

Paper-ID: VGI\_196607



## Über die Tangententachymeter

Antál Tárczy-Hornoch <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Sopron, Ungarn*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **54** (3, 4), S. 73–82, 116–125

1966

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Tarczy-Hornoch_VGI_196607,  
Title = {"Über die Tangententachymeter"},  
Author = {T{á}rczy-Hornoch, Ant{á}l},  
Journal = {"Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen"},  
Pages = {73--82, 116--125},  
Number = {3, 4},  
Year = {1966},  
Volume = {54}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,  
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und  
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

---

Nr. 3

Baden bei Wien, Ende Juni 1966

54. Jg.

---

## Über die Tangententachymeter\*)

Von *Antal Tárczy-Hornoch*, Ödenburg

Wir leben im Zeitalter der elektrooptischen und elektronischen Entfernungsmessungen, die im Begriffe sind, unsere Messungen in vieler Beziehung grundlegend umzugestalten. Das Vordringen der Trilateration und deren Verbindung mit der Triangulation, für die wir zum ersten Male hier in Wien vor anderthalb Jahren den Ausdruck Triangulation verwendet haben, wirft immer neuere Probleme sowohl methodisch, als auch instrumententechnisch auf. Ein Blick in die Fachzeitschriften gibt hiefür ein beredtes Zeugnis, wobei man — besonders auf methodischem Sektor — viele bedeutende und anerkannte österreichische Arbeiten verzeichnen muß.

Aber auch die einige Jahrzehnte ältere Photogrammetrie bleibt in der stürmischen Entwicklung nicht zurück, wie dies die Entstehung der vielen speziellen Fachzeitschriften eindrucksvoll bekräftigt, und sie wird heute auch zur Herleitung von, die Triangulierungsnetze ersetzenden Festpunktsnetze verwendet, und das ursprüngliche grafische Verfahren beginnt sich zunehmend zu numerisieren. Auch das sind die österreichischen Erfolge sowohl in der Vergangenheit, wie u. a. jene von *Orel*, *Doležal*, *Scheimpflug*, *Klingatsch*, als auch in der Gegenwart ganz bedeutend und in vieler Beziehung führend.

Man würde vielleicht meinen, daß bei diesen modernen Methoden die Weiterentwicklung der fast dreihundert Jahre alten Tachymetrie — die bisher bekannte erste Beschreibung eines Tachymeters stammt von *Montanari* aus 1674; Vgl. [1] — nicht mehr zeitgemäß ist. Das Durchblättern der einschlägigen neueren Zeitschriften beweist aber das entgegengesetzte: es werden immer neuere Typen der Tachymeter entwickelt, als ein Zeichen dafür, daß für die Entfernungen bis etwa 200 m und bei der Kartierung relativ kleinerer Gebiete die Tachymeter auch weiter-

---

\*) Vortrag, gehalten am 11. November 1965 an der Technischen Hochschule in Wien.

hin wirtschaftlich bleiben, besonders dann, wenn sie durch Weiterentwicklungen immer leistungsfähiger werden. Die Leistungsfähigkeit bezieht sich naturgemäß auch auf die erforderliche Genauigkeit und dies ist besonders bei den Präzisionstachymetern wichtig.

Es ist nicht unser Ziel hier die Hunderte von Tachymetern, worunter es zahlreiche und originelle österreichische Erfindungen gibt, zu gruppieren, noch weniger diese zu besprechen. Es gibt darüber zahlreiche ausgezeichnete Arbeiten, von denen wir — außer den Handbüchern — in zeitlicher Reihenfolge jene von *Hammer* [2], *Löschner* [3], *Aubell* [4], *Koller* [5], *König* [6], *Missori* [7], *Bjerhammar* [8] auch eigens hervorheben möchten. Die wichtigen Studien von *Löschner* und *Aubell* erschienen in mehreren Fortsetzungen in der Österreichischen Zeitschrift für Vermessungswesen.

Wir wollen jetzt nur die Gruppe der in der letzten Zeit ziemlich vernachlässigten Tangententachymeter herausgreifen und auch daraus nur jene mit vertikal verwendeter Latte einer kleinen Prüfung unterziehen, die sowohl in der österreichischen, als auch in der ungarischen Fachliteratur eine Rolle spielten und die trotz ihres 165jährigen Alters noch immer weiterentwicklungsfähig sind.

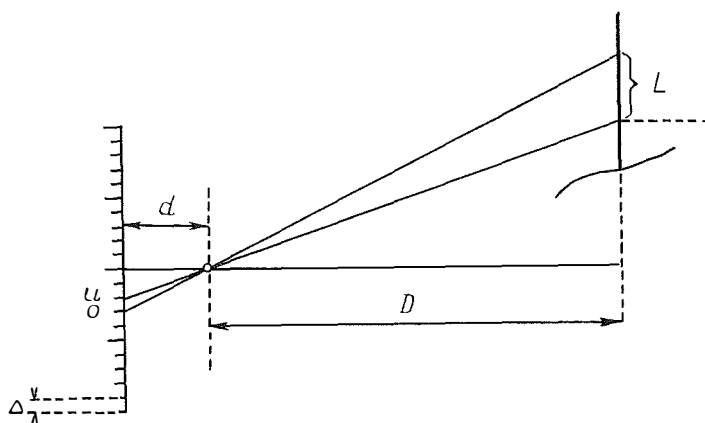


Abb. 1

Das erste Tangententachymeter stammt nach unserem Wissen aus dem Jahre 1800 von *Hogrewe* aus Hannover [9], der zur Messung eine Tangentenschraube verwendete. Ihn nennt auch *Jordan* an erster Stelle [10; S. 145], während *Hammer* [1; S. 158] auf drei Jahre weiter zurückgreifend aus 1797 die Methode *Tralles*, als die erste dieser Art bezeichnet. Aber auch aus der Beschreibung *Hammers* geht hervor, daß zum *Tralles*chen Verfahren die horizontalen Entfernungen eigens gemessen werden mußten, weshalb dieses nicht einmal als Tachymetrie, noch weniger als eine Methode der Tangententachymetrie bezeichnet werden kann. Das wesentliche Merkmal der Tangententachymetrie ist es eben, daß sie unabhängig von dem Höhenwinkel der Ziellinie die Horizontalabstände sehr einfach liefert, wie dies aus Abb. 1 sofort zu ersehen ist.  $L$  bedeutet den abgelesenen Lattenabschnitt,  $(o - u) = \Delta$  soll etwa die Ganghöhe der Tangentenschraube,  $d$  die horizontale Entfernung

der vertikalen Meßschraube,  $D$  jene der vertikalen Latte von der Fernrohrkipfpachse bezeichnen. Aus:

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{\Delta} \quad \text{folgt: } D = \frac{d}{\Delta} L = K \cdot L \quad \dots (1)$$

Wenn  $K$  in einer runden Zahl, z. B. in 100 gewählt wird, so ist die Bestimmung der Horizontalabstand in der Tat sehr einfach. *Hogrewes* verwendet allerdings an Stelle der konstanten Schraubenumdrehung einen konstanten Lattenabschnitt  $L$ , so daß bei ihm ( $o - u$ ) nicht  $\Delta$ , sondern die mit der Schraubenumdrehungszahl multiplizierte Ganghöhe bedeutet.

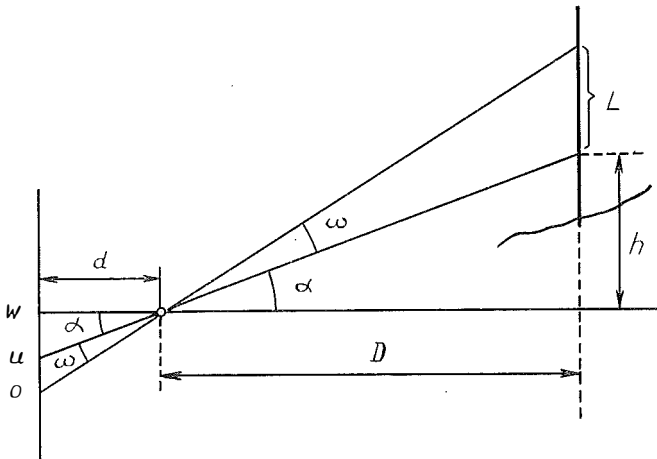


Abb. 2

Die *Hogrewesche*, vornehmlich für das mit der Entfernungsbestimmung verbundene trigonometrische Nivellement gedachte Methode hat sich nicht verbreitet. Es mußte hierzu bekanntlich die seinerzeitige umständlich wirkende tangentielle Meßschraube bzw. Distanzschraube durch die zweigelenkige, als Sehne wirkende Kippschraube, ersetzt werden, die von dem berühmten Professor des Wiener Polytechnischen Institutes *Stampfer* vorgeschlagen und von seinem Mechaniker *Starke* ausgeführt wurde. Die erste Beschreibung [11] stammt aus 1839. Es ist somit *Doergens* [13] richtigzustellen, wonach *Breithaupt* mit seiner Meßschraube im Jahre 1844 *Stampfer* zuvorgekommen sei, wie dies auch noch in der neuesten Literatur anzutreffen ist [4; S. 613].

Die *Stampfersche* Meßschraube diente zwar gleichfalls vornehmlich für das mit der Entfernungsbestimmung verbundene trigonometrische Nivellement und zur Absteckung von Linien mit gegebenen Gefällen, also für Zielungen mit relativ kleinen Höhenwinkeln; sie hat sich im Gegensatz zur *Hogreweschen* dennoch rasch verbreitet. Auch *Vogler* stellte fest [10; S. 145], „daß ohne die *Stampfer-Starke*schen Verbesserungen seines Baues die *Hogrewesche* Erfindung so bald noch keinen Eingang in die Praxis gefunden hätte.“

Die von *Stampfer* angegebenen Beziehungen wurden später bei fast allen weiteren Tangententachymetern verwendet und sie beziehen sich auf beliebige Schraubenableserungen. Die Gleichungen können auf Grund der Abb. 2 leicht angegeben werden.

Bezeichnen wir die der waagrechten Ziellinie entsprechende Ablesung an der Meßschraube mit  $w$ , die der unteren Zielung an der Latte entsprechende Ablesung an der Meßschraube mit  $u$  und jene der oberen Zielung mit  $o$ , so werden bekanntlich:

$$\frac{(o - u)\Delta}{d} = \frac{L}{D}$$

und daraus die Horizontaldistanz  $D = \frac{L}{o - u} \cdot \frac{d}{\Delta}$  ... (2)

bzw.

$$\frac{(u - w)\Delta}{d} = \frac{h}{D}$$

und daraus der Höhenunterschied  $h = \frac{D}{d} (u - w)\Delta = \frac{u - w}{o - u} L$  ... (3)

$h$  bedeutet die Höhe der unteren Zielung an der Latte über der waagrechten Ziellinie, woraus die Höhe des Bodenpunktes der Latte mit der Höhe der unteren Zielung über diesen und mit jener des Bodenpunktes des Instrumentes in bekannter Weise (vgl. Gl. (13)) gerechnet werden kann.

Die *Stampfersche* Methode wurde später — besonders in den vielen weiteren Bearbeitungen seines Buches [12] — auch durch die Einführung von verschiedenartigen Konstanten und an Stelle der Latten mit Zielmarken durch die Verwendung von Latten mit cm-Teilung weiterentwickelt. Alle diese konnten aber den bei der Tachymetrie besonders großen Nachteil nicht beseitigen, daß die Meßschraube nur bis etwa  $10^{\circ}$  Höhenwinkel ausreichte und dabei zur Einstellung eine mit dem Höhenwinkel zunehmende Zahl von Schraubenumdrehungen erforderlich war. Auch konnte hier die Additionskonstante nicht gut Null gemacht werden. Der weitere Nachteil, daß für die Tangenschrauben hergeleiteten Beziehungen bei der Sehnenschraube Korrekturen bedürfen, fiel bei der Tachymetrie bis  $10^{\circ}$  weniger in die Waagschale.

Man war bald bemüht, die erwähnten Nachteile der *Stampferschen* Tachymetrie zu beseitigen. Eine der ältesten diesbezüglichen Lösungen stammt von *Sanguet*; Das Jahr der Erfindung ist verschiedentlich angegeben. *Aregger* [15; S. 269] spricht von etwa 1857, *Ollivier* [16; S. 327] von 1864, *Jordan-Eggert-Kneissl* [14; S. 613] von 1865. Im Gegensatz hierzu erklärt *Vogler* [10; S. 151], daß das in Frage stehende Instrument im Jahre 1889 an der Pariser Weltausstellung ausgestellt war, aber bis dorthin nach den Erklärungen *Sanguets* an *Vogler* eine gedruckte Beschreibung des Instrumentes seitens des Erfinders noch nicht erschienen ist, obwohl er nach der Feststellung *Voglers* eine geodätische Fachzeitschrift herausgab. *Sanguet* erhielt nach *Vogler* für diese und andere Konstruktionen\*) die goldene Medaille. Was die Ursache sein könnte, daß *Sanguet* in 25 Jahren diese seine Erfindung nicht veröffent-

\*) *Sanguet* hat auch noch ein anderes Tachymeter erfunden: das Longi-Altimeter (Vgl. *Prévo*: Topographie, Bd. 2. (II. Aufl.) S. 414—419 und 422—427). Bei diesem wurde der distanzmessende Winkel für den Höhenunterschied an einer horizontalen Latte durch 1%ige Erhöhung des einen Kippachsenendes und die horizontale Entfernung durch Drehung um die Drehachse bestimmt. Dieses Tachymeter war aber kaum jemals lebensfähig.

lichte und warum er nach 25 Jahren auch hierfür die goldene Medaille erhielt, ist uns nicht ganz klar.

*Sanguet* ersetzt in dieser Erfindung die Sehnenschraube durch eine vertikale Skala, an der ein mit dem Fernrohr am Okular- oder Objektivende verbundener Nonius abgelesen bzw. eingestellt werden kann. Einer Schraubenumdrehung bei *Stampfer* entspricht hier — und auch bei vielen weiteren Tangententachymetern — ein Skalenteil. Ein Hebelwerk und ein Anschlagkopf gestatten nach Ablesung der vertikalen Latte die Skala um ein Hundertstel der horizontalen Entfernung von der Fernrohrkipkachse im vertikalen Sinne zu verstellen. Da bei ihm  $d/\Delta = 100$  ist, so wird hier in diesem Falle aus Gl. (2):

$$D = \frac{100}{o - u} \cdot L = 100 L \quad \dots (2a)$$

Weitere Anschlagknöpfe ermöglichen im Sinne der Gl. (1) bzw. (2) auch die Verwendung von anderen Multiplikatoren. Der Höhenunterschied muß hier im Sinne der Gl. (3), da  $w = O$  gewählt wurde, mit Hilfe der der unteren Zielung entsprechenden  $u$  Ablesung eigens gerechnet werden. Bei der Wahl  $w = O$  haben die den Tiefenwinkeln entsprechenden Ablesungen offenkundig negatives Vorzeichen. So ist in diesem Falle die Skala auf Abb. 2 von  $w = O$  angefangen aufwärts zunehmend mit negativen Zahlen beziffert. Obwohl dieses Tachymeter von *Sanguet* die Additionskonstante nicht verschwinden läßt, hat es sich in Frankreich sehr verbreitet und man findet Ankündigungen von dessen Herstellung auch in den neuesten französischen Zeitschriften (z. B. *Géomètre*, 1965. Heft 1, S. 3). Es ermöglicht auch steilere Zielungen, und zwar relativ rasch.

Das erwähnte *Sanguetsche* Tachymeter ist ein Kontakttachymeter, wobei aber hervorgehoben werden möge, daß diese übliche Bezeichnung streng genommen noch ergänzt werden muß. Es ist ein Kontakt-Tangententachymeter. Es gibt nämlich — wohl nicht viele — Kontakttachymeter, die durch Kontakte konstante distanzmessende Winkel herstellen, wie z. B. der in Wien hergestellte *Gentilli-Starkesche* Kontaktdistanzmesser [17] aus 1868. Die Gründe für den Bau solcher Tachymeter können verschiedenartig sein: z. B. die Vermeidung der Verzerrungseinflüsse des Fernrohrs (besonders bei älteren Instrumenten), oder die Erzielung einer kleineren Multiplikationskonstante, für die sonst das Gesichtsfeld des Fernrohres zu klein ist, z. B. beim *Csétischen* Grubenkontakttachymeter [18; S. 258—272] aus 1901 mit der Multiplikationskonstante 20. *Vogler* [10; S. 147—148] berichtete 1891 andererseits über amerikanische Instrumente, bei denen die konstanten distanzmessenden Winkel nicht durch Kontakte, sondern durch Schraubenumdrehungen der entsprechend ausgebauten Kippschraube erreicht wurden.

Die nach *Sanguet* entstandenen Kontakt-Tangententachymeter verlassen meistens die vertikale Skala und zu den Kontakten wird — in Analogie zu den Meßschrauben der erwähnten amerikanischen Instrumente — die Kippschraube des Tachymeters benützt (Abb. 3), wodurch auch die Additionskonstante der *Stampferschen* und der in Frage stehenden *Sanguetschen* Tachymeter entfiel. Von der Aufzählung der verschiedenen Lösungen der Kontakt-Tangententachymeter wollen wir hier Abstand nehmen und nur das in Wien gebaute *Láska-Rostsche* Kontakt-

Tangententachymeter aus 1905 erwähnen [19], worüber *Dokulil* 1906 ein kleines Buch [20] schrieb und das 1923 von *Aubell* weiter verbessert wurde [21].

Es ist interessant festzustellen, daß die Kontakt-Tangententachymeter mit einigen Ausnahmen in den meisten Ländern außer Gebrauch gekommen sind. Der Grund hierfür dürfte in erster Linie darin liegen, daß die sehr empfindlichen Kontaktstellen Abnützungen und Beschädigungen ausgesetzt sind. Weil sie weiters meist langsamer und dabei nicht genauer sind, als die Fadentachymeter, und weil sie die Höhenunterschiede nicht unmittelbar liefern, wurden sie von den reduzierenden Formen der letzteren, also von den Diagrammtachymetern nach ihrem Erscheinen — etwa am Anfang dieses Jahrhunderts — allmählich verdrängt. Zum Wiederbeleben der Tangententachymetrie müssen folglich die erwähnten Nachteile beseitigt werden. Es soll geprüft werden, ob dies möglich ist.

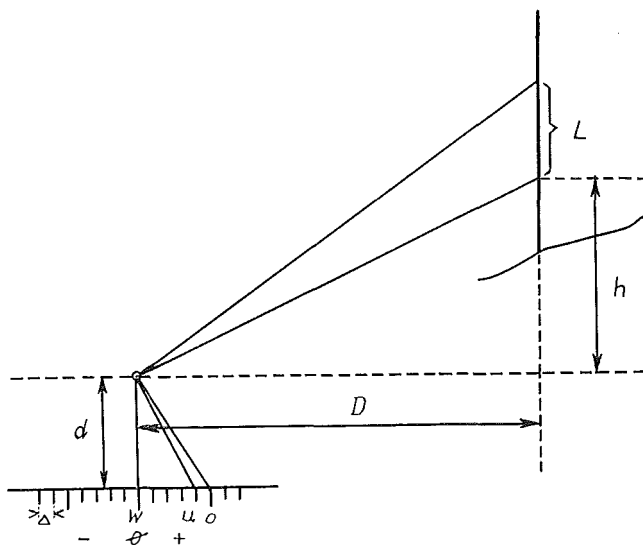


Abb.3

Die Abnützungen ausgesetzten mechanischen Lösungen (mit Schraube oder Kontakte) können kaum die besten Lösungen sein, wie dies bereits *Hammer* wiederholt hervorhob (z. B. *Zeitschr. f. Instrumkde.*, Bd. 1899, S. 377, Bd. 1900, S. 328, Bd. 1902, S. 21, Bd. 1904, S. 150). Bei den Tangententachymetern kann man sie aber leicht durch optische ersetzen. Die erste Ausführung dieser Art, das *Omnimeter* von *Eckhold*, stammt bereits aus 1868 und ist fast hundert Jahre alt [22]. Es wurde wiederholt verbessert; in der von *Ott* seit 1895 hergestellten Form wurde die zwischen den Fernrohrträgern parallel zur Vertikalebene der Fernrohrzielung angebrachte waagrechte Skala (wobei  $d/\Delta$  auch hier 100 war) nach Abb. 3 durch ein mit dem Zielfernrohr fest verbundenes, gebrochenes Mikroskop (dessen Okular sich beim Fernrohrökular befand) beobachtet bzw. eingestellt. Bei waagrechter Ziellinie liest man an der Skala Null ab, d. h.  $w$  in der Gl. (3) ist hier Null. *Hammer*, der dieses Instrument ausführlich beschrieb, hob die bei der optischen Lösung noch zurückbleibenden Nachteile, wie folgt, hervor [22; S. 237]: „Unbequem ist aber die Not-

wendigkeit, bei jeder beträchtlichen Neigungsveränderung des Fernrohrs das Objektiv des Mikroskops verschieben zu müssen und ich halte dies ... für eine wichtige Fehlerquelle; neben der, die das Instrument mit allen Schraubentachymetern teilt, daß man nämlich die Einstellung des obern und untern Lattenpunktes nicht, wie beim Fadendistanzmesser die Ablesungen so gut wie gleichzeitig machen kann, sondern daß dazwischen verschiedene Handgriffe am Instrument liegen ..."

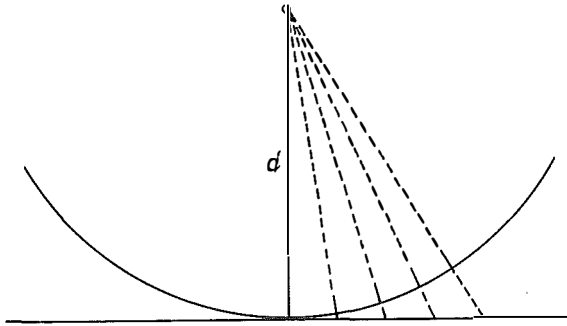


Abb. 4

Nun, der an erster Stelle hervorgehobene Nachteil kann sehr leicht behoben werden: Man braucht nur die Teilstriche der waagrechten Skala an einem Zylinderstreifen mit einem Grundkreisradius  $d$  (der der Distanz der Skala von der Tachymeterkipkachse entspricht) projizieren (Abb. 4) und diesen Zylinderstreifen so an die Alhidade anordnen, daß dessen Achse mit der Fernrohrkipkachse zusammenfällt. Wenn man diese Skala mit dem Mikroskop beobachtet, so hat jeder Teilstrich vom Mikroskopobjektiv dieselbe Entfernung und dieses braucht daher nicht nur während der Messung, sondern allgemein nicht verstellt zu werden. Die Entwicklung hat aber, wie wir anschließend sehen werden, diese Lösung überholt.

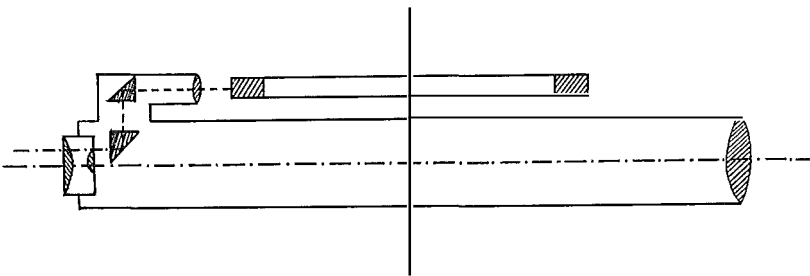


Abb. 5

Der zweite *Hammersche* Einwand kann dadurch beseitigt werden, daß man nicht eine horizontale, sondern eine gleichfalls der Bedingung  $d/\Delta = 100$  entsprechende vertikale Skala auf einen Zylinderstreifen projiziert, und diese Teil-



striche in das Gesichtsfeld des Fernrohres bringt, wie dies 1923 *Szepesy* (Abb. 5) mit Hilfe eines Mikroskops und Prismas tat. Seine erste Veröffentlichung [23] stammt aber erst aus 1927. Die Skala befindet sich hier als Stirnteilung am „Höhenkreis“, der aber hier fest steht bzw. dessen  $w$ -Strich mit einer Libelle waagrecht gestellt und so  $w$  der Gl. (3) Null gemacht werden kann. Dieser Höhenkreis folgt also der Fernrohrkipfung nicht. Eine schematische Darstellung zeigt Abb. 5, während Abb. 6 das geteilte Gesichtsfeld darstellt: Links ist die in das Gesichtsfeld projizierte Skala, rechts die im Terrain aufgestellte Latte. Das eine Prisma ist vorteilhaft ein Dachkantenprisma, in welchem Falle die Bilder der Latte und der Skala gleichsinnig beziffert erscheinen. Man kann nun dieses Tachymeter in zweifacher Form verwenden: als ein Tangententachymeter im eigentlichen Sinn, in welchem Falle der waagrechte Faden des Fernrohres nacheinander auf zwei Tangenteilstriche eingestellt und die Latte abgelesen wird. Oder aber man verwendet unmittelbar die Teilstriche als Indizes und liest die Latte in Analogie der Diagrammtachymeter ab, wodurch auch der zweite, von *Hammer* erwähnte Nachteil entfällt. Dies setzt allerdings ein genügend genau abbildendes anallaktisches Fernrohr und ein entsprechendes Mikroskop voraus, Bedingungen, die in unserer Zeit unschwer zu erfüllen sind. Diese Forderungen bestehen übrigens auch bei den Faden- bzw. Diagrammtachymetern.

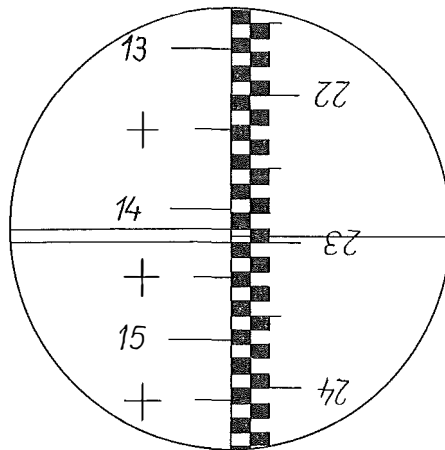


Abb. 6.

Neben der Ausschaltung der von *Hammer* angeführten Nachteile der Tangententachymeter können wir nach Abb. 6 im Vergleich zu den Diagrammtachymetern noch einige Vorteile anführen: die Tangentenskala hat im Gesichtsfeld des Fernrohres waagrechte Striche, die die Schätzung bei den Ablesungen an der Latte erleichtern, und man kann zur weiteren Steigerung der Genauigkeit grundsätzlich auch Latten nach dem Prinzip der Transversalmaßstäbe mit diagonaler Teilung verwenden.

Die Genauigkeit kann auch dadurch erhöht werden, daß man von der Distanz und von der Größe des Gesichtsfeldes abhängig, die Latte nicht beim nächsten, sondern beim dritten oder fünften Teilstrich abliest, in welchem Falle die Multiplikationskonstante nicht 100, sondern nur 50, bzw. bei entsprechend großem und gut abbildendem Gesichtsfeld 25 wird und so der Einfluß der Ablesefehler auch ohne Diagonaleilung an der Latte auf die Hälfte bzw. auf ein Viertel herabgesetzt wird. Umgekehrt, ist die Entfernung sehr groß und hat die Tangenteilung Halbierungsstriche (die meist vorhanden sind), so kann die Entfernung mit einer Multiplikationskonstante 200 bestimmt werden.

Es soll aber sogleich ein sehr bedeutender Nachteil der *Szepessyschen* Lösung der Tangententachymetrie im Vergleich zur Diagrammtachymetrie angeführt werden: Sie gibt im Gegensatz zur letzteren keinen unmittelbaren Höhenunterschied, sondern man muß diesen eigens berechnen. Nach Abb. 2 erhält man diesen — da  $w$  hier Null und  $\frac{\Delta}{d} = \frac{1}{100}$  ist — aus:

$$h = D \operatorname{tga} = D \cdot u \cdot \frac{\Delta}{d} = \frac{D \cdot u}{100} \quad \dots (4)$$

Die letzte Beziehung der Gln. (4) verwendete *Szepessy*.

Es mag hier bemerkt werden, daß an mehreren Tachymetern, die keinen unmittelbaren Höhenunterschied geben, man im Ablesemikroskop des Höhenkreises den Tangens des Höhenwinkels ablesen kann, um mit Hilfe dieses Wertes und der unmittelbar erhaltenen Horizontaldistanz im Wege der ersten Beziehung unter (4) den Höhenunterschied berechnen zu können.

Weder die letztere Lösung noch die Beziehung  $L = \frac{D \cdot u}{100}$  kann im Vergleich zu den Höhenbestimmungen mit den Diagrammtachymetern als ebenbürtig angesehen werden. Man kann aber nach unserem Vorschlag leicht eine, zur Bestimmung des Höhenunterschiedes dienende Höhenskala entwerfen, wenn man von der aus Gl. (3) bei  $w = 0$  sich ergebenden *Stampferschen* Beziehung ausgeht:

$$h = \frac{u}{o - u} L \quad \dots (4a)$$

Will man erreichen, daß  $\frac{u}{o - u}$  eine runde Konstante  $C$  liefere, so folgt aus:

$$h = C \cdot L$$

bzw.

$$C = \frac{u}{o - u} \quad \dots (5)$$

die Beziehung:

$$o = \frac{C + 1}{C} \cdot u \quad \dots (6)$$

(Schluß folgt)

*Literatur:*

- [1] *Hammer*: Zur Geschichte der Distanzmessung und Tachymetrie. Zeitschr. f. Instr. 1890. S. 155–161.
- [2] *Hammer*: Zur Tachymetrie auf freiem Feld und im Wald (Beiträge zur Praxis der Höhenaufnahmen). Zeitschr. f. Vermessungsw., 1893, S. 193–207 und 241–251.
- [3] *Löschner*: Über Tachymeter und ihre Geschichte. Österr. Zeitschr. f. Vermessungsw., 1907. S. 106–111, 138–143, 179–182, 250–254, 286–290, 301–308, 345–348, 380–386.
- [4] *Aubell*: Ein reduzierender Doppelbildtachymeter. Österr. Zeitschr. f. Vermessungsw., 1910, S. 35–47, 67–76, 118–122, 145–153, 197–204, 231–240.
- [5] *Koller*: Über die Leistungsfähigkeit von Tachymeterkonstruktionen. Marburg, 1914.
- [6] *König*: Die Fernrohre und Entfernungsmesser. Berlin 1932.
- [7] *Missori*: Reduzierende Tachymeter. Allg. Vermessungsnachr. 1940, S. 365–377.
- [8] *Bjerhammer*: A contribution to the methods of optical distance measuring, specially with regard to the problem of automatic plotting. Stockholm, 1848.
- [9] *Hogreve*: Praktische Anweisung zum Nivellieren oder Wasserwägen, nach einer in vielen Stücken veränderten und erleichterten Methode, nebst Beschreibung der dazu gehörigen Wasserwaage, Hannover, 1800.
- [10] *Vogler*: Die Tangentenkippschraube. Zeitschr. f. Vermessungsw., 1891, S. 145–159.
- [11] *Stampfer*: Anleitung zum Gebrauch der verbesserten Nivellierinstrumente, welche in der Werkstätte des k. k. polytechnischen Institutes zu Wien verfertigt werden. Wien, 1839.
- [12] *Stampfer*: Theoretische und praktische Anleitung zum Nivellieren. Wien, 1845.
- [13] *Doergens*: Tachymeter mit Tangenschraube. Zentralblatt der Bauverwaltung, 1893, S. 152–154.
- [14] *Jordan-Eggert-Kneissl*: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. III: Höhenmessung. Tachymetrie. Stuttgart, 1956.
- [15] *Aregger*: Der selbstreduzierende Kontakt-Tachymeter Kern. Schweiz. Zeitschr. f. Vermessungsw. u. Kulturtechn., 1927, S. 267–277.
- [16] *Ollivier*: Instruments Topographiques. Paris, 1955.
- [17] *Gentilli*: Über den Gentilli-Starke'schen Contact-Distanzmesser. Zeitschr. d. Österr. Ing. u. Arch. Ver. 1868, S. 23–30.
- [18] *Szentistványi*: Gyakorlati bányamérés. Selmecbánya, 1910.
- [19] *Láska*: Tachymeter Láska-Rost. Zeitschr. f. Instr. 1905, S. 225–232.
- [20] *Dokulil*: Das Universaltachymeter Patent Láska-Rost zur Bestimmung von Horizontalabständen und Höhenunterschied ohne jede Rechnung. Wien, 1906.
- [21] *Aubell*: Bemerkungen zu den Kontakttachymetern, im besonderen zum Universaltachymeter von Láska-Rost. Österr. Zeitschr. f. Vermessungsw. 1923, S. 39–47.
- [22] *Hammer*: Das Eckhold'sche Omnimeter in der Ausführung von A. Ott in Kempten. Zeitschr. f. Instr. 1895, S. 233–238.
- [23] *Szepessy*: A táchymetria fejlődése és a Szepessy-féle új tachyméter. Geod. Közl. 1927. S. 60–69.
- [24] *Hugershoff*: Ein neues selbstreduzierendes Tachymeter (Dreibildtachymeter). Zeitschr. f. Instr. 1930. S. 526–630.
- [25] *Martin*: Les tendances dans les méthodes et instruments de la tachéométrie. Journ. des Géomètres-Exp. et Topographes Franc. 1933, S. 386–398.
- [26] *Dohrmann*: Einwirkung der Refraktion bei der optischen Präzisionsdistanzmessung. Bonn-Poppelsdorf, 1931.
- [27] *Dürrbaum*: Neue Untersuchungen über die Einwirkung der Differentialrefraktion bei der optischen Präzisionsdistanzmessung. Bonn-Poppelsdorf, 1934.
- [28] *Bors*: A tangens-táv mérők fejlődése. Geodézia és Kartográfia, 1959, S. 275–282.
- [29] *Jänich*: Zur Theorie der Keildistanzmesser unter besonderer Berücksichtigung eines neuen Distanzmeßkeiles des VEB Carl Zeiss JENA, Jenauer Jahrbch 1956, S. 140–215.

führung von Triangulationen eine beträchtliche „Investierung“ in die Anschlußrichtungen wohl kaum lohnend. Das zuletzt Gesagte ist so zu verstehen, daß man die Anschlußrichtungen nur messen sollte, wenn sich die Verhältnisse hierfür als gut erweisen. Auf der anderen Seite sollte man aber keine Bedenken hegen, sie einfach auszulassen, wenn ihre genaue Messung mit einem bedeutenden Mehraufwand an Zeit und Mühe verbunden ist. Im letzten Falle kann eine „grobe“ Messung von Anschlußrichtungen mit Rücksicht auf die Berechnung der provisorischen Werte der Koordinaten der Neupunkte vor der Ausgleichung vorteilhaft sein.

Durch die Feststellung, daß die Anschlußrichtungen ohne besondere Nachteile weggelassen werden können, eröffnet sich unter anderem die Möglichkeit für eine Erweiterung des Verwendungsgebietes der Kombination von elektronischer Distanzmessung und gewöhnlicher Triangulation. Es wird hier auf den Fall angespielt, bei welchem zuerst ein grobmaschiges Fixpunktsystem durch Trilateration etabliert wird, deren weitere Verdichtung durch Triangulation erfolgt. Wird dann bei der letzteren auf Anschlußrichtungen verzichtet, so steht dem nichts im Wege, daß die Seitenlängen des Trilaterationsnetzes die geodätische Sichtweite überschreiten. Ebenfalls wird man unabhängig von der Existenz geometrischer Sichtverbindungen zwischen den Trilaterationspunkten. Dies wird nicht zuletzt von Bedeutung sein, wenn bei der elektronischen Distanzmessung Methoden verwendet werden, welche auf Zusammenarbeit zwischen Grundstationen und Flugzeugen beruhen, wie dies z. B. bei der Shoran-Methode der Fall ist.

## Über die Tangententachymeter

Von *Antal Tarczy-Hornoch*, Ödenburg

(Schluß)

Zu einem jeden Strich  $u$  der Tangensteilung ist folglich von der gewählten Konstante  $C$  abhängig ein zur Bestimmung des Höhenunterschiedes dienender  $o$ -Strich nach Gl. (5) zuzuordnen bzw. in die Tangensskala einzutragen. Dies ist nur bei  $C = 1$  nicht erforderlich, da in diesem Falle

$$o = 2 u \quad \dots \quad (6a)$$

ist, d. h. der zur Höhenbestimmung dienende Strich  $o$  mit einem der weiteren Tangensstriche zusammenfällt. Bei  $u = 1$  ist  $o = 2$ , bei  $u = 2$  wird  $o = 4$ , bei  $u = 3$  dann  $o = 6$ . Weiter können wir meist nicht gehen, denn mehr als drei Tangensstriche erscheinen in der Regel nicht im Gesichtsfeld des Fernrohres und von einer Kippung des Fernrohres, als von einem unwirtschaftlichen Vorgang wollen, wir Abstand nehmen. Wir ersehen daraus — was auch naheliegend ist — daß die Multiplikationskonstante eins wegen der später zu behandelnden Refraktionseinflüsse nur bei Höhenunterschieden bis etwa 2 m entsprechen kann, da ja hier  $h = L$  ist. In diesem Falle erzielen wir aber eine relativ sehr große Genauigkeit im Höhenunterschied, da die Ablesefehler an der Latte nur mit eins multipliziert in die Höhe eingehen.

Wenn  $h > 2$  m wird, so ist in der Regel eine größere Multiplikationskonstante für die Höhenbestimmung erforderlich. Man wählt dann vorteilhaft  $C = 10$ . In diesem Falle wird nach Gl. (6):

$$o = 1,1 u = u + 0,1 u$$

d. h. der Strich für die Höhe muß von  $u$  mit  $0,1 u$  weitergezeichnet und nachher auf den Zylinder projiziert werden. Bei  $h > 20$  m kann man  $C = 20$ , bei  $h > 40$  m  $C = 50$  oder  $C = 100$  verwenden, wobei:

für  $C = 20$ :  $o = u + 0,05 u$ , für  $C = 50$ :  $o = u + 0,02 u$  und für  $C = 100$ :  $o = u + 0,01 u$  usw. wird. Da hier die Höhenstriche keine zusammenhängenden Kurven bilden, so stört die Verwendung von mehreren Konstanten nicht.

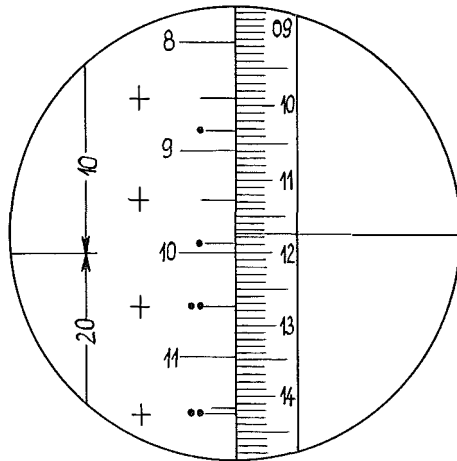


Abb. 7

Man kann so  $C$  z. B. in 1, 10, 20, 50 und 100 wählen, oder aber je nach dem Zweck der Vermessung sich etwa mit 1, 10 und 50 begnügen. Um Verwechslungen zu vermeiden, kann man z. B. Striche für 10 am Ende des Striches mit einem, jene für 20 mit zwei Punkten bezeichnen (vgl. Abb. 7) und dabei dafür sorgen, daß die Höhenstriche immer in den gleichen Intervallen liegen sollen, die mit der Multiplikationskonstante 100 zur Bestimmung der Horizontaldistanz dienen. So kann man dann in einem Intervall auch zwei Höhenstriche, z. B. mit den Multiplikationskonstanten 10 und 20 anordnen, oder aber auch ohne diese in derselben Lage des Fernrohres die Höhe mit dem Höhenstrich eines jeden Intervalls, also mehrfach bestimmen.

Wie sind nun die Multiplikationskonstanten der Höhe zu wählen, damit die Höhenstriche in dieselben Intervalle fallen sollen? In diesem Falle dient nämlich bei der Höhenbestimmung als der zur Ablesung der Latte erforderliche zweite Strich immer der nächstgelegene mit algebraisch kleinerer Zahl bezifferte Tangensstrich. Die Bedingung dafür, daß der Höhenstrich in dasselbe Intervall falle, ergibt sich aus Gl. (5) dadurch, daß dabei  $o - u \leq 1$  sein muß. Daraus die Bedingung:

$$o - u = \frac{u}{C} \leq 1 \quad \dots (7)$$

d. h.

$$C \geq u$$

Man wird folglich zweckmäßig die Höhenstriche mit  $C = 10$  bis  $u = 10$ , jene mit  $C = 20$  bis  $u = 20$ , die mit  $C = 50$  bis  $u = 50$  und die mit  $C = 100$  bis  $u = 100$ , d. h. bis zum Höhenwinkel  $50^\circ$  wählen. Sollten steilere Zielungen vorkommen, so kann entweder  $C = 200$  gewählt werden, oder man kann  $C = 100$  beibehalten, in welchem Falle der Höhenstrich bis  $u = 200$  in das nächste Intervall fällt.

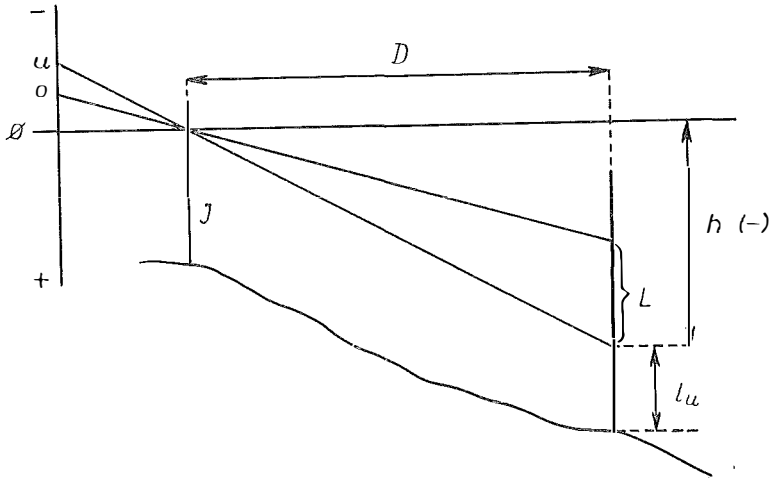


Abb. 8

Bei Zielungen nach tiefer liegenden Punkten gelten bei Berücksichtigung, daß  $tg(\alpha + \omega)$  und  $tg \alpha$ , somit auch  $o$  und  $u$  negativ sind, dieselben Beziehungen. Die Ablesungen an der von Null aufwärts gehenden Skala der Abb. 8 sind somit, ähnlich wie bei *Sanguet*, negativ und dementsprechend liegt der algebraisch kleinere  $u$ -Wert weiter vom  $O$ -Wert der Skala, als der obere. Nach Gl. (5) wird in diesem Falle auch  $C$  negativ und man erhält daher aus Gl. (6) z. B. für  $C = -10$  die Beziehung:

$$o = \frac{-10 + 1}{-10} u = u - 0,1 u$$

Für  $u = -4$  erhalten wir daraus also  $o$  in  $-3,6$ .

Wir haben bisher für  $C$  der Höhenbestimmung zwei zu erfüllende Bedingungen gestellt: Aus der Bedingung, daß der Höhenstrich in dasselbe, die Horizontaldistanz mit der Multiplikationskonstante 100 bestimmende Intervall falle, folgt nach (7) die Bedingung  $C \geq u$ . Aus der Bedingung, daß der Lattenabschnitt zur Bestimmung von  $h$  (in Metern) nicht größer als 2 m werde, folgt  $C \geq \frac{h^m}{2}$ . Es soll nun gezeigt werden, daß beide Bedingungen bis zu einer Horizontaldistanz von 200 m einander nicht widersprechen. Die zweite Bedingung besagt, daß zur Höhenbestimmung (wegen der Refraktion) nur ein Lattenabschnitt  $L \leq 2$  m verwendet werden soll. Nach Abb. 1 genügt aber — unabhängig von dem Höhenwinkel der Ziellinie bzw. der Höhenlage des zu bestimmenden Punktes — für ein Intervall der Tangensskala zur Bestimmung der Horizontaldistanz bis 200 m ein Lattenabschnitt  $L$  von 2 m. Infolge der Erfüllung der ersten Bedingung liegt aber der Höhenstrich *innerhalb*

des in Frage stehenden Intervalls, weshalb der Höhenstrich die Latte innerhalb dieses 2 m Lattenabschnittes treffen muß. Beide Bedingungen widersprechen sich folglich nicht und stehen miteinander in Einklang. Im Falle, daß der Höhenstrich in das nächste Intervall fällt, also bei  $|\alpha| > |50^{\circ}|$ , kann man bei  $L = 2$  m und bei 2 Intervallen der Tangensskala nur bis 100 m Horizontaldistanz gehen.

Für kleine Horizontaldistanzen braucht man kleinere Lattenabschnitte, als 2 m; bzw. von 100 m Horizontaldistanz abwärts kann man den 2 m Lattenabschnitt zur Bestimmung der Horizontaldistanz mit dem doppelten Intervall, d. h. mit einer Multiplikationskonstante 50, und von 50 m abwärts mit dem vierfachen Intervall, d. h. mit einer Multiplikationskonstante 25 verwenden. Für die Höhenbestimmung genügen die Höhenstriche in den einzelnen Intervallen, weil die hierfür geltenden Multiplikationskonstanten meist sowieso wesentlich kleiner als 100 sind. Erforderlichenfalls können wir die Höhenunterschiede mit den Höhenstrichen von mehreren Intervallen, also mehrfach bestimmen, wobei allerdings zu berücksichtigen ist, daß die einzelnen Höhenunterschiede sich auf verschiedene, dem jeweiligen  $u$ -Tangensstrich entsprechende Lattenpunkte beziehen.

Die Zweckmäßigkeit der erörterten, mit der von *Stampfer* angegebenen Beziehung nutzbar gemachten Höhenskala, wird dann besonders offenkundig, wenn wir diese Höhenbestimmung mit den bisherigen Methoden der Höhenbestimmung bei den Tangententachymetern vergleichen.

*Laska* geht in seiner bereits erwähnten Konstruktion (Vgl. [19]) von der oberen Zielung des Tachymeters aus. Er liest in dieser Lage des Fernrohres an einer eigens berechneten und auf dem Höhenkreis aufgetragenen Skala jenen Winkelwert ab, mit dem man am Okularmikrometer einen Faden verstellen muß, um so an der Latte in bezug auf die obere Zielung den hundertsten Teil des Höhenunterschiedes zu erhalten. Zwischen Höhen- und Tiefenwinkeln muß das Okularmikrometer um  $200^{\circ}$  verdreht werden. Und man kann dabei nur eine Konstante für die Höhenbestimmung verwenden. Eine nähere Analyse der *Stampferschen* Höhenformel wäre also für ihn sicherlich von Nutzen gewesen.

Es sei bemerkt, daß auch bei unserem Vorschlag der Bezugsstrich der Tangensskala der obere sein kann. Aus Gl. (6) folgt in diesem Falle:

$$u = \frac{C}{C+1} o \quad \dots (8)$$

Bei  $C = 10$  würde dann  $u = \frac{10}{11} o$  sein. Die vorherige Gl. (6) ist einfacher, aber auch die Gl. (8) ist noch immer wesentlich einfacher, als die *Laskasche* Lösung. Bei letzterer würde schon die Auftragung unserer Höhenskala auf den festen Höhenkreis insofern eine merkliche Vereinfachung bedeuten, daß man die Ablesevorrichtung auf diesen einstellen, und in dieser Lage die Latte ablesen könnte. Ähnliche Lösungen sind zur Bestimmung des Höhenunterschiedes auch an jenen, bereits erwähnten Tachymetern möglich, in deren Ablesemikroskop des Höhenkreises der Tangens des Höhenwinkels erscheint. Bei Verwendung der waagrechten Latte zur Bestimmung der Horizontaldistanz kann zur Höhenunterschiedbestimmung auch die mit cm-Teilung versehene Haltesäule der waagrechten Latte verwendet werden.

Es mag darauf hingewiesen werden, daß die Bedeutung der *Stampferschen* Höhenformel sicherlich auch *Szepessy* nicht recht erkannt hatte, der sonst durch die Projizierung der Tangensskala an die Zylinderfläche und durch Einführung der letzteren in das Gesichtsfeld des Fernrohres ganz wesentliche Verdienste um die Tangententachymeter erworben hat. Das von *Szepessy* verfaßte Heft „A Szepessy tahiméter“ (ohne Jahreszahl; etwa aus 1930) enthält nämlich auf S. 5 als erstes Zahlenbeispiel eben einen Fall, wo  $o = 2u$  ist, in welchem Falle nach Gl. (4a) sich aus der *Stampferschen* Formel hier  $h = L$  ergibt. *Szepessy* berechnete nun aus  $L = 2,718$  m durch die Einschaltung der Horizontalabstand in die Höhenberechnung füglich  $h$  in 2,717 m, obwohl die Gl. (4a) zeigt, daß der Höhenunterschied in diesem Falle ganz unabhängig von der Horizontalentfernung und deren Ungenauigkeit sowie von der zu ihrer Berechnung dienenden Konstante bestimmt werden kann. Diese Feststellung gilt aber nicht mehr von jenen Methoden, bei denen die Horizontalentfernung auf anderem Wege, z. B. durch Prismen, horizontale Basislatten usw. bestimmt wird und der Höhenunterschied durch deren Multiplikation mit dem abgelesenen Tangens des Höhenwinkels berechnet wird.

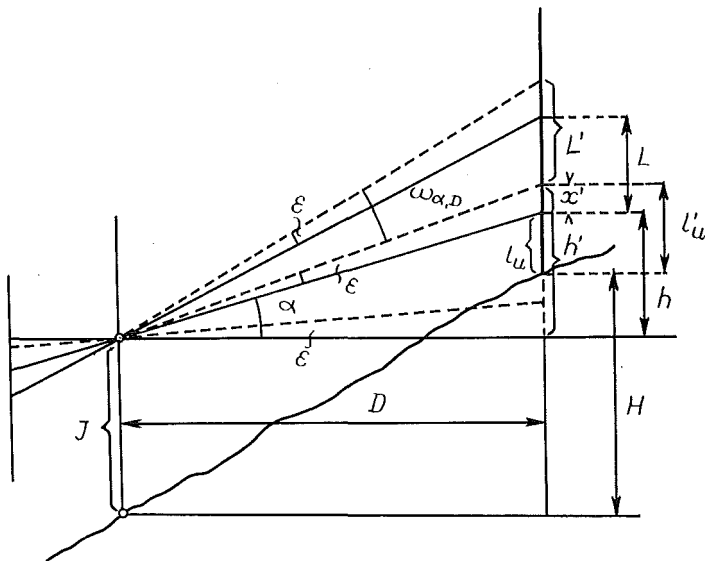


Abb. 9

Nachdem das behandelte Tangententachymeter durch die Höhenskala auch die Bestimmung der Höhenunterschiede mit runden Multiplikatoren ermöglicht, wollen wir die Beseitigungsmöglichkeit jenes Nachteils untersuchen, der dadurch entsteht, daß die Tangensstriche im Gesichtsfelde unabhängig von der Bewegung des Fernrohres stehen bleiben und so ihre relative Lage zur gleichfalls stehenden Latte nicht ändern; mit anderen Worten: der stehende Tangensstrich fällt im Gesichtsfeld bei  $w = 0$  im allgemeinen nicht mit einem vollen dm der Latte zusammen, welcher Umstand die Bestimmung der  $L$ -Werte für die Horizontalabstand und für den Höhenunterschied etwas verlängert. Man kann diesen Nachteil verschieden



beseitigen. Hier soll zunächst der Fall behandelt werden, bei welchem man den sonst sich nicht drehenden Höhenkreis mit der Tangens- und Höhenskala so verstellt, daß der untere Tangensstrich im Gesichtsfeld mit einem ganzen dm zusammenfällt. Die hierzu erforderliche Höhenveränderung an der Latte beträgt offenkundig höchstens 5 cm entweder aufwärts oder abwärts.

Es soll nun der Einfluß der vorher erwähnten Verstellung der Skala auf die Horizontalabstand und auf den Höhenunterschied untersucht werden, wobei in beiden höchstens ein Fehler von  $\pm 5$  cm zugelassen erscheint. Noch günstiger wäre aber, diesen Fehler auf 2,5 cm zu beschränken. Zur Herleitung der beiden Vernachlässigungen gehen wir von den Beziehungen nach Abb. 9 aus.

Bei der Horizontalabstand wird bei der Verstellung des Höhenkreises um den Betrag  $x'$  (max. 5 cm) an der Latte der Höhenkreis mit der Tangensskala um den Betrag  $\varepsilon = \frac{\widehat{\varepsilon}}{\rho}$  verdreht, wobei

$$\widehat{\varepsilon} = \frac{x' \cos \alpha}{D/\cos \alpha} = \frac{x' \cos^2 \alpha}{D} \quad \dots (9)$$

ist. Dementsprechend wird mit Hilfe des von dem Höhenwinkel  $\alpha$  abhängigen, aber jetzt unverändert gebliebenen, distanzmessenden Winkel  $\omega_{\alpha, D}$  an der Latte an Stelle von  $L$  nun  $L'$  abgelesen. Es gelten aber die Beziehungen:

$$D \{ \operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D} + \varepsilon) - \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon) \} = L'$$

$$\text{bzw.} \quad D = \frac{L'}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D} + \varepsilon) - \operatorname{tg}(\alpha + \varepsilon)} \quad \dots (10)$$

Durch Reihenentwicklung nach  $\varepsilon$  und bei Vernachlässigung der kleinen Glieder höherer Ordnung wird daraus:

$$D = \frac{L'}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha} - L' (\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha)^{-2} \left( \frac{1}{\cos^2(\alpha + \omega_{\alpha, D})} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \widehat{\varepsilon}$$

Da aber:

$$\begin{aligned} & (\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha)^{-2} \left( \frac{1}{\cos^2(\alpha + \omega_{\alpha, D})} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) = \\ & = (\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha)^{-2} (\operatorname{tg}^2(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg}^2 \alpha) = \\ & = \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha} \quad \dots (10a) \end{aligned}$$

ist, wird aus Gl. (10a)

$$D = \frac{L'}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha} - \widehat{\varepsilon} L' \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha} \quad \dots (10b)$$

Weil weiters:

$$(\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha) d = \Delta(o - u)$$

und im Sinne der Gl. (2)

$$\operatorname{tg}(\alpha + \omega_{\alpha, D}) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta}{d} (o - u) = \frac{1}{K}$$

sind, ferner da in dem zweiten Glied der Gl. (10b), also in dem kleinen Korrektionsglied

$$KL' \doteq D \text{ sowie } tg(\alpha + \omega) + tg\alpha \doteq 2tg\alpha$$

gesetzt werden können, so erhalten wir aus Gl. (10a) nach Einführung der Gl. (9) für  $\widehat{\varepsilon}$ :

$$D = KL' - 2x' \sin \alpha \cdot \cos \alpha = KL' - x' \sin 2\alpha \quad \dots (11)$$

Der Lattenabschnitt  $L'$ , den man bei einem der Höhe nach um  $x'$  verstelltem Höhenkreis erhält, liefert mit  $K$  multipliziert eine fehlerhafte Horizontalabstand  $D' = KL'$ . Diese ist nach Gl. (11) noch mit dem Betrag  $-x' \sin 2\alpha$  zu korrigieren, um die richtige Horizontalabstand  $D$  zu erhalten. Die Größe  $x'$  hat ihr Vorzeichen: wird der höher liegende  $dm$ -Strich gewählt, so ist  $x'$  selbst positiv; wird auf den tieferen eingestellt, so ist  $x'$  negativ. Es kann natürlich auch  $\alpha$  sowohl ein Höhen- wie auch ein Tiefenwinkel sein. Im letzten Falle ist  $\sin 2\alpha$  negativ. Der maximale Wert der Vernachlässigung beträgt folglich  $|5 \text{ cm}|$  und wird bei  $50^\circ$  erreicht. Um diese Fehler auf die Hälfte zu reduzieren, kann wie folgt vorgegangen werden: bis  $|\sin 2\alpha| \leq 0,5$ , d. h. bis  $|\alpha| \doteq 17^\circ$  vernachlässigen wir diese Korrektion; bei  $|\sin 2\alpha| > 0,5$ , d. h. bei  $|\alpha| > 17^\circ$  subtrahieren wir aus dem nach der Beziehung  $KL'$  erhaltenen Wert den Verstellungsbetrag  $x'$ , der noch selbst ein Vorzeichen hat und so bei negativem  $x'$  zu addieren ist. An der Tangente des Höhenkreises liegt diese Grenze rund beim Strich 27.

Zur Bestimmung des infolge der Verstellung um den Betrag  $x'$  entstehenden Höhenfehlers gehen wir gleichfalls von der nach Abb. 9 aufzustellenden und hier weiterentwickelnden Beziehung aus: ( $L_h'$  bedeutet im folgenden den bei der Höhenbestimmung beim Höhenwinkel  $\alpha$  erscheinenden höhenmessenden Winkel  $\omega_{\alpha, h}$ . Diese Größen treten an Stelle von  $L'$  und  $\omega_{\alpha, D}$  in Abb. 9).

$$h' = L_h' \frac{tg(\alpha + \varepsilon)}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h} + \varepsilon) - tg(\alpha + \varepsilon)}$$

Durch Reihenentwicklung nach  $\widehat{\varepsilon}$  und bei Vernachlässigung der kleinen Glieder höherer Ordnung erhalten wir daraus:

$$\begin{aligned} h' &= L_h' \frac{tg \alpha}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha} + \widehat{\varepsilon} \cdot L_h' \left\{ (tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha)^{-1} \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \right. \\ &\quad \left. - tg\alpha (tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha)^{-2} \cdot \left( \frac{1}{\cos^2(\alpha + \omega_{\alpha, h})} - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \right\} = \\ &= L_h' \frac{tg\alpha}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha} + \widehat{\varepsilon} L_h' \frac{(1 + tg^2\alpha) - tg\alpha (tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) + tg\alpha)}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha} = \\ &= L_h' \frac{tg\alpha}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha} - \widehat{\varepsilon} L_h' \frac{1 - tg\alpha \cdot tg(\alpha + \omega_{\alpha, h})}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha} \quad \dots (12) \end{aligned}$$

Weil aber  $D (tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha) = L_h$  und daraus  $D = \frac{L_h}{tg(\alpha + \omega_{\alpha, h}) - tg\alpha}$  ist und in der Berechnung des Korrektionsgliedes statt  $L_h$  auch  $L_h'$ , sowie ebenfalls

in der Korrektur an Stelle von  $tg\alpha \cdot tg(\alpha + \omega_{\alpha,h})$  hier  $tg^2\alpha$  gesetzt werden kann, so wird bei Berücksichtigung der Gl. (4a), (5) und (9) aus Gl. (12):

$$h' = C \cdot L_h' + D \frac{x' \cos^2 \alpha}{D} (1 - tg^2 \alpha) = CL_h' + x' \cos 2 \alpha \quad (\dots 12a)$$

Weil aber der Höhenunterschied  $H$  der Bodenpunkte

$$\begin{aligned} H &= J + h' - l_u' = J + CL_h' + x' \cos 2 \alpha - (l_u + x') = \\ &= J + CL_h' + x' (\cos 2 \alpha - 1) - l_u \quad \dots (13) \end{aligned}$$

ist, folgt auch hier, daß der größte begangene Fehler  $|5|$  cm ist, der aber hier bei  $\alpha = 0$  auftritt. Will man auch hier den maximalen Fehler mit 2,5 cm begrenzen, so ist einfach zu berücksichtigen, daß bis  $\cos 2\alpha \leq 0,5$ , d. h. bei  $|\alpha| \geq 33^\circ$  man in Gl. (13) zur Ermittlung des Höhenunterschiedes der Terrainpunkte als den unteren Zielpunkt an der Latte jenen beim verstellten Höhenkreis, also den Wert  $l_u'$  mit ganzem dm; dagegen bei  $\cos 2\alpha > 0,5$ , d. h. bei  $|\alpha| < 33^\circ$  den Wert  $l_u$  des ursprünglichen unteren Lattenzielpunktes zu verwenden hat. Der Grenze  $33^\circ$  entspricht an der Tangente rund der 58. Strich.

Wir ersehen jedenfalls, daß durch die Einstellung des distanzmessenden unteren Striches auf das nächste volle dm, man bei der Befolgung der angegebenen einfachen Regeln sowohl in der Horizontalabstand, als auch in der Höhe Fehler von *höchstens* 2,5 cm begeht. Es kann folglich diese Verstellung zur Vereinfachung der Berechnung der Lattenabschnitte selbst bei großen Genauigkeitsansprüchen zugelassen werden.

Es fragt sich nun, ob die Benützung der vertikalen Latten neben vielen offenkundigen Vorteilen gegenüber den horizontal zu verwendenden Latten nicht wegen der Differentialrefraktion nachteilig wird. Diesbezüglich sei auf die Feststellung von *Hugershoff* hingewiesen: „Die vertikale Latte dürfte in der praktischen Tachymetrie der horizontalen Latte unbedingt vorzuziehen sein wegen ihrer bequemen Aufstellbarkeit (auf Hängen, schmalen Wegen, auf bewachsenem Boden, an Hauskanten) und in der sicheren Kontrolle ihrer richtigen Stellung . . . Dem bei Verwendung einer vertikalen Latte theoretisch stärkeren Fehlereinfluß der Refraktion wird im Allgemeinen eine zu große Bedeutung beigelegt“ [24; S. 526]. Auch nach *Martin*: „La mire horizontale est coûteuse, lourde, encombrante, surtout depuis que certains constructeurs, pas assez praticiens peut-être, s'évertuent à y adjoindre des accessoires gênants autant qu'unitiles.“ [25; S. 394]. Besonders eingehende Untersuchungen wurden u. a., *Dohrmann* [26] und *Dürrbaum* [27] ausgeführt. Nach dem ersteren kann das Vorhandensein von Differentialrefraktion wohl nachgewiesen werden, doch bestehen die gegen den vertikalen Latten angeführten Einwände nicht in ihrem vollen Umfang zu Recht. *Dürrbaum* faßt seine Feststellungen noch konkreter. Nach ihm ist die Differentialrefraktion im Falle, daß die untere Zielung 1–1,5 m über dem Boden die Latte trifft, bis 100 m kaum bemerkbar. Auch nach unseren Untersuchungen ist der Einfluß der Refraktion — die untere Zielung nicht unter 1 m vorausgesetzt — bis 150 m in der Regel geringer, als die Meßfehler dieser Strecke beim Stahlband. Wir wollen daher bei genaueren Messungen für die untere Zielung mindestens 1 m und keine größere Entfernungen als 150 m zulassen.

In Verbindung mit den vorher ausgesprochenen Bedingungen muß ein Nachteil des Tangententachymeters angeführt werden. Die beschränkte Verstellbarkeit der Tangensstriche auf den nächsten vollen dm-Strich beseitigt noch immer nicht den Nachteil, daß man hier die Lattenlänge nicht voll ausnützen kann. Wenn z. B. ein Tangensstrich die Latte beim 0,9 m trifft\*), so ist für die untere Zielung nicht dieser, sondern der nächste Strich zu nehmen und die untere Zielung würde in diesem Falle die Latte bei einer horizontalen Entfernung von 150 m, da ja die Größe des Lattenabschnittes nur von der Horizontaldistanz und der Multiplikationskonstante abhängt, bei  $K = 100$  um 1,5 m höher, also bei 2,40 m treffen und für die obere Zielung wäre daher eine Latte von 3,90 m erforderlich. Man kann diese Länge der Latte dadurch herabsetzen, daß man zur Bestimmung der horizontalen Entfernung in der Regel vorhandene Halbierungsstriche der Tangensteilungen verwendet. In diesem Falle entspricht bereits eine Lattenlänge von 3,15 m; die Höhen der unteren Zielung für Horizontaldistanz und Höhenunterschied sind in diesem Falle allerdings verschieden. Es ist jedenfalls ratsam, Latten von mindestens 3,20 m Länge zu verwenden. Im übrigen kann die erforderliche Lattenlänge  $L_l$  bei Nichtverwendung der Halbierungsstriche aus der Beziehung  $L_l = 0,9 + 2 \frac{D}{K}$ , bei Verwendung von Halbierungsstrichen aus  $L_l = 0,9 + 1,5 \frac{D}{K}$  ermittelt werden. Für  $D = 200$  m gibt dies eine Lattenlänge von 3,90 m.

Als Gegengewicht zu dem Nachteil der etwas längeren Latte haben wir aber bei den Tangententachymetern den großen Vorteil der waagrechten Striche, sowohl für die Horizontaldistanz als auch für die Höhenunterschiede. Da diese nicht nur eine genauere Schätzung bei der Ablesung der Latte, sondern zur Erhöhung der Genauigkeit der Ablesung auch die Verwendung von Diagonalteilungen an der Latte nach dem Prinzip des Transversalmaßstabes ermöglichen, so kann man hierzu vorteilhaft je 2 cm mit solcher Transversalteilung versehen, und zwar u. a. so, daß man eine Wendellatte verwendet: auf der einen Seite mit gewöhnlicher Teilung zur Bestimmung von Detailpunkten, auf der anderen Seite mit Transversalteilung zur Bestimmung von Punkten mit größeren Genauigkeitsforderungen. So kann das Tangententachymeter eine erstrebenswerte Mittelstellung zwischen den Diagrammtachymetern und den eigentlichen Präzisionstachymetern einnehmen: dem ersten gegenüber bei annähernd gleicher Meßgeschwindigkeit mit dem Vorteil der größeren Genauigkeit; dem zweiten gegenüber bei etwas kleinerer Genauigkeit mit dem Vorteil der Schnelligkeit der Messung und der unmittelbaren Höhenbestimmung.

Wir wollten in dieser Studie nur einige grundsätzliche Fragen der Tangententachymetrie klären. Auf konstruktive Einzelheiten gehen wir schon aus Zeit- und Raumangel nicht ein. Es sei diesbezüglich nur bemerkt, daß man an Stelle der Stirnteilung auch radiale Teilungen in der Ebene des Höhenkreises, weiters an Stelle des geteilten Gesichtsfeldes in das Gesichtsfeld selbst eingeführte Teilstriche verwendet, wobei die Teilungsebene des Höhenkreises gleichzeitig zur Bildebene des

---

\*) Der größte nicht zulässige Wert für die untere Zielung ergab sich daraus, daß bis 95 cm die Verstellung auf den unteren, also auf den 9. dm-Strich, über 95 cm auf den oberen, 10. dm-Strich erfolgt. Dabei erscheint bei 1 m die untere Zielung auch bei genaueren Messungen als zulässig.

Fernrohres gemacht wird. Es kann weiters das Verhältnis der Brennweite des Fernrohres und des sogenannten imaginären Teilkreis halbmessers außer eins auch in einem anderem Verhältnis gewählt werden, usw. wie einige davon — aber alle ohne unmittelbare Bestimmung des Höhenunterschiedes — durch verschiedene Konstruktionen von *Filotechnica Salmoiraghi* und *Bors* verwirklicht wurden (Vgl. [28; S. 281]). Hier wollen wir nur kurz bemerken, daß die radiale Anordnung der Teilstriche die Verwendung der Transversalteilungen an der Latte nicht beeinträchtigt, da bei einem zwischen zwei Tangenteilungen erscheinenden größten Winkel von rund 63° die Abweichung von der Horizontalen wesentlich unterhalb der in Frage stehenden Beobachtungsgrenze liegt.

Es ist bekannt, daß die durch mechanische Lösung verwirklichte geistreiche Idee der logarithmischen Tachymetrie *Tichy's* durch die *Jänichs*che optische Lösung [29; insbes. S. 165—172 und 193—197] zu einem neuen Leben erwacht ist. Wir glauben, daß auch die für die Tangententachymeter geltenden grundlegenden Beziehungen des Wiener Professors *Stampfer* in optischer Form verwirklicht, bei vielen tachymetrischen Arbeiten sowohl für die unmittelbare Bestimmung der Horizontal- distanz, als auch für die des Höhenunterschiedes auch in unserer Zeit mit Erfolg und Nutzen verwendet werden können. Unsere Messungen mit einem nunmehr zur Verfügung stehenden Versuchsinstrument scheinen dies zu bestätigen. So hoffen wir, daß der Name *Stampfer* auch in den erneuerten Tangententachymetern weiterleben wird. Er gehört jedenfalls in die Reihe jener großen Geodäsie-Professoren der Wiener Technischen Hochschule, die das hohe internationale Ansehen der Wiener geodätischen Schule begründet, bzw. gesichert haben. Und diese Reihe wächst zum Ruhme der Technischen Hochschule, aber auch zum Gedeihen der Wissenschaft weiter!

## Unabhängigkeit und schwache Abhängigkeit der Funktionen ausgeglichener Größen von einzelnen ursprünglichen Beobachtungen

Von *Kurt Kubik*, ITC-Delft

(Schluß)

### 2.2. Ausgleich nach bedingten Beobachtungen

(Ableitung der Beziehung  $\frac{\Delta Q_{ff}}{\Delta p_j}$ )

In diesem Falle wird zuerst die Änderung  $\Delta Q_{ff}$  dargestellt als Funktion eines  $\Delta q_j$  mit  $q_j = p_j^{-1}$

woraus  $\frac{\Delta Q_{ff}}{\Delta p_j}$  folgt mit

$$\frac{\Delta Q_{ff}}{\Delta p_j} = -q_j^2 \frac{\Delta Q_{ff}}{\Delta q_j} \quad \dots (18)$$

Mit den Gewichtskoeffizienten der ausgeglichenen Beobachtungen (1)

$$Q_{(1)(1)} = P^{-1} - P^{-1} A^T Q A P^{-1} \quad \dots (19)$$

3) Ableitung der Beziehung siehe [1].