Schätzung des mittleren Punktfehlers eines mehrfach eingeschnittenen Einschaltpunktes

Walter Smetana [1]

[1] *1050 Wien, Nikolsdorfer Straße 3/1/12*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **57** (1), S. 22–28

1969

Schätzung des mittleren Punktfehlers eines mehrfach eingeschnittenen Einschaltpunktes

Von *Walter Smetana*, Wien

Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich und Vermessungswesen

Zusammenfassung:

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, wie der EP-Praktiker bereits am Felde, bloß unter Zuhilfenahme des Punktlagefehler-Felddiagrammes, den mittleren Punktfehler im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate eines mehrfach einzuschneidenden Einschaltpunktes mit cm-Genauigkeit, lediglich durch Multiplikation des Fehlers der besten Schnittkombination mit einem Faktor, abzuschätzen vermag.

Dieser Faktor, gleichsam eine Multiplikations-Konstante, wird vorerst in dieser Arbeit für eine Anzahl $n = 3 \ldots 5$ äußerer Richtungen sowie $n = 4$ und 5 innerer Richtungen aus allen $\binom{n}{2}$ bzw. $\binom{n}{3}$ Schnittkombinationen errechnet und in einer Tabelle ersichtlich gemacht.

1. *Einleitung:*

Sowohl bei Einzelpunkt-Einschaltungen besonders für Zwecke von agrarischen Operationen als auch bei der Paßpunktbestimmung in der Photogrammetrie wird es von Nutzen sein, sofort auf dem Felde, auf einfachste Art und Weise, den mittleren Punktlagefehler im Sinne der M. d. kl. Q. auch eines mehrfach einzuschneidenden Einschaltpunktes mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit abzuschätzen.

Wie dies in der Photogrammetrischen Abteilung des Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen schon seit Jahren sehr zweckentsprechend und einfach gepflogen wird, hat bereits *Kovarik* [1] erläutert.

Ich möchte nun zeigen, wie man bloß unter Zuhilfenahme meiner, schon vor einem Jahrzehnt entwickelten und in meiner Praxis mit Vorteil in Gebrauch stehenden Punktlagefehler-Felddiagramme für das Vorwärts-Seitwärts- und Rückwärtseinschneiden [2], auch den mittleren Fehler der wahrscheinlichsten Punktlage im Sinne der M. d. kl. Q. mit cm-Genauigkeit abzuschätzen imstande ist.

Wie dies in Verbindung mit einer eigens hiefür errechneten Multiplikations-Konstanten und dem mittleren Punktlagefehler der besten Schnittkombination aus allen möglichen $\binom{n}{2}$ bzw. $\binom{n}{3}$ Kombinationen (n = Anzahl der äußeren bzw. inneren Richtungen) zu geschehen hat, geht aus den folgenden Entwicklungen hervor.

2. *Theoretische Grundlagen*

Ausgehend von dem von *P. Gleinsvik* [3] aufgezeigten und bemerkenswerten Zusammenhang zwischen dem aus einer Ausgleichung resultierenden Gewichtskoeffizienten des mittleren Punktfehlers bei einer Punktbestimmung durch äußere Richtungen

$$Q_{MM} = \frac{[aa] + [bb]}{[aa]\,[bb] + [ab]^2} = \frac{Z}{N} \qquad \ldots (1)$$

$$\left(Z = \rho^2 . \left[\frac{1}{S_i^2}\right],\quad N = \rho^4 . \left[\left(\frac{\sin(\varphi_j - \varphi_i)}{S_i\, S_j}\right)^2\right]\right.$$

für alle $i \neq j$ und $i = 1 \ldots n, j = 1 \ldots n$) und den entsprechenden Gewichtskoeffizienten, die sich ergeben, wenn sich der Neupunkt auf Grund der vorliegenden Beobachtungen auf $q = \binom{n}{2}$ bzw. $\binom{n}{3}$ verschiedene Weisen ohne Überbestimmung bestimmen läßt:

$$\left(Q^{(1)}_{MM} = \frac{Z_1}{N_1},\ Q^{(2)}_{MM} = \frac{Z_2}{N_2}, \ldots Q^{(q)}_{MM} = \frac{Z_q}{N_q}\right), \qquad \ldots (2)$$

lautet der entsprechende Gewichtskoeffizient, der sich durch eine Ausgleichung des gesamten Beobachtungsmaterials nach der M.d.kl.Q. ergibt:

$$Q_{MM} = \frac{1}{\ddot{u} + 1} \cdot \frac{[Z]}{[N]} \qquad \ldots (3)$$

($\ddot{u}$ = Anzahl der Überbestimmungen)

eine Relation, die nebenbei bemerkt, sowohl für Punktbestimmung durch äußere Richtungen als auch durch innere Richtungen und durch Trilateration, unter Voraussetzung gleichgewichtiger Beobachtungen Gültigkeit hat.

Die Formeln (1) bis (3) bilden nun den Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen.

Da nun allgemein das Quadrat des mittleren Punktfehlers

$$M^2 = Q_{MM} . m^2 \quad \text{ist,} \qquad \ldots (4)$$

(m = mittlerer Richtungsfehler) sollen zunächst in den Formeln (1) bis (3) Z und N durch die Punktlagefehler der einzelnen Schnittkombinationen $M_1 \ldots Mq$ und durch die Gewichte derselben dargestellt werden.

$$\text{Setzt man } t_i = \frac{\rho^{cc}}{S_i}, \text{ wird } Z = \left[t_i^2\right] \text{ und } N = \left[(t_i\, t_j \sin\gamma_{ij})^2\right] \qquad \ldots (5)$$

N in Formel (5) bedeutet demnach die Summe der Quadrate der doppelten Flächen aller möglichen Reziprokdreiecks-Kombinationen, die den Neupunkt als Dreieckspunkt enthalten und ist auch gleich die Summe der bezüglichen Schnittpunktgewichte.

Daher wird Formel (4) unter Beachtung von (1) und (3)

$$M^2 = \frac{\left[t_i^2\right]}{\left[4\Delta^2{}_{t\,ij}\right]} \cdot m^2 = \frac{\left[t_i^2\right]}{\left[p_{ij}\right]}\, m^2 = \frac{1}{\ddot{u} + 1} \cdot \frac{\left[(\ddot{u} + 1) . t_i^2\right]}{\left[p_{ij}\right]} \qquad \ldots (6)$$

Das Quadrat des mittleren Punktfehlers einer Schnittkombination ist allgemein:

$$M_{ij} = \frac{S_i^2 + S_j^2}{\sin^2\gamma_{ij}} \cdot \frac{m^2}{\rho^2} \quad \text{und das Gewicht } p_{ij} = \frac{\sin^2\gamma_{ij}}{S_i^2\, S_i^2}$$

(Anzahl der M_{ij} und $p_{ij} = 1 \ldots q$) für alle $i \neq j$

$$(i = 1, 2, \ldots n) \qquad (j = 1, 2, \ldots n)$$

Im speziellen Fall von $n = 3$, erhält man:

$$M^2{}_{12} = \frac{S^2{}_1 + S^2{}_2}{\sin^2\gamma_{12}} \cdot \frac{m^2}{\rho^2} = \frac{1}{\sin^2\gamma_{12}} \cdot \left(\frac{1}{t^2{}_1} + \frac{1}{t^2{}_2}\right) m^2$$

$$M^2{}_{13} = \frac{S^2{}_1 + S^2{}_3}{\sin^2\gamma_{13}} \cdot \frac{m^2}{\rho^2} = \frac{1}{\sin^2\gamma_{13}} \cdot \left(\frac{1}{t^2{}_1} + \frac{1}{t^2{}_3}\right) m^2$$

$$M^2{}_{23} = \frac{S^2{}_2 + S^2{}_3}{\sin^2\gamma_{23}} \cdot \frac{m^2}{\rho^2} = \frac{1}{\sin_2\gamma_{23}} \cdot \left(\frac{1}{t^2{}_2} + \frac{1}{t^2{}_3}\right) m^2$$

$$p_{12} = \frac{\sin^2\gamma_{12}}{S^2{}_1\, S^2{}_2}, \qquad p_{12} \cdot M^2{}_{12} = (t^2{}_1 + t^2{}_2)\, m^2,$$

$$p_{13} = \frac{\sin^2\gamma_{13}}{S^2{}_1\, S^2{}_3}, \qquad p_{13} \cdot M^2{}_{13} = (t^2{}_1 + t^2{}_3)\, m^2,$$

$$p_{23} = \frac{\sin^2\gamma_{23}}{S^2{}_2\, S^2{}_3}, \qquad p_{23} \cdot M^2{}_{23} = (t^2{}_2 + t^2{}_3)\, m^2,$$

$$\left[pM^2\right] = (2t^2{}_1 + 2t^2{}_2 + 2t^2{}_3)\, m^2 \qquad \ldots (7)$$

Formel (6) lautet demnach unter Beachtung von (7) für den speziellen Fall von $n = 3$ äußeren Richtungen und $q = 3$ möglichen Schnittkombinationen sowie $ii + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$:

$$M^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2t^2{}_1 + 2t^2{}_2 + 2t^2{}_3)}{p_{12} + p_{13} + p_{23}} \cdot m^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{[pM^2]}{[p]} \qquad \ldots (8)$$

Bei einer Punktbestimmung durch innere Richtungen lautet zunächst die allgemeine Formel entsprechend der Darstellung des Gewichtskoeffizienten des mittleren Punktfehlers nach *Gleinsvik*, jedoch mit eigener Bezeichnungsweise und gleichgewichtigen Beobachtungen:

$$M^2 = \frac{\left[s^2{}_{ij}\right]}{\left[4\Delta^2{}_{t_{ij}}\right]} \cdot m^2 = \frac{\left[s^2{}_{ij}\right]}{\left[p_{ijk}\right]} \cdot m^2 = \frac{1}{ii+1} \cdot \frac{\left[(ii+1)\, s^2{}_{ij}\right]}{\left[p_{\,ijk}\right]} \cdot m^2 \qquad \ldots (9)$$

ijk sind die Eckpunkte des Reziprokdreieckes $\Delta_{t_{ijk}}$, das jedoch bei der Punktbestimmung durch innere Richtungen den Neupunkt nicht als Eckpunkt enthält. Die Nenner von (9) bedeuten wieder die Summe der Quadrate der doppelten Flächen aller q-möglichen Reziprokdreiecks-Kombinationen bzw. die Summe der bezüglichen Schnittpunktgewichte.

Das Quadrat des mittleren Punktfehlers einer Schnittkombination ist nun allgemein:

$$M^2_{ijk} = \frac{s^2_{ij} + s^2_{jk} + s^2_{ik}}{4\,\Delta^2_{t_{ijk}}} \,.\, m^2, \quad \text{für alle } i \neq j \neq k \neq i$$

$$\text{und das Gewicht } p_{ijk} = 4\Delta^2_{t_{ijk}} = \sin^2\gamma_{ijk}\, s^2_{ij}\; s^2_{jk}$$

Legt man nun der folgenden Ableitung wieder ein konkretes n, nämlich $n = 4$, zugrunde, erhält man demnach:

$$M^2_{123} = \frac{s^2_{12} + s^2_{23} + s^2_{13}}{4\Delta^2_{t_{123}}} \,.\, m^2, \quad p_{123} = 4\Delta^2_{t_{123}} = \sin^2\gamma_{123}\, s^2_{12}\, s^2_{23}$$

$$M^2_{124} = \frac{s^2_{12} + s^2_{24} + s^2_{14}}{4\Delta^2_{t_{124}}} \,.\, m^2, \quad p_{124} = 4\Delta^2_{t_{124}} = \sin^2\gamma_{124}\, s^2_{12}\, s^2_{24}$$

$$M^2_{134} = \frac{s^2_{13} + s^2_{34} + s^2_{14}}{4\Delta^2_{t_{134}}} \,.\, m^2, \quad p_{134} = 4\Delta^2_{t_{134}} = \sin^2\gamma_{134}\, s^2_{13}\, s^2_{34}$$

$$M^2_{234} = \frac{s^2_{23} + s^2_{34} + s^2_{24}}{4\Delta^2_{t_{234}}} \,.\, m^2, \quad p_{234} = 4\Delta^2_{t_{234}} = \sin^2\gamma_{234}\, s^2_{23}\, s^2_{34}$$

$$p_{123}\, M^2_{123} = (s^2_{12} + s^2_{23} + s^2_{13}) \,.\, m^2$$

$$p_{124}\, M^2_{124} = (s^2_{12} + s^2_{24} + s^2_{14}) \,.\, m^2$$

$$p_{134}\, M^2_{134} = (s^2_{13} + s^2_{34} + s^2_{14}) \,.\, m^2$$

$$p_{234}\, M^2_{234} = (s^2_{23} + s^2_{34} + s^2_{24}) \,.\, m^2$$

$$[pM^2] = (2s^2_{12} + 2s^2_{23} + 2s^2_{13} + 2s^2_{24} + 2s^2_{14} + 2s^2_{34}) \,.\, m^2 \qquad \ldots 10)$$

Formel (9) lautet demnach unter Beachtung von (10) für den speziellen Fall von $n = 4$ inneren Richtungen und $q = 4$ möglichen Schnittkombinationen sowie $ii + 1 = 4 - 3 + 1 = 2$:

$$M^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2s^2_{12} + 2s^2_{23} + 2s^2_{13} + 2s^2_{24} + 2s^2_{14} + 2s^2_{34}}{p_{123} + p_{124} + p_{134} + p_{234}} \cdot m^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{[pM^2]}{[p]} \qquad \ldots (11)$$

Wenn man also die Formeln (8) und (11) betrachtet, erkennt man, daß sowohl für eine Punktbestimmung über äußere Richtungen als auch für eine Punktbestimmung über innere Richtungen die Formeln für den mittleren Punktlagefehler im

Sinne der M.d.kl.Q. gemäß einer Interpretation des Punktfehlers an Hand der bezüglichen Reziprokdreiecke, denselben Aufbau aufweisen.

Es wäre nun ohneweiteres möglich, die Formeln (8) und (11) für den gegebenen Fall mit Hilfe der bezüglichen Punktlagefehler-Felddiagramme und des Gewichts-Diagrammes [4] streng rechnerisch auszuwerten; indessen wäre jedoch dies in Anbetracht der bloß für Schätzungszwecke auf dem Felde gedachten Feld-Diagramme unwirtschaftlich, da ja die Punktlagefehler durch das bloße Schätzen des Verhältnisses der Seiten des Reziprokdreieckes mitunter bis zu einem Zentimeter verfälscht sein könnten. Dies würde z. B. bei 100 Kombinationen in den Formeln (8) und (11) eine unnötige Fehleranhäufung verursachen und den mittleren Punktfehler trotz strenger Berechnung mehr oder weniger stark verfälschen.

Ich habe daher, um für die Praxis eine wirtschaftliche und dabei genügend genaue Formel zur Berechnung des Punktfehlers im Sinne der M.d.kl.Q. zu erhalten, den Weg über den kleinsten mittleren Fehler des Schnittpunktsystems gewählt und verfolge denselben Gedankengang wie seinerzeit bei der Bestimmung eines Näherungs-Zentroides als optimale Punktlage [5].

Bezeichnen $M_1, M_2, \ldots M_q$ die nach ihren Absolutbeträgen geordneten Punktlagefehler der q-möglichen Vorwärts- bzw. Rückwärtseinschnitt-Kombinationen, so erhält man auf Grund der Annahme des größten mittleren Punktlagefehlers M_q als Punktlagefehler der Gewichtseinheit bzw.

$$\grave{p}_1 = \frac{M^2{}_q}{M^2{}_1},\ \grave{p}_2 = \frac{M^2{}_q}{M^2{}_2},\ \ldots \grave{p}_q = 1.$$

Diese Gewichte sind jedoch nicht immer proportional den Gewichten p_1, $p_2, \ldots p_q$ im Sinne der M.d.kl.Q. Nur bei gleich langen Seiten wird dies der Fall sein, was jedoch bei den folgenden Überlegungen ohne Belang bleibt.

Allgemein lassen sich nun die Formeln (8) und (11) mit nach ihren Absolutbeträgen geordneten M und $\grave{p}$ folgendermaßen schreiben:

$$(ii+1)\,.\,M^2 \approx \frac{\grave{p}_1 M^2{}_1 + \grave{p}_2 M^2{}_2 + \ldots + \grave{p}_q M^2{}_q}{\grave{p}_1 + \grave{p}_2 + ; \ldots + \grave{p}_q} = \frac{q\,.\,M^2{}_q}{[\grave{p}]} \qquad \ldots (12)$$

Es sollen weiters nur minimale Fehler von der Größe M_1 und maximale Fehler von der Größe M_q vorkommen, etwa $M_1 = 1\,\text{cm}$ und $M_q = 10\,\text{cm}$. Dies ergibt nach obigem Ansatz für die Gewichte: $\grave{p}_1 = 100$ u. $\grave{p}_q = 1$. Daher kann $\grave{p}_q$ im folgenden vernachlässigt werden.

Je nachdem man für die Summe $[\grave{p}] = q\,.\,\grave{p}_1$, $(q-1)\,.\,\grave{p}_1$, $(q-2)\,.\,\grave{p}_1 \ldots \grave{p}_1$ setzt, erhält man für $M^2 \approx \frac{q}{ii+1}\cdot\frac{M^2{}_1}{q-1},\ \frac{q}{ii+1}\cdot\frac{M^2{}_1}{q-2},\ \ldots\ \frac{q}{ii+1}\cdot M^2{}_1.$

$$\text{Daher allgemein: } M \approx \sqrt{\frac{q}{(q-i)\,(ii+1)}}\cdot M_1 \approx K\,.\,M_1 \qquad \ldots (13)$$

$$\text{für } i = 1,\ 2,\ \ldots\ (q-1) \text{ und } \sqrt{\frac{q}{(q-1)(ii+1)}} = \mathrm{K}$$

Diesen Faktor K habe ich nun für eine Punktbestimmung über äußere Richtungen $n = 3 \ldots 5$ bzw. $q = 3$, 6 u. 10 sowie für eine Punktbestimmung über innere Richtungen $n = 4$ u. 5 bzw. $q = 4$ u. 10 errechnet und in einer Tabelle ersichtlich gemacht. Weiters wird der über äußere Richtungen ermittelte Wert von K durch K_V bzw. dem Mittelwert und der über innere Richtungen ermittelte Wert von K durch K_R bzw. dem Mittelwert gekennzeichnet.

Die Tabelle enthält auch die Absolutbeträge der Abweichungen Δ_V bzw. Δ_R und die Mittel dieser Abweichungen sowie die Gesamtmittel dieser Abweichungen.

Gesamtmittel ... $K \approx 0{,}877$ u. $\Delta \approx 0{,}253$. Das heißt also, daß M um etwa 30% von M_1 verfälscht sein kann. Bedenkt man jedoch, daß $M_1 \approx 1 \ldots 3$ cm im Durchschnitt beträgt, so erhält man einen maximalen Fehler von ca. 1 cm.

3. *Beispiele der Bestimmung des mittleren Punktfehlers beim mehrfachen Einschneiden mit Hilfe von M_1 und K*

a) *für eine Punktbestimmung über äußere Richtungen*

(Beispiel aus der Ö.Z.f.V. Jg. 56, 1968, Nr. 2, Seite 56)

Es liege ein dreifacher Vorwärtsschnitt vor (mit rechnerischer Ausgleichung)

Orientierte Richtungen	Seitenlängen
$R_1 = 62^g$	$S_1 = 4{,}00$ km
$R_2 = 184^g$	$S_2 = 3{,}76$ km
$R_3 = 368^g$	$S_3 = 3{,}20$ km

Mit dem Punktlagefehler-Felddiagramm für das Vorwärtseinschneiden erhält man als kleinsten Punktlagefehler einer Schnittkombination $M_{13} = 4{,}0$ cm, dies in Formel (14) eingesetzt, ergibt: $M \approx 0{,}877 \,.\, 4{,}0 \approx 3{,}5$ cm.

Der strenge Wert lautet: $M = 3{,}6$ cm.

b) *für eine Punktbestimmung über innere Richtungen*

(Beispiel aus der Ö.Z.f.V. Jg. 56, 1968, Nr. 2, Seite 57)

Es liege ein Rückwärtsschnitt über vier gegebenen Punkten vor

Orientierte Richtungen	Seitenlängen
$R_1 = 25^g$	$S_1 = 3{,}6$ km
$R_2 = 65^g$	$S_2 = 2{,}0$ km
$R_3 = 135^g$	$S_3 = 2{,}9$ km
$R_4 = 180^g$	$S_4 = 3{,}9$ km

Die beste Schnittkombination mit dem kleinsten mittleren Punktlagefehler $M_{123} \approx 4{,}0$ cm ergibt für $M \approx 0{,}877 \,.\, 4{,}0 \approx 3{,}5$ cm.

Der strenge Wert lautet: $M = 3{,}4$ cm.

Die in der Tabelle I ausgewiesenen Werte von K und Δ wurden mit dem gewöhnlichen logarithm. Rechenschieber ermittelt und weisen daher in der dritten

Tabelle I

K u. Δ aus

q Vorwärtsschnitten $= K_v$ u. Δ_v

n	q	$ii+1 = n-1$	$[p']$	$K_v \cdot 10^3$	$\Delta_v \cdot 10^3$
3	3	2	$3p'_1$	707	129
			$2p'_1$	867	31
			p'_1	1220	384
4	6	3	$6p'_1$	577	259
			$5p'_1$	633	203
			$4p'_1$	707	129
			$3p'_1$	816	20
			$2p'_1$	1000	164
			p'_1	1414	578
5	10	4	$10p'_1$	500	336
			$9p'_1$	521	315
			$8p'_1$	560	276
			$7p'_1$	595	241
			$6p'_1$	646	190
			$5p'_1$	706	130
			$4p'_1$	792	44
			$3p'_1$	912	76
			$2p'_1$	1118	282
			p'_1	1580	744
			Summe	15871	4531
			Mittel	0,835	0,239

q Rückwärtsschnitten $= K_R$ u. Δ_R

n	q	$ii+1 = n-2$	$[p']$	$K_R \cdot 10^3$	$\Delta_R \cdot 10^3$
4	4	2	$4p'_1$	707	226
			$3p'_1$	785	148
			$2p'_1$	1000	67
			p'_1	1414	481
5	10	3	$10p'_1$	577	356
			$9p'_1$	608	325
			$8p'_1$	645	288
			$7p'_1$	690	243
			$6p'_1$	746	187
			$5p'_1$	816	117
			$4p'_1$	912	21
			$3p'_1$	1054	121
			$2p'_1$	1291	358
			p'_1	1825	892
		Summe		13070	3830
			Mittel	0,933	0,273

Gesamt-Mittel . . . $K \approx 0{,}877$
$\Delta \sim 0{,}253$

Dezimalstelle Unsicherheiten auf, die jedoch für ein Abschätzen des Punktfehlers beim mehrfachen Einschneiden eines EP ohne Bedeutung bleiben.

Der Praktiker ist also imstande, die Multiplikation von M_1 mit 0,9 durch bloße Kopfrechnung zu bilden, und somit M für Abschätzungszwecke der Genauigkeit des durch mehrfaches Einschneiden bestimmten Einschaltpunktes mühelos zu erhalten.

Literatur:

[1] *Kovarik, J.*: „Theorie und Praxis der Berechnung des mittleren Punktlagefehlers beim mehrfachen Einschneiden", Ö.Z.f.V. Jg. 56, 1968, Nr. 2, Seite 53—58.

[2] *Smetana, W.*: „Punktlagefehler-Felddiagramm für das Rückwärtseinschneiden", Ö.Z.f.V. Jg. 47, 1959, Nr. 1, Seite 8—12.

[3] *Gleinsvik, P.*: Die geometrische Interpretation des mittleren Punktfehlers bei der trigonometrischen Punktbestimmung", Ö.Z.f.V. Jg. 52, 1964, Nr. 6, Seite 166—175.

[4] *Smetana, W.*: „Gewichts-Diagramm für das Einschneiden nach der Methode der kleinsten Quadrate durch Mittelbildung", Ö.Z.f.V. Jg. 55, 1967, Nr. 2.

[5] *Smetana, W.*: „Näherungs-Zentroid als optimale Punktlage bei der analytischen Berechnung des mehrfachen Vorwärts- und Rückwärtseinschnittes", Ö.Z.f.V. Jg. 49, 1961, Nr. 2.