

Paper-ID: VGI_197011



Zur elektronischen Berechnung von ähnlichen Transformationen

Hans Biach ¹

¹ *B. A. für Eich- u. Verm., 1080 Wien, Friedrich-Schmidtplatz 3*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **58** (4), S. 111–119

1970

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Biach_VGI_197011,  
  Title = {Zur elektronischen Berechnung von {\a}hnlichen Transformationen},  
  Author = {Biach, Hans},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {111--119},  
  Number = {4},  
  Year = {1970},  
  Volume = {58}  
}
```



Beiden Figuren gemeinsam ist natürlich die Gesamtmasse $E = 5974,6951 \cdot 10^{24}$ g, aber auch die mittlere Dichte, da beide Modelle sehr nahe beisammen liegen:

$$\rho_m = 5,521830 \text{ g cm}^{-3}, \quad \frac{2}{3} \rho_m = 3,681220 \text{ g cm}^{-3}.$$

Wie man sieht, nimmt beim Modell mit $a_k = 4460,0$ km die Schwere in 1 km Tiefe noch um 0,15 mGal ab, während sie beim Modell $a_k = 4465,0$ km bereits um 0,18 mGal zunimmt. Eine genaue Bestimmung des gesuchten Kernradius mit verschwindendem Schweregradienten an der Oberfläche der Gesamtfigur wäre mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. Die Bedingung $\rho_1 = \frac{2}{3} \rho_m$ ist in sehr guter Annäherung erfüllt. Eine strenge Erfüllung ist nicht möglich, weil Saigey bei der Herleitung dieser Beziehung von kugelig geschichteten Figuren ausgegangen ist.

Literatur

[1] *K. Ledersteger*: Astronomische und physikalische Geodäsie, Band V des Handbuches der Vermessungskunde, Stuttgart 1969.

[2] *K. Ledersteger*: Ein- und zweiparametrische Gleichgewichtsfiguren. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Sonderheft: Festschrift Gigas.

[3] *F. R. Helmert*: Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie, II. Band.

Zur elektronischen Berechnung von ähnlichen Transformationen

Von *Hans Biach*, Wien

(Veröffentlichung des Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen)

Die bei der Abteilung Lochkartentechnik des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen eingebrachten Anträge zur ähnlichen Umformung (mit Drucksorte Nr. 1435) sind oft von der Art, daß Grenzpunkte von Handrissen und Teilungsplänen von lokalen Systemen in das konforme Gauß-Krüger-System transformiert werden sollen. Zu diesem Zweck sind die Koordinaten von vermutlich identen Punkten in beiden Systemen anzugeben und auch eine zulässige Abweichung der Koordinaten der identen Punkte; die mittels der zu bestimmenden Transformationselemente aus den gegebenen lokalen Koordinaten abgeleiteten transformierten Koordinaten sollen also von den gegebenen konformen Koordinaten der identen Punkte um nicht mehr als die angegebene Schranke abweichen. Die Programmierung dieser Aufgabe ist nun bei der Abteilung Lochkartentechnik so erstellt worden, daß aus den lokalen und konformen Koordinaten von maximal 99 identen Punkten die Transformationselemente durch strengen Ausgleich ermittelt werden. Die lokalen Koordinaten aller identen Punkte werden mittels dieser Transformationselemente umgeformt; überschreiten die sich hierbei ergebenden Widersprüche bei allen identen Punkten nicht die vorgegebene Schranke, ist die Bestimmung der endgültigen Transformationselemente beendet. Im entgegengesetzten Falle wird der Punkt mit dem größten Widerspruch eliminiert und eine neuerliche Bestimmung der Transformationselemente mit den $n-1$ verbliebenen identen Punkten wiederholt. Wieder wird nach einer neuerlichen Transformation jener Punkt mit dem größten Widerspruch aus-

geschieden und eine erneute Bestimmung der Elemente mit den restlichen $n-2$ identen Punkten wiederholt und dieses Verfahren solange fortgesetzt, bis alle verbliebenen identen Punktlagen die vorgegebene Schranke nicht überschreiten; erst dann ist die Bestimmung der Transformationselemente endgültig und die Umformung der zu transformierenden Punkte kann erfolgen.

Die im Zuge der Umbildung der Katastralmappe der Katastralgemeinde Kufstein, Tirol, auf den Maßstab 1:1000 bei Teilungsplänen vorgenommenen 160 Transformationen ergaben bisher, daß in etwa 10% aller Fälle ein unrichtiges Ergebnis zustande kam.

Es ergab sich nämlich die vorerst paradox erscheinende Tatsache, daß bei manchen Transformationen richtige Punkte eliminiert wurden, während fehlerhafte Punkte bis zum Abschluß des stufenweisen Verfahrens verblieben und so die endgültigen Werte der Transformationselemente verfälschten.

Die Tatsache, daß grob fehlerhafte Punkte bis zum Abschluß des Verfahrens in manchen Fällen nicht ausgeschieden werden, wäre bei vielen Transformationen sofort offensichtlich, wenn der Maßstabsfaktor k neben den Transformationselementen A bis F ermittelt und tabelliert werden würde. Da in den Transformationsformeln:

$$\left. \begin{aligned} y_T &= Ay + Bx + C \\ x_T &= Dy + Ex + F \end{aligned} \right\} \dots 1)$$

$A = E = k \cos \varphi$, $B = -D = k \sin \varphi$ bedeuten, ergibt sich der Maßstabsfaktor k aus:

$$k = \sqrt{k^2 \cos^2 \varphi + k^2 \sin^2 \varphi} = \sqrt{A^2 + B^2} \dots 2)$$

Transformation Nr. 174 (T 174) beim Operat Kufstein ergab z. B. folgende Tabellierung:

Pkt.	lokal		konform			
	y	x	y	x		
4671	- 10,90	5,33	- 87 541,96	271 835,09	gegebene Koord. transf. Koord. ausgeschieden	
			- 87 540,40	271 836,12		
			- 1,56	- 1,03		
4669	- 9,26	- 5,17	- 87 548,79	271 830,15		
			- 87 548,80	271 830,14		
			1	1		
4673	13,73	35,43	- 87 503,65	271 827,79		
			- 87 503,57	271 827,82		
			- 8	- 3		
4672	24,60	38,64	- 87 496,00	271 819,79		
			- 87 496,07	271 819,78		
			7	1		
<i>Konform</i>	A	0,434 372 20	B	0,867 962 46	C	- 87 540,290
	D	-0,867 962 46	E	0,434 372 20	F	271 824,344

Es ergibt sich aus $\sqrt{A^2 + B^2} = 0,9706$ ein k , das vom Sollwert 1,000 um fast 30‰ abweicht, also eindeutig auf eine unrichtige Bestimmung der Transformationselemente hinweist. Eine Strecke, die z. B. im lokalen System 100,00 m beträgt, kann unmöglich im transformierten System 97,06 m aufweisen, wie aber *T* 174 aufzeigt. In vielen anderen Fällen war eine solche Abweichung von k um mehr als 5‰ bereits eine Indikation dafür, daß eine fälschliche endgültige Bestimmung der Transformationselemente vorlag. Bei der Nichtbeachtung der Abweichung des Faktors k vom Sollwert, könnte daher bei *T* 174 die irrige Auffassung Platz greifen, daß Punkt 4671 nicht ident sei, daß aber die geringen Widersprüche bei den Grenzpunkten 4669, 4673 und 4672 eine Gewähr für die Richtigkeit der Transformationselemente bieten.

Zur Klärung der Unstimmigkeit in *T* 174 wurde die Berechnung der Richtungswinkel und Seitenlängen zwischen je 2 identen Punkten sowohl im lokalen als auch im konformen System in allen Kombinationen vorgenommen. Der Vergleich zugehöriger Seitenlängen und der Differenz der zugehörigen Richtungswinkel untereinander ergab eindeutig, daß nicht Punkt 4671, sondern Punkt 4669 fehlerhaft sein muß. Eine neuerliche unter „*T* 191“ vorgenommene Transformation bei vorheriger Ausscheidung des Punktes 4669 ergab sodann die folgende Tabellierung:

Pkt.	lokal		konform			
	y	x	y	x		
4671	- 10,90	5,33	- 87 541,96	271 835,09		
			- 87 541,95	271 835,09		
			- 1	0		
4673	13,73	35,43	- 87 503,65	271 827,79		
			- 87 503,68	271 827,79		
			3	0		
4672	24,43	38,38	- 87 496,00	271 819,79		
			- 87 495,97	271 819,78		
			- 3	1		
konform:	A	0,477 893 46	B	0,880 338 01	C	- 87 541,436
	D	- 0,880 338 01	E	0,477 893 46	F	271 822,949

$k = \sqrt{A^2 + B^2}$ ergab den Wert: 1,0017

Obwohl also bei *T* 174 drei idente Punkte gute Übereinstimmung zeigten, erwiesen sich die ermittelten Transformationselemente als unrichtig, wie die Ergebnisse von *T* 191 zeigen. Solche nur scheinbar gute Übereinstimmung von 3 oder auch 4 „identen“ Punkten zeigten sich noch bei 16 weiteren Transformationen, wobei sich nach der Untersuchung und der Ausschaltung der tatsächlich nicht identen Punkte wesentlich andere Transformationselemente ergaben.

Einige wenige der o. a. Transformationen ergaben verfälschte Transformationselemente nur infolge eines Fehlers im Verdrehungswinkel φ allein, nicht aber infolge

einer größeren Differenz zwischen k und k' , den Maßstabsfaktoren der richtigen und verfälschten Transformation. Bei T 28 ergaben sich z. B. grob verfälschte Transformationselemente bei einem k' von 0,9985, während die unter T 213 neuerlich vorgenommene richtige Transformation (nach Ausschaltung zweier grob fehlerhafter Punkte) ein k von 1,0001 ergab. Eine erwartungsgemäße Abweichung eines Wertes k vom Sollwert 1,0000 gibt also allein noch keine Gewähr für richtige Transformationselemente. Umgekehrt gibt aber eine grobe Abweichung des Wertes k' vom Sollwert die *Sicherheit*, daß zumindest ein mit einem groben Fehler behafteter Punkt im geschilderten Verfahren nicht ausgeschieden worden ist und somit eine grobe Verfälschung der Transformationselemente vorliegen muß.

Soweit die vom Verfasser dieses Berichtes an Hand von 17 unstimmigen Transformationen festgestellten Tatsachen. Was aber sind die Ursachen dieser als paradox erscheinenden Ergebnisse?

Jede Figur im lokalen System L ist der entsprechenden Figur sowohl im verfälschten, transformierten System T' , als auch im richtigen, umgeformten System T ähnlich, da ja in beiden Fällen eine ähnliche Transformation vorliegen muß. Somit sind auch die Figur im verfälschten System T' und die entsprechende im richtigen System T einander ähnlich. Den im System L bestehenden gerichteten Strecken (Vektoren) p_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) mögen im System T' die Vektoren \mathfrak{P}'_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$), im System T hingegen die Vektoren \mathfrak{P}_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) entsprechen. Die Differenz der Richtungswinkel aller zugehörigen Vektoren \mathfrak{P}_i und \mathfrak{P}'_i muß wegen der bestehenden Ähnlichkeit *konstant* sein, ebenso das Verhältnis der absoluten Längen von zugehörigen Vektoren l_i und l'_i — der Maßstabsfaktor. Anfangs- oder Endpunkt zugehöriger Vektoren \mathfrak{P} und \mathfrak{P}' werden jedoch im allgemeinen *nicht* zusammenfallen. Jedoch gibt es *einen und nur einen* Punkt im lokalen System, der sowohl mit den verfälschten, als auch mit den richtigen Transformationselementen transformiert, dieselben transformierten konformen Koordinatenwerte ergibt. Dies scheint auf den ersten Blick unglaublich, wird jedoch durch die folgenden Ausführungen sofort klar.

Die auf den verfälschten Transformationselementen basierenden Umformungsgleichungen seien:

$$\left. \begin{aligned} y_{T'} &= A'y + B'x + C' \\ x_{T'} &= D'y + E'x + F' \end{aligned} \right\} \dots 3),$$

die zu den richtigen Elementen gehörigen Transformationsgleichungen hingegen:

$$\left. \begin{aligned} y_T &= Ay + Bx + C \\ x_T &= Dy + Ex + F \end{aligned} \right\} \dots 4),$$

wobei bei der ähnlichen Umformung immer die Beziehungen $A = E$, $B = -D$; $A' = E'$ und $B' = -D'$ bestehen.

Setzt man $y_{T'} = y_T$ und $x_{T'} = x_T$, dann ergeben sich zwei Gleichungen mit den Unbekannten y und x , die jenen Punkt im lokalen System festlegen, der sowohl mit den richtigen Transformationselementen A bis F , als auch mit den verfälschten Werten A' bis F' transformiert, dieselben umgeformten Koordinatenwerte y_T und

x_T ergibt. Dieser Punkt ist gewissermaßen das Zentrum Z_T (Pol) der beiden Systeme T und T' , der durch Transformation des Punktes Z_L im lokalen System hervorgeht. Dieser Punkt Z_L im lokalen System mit allen identen und scheinbar identen Punkten P_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) verbunden, ergibt Vektoren, denen die Vektoren \mathfrak{P}'_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) im System T' und die zugehörigen Vektoren \mathfrak{P}_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) im System T entsprechen, die nun in beiden Systemen denselben Anfangspunkt Z_T aufweisen. Nach den o. a. Ausführungen schließt jeder Vektor \mathfrak{P}'_i mit dem zugehörigen Vektor \mathfrak{P}_i denselben Winkel φ ein und das Verhältnis der Längen beider Vektoren ist für alle Punkte P konstant, nämlich $\frac{k}{k'} = K \dots 5).$

In Figur Nr. 1 stellt P' einen transformierten Punkt im System T' , P den zugehörigen transformierten Punkt im System T dar, Z_T den Pol. Die durch die konstante Verdrehung aller Punkte resultierende Verschiebung von P' (Sehne $\overline{P'Q}$) beträgt:

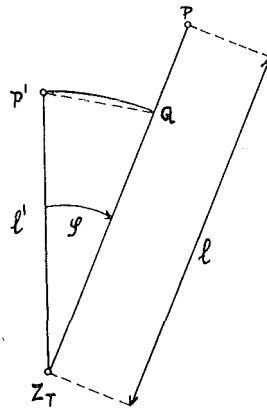


Abb. 1

$\overline{P'Q} = 2 l' \sin \frac{\varphi}{2} \dots 6)$, ist also, da $\sin \frac{\varphi}{2}$ eine konstante Größe ist, *proportional der Länge l'* . Die Streckung (oder Verkürzung) \overline{QP} beträgt $\overline{QP} = l' K \dots 7)$, ist also ebenfalls proportional der Länge l' .

Beim Übergang vom System T' in das System T erfahren also alle Punkte P'_i sowohl in peripherer Richtung $\overline{P'Q}$, als auch in radialer Richtung \overline{QP} (bezogen auf den Pol Z_T) lineare Verschiebungen, *die nur von ihrem Abstand vom Pol abhängig und diesem proportional sind*.

Diese Erkenntnis ist von Wichtigkeit und bietet — wie sich später zeigen wird — den Schlüssel zur Klärung der in den gezeigten Beispielen bestehenden, paradox erscheinenden Tatsachen!

Als Beweis dafür, daß manchmal auch ein Punkt mit einem ungewöhnlich großen Koordinatenfehler bei der stufenweisen Ausscheidung nicht erfaßt werden muß, bietet das folgende Beispiel:

Bei der beim Operat Kufstein unter T 190 vorgenommenen Transformation der Koordinaten eines Teilungsplanes wurden statt der Koordinaten des Grenzpunktes

Nr. 4998 die Koordinaten des Punktes 4898 eingesetzt, so daß abweichende Koordinaten von $\Delta y = 45$ Meter, $\Delta x = 48$ Meter vorlagen.

Die Tabellierung von T 190 ergab:

Pkt.	lokale Koord.		transform. Koord.			
	y	x	y	x		
4896	2,62	13,65	- 86 896,37	271 803,68		
			- 86 896,37	271 803,68		
			0	0		
4995	6,35	12,65	- 86 892,58	271 802,99	ausgeschieden	
			- 86 889,45	271 812,17		
			- 3,13	- 9,18		
4996	6,95	7,93	- 86 891,68	271 798,26	ausgeschieden	
			- 86 876,55	271 808,24		
			- 15,13	- 9,98		
4997	30,15	1,31	- 86 868,10	271 793,13	ausgeschieden	
			- 86 832,52	271 860,55		
			- 35,58	- 67,42		
4898	20,60	32,68	- 86 924,71	271 872,25		
			- 86 924,71	271 872,25		
			0	0		

Nach der Entdeckung und Behebung des Fehlers wurde die Transformation unter T 198 wiederholt und ergab folgende Tabellierung:

Pkt.	lokale Koord.		transform. Koord.	
	y	x	y	x
4896	2,62	13,65	- 86 896,37	271 803,68
			- 86 896,35	271 803,72
			- 2	- 4
4995	6,35	12,65	- 86 892,58	271 802,99
			- 86 892,56	271 802,95
			- 2	- 4
4996	6,95	7,93	- 86 891,68	271 798,26
			- 86 891,67	271 798,27
			- 1	- 1
4997	30,15	1,31	- 86 868,10	271 793,13
			- 86 868,11	271 793,09
			1	- 4
4998	20,66	32,92	- 86 879,48	271 824,03
			- 86 879,52	271 824,06
			4	- 3

Die Ergebnisse der Tabellierungen zu $T 190$ und $T 198$ wurden nicht erwähnt, um die Gefahren aufzuzeigen, daß unrichtige Transformationselemente weiter verwendet werden und somit total verfälschte Transformationsresultate auftreten können. Die Unrichtigkeit von $T 190$ ist so offensichtlich, da keine überschüssige Bestimmung und ein sicher fehlerhaftes k (etwa $2,7 \dots$) vorliegen. Es kam mir lediglich darauf an zu zeigen, daß selbst ein Punkt mit einem extrem großen Fehler bei der stufenweisen Elimination nicht erfaßt werden muß, während andererseits vollkommen einwandfreie Punkte ausgeschieden werden können.

Die im vorigen Absatz erwähnte Gefahr besteht aber tatsächlich in manchen Fällen, wo 3 oder 4 (in selteneren Fällen auch mehr) Punkte von der stufenweisen Elimination nicht erfaßt werden, während alle anderen „identen“ Punkte beim stufenweisen Ablauf des Verfahrens ausgeschieden sind, wie beispielsweise eingangs bei der Tabellierung zu $T 174$ und $T 191$ hervorgeht.

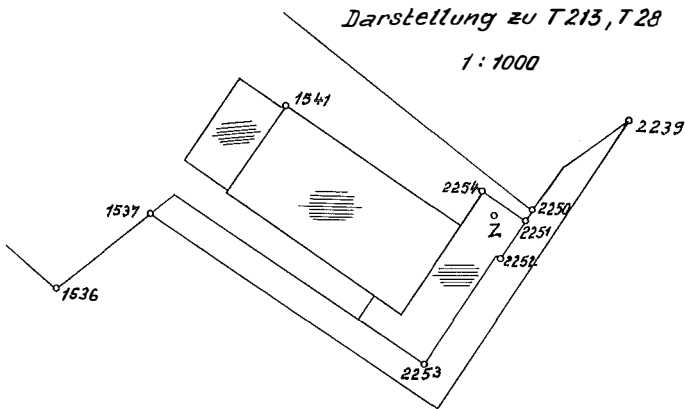


Abb. 2

In Abb. Nr. 2 ist die Situation zur Transformation $T 28$ dargestellt. Die Punkte Nr. 2250, 2251, 2252, 2254 und 1536 waren nur scheinbar ident, während die Punkte Nr. 1537, 1541, 2239 und 2253 wegen mehr oder weniger grober Fehler eliminiert wurden. Der Vergleich von Richtungswinkel und Seitenlängen in beiden Systemen zeigte aber die Richtigkeit der Punkte Nr. 1541, 2239, 2250, 2251, 2252, 2253 und 2254 auf, während ein grober Fehler im Punkt Nr. 1536 die unrichtige Transformation verursachte. Die mit den erwähnten richtigen Punkten unter $T 213$ wiederholte Transformation ergab durchwegs Abweichungen unter der vorgegebenen Schranke von $0,15$ m. In Abb. 2 ist auch der Zentralpunkt Z (Pol) der Systeme $T 28$ und $T 213$ dargestellt. Der in $T 28$ scheinbar richtige Punkt Nr. 1536, der sich aber wie erwähnt später in der Untersuchung zu $T 213$ als fehlerhaft erwies, bewirkte eine Verdrehung und Streckung des Systems $T 28$, wodurch die richtigen Punkte Nr. 1541, 2239 und 2253 bei der stufenweisen Ausscheidung eliminiert wurden, weil sie vom Zentrum Z relativ weiter entfernt sind. Die falsche Verdrehung und Streckung wirkte sich aber bei den Punkten 2250, 2251, 2252 und 2254 wegen ihres relativ kleinen Abstandes von Z nur geringfügig aus, so daß die Abweichung dieser Punkte bei $T 28$ den Betrag

von 6 cm nicht überstieg und daher unterhalb der in D 1435 vorgegebenen Schranke blieb.

Bei der Mehrzahl der oben erwähnten 17 Transformationen ergab sich das gleiche Bild: Zwei oder mehrere nahe beieinander liegende richtige Punkte und ein weiter entfernter — wie sich später herausstellte — fehlerhafter (oder nicht identer) Punkt wurden von der stufenweisen Elimination nicht erfaßt, während alle anderen ausschieden. Mit Ausnahme eines einzigen Falles waren die Transformationselemente in diesen Fällen fehlerhaft, obwohl mehrere, eben nur scheinbar richtige Punkte vorlagen. Nach der Klärung und Berichtigung dieser fehlerhaften Transformationen konnte die Feststellung gemacht werden, daß die Pole Z in allen diesen Fällen inmitten der nahe beisammen befindlichen Punkte zu liegen kamen. Damit liegt nun bereits das Ergebnis dieses Berichtes vor: In allen Fällen, wo nach der Ausscheidung von Punkten bei der stufenweisen Elimination nur 3—5 (in seltenen Fällen auch mehr) Punkte übrigbleiben, besteht die Gefahr unrichtiger Transformationselemente, wenn von den n übrigbleibenden Punkten $(n-1)$ relativ nahe beisammenliegen! Der eine weiter vom Punkthaufen entfernte Punkt kann fehlerhaft sein und dadurch eine fehlerhafte Verdrehung und Streckung des Systems bewirken, die sich bei den Punkten des Punkthaufens wegen ihrer Nähe zum Pol nur in einem Ausmaß auswirkt, das unterhalb der vorgegebenen Schranke liegt. In diesen Fällen kann die scheinbare Richtigkeit der Transformation täuschen! Der Punkthaufen wirkt in diesem Falle wie ein einziger Punkt, so daß eigentlich statt 3—5 idente Punkte nur deren zwei vorliegen; dann ist ja — da keine überschüssigen Punktlagen vorhanden sind — das Transformationsergebnis a priori zweifelhaft. Wenn von n angeblich identen Punkten $n-1$ relativ nahe beisammen liegen, dann hat das System der verbliebenen identen Punkte keine flächenhafte, sondern nur eine lineare Ausdehnung, wodurch eben ein Unsicherheitsfaktor gegeben ist. Hingegen ist — wenn die Widersprüche der Punktlagen die vorgeschriebene Schranke nicht überschreiten — im Falle einer flächenhaften Ausdehnung der identen Punkte (z. B. die Form eines gleichseitigen Dreieckes) selbst bei nur 3 identen Punkten kaum die Gefahr von fehlerhaften Transformationselementen vorhanden.

Abschließend wird noch ein Vorschlag zur Änderung der Programmierung der elektronisch berechneten ähnlichen Transformation gegeben. Am sichersten wäre es, wenn vor der Bestimmung der Transformationselemente Richtungswinkel und Seitenlängen der identen Punkte in beiden Systemen in allen Kombinationen elektronisch berechnet und fehlerhafte Punkte automatisch ausgeschieden werden würden. Dies würde allerdings eine völlige Neuprogrammierung der Berechnung erfordern; ein stufenweises Verfahren wäre dadurch ausgeschaltet. Falls man aber eine Neuprogrammierung scheut, kann der Ablauf des Programmes belassen und für die im vorigen Absatz behandelten Fälle ein Zusatzprogramm erstellt werden, das die elektronische Berechnung der Richtungswinkel und Seitenlängen in beiden Systemen in allen Kombinationen behandelt. Die Feststellung, ob von den n übrigbleibenden „identen“ Punkten $n-1$ relativ nahe beisammenliegen, ist auch ohne Skizze mit einem Blick aus der Zusammenstellung der Koordinaten zu erstehen. Die zweifelhafte Transformation und die elektronisch berechneten Richtungswinkel und Seitenlängen müßten sodann dem Einbringer zwecks Klärung und eventueller Neuein-

bringung der Transformation zugeleitet werden. In gleicher Weise müßten natürlich die Richtungswinkel und Seitenlängen elektronisch berechnet werden, wenn bei einer Transformation nur 2 „idente“ Punkte übrigbleiben, da dann ja die Transformationselemente ebenfalls zweifelhaft sind.

Über die Homogenität terrestrisch bestimmter EP-Netze

Von *Walter Smetana*, Wien

Zusammenfassung

An Hand von 100 terrestrisch bestimmten EP-Netzen mit ihren aus elektronischem Ausgleich resultierenden mittleren Richtungsfehlern, die 100 statistische Gesamtheiten (Stichproben) darstellen, wurden zur Testung der Hypothese von gemeinsamen Grundgesamtheiten, das heißt von ihrer Homogenität, Vertrauensgrenzen für das Verhältnis empirischer mittlerer Fehler mit einer statistischen Sicherheit von 99%, sowie einem Risiko von 1% aus einschlägigen Tafeln bestimmt und in einer Tabelle ersichtlich gemacht.

Weiters wurden auch obere und untere Vertrauensgrenzen für die tatsächlichen mittleren Richtungsfehler der EP-Netze in einem Diagramm dargestellt, und ein durchschnittlicher, sowie tatsächlicher mittlerer Richtungsfehler aus den 100 Netzen errechnet.

1. *Einleitung*

In der folgenden Studie wurden zur Feststellung von Homogenitäten statistischer Gesamtheiten (Stichproben) mittlerer Richtungsfehler terrestrisch bestimmter EP-Netze, sowie der Errechnung eines tatsächlichen mittleren Richtungsfehlers, 100 Netze aus meiner Praxis ausgewählt und nach den Absolutbeträgen ihrer aus elektronischem Ausgleich resultierenden mittleren Richtungsfehler in Tabelle 1 festgehalten.

Da nun diese EP-Netze in verschiedenen Vermessungsbezirken des Inspektoratsbereiches für Wien, Niederösterreich u. Burgenland des Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen zwar von ein und demselben Beobachter, jedoch innerhalb eines Zeitraumes von mehreren Jahren, unter den unterschiedlichsten klimatischen Verhältnissen gemessen wurden, und das vorhandene Festpunktfeld von unterschiedlicher Güte war, mußte auch mit Inhomogenitäten der EP-Netze gerechnet werden. Dies ist auch aus dem kleinsten (5°) und größten (20°) Absolutbetrag des mittleren Richtungsfehlers der Tabelle 1 zu ersehen. Demgegenüber erhielt ich aus Richtungsmessungen in 2 Sätzen mit dem T2 einen mittleren Richtungsfehler von ungefähr 3° im Durchschnitt. Der verhältnismäßig große Unterschied zwischen diesem Fehler und den aus dem elektronischen Ausgleich der EP-Netze resultierenden Fehler in der Tabelle ist wohl zum Teil darauf zurückzuführen, daß die Fehler der Ausgangspunkte bei keinem Ausgleich Berücksichtigung finden. Weitere Fehlerquellen, die den mittleren Richtungsfehler vergrößern, sind natürlich auch unter anderem in der fehlerhaften Zentrierung und Signalisierung der Punkte zu suchen.

Aus den eben angeführten Gründen muß angenommen werden, daß die einzelnen empirisch bestimmten mittleren Richtungsfehler m , die im Sinne der mathematischen Statistik als Stichprobenwerte aufgefaßt werden können, verschiedenen Grundgesamtheiten angehören.