Anwendung kommen. Optische Distanzmessung oder Vorwärtseinschneiden vom Land aus ist umständlich, wenig genau und an eine Verständigungseinrichtung zwischen Ufer und Schiff gebunden. Entfernungsmessungen vom Wasserfahrzeug aus mittels Basisdistanzmesser sind ebenfalls zu ungenau.

Schnell und präzise läßt sich der Abstand durch Rückwärtseinschneiden bestimmen, wenn am Ufer eine Basis abgesteckt und am Schiff ein Spiegelinstrument