Paper-ID: VGI_196614

Eine einfache Ableitung des Terms von Molodenski

Helmut Moritz [1]

[1] *Berlin-Charlottenburg, Hardenbergstraße 34*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **54** (6), S. 173–175

1966

BibTEX:

```
@ARTICLE{Moritz_VGI_196614,
Title = {Eine einfache Ableitung des Terms von Molodenski},
Author = {Moritz, Helmut},
Journal = {{\"O}sterreichische Zeitschrift f{\"u}r Vermessungswesen},
Pages = {173--175},
Number = {6},
Year = {1966},
Volume = {54}
}
```

ÖSTERREICHISCHE

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom

ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN

Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen), der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 6 | Baden bei Wien, Ende Dezember 1966 | 54. Jg.

Eine einfache Ableitung des Terms von Molodenski

Von *Helmut Moritz*, Berlin

Zusammenfassung

Das Zusatzglied von Molodenski zur Formel von Stokes wird elementar abgeleitet.

Summary

An elementary derivation of Molodensky's correction term to Stokes' formula is given.

Der Zusammenhang zwischen Störpotential T und Schwereanomalie Δg *für eine Niveaufläche* wird durch die bekannte Formel von Stokes gegeben:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_\sigma \Delta g \, S(\psi) \, d\sigma. \qquad \ldots (1)$$

Hier ist R der mittlere Erdradius, σ die Einheitskugel um den Erdschwerpunkt und ψ der Winkelabstand zwischen Aufpunkt und Flächenelement $d\sigma$ der Einheitskugel; $S(\psi)$ ist die Stokessche Funktion.

Die zu (1) inverse Formel ist nach [1], S. 50:

$$\Delta g = -\frac{T}{R} - \frac{R^2}{2\pi} \iint_\sigma \frac{T - T_0}{l^3} \, d\sigma \qquad \ldots (2)$$

mit

$$l = 2 R \sin \frac{\psi}{2}.$$

Beziehen sich nun T und Δg nicht auf eine Niveaufläche, sondern *auf die physische Erdoberfläche,* so gilt nach Molodenski ([1], S. 122—123, nach geringfügiger Vereinfachung) in linearer Näherung

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_\sigma (\Delta g + G_1)\, S(\psi)\, d\sigma, \qquad \ldots (3)$$

wobei

$$G_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_\sigma \frac{(h - h_0)\,\Delta g}{l^3}\, d\sigma \qquad \ldots (4)$$

ein kleines Korrekturglied bedeutet. Der Index 0 in (2) und (4) weist darauf hin, daß die damit versehene Größe (Störpotential T bzw. Höhe h) sich auf den jeweiligen Aufpunkt bezieht.

Die Umkehrung von (3) ist dann offensichtlich

$$\Delta g + G_1 = -\frac{T}{R} - \frac{R^2}{2\pi} \iint_\sigma \frac{T - T_0}{l^3}\, d\sigma. \qquad \ldots (5)$$

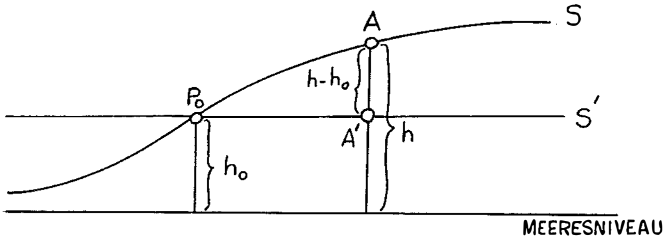

Abb. 1

Molodenski leitet das Korrekturglied (4) aus einer Integralgleichung her. Wir wollen nun eine ganz elementare Ableitung angeben. Wir legen eine Niveaufläche S' durch den an der physischen Erdoberfläche S gelegenen Aufpunkt P_0 (Abb. 1). Bezeichnen wir das Störpotential in einem anderen Punkt A von S mit T und im entsprechenden Punkt A' von S' mit T', so ist

$$T = T' + \frac{\partial T}{\partial h}(h - h_0).$$

Nun gilt nach Bruns

$$\frac{\partial T}{\partial h} = -\Delta g - \frac{2T}{R} \doteq -\Delta g$$

(im Rahmen der betrachteten Näherung) und daher

$$T = T' - \Delta g\,(h - h_0). \qquad \ldots (6)$$

Nun setzen wir (6) in (5) ein:

$$\Delta g + G_1 = -\frac{T'}{R} - \frac{R^2}{2\pi} \iint_\sigma \frac{T' - T'_0}{l^3}\, d\sigma + \frac{R^2}{2\pi} \iint_\sigma \frac{\Delta g\,(h - h_0)}{l^3}\, d\sigma. \qquad \ldots (7)$$

Die ersten beiden Glieder auf der rechten Seite sind zusammen nichts anderes als $\Delta g'$ in P_0, das aber mit Δg in P_0 identisch ist, weil P_0 sowohl auf S als auch auf S' liegt. Damit kürzt sich Δg auf beiden Seiten von (7) weg und es folgt unmittelbar die abzuleitende Gleichung (4).

Literatur

[1] *Molodenskii, M. S.*, *Eremeev, V. F.* und *Yurkina, M. I.*: Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth. Engl. Übers. a. d. Russ., Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1962.

Diese Arbeit entstand anläßlich eines Forschungsaufenthaltes an der Ohio State University, USA, im Rahmen eines von Air Force Cambridge Research Laboratories geförderten Projektes.

Die Geodäsie — Wissenschaft und Technik*)

Von *Max Kneißl*, München

Friedrich Robert *Helmert* (1843—1917) nannte die Geodäsie die „Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche". Er unterteilte sie in die „Höhere Geodäsie" mit einem „mathematisch-physikalischen" und einem „geometrisch-dynamischen" Zweig und in die „Niedere Geodäsie". Die vornehmste Aufgabe der Höheren Geodäsie ist die Bestimmung der Figur und Größe der mathematischen oder hydrostatischen Figur der Erde im Ganzen oder — in moderner Sprachregelung — die „Bestimmung des Kräftefeldes der Erdoberfläche".

Die Aufgaben der Niederen Geodäsie nannte *Helmert* schlicht „Feldmessen und Nivellieren". Georges *Perrier***) (1872—1946) bezeichnet die Geodäsie als die „Wissenschaft, die die Gestalt und die Dimensionen der Erde sowohl in ihrem Ganzen als auch in ihren Teilen erforscht". Die Geodäsie hat demnach eine zweifache Aufgabe, nämlich:

1. als naturwissenschaftliche Disziplin die Erforschung und Größe der Erde im Ganzen, die Untersuchung des Verhaltens der festen Erde (Polschwankungen), ihrer Elastizität (Erdgezeiten und rezente Erdkrustenbewegungen), der Dichteverteilung in der Erdkruste, der Isostasie, der Schwerkraft auf der Erdoberfläche, im Erdinnern, auf den Weltmeeren und in der Luft, die Erforschung der Grenzen und Tiefen der Weltmeere und der Atmosphäre im weitesten Sinne des Wortes.

Dies bringt die Geodäsie in engste Verbindung mit den geophysikalischen Wissenschaften, also der Seismologie, der Meteorologie, dem Erdmagnetismus, der physikalischen Ozeanographie, der wissenschaftlichen Hydrologie und der Vulkanologie.

2. als Ingenieurwissenschaft eine ganze Reihe von praktischen Aufgaben.

Die technische Entwicklung der Geodäsie begann 1744, als C. F. *Cassini de Thury* im Auftrag der französischen Akademie der Wissenschaften mit der Herstellung einer neuen „Carte géométrique de la France" im Maßstab 1:86400 begann, die als erstes Kartenwerk gilt, das sich auf eine einheitlich berechnete Triangu-

*) Vortrag, gehalten anläßlich der Ehrenpromotion in Graz am 30. Juni 1966.

**) Hier und im Folgenden wird zitiert aus Georges Perrier: „Wie der Mensch die Erde gemessen und gewogen hat". Kurze Geschichte der Geodäsie. Bamberg 1950. — Originaltitel „Comment l'homme a mesuré et pesé la terre". Paris 1939.