

Paper-ID: VGI_196711



Vorausberechnungen zur Photographischen Satellitenbeobachtung

Gerhard Brandstätter ¹

¹ 8010 Graz, Klosterwiesgasse 19

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **55** (4), S. 93–98

1967

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Brandstaetter_VGI_196711,  
Title = {Vorausberechnungen zur Photographischen Satellitenbeobachtung},  
Author = {Brandst{"a"}tter, Gerhard},  
Journal = {{{"0}sterreichische Zeitschrift f{"u"}r Vermessungswesen},  
Pages = {93--98},  
Number = {4},  
Year = {1967},  
Volume = {55}  
}
```



ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN
Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

REDAKTION:

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

Nr. 4

Baden bei Wien, Ende August 1967

55. Jg.

Vorausberechnungen zur Photographischen Satellitenbeobachtung

Von *Gerhard Brandstätter*, Graz

Für Beobachtungen im westeuropäischen Satellitennetz werden von der Satellite Orbits Group der Radio and Space Research Station in Slough/England einzelne Satellitenpositionen vorausberechnet und jeder beteiligten Station zugesandt [1]. Für im Horizontsystem aufgestellte Kameras müssen hieraus die Einstellwerte Azimut und Zenitdistanz berechnet werden. Einfache Formeln dafür und für die erste Näherung der Orientierung des Kamerasystems zum Äquatorsystem sollen im folgenden angegeben werden.

1. Berechnung der Einstellwerte nach den Voraussagen

In den Voraussagen werden östliche Länge λ_S , Breite φ_S des Subsattellitenpunktes auf der Referenzfläche (Internationales Ellipsoid) und Höhe H_S über derselben angegeben. Im üblichen Koordinatensystem (Ursprung = Schwerpunkt und z -Achse = Umdrehungsachse des Ellipsoides, x -Achse im Nullmeridian und y -Achse nach Osten gerichtet) folgt nach [2], Seite 534, mit Hilfe des Normalkrümmungshalbmessers N_S im Subsattellitenpunkt und der ersten Exzentrizität e der Ortsvektor \mathbf{x}_S des Satelliten mit

$$\mathbf{x}_S = \begin{pmatrix} x_S = (N_S + H_S) \cos \lambda_S \cos \varphi_S \\ y_S = (N_S + H_S) \sin \lambda_S \cos \varphi_S \\ z_S = (N_S (1 - e^2) + H_S) \sin \varphi_S \end{pmatrix} \quad \dots (1.1)$$

und entsprechend der Ortsvektor des Beobachtungsortes ($\lambda_B, \varphi_B, H_B$)

$$\mathbf{x}_B = \begin{pmatrix} x_B = (N_B + H_B) \cos \lambda_B \cos \varphi_B \\ y_B = (N_B + H_B) \sin \lambda_B \cos \varphi_B \\ z_B = (N_B (1 - e^2) + H_B) \sin \varphi_B \end{pmatrix} \quad \dots (1.2)$$

Nach [3], Seite 144, lauten die Einheitsvektoren \mathbf{u} (Nord), \mathbf{v} (Ost, \mathbf{w} (in Richtung der Normalen) des Horizontsystems, ausgedrückt in den Richtungsparametern des Äquatorsystems

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -\cos \lambda_B \sin \varphi_B \\ -\sin \lambda_B \sin \varphi_B \\ \cos \varphi_B \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -\sin \lambda_B \\ \cos \lambda_B \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} \cos \lambda_B \cos \varphi_B \\ \sin \lambda_B \cos \varphi_B \\ \sin \varphi_B \end{pmatrix}.$$

Wird nun der Differenzvektor zwischen den Vektoren (1.1) und (1.2) normiert, also der Einheitsvektor

$$(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O = \frac{\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B}{|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B|} \quad \dots (1.3)$$

gebildet, worin $|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B|$ natürlich gleich der Distanz D vom Beobachtungsort zum Satellitenort ist, dann hat dieser im Horizontsystem die Komponenten

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O \cdot \mathbf{u} &= \cos a \sin z \\ (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O \cdot \mathbf{v} &= \sin a \sin z \\ (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O \cdot \mathbf{w} &= \cos z. \end{aligned}$$

Tabelle I

Beobachtungsort: <i>Graz-Lustbühel</i> $\varphi_B = 47^{\circ}04'$, $\lambda_B = 15^{\circ}30'$			
Satellit: <i>Echo I</i>	1967, IV., 9	20 ^h 38 ^m ,0	U. T.
Zeitkorrektur = + 4 ^m ,0	... $\delta\lambda = - 1^{\circ},0$	+ 4 ^m ,0	δt
Durchgangszeit = 21 ^h 42 ^m ,0			<i>M.E.Z.</i>
Satellitenort	sin	cos	
$\varphi_S = 46^{\circ}00'40''$	+ 0,71947	+ 0,69452	$H_S = 1645,0$ km
$\lambda_S = 23^{\circ}06'00''$	+ 0,39234	+ 0,91982	$N_S = 6389,3$ km
$x_S - x_B = 5132,6 - 4 194,3 = + 938,3$			$N_S + H_S = 8034,3$ km
$y_S - y_B = 2189,2 - 1 163,2 = + 1026,0$			$N_S e^2 = 42,8$ km
$z_S - z_B = 5749,6 - 4 647,2 = + 1102,4$			$N_S + H_S - N_S e^2 = 7191,5$ km
$\delta = 38^{\circ}25'$			$D = 1774,35$ km
$(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O = \begin{pmatrix} + 0,52881 \\ + 0,57824 \\ + 0,62130 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} - 0,70552 \\ - 0,19566 \\ + 0,68115 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} - 0,26724 \\ + 0,96363 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} + 0,65637 \\ + 0,18203 \\ + 0,73215 \end{pmatrix}$			
$\tan a = \frac{\mathbf{v} \cdot (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O}{\mathbf{u} \cdot (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O} = \frac{+ 0,41589}{- 0,06303} = - 6,5983$			$a = 98^{\circ}37'$
$\cos z = \mathbf{w} \cdot (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_O = + 0,90724$			$z = 24^{\circ}52'$

Der Quotient der ersten beiden Komponenten muß gleich dem Tangens des Azimutes sein, also

$$\tan a = \frac{(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_0 \cdot \mathbf{v}}{(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_0 \cdot \mathbf{u}}, \quad \dots (1.4.a)$$

während die Zenitdistanz direkt aus

$$\cos z = (\mathbf{x} - \mathbf{x})_0 \cdot \mathbf{w} \quad \dots (1.4.b)$$

berechnet werden kann.

Der Rechengang von (1.1) bis (1.4) läßt sich sehr gut für die Verwendung von Tischrechnern schematisieren, wie der Auszug aus einem in Verwendung stehenden Rechenformular zeigt (Tabelle I).

Da die Richtungsparameter nur auf Minuten sicher sein müssen, genügt bei allen metrischen Angaben eine Genauigkeit von 0,1 km. Dies hat zur Folge, daß Ne^2 für den Bereich $30^\circ < \varphi < 65^\circ$ als konstant gleich 42,8 km angesehen werden kann. N kann einer kleinen für 50-Intervalle der Breite erstellten Tafel durch lineare Interpolation schnell entnommen werden. Die angegebenen Formeln sind auch für die Programmierung elektronischer Rechanlagen gut geeignet [4].

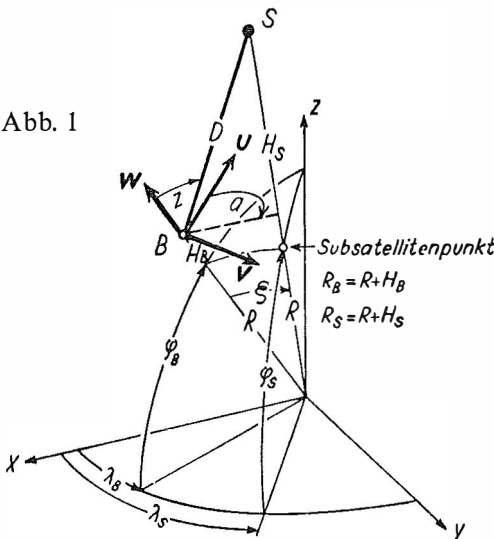
2. Änderung der Voraussagen

Zufolge starker Bahnschwankungen ergeben sich innerhalb des Voraussage-Zeitraums mit der Zeit zunehmende Abweichungen der Voraussagen von den tatsächlichen Positionen. Diese werden aus laufenden Beobachtungen ermittelt und per Telex den teilnehmenden Stationen in Form einer Zeitkorrektur δt mitgeteilt, die an der vorausgesagten Zeit und wegen $\delta\lambda = -\delta t^m/3,95$ für Echo I und $\delta\lambda = -\delta t^m/3,98$ für Echo II an der vorausgesagten Länge anzubringen ist. Breite und Höhe bleiben ungeändert. δt kann bis zu einem Betrag von 20 Minuten anwachsen.

Gewöhnlich werden die Voraussagen sofort nach Einlangen auf der Station mittels Rechenautomaten in das Horizontsystem der Station transformiert, so daß

die Einstellwerte nach Eintreffen der Zeitkorrektur hinsichtlich der daraus folgenden Längenkorrektur verbessert werden müssen. Es liegt nahe, zu diesem Zwecke Reihenentwicklungen in Funktion der Länge anzusetzen. Weil aber $\delta\lambda_S$ bis zu 5° betragen kann, werden auch bei den hier geltenden geringen Genauigkeitsansprüchen die Entwicklungen bis zur zweiten Ordnung zu führen sein. Allerdings ist es sicher ausreichend, als Bezugsfläche eine mittlere Erdkugel zu verwenden. Lotrichtung und geozentrischer Ortsvektor sind dann identisch und die Vektoren (1.1), (1.2 und (1.3) komplanar (Abb. 1), wenn dort N durch R ersetzt wird und e verschwindet.

Abb. 1



Das Azimut a kann dann direkt mit dem normierten geozentrischen Ortsvektor

$$\mathbf{x}_S^0 = \begin{pmatrix} \cos \lambda_S \cos \varphi_S \\ \sin \lambda_S \cos \varphi_S \\ \sin \varphi_S \end{pmatrix}$$

aus

$$\tan a = \frac{\mathbf{x}_S^0 \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{x}_S^0 \cdot \mathbf{u}}$$

berechnet werden und entspricht somit dem Azimut auf der Richtungskugel der Positionsastronomie. Die Reihenentwicklung für das Azimut bis zur zweiten Ordnung lautet dann nach [5], Seite 84f.

$$a = a_0 - (\sin \varphi_B - \cos \varphi_B \cot \xi_0 \cos a_0) \delta \lambda_S + \frac{1}{2\varphi_0^2} \cos \varphi_B \sin a_0 \operatorname{cosec}^2 \xi_0 \\ (\sin \xi_0 \sin \varphi_S - 2 \cos \varphi_B \cos a_0) \delta \lambda_S^2 + \dots$$

wenn a_0 und ξ_0 ($\xi_0 = \arccos(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_S^0)$) die aus den nicht korrigierten Voraussagen berechneten Werte für Azimut und geozentrische Zenitdistanz sind.

Eine grobe Abschätzung für $\xi_0 = 30^\circ$ zeigt, daß bei einem Wert von $\delta \lambda_S = 50$ der Beitrag des quadratischen Gliedes noch im Minutenbereich liegt. Die Konvergenz wird mit abnehmendem ξ_0 immer schlechter ($\sin \xi_0 \rightarrow 0$). Bei zenitnahen Zielungen ist aber die genaue Kenntnis des Azimutes nicht notwendig, so daß Entwicklungen bis zur zweiten Ordnung wohl stets genügen werden.

Zur Entwicklung der topozenitrischen Zenitdistanz z nach Potenzen von $\delta \lambda_S$ ist von Glg. (1.4. b)

$$\cos z = (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_0 \cdot \mathbf{w} = ((R_S \mathbf{x}_S^0 - R_B \mathbf{x}_B^0) \cdot \mathbf{w}): D, \mathbf{w} = \mathbf{x}_B^0$$

auszugehen, wenn die Distanzen des Beobachtungs- und des Satellitenortes vom Erdschwerpunkt mit R_B bzw. R_S bezeichnet werden. Durch Differentiation nach λ_S folgt

$$-\sin z_0 \frac{dz}{d\lambda_S} = \frac{1}{D} (R_S \frac{d\mathbf{x}_S^0}{d\lambda_S} \cdot \mathbf{w} - \cos z_0 \frac{dD}{d\lambda_S}),$$

für die darin enthaltenen Differentiale

$$\frac{d\mathbf{x}_S^0}{d\lambda_S} \cdot \mathbf{w} = \cos \varphi_S \begin{pmatrix} -\sin \lambda_S \\ \cos \lambda_S \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi_B \cos \lambda_B \\ \cos \varphi_B \sin \lambda_B \\ \sin \varphi_B \end{pmatrix} = \\ = -\cos \varphi_B \begin{pmatrix} \cos \varphi_S \cos \lambda_S \\ \cos \varphi_S \sin \lambda_S \\ \sin \varphi_S \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sin \lambda_B \\ \cos \lambda_B \\ 0 \end{pmatrix} = -\mathbf{x}_S^0 \cdot \mathbf{v} = -\cos \varphi_B \sin \xi_0 \sin a_0,$$

wegen $D^2 = (R_S \mathbf{x}_S^0 - R_B \mathbf{x}_B^0)^2$

$$\frac{dD}{d\lambda_S} = \frac{1}{D} (R_S \mathbf{x}_S^0 - R_B \mathbf{x}_B^0) \cdot \frac{d\mathbf{x}_S^0}{d\lambda_S} R_S = -\frac{R_S R_B}{D} \mathbf{w} \cdot \frac{d\mathbf{x}_S^0}{d\lambda_S} = \frac{R_S R_B}{D} \cos \varphi_B \sin \xi_0 \sin a_0$$

und schließlich mit $D: R_S = \sin \xi_0: \sin z_0$ (Abb. 1) der verhältnismäßig einfache Ausdruck

$$\frac{dz}{d\lambda_s} = \cos \varphi_B \sin a_0 \left(1 + \frac{R_B}{D} \cos z_0 \right),$$

der für $D \rightarrow \infty$ in den entsprechenden Ausdruck für die Richtungskugel übergeht. Unter Verwendung der schon vorhandenen Differentiale ist nun die Entwicklung bis zur zweiten Ordnung leicht anzugeben und lautet:

$$z = z_0 + \cos \varphi_B \sin a_0 \left(1 + \frac{R_B}{D} \cos z_0 \right) \delta \lambda_B + \frac{1}{2\rho^0} \left\{ \cot a_0 \frac{dz}{d\lambda_s} \frac{da}{d\lambda_s} - \frac{R_B}{D} \cos^2 \varphi_B \sin^2 a_0 \sin z_0 \left(1 + 2 \frac{R_B}{D} \cos z_0 \right) \right\} \delta \lambda_s^2 + \dots$$

Auch bei dieser Entwicklung ist das quadratische Glied für $\delta \lambda = 5^0$ von beträchtlichem Einfluß und darf nicht vernachlässigt werden. Für die Anwendung auf Rechenautomaten erscheinen die Reihenentwicklungen aber unhandlich (es müßten für jede Position die numerischen Werte der Reihenkoeffizienten berechnet und ausgedruckt werden) und es empfiehlt sich, wie in Tabelle II, Azimut und Zenitdistanz nicht nur für die vorausgesagte Länge, sondern auch für Werte $\lambda_s \pm 1^0, 2^0, \dots, n^0$ (in Tabelle II ist $n = 5$) zu berechnen, was im Programmablauf durch einen einfachen loop zu erreichen ist. Zwischen diesen Werten genügt dann eine lineare, im ungünstigsten Fall (Azimut für zenitnahe Durchgänge) eine quadratische Einschaltung.

Tabelle II

Datum	U. T.	B	L	H	A	Z	D
9. 04. 67	20 ^h 38,0	+ 46,01	19,10	1645 km	111,74	12,99	+41,05
			20,10		106,74	15,99	+40,53
			21,10		103,26	19,00	+40,05
			22,10		100,66	21,97	+39,20
			23,10		98,62	24,88	+38,41
			24,10		96,96	27,71	+37,58
			25,10		95,56	30,46	+36,70
			26,10		94,35	33,11	+35,80
			27,10		93,28	35,67	+34,89
			28,10		92,32	38,14	+33,99
29,10	91,45	40,50	+33,06				

3. Erste Näherung für die Orientierungsmatrix

Der Einheitsvektor (1.3) gibt die Aufnahme-richtung im Äquatorialsystem der Richtungskugel an. Mit den Parametern s (Stundenwinkel gegen den Meridian von Greenwich) und δ (Deklination) nimmt er daher die Form

$$(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_B)_0 = \begin{pmatrix} \cos s \cos \delta \\ - \sin s \cos \delta \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad \dots (3.1.)$$

an, weshalb aus der letzten Komponente zufolge $\sin \delta = (z_s - z_B) : D$ sofort die Deklination der Aufnahme-richtung gewonnen wird (Tabelle I, elfte Zeile von oben, Tabelle II, letzte Spalte), deren Cosinus der scheinbaren Sterngeschwindigkeit proportional ist und die Länge der Belichtungszeiten bei Prae- und Postkalibrierung

bestimmt. Die Rektaszension α der Kammerachse folgt für einen herausgegriffenen Belichtungszeitpunkt θ_0 (Sternzeit Greenwich) aus der bekannten Beziehung $\alpha = \theta_0 - s$, $s = \arctan \left\{ - (y_B - y_S) : (x_S - x_B) \right\}$. Kann schließlich angenommen werden, daß die x -Achse des Bildkoordinatensystemes während der Aufnahme horizontal liegt, dann ist sie gegenüber der Soll-Lage im Äquatorsystem (x -Achse parallel zur Äquatorebene) um den parallaktischen Winkel

$$q = \arcsin \frac{\cos \varphi_B \sin (s + \lambda_B)}{\sin z} = \arcsin \frac{-\cos \varphi_B \sin \alpha}{\cos \delta}$$

(diese Ausdrücke folgen wegen $t = s + \lambda_B - 360^\circ$ aus dem Sinussatz der sphärischen Trigonometrie) verkantet, womit die drei Parameter α , δ , q gegeben sind, mit deren Hilfe die Spaltenvektoren (\mathbf{i}) , (\mathbf{j}) , (\mathbf{k}) der genäherten Orientierungsmatrix (\mathbf{R}) gebildet werden können. Das Bildungsgesetz kann [3], Seite 143, entnommen werden, wobei dort κ durch q zu ersetzen ist. Von dieser ersten Näherung für die Orientierung ausgehend kann dann z. B. nach [2], Seite 748f., die endgültige Orientierung des Strahlenbündels iterativ ermittelt werden.

Anmerkung: Die in dieser Arbeit wiedergegebenen Formeln wurden im Rahmen des Satellitenbeobachtungsprogrammes der Lehrkanzle für Geodäsie II der T. H. Graz, Vorstand Prof. Dr. Karl Rinner, zusammengestellt.

Literatur:

- [1] Smith D. E.: The Western European Satellite Triangulation Programme. Bulletin Géodésique, 1966, Nr. 82.
- [2] Rinner K.: in Jordan/Eggert/Kneißl, Handbuch d. Vermessungskunde, Band VI.
- [3] Brandstätter G.: Eine einfache vektorielle Herleitung räumlicher Orientierungsmatrizen. Österr. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1966, Nr. 5.
- [4] Boxan R.: SPURT-Programm für die Rechenanlage Remington UNIVAG 490, Rechenzentrum Graz.
- [5] Mühlhig F.: Astronomisch-Geodätische Ortsbestimmung. H. Wichmann, Berlin.

Der Kleincomputer „Programma 101“

Von Franz Halwax

(Veröffentlichung des Bundesamtes f. Eich- u. Verm.-Wesen)

Mit dem Erscheinen von programmierbaren elektronischen Kleinrechnern ergaben sich auch für die Geodäsie völlig neue Möglichkeiten. Diese äußerst leistungsfähigen Rechner haben die Größe einer elektrischen Tischrechenmaschine und kosten ungefähr das Dreifache einer solchen. Sie werden sowohl dort Anwendung finden, wo bisher mit Hand- oder Tischrechenmaschinen gearbeitet wurde, als auch dort, wo Berechnungen an Rechenzentren übergeben wurden. In vielen Fällen wird aber ein Kleincomputer nicht Ersatz, sondern Ergänzung der großen Rechenanlagen sein und solche Arbeitsbereiche erfassen, die bisher nicht für elektronische Rechner vorgesehen wurden. Oft war der für Großrechenanlagen im allgemeinen notwendige Massenanschaffungsfall nicht gegeben. Oft aber hätte die Notwendigkeit der sofortigen Bereitstellung einer einzelnen oder einiger weniger Berechnungen einen direkten Anschluß an ein Rechenzentrum vorausgesetzt. Ein solcher Anschluß erfordert eine noch größere Speicherkapazität und eine Zusatzeinrichtung, die jederzeit die Eingabe