

Paper-ID: VGI_197012



Über die Homogenität terrestrisch bestimmter EP-Netze

Walter Smetana ¹

¹ 1050 Wien, Nikolsdorfer Straße Nr. 3/1/12

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **58** (4), S. 119–124

1970

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Smetana_VGI_197012,  
Title = {{\U}ber die Homogenit{\a}t terrestrisch bestimmter EP-Netze},  
Author = {Smetana, Walter},  
Journal = {{\O}sterreichische Zeitschrift f{\u}r Vermessungswesen},  
Pages = {119--124},  
Number = {4},  
Year = {1970},  
Volume = {58}  
}
```



bringung der Transformation zugeleitet werden. In gleicher Weise müßten natürlich die Richtungswinkel und Seitenlängen elektronisch berechnet werden, wenn bei einer Transformation nur 2 „identische“ Punkte übrigbleiben, da dann ja die Transformationselemente ebenfalls zweifelhaft sind.

Über die Homogenität terrestrisch bestimmter EP-Netze

Von *Walter Smetana*, Wien

Zusammenfassung

An Hand von 100 terrestrisch bestimmten EP-Netzen mit ihren aus elektronischem Ausgleich resultierenden mittleren Richtungsfehlern, die 100 statistische Gesamtheiten (Stichproben) darstellen, wurden zur Testung der Hypothese von gemeinsamen Grundgesamtheiten, das heißt von ihrer Homogenität, Vertrauensgrenzen für das Verhältnis empirischer mittlerer Fehler mit einer statistischen Sicherheit von 99%, sowie einem Risiko von 1% aus einschlägigen Tafeln bestimmt und in einer Tabelle ersichtlich gemacht.

Weiters wurden auch obere und untere Vertrauensgrenzen für die tatsächlichen mittleren Richtungsfehler der EP-Netze in einem Diagramm dargestellt, und ein durchschnittlicher, sowie tatsächlicher mittlerer Richtungsfehler aus den 100 Netzen errechnet.

1. *Einleitung*

In der folgenden Studie wurden zur Feststellung von Homogenitäten statistischer Gesamtheiten (Stichproben) mittlerer Richtungsfehler terrestrisch bestimmter EP-Netze, sowie der Errechnung eines tatsächlichen mittleren Richtungsfehlers, 100 Netze aus meiner Praxis ausgewählt und nach den Absolutbeträgen ihrer aus elektronischem Ausgleich resultierenden mittleren Richtungsfehler in Tabelle 1 festgehalten.

Da nun diese EP-Netze in verschiedenen Vermessungsbezirken des Inspektoratsbereiches für Wien, Niederösterreich u. Burgenland des Bundesamtes für Eich- u. Vermessungswesen zwar von ein und demselben Beobachter, jedoch innerhalb eines Zeitraumes von mehreren Jahren, unter den unterschiedlichsten klimatischen Verhältnissen gemessen wurden, und das vorhandene Festpunktfeld von unterschiedlicher Güte war, mußte auch mit Inhomogenitäten der EP-Netze gerechnet werden. Dies ist auch aus dem kleinsten (5°) und größten (20°) Absolutbetrag des mittleren Richtungsfehlers der Tabelle 1 zu ersehen. Demgegenüber erhielt ich aus Richtungs-messungen in 2 Sätzen mit dem T2 einen mittleren Richtungsfehler von ungefähr 3° im Durchschnitt. Der verhältnismäßig große Unterschied zwischen diesem Fehler und den aus dem elektronischen Ausgleich der EP-Netze resultierenden Fehler in der Tabelle ist wohl zum Teil darauf zurückzuführen, daß die Fehler der Ausgangspunkte bei keinem Ausgleich Berücksichtigung finden. Weitere Fehlerquellen, die den mittleren Richtungsfehler vergrößern, sind natürlich auch unter anderem in der fehlerhaften Zentrierung und Signalisierung der Punkte zu suchen.

Aus den eben angeführten Gründen muß angenommen werden, daß die einzelnen empirisch bestimmten mittleren Richtungsfehler m , die im Sinne der mathematischen Statistik als Stichprobenwerte aufgefaßt werden können, verschiedenen Grundgesamtheiten angehören.

Nr.	Gr.	$n-u=n'$	m^{cc}	$\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{F_\alpha}}$
1	I	50	5,2	
2	II	37	6,1	1,03
3		54	6,3	1,47
4	III	67	6,8	1,09 1,33
5		58	6,8	
6		83	6,9	
7		56	7,0	
8		58	7,4	
9		34	7,4	
10		17	7,4	
11	IV	94	7,5	1,12 1,30
12		26	7,6	
13		14	7,7	
14		22	7,8	
15		74	7,9	
16		75	8,0	
17		19	8,0	
18		76	8,0	
19		32	8,1	
20		25	8,2	
21		76	8,4	
22	V	30	8,5	1,09 1,36
23		24	8,6	
24		49	8,6	
25		42	9,1	
26		72	9,1	
27		46	9,1	
28		54	9,3	
29	VI	80	9,5	1,09 1,28
30		28	9,5	
31		25	9,5	
32		33	9,5	
33		91	9,7	
34		62	9,8	
35		91	9,8	
36		106	10,0	
37		62	10,0	
38		44	10,0	
39		43	10,3	
40		87	10,3	
41		83	10,4	
42		77	10,4	
43		21	10,4	
44		32	10,4	
45	VII	33	10,5	1,09 1,26
46		40	10,6	
47		88	10,9	
48		35	11,0	
49		133	11,2	
50		98	11,4	

Tabelle 1

Nr.	Gr.	$n-u=n'$	m^{cc}	$\frac{\sqrt{F}}{\sqrt{F_\alpha}}$
51	VII	116	11,4	
52	VIII	158	11,5	1,07 1,26
53		31	11,5	
54		71	11,6	
55		122	11,7	
56		47	11,7	
57		82	12,0	
58		37	12,1	
59		54	12,2	
60		56	12,3	
61		36	12,3	
62		20	12,3	
63		IX	162	
64	80		12,5	
65	67		12,8	
66	82		13,1	
67	120		13,2	
68	70		13,3	
69	93		13,3	
70	86		13,4	
71	70		13,4	
72	X	78	13,5	1,07 1,26
73		134	13,6	
74		46	13,7	
75		68	13,7	
76		130	13,8	
77		117	14,3	
78		40	14,4	
79		XI	75	
80	77		14,6	
81	114		15,1	
82	78		15,2	
83	34		15,3	
84	29		15,4	
85	XII	108	15,5	1,06 1,26
86		70	15,6	
87		125	15,9	
88		51	16,0	
89		120	16,0	
90		71	16,2	
91		58	16,4	
92	XIII	70	16,7	1,04 1,33
93		70	17,0	
94		68	17,1	
95		76	17,3	
96		79	17,4	
97	XIV	97	17,8	1,03
98		20	18,3	1,44
99	XV	72	20,0	1,01
100		30	20,2	1,42

2. Signifikanztest zur Prüfung der Hypothese von der Homogenität der Stichproben

2.1 Es wurde die Annahme getroffen, daß die in Tabelle 1 angeführten 100 EP-Netze, 15 Grundgesamtheiten (Gr. I . . . XV) mit je gleichen Standardabweichungen σ bilden, nämlich: $\sigma_1 = \sigma_I, \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{II}, \sigma_4 = \sigma_5 = \dots = \sigma_{10} = \sigma_{III}, \sigma_{11} = \sigma_{12} = \dots = \sigma_{21} = \sigma_{IV}, \sigma_{22} = \sigma_{23} = \dots = \sigma_{28} = \sigma_V, \sigma_{29} = \sigma_{30} = \dots = \sigma_{44} = \sigma_{VI}, \sigma_{45} = \sigma_{46} = \dots = \sigma_{51} = \sigma_{VII}, \sigma_{52} = \sigma_{53} = \dots = \sigma_{62} = \sigma_{VIII}, \sigma_{63} = \sigma_{64} = \dots = \sigma_{71} = \sigma_{IX}, \sigma_{72} = \sigma_{73} = \dots = \sigma_{78} = \sigma_X, \sigma_{79} = \sigma_{80} = \dots = \sigma_{84} = \sigma_{XI}, \sigma_{85} = \sigma_{86} = \dots = \sigma_{91} = \sigma_{XII}, \sigma_{92} = \sigma_{93} = \dots = \sigma_{96} = \sigma_{XIII}, \sigma_{97} = \sigma_{98} = \sigma_{XIV}, \sigma_{99} = \sigma_{100} = \sigma_{XV}$.

2.2 Zur Berechnung der Testgröße wurde die Stichprobenfunktion $\sqrt{F} = \frac{m_1}{m_2}$, $\left(m_1 = \sqrt{[vv]_1 / (n_1 - u_1)}, m_2 = \sqrt{[vv]_2 / (n_2 - u_2)} \right)$ verwendet, deren Verteilung der Fisher- („ \sqrt{F} “-) Verteilung mit $f_1 = n_1 - u_1, f_2 = n_2 - u_2$ Freiheitsgraden genügt.

Die Stichprobenfunktion wurde weiters im Hinblick auf die verschieden großen Grundgesamtheiten II . . . XV so gewählt, daß im Zähler des Bruches der mittlere Richtungsfehler mit dem absolut größten Wert und im Nenner der mittlere Richtungsfehler mit dem absolut kleinsten Wert der betreffenden Grundgesamtheit zur Berechnung der Funktion Verwendung fand. Durch diese Festlegung und des weiteren durch die Auswahl der beiden jeweils größten Werte für f_1 und f_2 der betreffenden Grundgesamtheit, konnte ich mich bei der Testung der Hypothese von der Homogenität der Stichproben bloß immer nur auf die Prüfung des Verhältnisses eines Paares von empirisch bestimmten mittleren Richtungsfehlern beschränken.

Ergänzend wird hiezu bemerkt, daß außer einem Vergleich zweier empirischer mittlerer Fehler auch ein gleichzeitiger Vergleich von mehreren Varianzen zur Testung der Hypothese von der Homogenität der Stichproben möglich wäre, wie etwa nach Böhm [1] der „M“-Test von Bartlett, der Test von Cochran und die „L“-Verteilung von Neymann-Pearson. Alle angeführten Massentests sind jedoch nach Böhm nicht so wirksam, wie die „F“-Verteilung für einzelne Paare von Dispersionen.

2.3 Für die Festlegung der Sicherheitsgrenze $\sqrt{F_\alpha}$ soll gelten, daß die Wahrscheinlichkeit, die Testgröße \sqrt{F} größer oder gleich $\sqrt{F_\alpha}$ zu erhalten, gleich der Irrtumswahrscheinlichkeit sein soll, es wurde festgelegt: $P(\sqrt{F} \geq \sqrt{F_\alpha}) = \alpha = 0,01$.

2.4 Aus Tafel V (Vertrauensgrenzen für das Verhältnis empirischer mittlerer Fehler) von Gotthardt [2] wurde $\sqrt{F_\alpha}$ für die unter 2.2 festgelegten Paare von mittleren Richtungsfehlern der Grundgesamtheiten II . . . XV entnommen und mit \sqrt{F} in Tabelle 1 ersichtlich gemacht.

2.5 Da nun für alle Grundgesamtheiten $\sqrt{F} < \sqrt{F_\alpha}$ ist, gilt die aufgestellte Hypothese von der Homogenität als nicht widerlegt.

Mit einer statistischen Sicherheit von 99% muß dann $m_1 = \sqrt{F_\alpha} \cdot m_2$ sein und die empirischen Standardabweichungen m der einzelnen Grundgesamtheiten können im statistischen Sinne als „gleich“ betrachtet werden, nur in 1% aller Fälle wird also m_1 rein zufällig größer als $\sqrt{F_\alpha} \cdot m_2$ sein.

3. Obere und untere Vertrauensgrenzen für die tatsächlichen mittleren Richtungsfehler σ

Aus Tafel III von Gotthardt [2] wurden die oberen und unteren Vertrauensgrenzen für die tatsächlichen mittleren Richtungsfehler σ aller 100 Netze mit der angegebenen Wahrscheinlichkeit $\omega = 99\%$ entnommen und in einem Diagramm in Form von Strecken zur Darstellung gebracht. Die Abszissenachse des Diagrammes trägt eine gleichmäßig geteilte Skala mit fortlaufender Numerierung der EP-Netze von 1 bis 100. Die Ordinatenachse enthält an der Außenseite eine gleichmäßig geteilte Skala der Richtungsfehler und der Innenseite entnimmt man die den Richtungsfehlern entsprechenden linearen Verschiebungen für 1 km Streckenlänge.

Die aus dem elektronischen Ausgleich der EP-Netze resultierenden mittleren Richtungsfehler sind auf den Strecken durch Punkte gekennzeichnet. Bei näherer Betrachtung des Diagrammes werden besonders kurze und besonders lange Strecken ins Auge fallen. So erkennt man die beiden kürzesten Strecken für die Netze 52 und 63. Dies hat seinen Grund, wie aus Tabelle 1 ersichtlich, in einer verhältnismäßig großen Anzahl von überschüssigen Beobachtungen, nämlich $n' = 158$ bzw. 162. Die beiden längsten Strecken beziehen sich auf die Netze 98 und 100, was andererseits wieder mit einer verhältnismäßig geringen Anzahl von überschüssigen Beobachtungen, nämlich $n' = 20$ bzw. 30 zusammenhängt.

Im allgemeinen kann jedoch gesagt werden, daß für die vermessungstechnische Praxis besonders die hohen Beträge für die oberen Grenzen der Vertrauensbereiche nur eine untergeordnete Rolle spielen, da diese Grenzen nur gelten, wenn keine sonstigen Informationen zur Verfügung stehen. Diese Informationen sind jedoch fast immer unter anderem durch die ungefähren Werte der Standardabweichungen aus Instrumenten-Untersuchungen gegeben und die Glaubwürdigkeit des errechneten mittleren Fehlers kann man im allgemeinen auch ohne Rückgriff auf die statistischen Vertrauensintervalle recht zuverlässig beurteilen, wie dies Gotthardt [2] in § 11 (Schätzungen der Vertrauensbereiche oder Konfidenzintervalle) auf Seite 226 zum Ausdruck brachte.

4. Der durchschnittliche mittlere Richtungsfehler $\frac{[m]}{N}$ und der tatsächliche mittlere Richtungsfehler σ

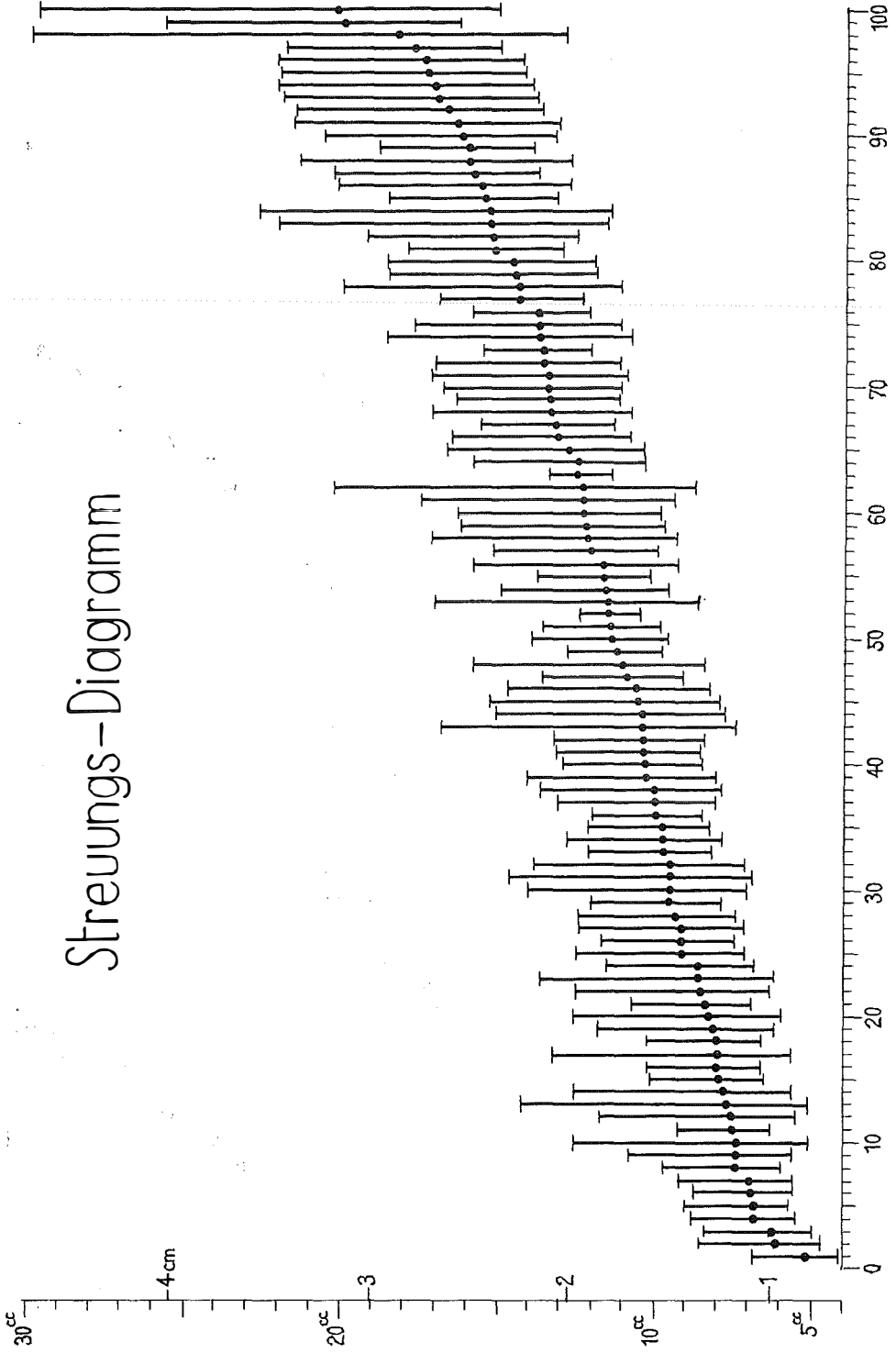
4.1 Die Berechnung des durchschnittlichen mittleren Richtungsfehlers der in Tabelle 1 aufgestellten 100 EP-Netze aus der Praxis ergab, abgerundet auf Sekunden:

$$\frac{[m]}{N} = \frac{1162,5}{100} \approx 12^{\circ\circ}.$$

4.2 Die tatsächlichen mittleren Richtungsfehler σ der einzelnen Grundgesamtheiten, abgerundet auf Sekunden: $\sigma_I = 5^{\circ\circ}$, $\sigma_{II} = 6^{\circ\circ}$, $\sigma_{III} = 7^{\circ\circ}$, $\sigma_{IV} = 8^{\circ\circ}$, $\sigma_V = 9^{\circ\circ}$, $\sigma_{VI} = 10^{\circ\circ}$, $\sigma_{VII} = 11^{\circ\circ}$, $\sigma_{VIII} = 12^{\circ\circ}$, $\sigma_{IX} = 13^{\circ\circ}$, $\sigma_X = 14^{\circ\circ}$, $\sigma_{XI} = 15^{\circ\circ}$, $\sigma_{XII} = 16^{\circ\circ}$, $\sigma_{XIII} = 17^{\circ\circ}$, $\sigma_{XIV} = 18^{\circ\circ}$, $\sigma_{XV} = 20^{\circ\circ}$.

Aus den tatsächlichen mittleren Richtungsfehlern $\sigma_I \dots \sigma_{XV}$ gelangt man schließlich zu einem tatsächlichen mittleren Richtungsfehler σ einer gemischten Grundgesamtheit mit $\sigma \approx 12^{\circ\circ}$. Diesem Wert entspricht, wie aus dem Diagramm zu ersehen ist, eine lineare Verschiebung von ungefähr 2 cm für 1 km Streckenlänge.

Streuungs-Diagramm



Rechnet man nun mit einer durchschnittlichen Entfernung der EP von ca. 600 m, erhält man eine lineare Verschiebung von etwa 1 cm am Ende dieser Strecken, was auch der relativen Punktlagegenauigkeit der EP ungefähr gleichkommt.

Literatur

[1] *Böhm, J.*: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik in der Geodäsie, Vermessungstechnik, 16. Jg. (1968) Heft 1, S. 32–33.

[2] *Gotthardt, E.*: Einführung in die Ausgleichsrechnung, Herbert-Wichmann-Verlag, Karlsruhe 1968, Buchreihe Band 3, Tafel III, S. 262 u. Tafel V, S. 267.

Referat

VI. Internationaler Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision

1. bis 11. April 1970 in Graz

Am 1. April 1970 eröffnete Professor *Dr. Karl Rinner* den von ihm gemeinsam mit den Professoren *Dr. mult. Max Kneißl* von der Technischen Hochschule München und *Dr. Fritz Kobold* von der Technischen Hochschule Zürich veranstalteten Kurs für Ingenieurmessungen hoher Präzision.

Professor *Rinner* wies in seiner Begrüßungsansprache auf die großen Aufgaben des Vermessungsingenieurs für die Erstellung der Plan- und Kartenunterlagen und die Lieferung von Grundlagen zur technisch-wirtschaftlichen Erschließung des durch die enorme Zunahme der Weltbevölkerung immer geringer werdenden Lebensraumes hin. Zur Bewältigung dieser Aufgaben würden neue und größere Anforderungen an die Methodik und Genauigkeit der geodätischen Messungen gestellt. Dadurch sei die Veranstaltung eines solchen Kurses begründet.

Hervorgegangen aus den von Professor *Dr. Kneißl* in München auf Hochschulbasis veranstalteten internationalen Streckenmeßkursen würden diese nun turnusweise in München, Zürich, und in diesem Jahr erstmalig, in Graz abgehalten. Technik und Methodik der Streckenmessung hätten einen gewissen Abschluß erreicht, daher wurde die Thematik des Kurses auf „Ingenieurmessungen hoher Präzision“ ausgerichtet.

Professor *Dr. Rinner* konnte zur Eröffnung der Veranstaltung als Ehrengäste den Landeshauptmannstellvertreter der Steiermark, Professor *Dr. Koren*, den Vertreter des Bürgermeisters der Stadt Graz, Stadtrat *Dr. Beer*, den Konsul der Bundesrepublik Deutschland, *Dr. Kopp*, den Rektor der Universität Graz, Magnifizenz *Dr. Lechner*, den Vertreter des Rektors der Technischen Hochschule Graz, Dekan Professor *Dr. Schuster*, den Präsidenten der Deutschen Union für Geodäsie und Geophysik, Professor *Dr. Gerke* und den Präsidenten der Kommission 6 der FIG, Professor *Krumphanzl* aus Prag, begrüßen.

Als prominente Vertreter der österreichischen Fachkollegenschaft begrüßte Professor *Rinner* mit herzlichen Worten den Präsidenten des Österreichischen Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen, *Dipl.-Ing. Eidherr*, sowie den Vorsitzenden des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen, Professor *Dr. Barvir*, weiters als Vertreter der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie deren Vizepräsidenten Professor *Dr. Hauer* und den Vertreter der Österreichischen Ingenieurkammer, Vizepräsidenten *Dipl.-Ing. Bosse*.

Grüße und die besten Wünsche für den Verlauf der Tagung überbrachten Professor *Dr. Schuster* im Namen der Technischen Hochschule Graz sowie Professor *Dr. Barvir*, Professor *Dr. Hauer* und *Dipl.-Ing. Bosse* namens der von ihnen vertretenen Organisationen.

Anschließend hielt Professor *Dr. H. Wolf* aus Bonn in souveräner und fesselnder Weise den Festvortrag „Satellitentriangulation, Methodik und noch offene Fragen“, welcher den lebhaften Dank des Auditoriums fand.

Der in den folgenden 10 Tagen programmgemäß ablaufende Kurs war in 7 Themenkreise aufgegliedert, welche eine außerordentliche reichhaltige Vortragsfolge aufwiesen.

Die Vortragsmanuskripte lagen gedruckt vor, so daß sich jeder Kursteilnehmer vor den Vorträgen mit den behandelten Themen vertraut machen konnte.

Das Kursprogramm umfaßte die nachstehend angeführten Vorträge: