

Paper-ID: VGI\_197018



## Das trigonometrische Nivellement und die mittlere Krümmung der Niveauflächen

Wilhelm Embacher <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Universität Innsbruck, 6020 Innsbruck, Techniker-Straße 13*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen **58** (6), S. 169–177

1970

Bib<sub>T</sub>E<sub>X</sub>:

```
@ARTICLE{Embacher_VGI_197018,  
  Title = {Das trigonometrische Nivellement und die mittlere Krümmung der  
    Niveauflächen},  
  Author = {Embacher, Wilhelm},  
  Journal = {{\0}sterreichische Zeitschrift f{u}r Vermessungswesen},  
  Pages = {169--177},  
  Number = {6},  
  Year = {1970},  
  Volume = {58}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN

Herausgegeben vom  
ÖSTERREICHISCHEN VEREIN FÜR VERMESSUNGSWESEN  
Offizielles Organ

des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen (Gruppen f. Vermessungswesen),  
der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung und  
der Österreichischen Gesellschaft für Photogrammetrie

## REDAKTION :

emer. o. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Rohrer,  
o. Prof. Hofrat Dr. phil. Dr. techn. e. h. K. Ledersteger und  
Hofrat Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

---

Nr. 6

Baden bei Wien, Ende Dezember 1970

58. Jg.

---

## Das trigonometrische Nivellement und die mittlere Krümmung der Niveauflächen

Von *Wilhelm Embacher*, Innsbruck

### *Zusammenfassung:*

Es wird gezeigt, daß zur Berechnung des Höhenunterschiedes zweier Niveauflächen aus dem trigonometrischen Nivellement der Radius der mittleren Krümmungskugel der Niveaufläche zu verwenden ist. Die Ermittlung dieses Krümmungsradius aus Gravimetermessungen und die Berechnung des Höhenunterschiedes dreier Punkte an Hand eines praktischen Beispiels, welche den örtlichen Refraktionskoeffizienten ergibt, bildet den weiteren Inhalt der Arbeit.

In Abb. 1 sei AE die mittlere Krümmungskugel einer Niveaufläche im Punkt A. Wir erhalten dann bekanntlich aus dem Dreieck AEB den Höhenunterschied  $h$  mit

$$h = a \tan \alpha' + \frac{a^2}{2r} \quad \dots (1,0)$$

und mit Berücksichtigung der Refraktion

$$h = a \tan \alpha + \frac{1-k}{2r} a^2, \quad \dots (1,1)$$

wobei  $k$  der Refraktionskoeffizient ist.

Der Längenunterschied zwischen der Sehne  $a$  und dem Bogen AE beträgt bei 20 km erst 8 mm. Bei kürzeren Seiten ist es also zulässig, den Bogen mit der Sehne zu vertauschen. [1]

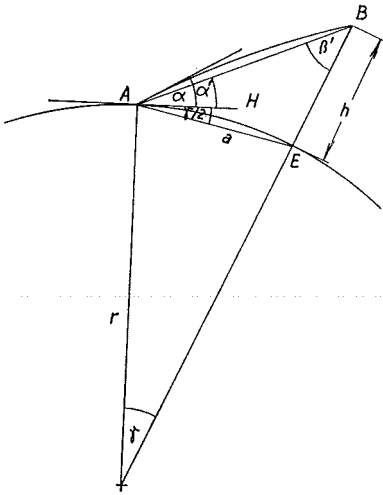


Abb. 1

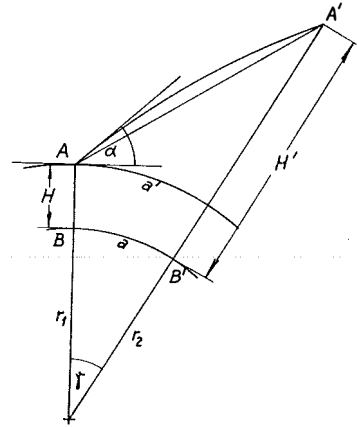


Abb. 2

In Abb. 2 sei  $BB'$  ein kleiner Bereich eines Rotationsellipsoides, welches durch eine Krümmungskugel mit dem Radius  $r_1 = r_2 = r$  approximiert ist.  $AA'$  seien zwei Punkte, deren Höhen über dem Ellipsoid mit  $H$  und  $H'$  bezeichnet werden. Die Zenitdistanz  $z = (90 - \alpha)$  sei bereits wegen der Lotabweichung korrigiert.

Der Tangentensatz der ebenen Trigonometrie liefert aus dem ebenen Dreieck  $ACA'$

$$(H' - H) = \left(1 + \frac{H' + H}{2r}\right) a \tan \alpha + \frac{1-k}{2r} \cdot \frac{a^2}{\cos^2 \alpha}. \quad \dots (1,2)$$

Das ist einer der von Jordan als „Weitere Höhenformel“ bezeichneter Ausdruck. Die Gleichung (1,0) entsteht aus dem Verhältnis

$$\frac{h}{a} \frac{\sin\left(\alpha' + \frac{\gamma}{2}\right)}{\cos(\alpha' + \gamma)}. \quad (\text{Abb. 1}) \quad \dots (1,10)$$

Zähler und Nenner werden entwickelt, wobei im Nenner  $\cos(\alpha' + \gamma) = \cos \alpha'$  gesetzt, also  $\gamma$  vernachlässigt wird.

Der strenge Ansatz für die Gleichung (1,1) mit Berücksichtigung der Refraktion müßte lauten

$$\frac{h}{a} \frac{\sin\left(\alpha + \frac{a}{2r} - \frac{ak}{2r}\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{a}{r} - \frac{ak}{2r}\right)}. \quad \dots (1,11)$$

Setzen wir hier

$$\frac{h}{a} = \tan\left(\alpha + \frac{a}{2r} - \frac{ak}{2r}\right) = \tan\left(\alpha + \frac{(1-k)a}{2r}\right), \quad \dots (1,12)$$

so begehen wir gegenüber dem strengen Ansatz (1,11) einen Fehler von  $+\frac{a^2}{2r} \tan^2 \alpha$ , wenn wir den Winkel im Nenner mit der Identität  $\frac{a}{2r} - \frac{a}{2r}$  erweitern. Wir erhalten also  $h$  streng aus Gleichung (1,11) mit

$$h = a \tan \alpha + \frac{(1-k) a^2}{2r \cos^2 \alpha} + \frac{a^2}{2r} \tan^2 \alpha. \quad \dots (1,13)$$

Gehen wir in Abb. 2 im Punkt A zur Bestimmung des Höhenunterschiedes  $H' - H$  von der Formel (1,13) aus, so lautet diese

$$H' - H = a' \tan \alpha + \frac{(1-k) a'^2}{2r \cos^2 \alpha} + \frac{a'^2}{2r} \tan^2 \alpha. \quad \dots (1,13)$$

Nun ist aber

$$a' = a \left( 1 + \frac{H}{r} \right). \quad \dots (1,14)$$

Damit lautet (1,13)

$$H' - H = a \left( 1 + \frac{H}{r} \right) \tan \alpha + \frac{(1-k) a^2}{2r \cos^2 \alpha} \left( 1 + \frac{2H}{r} \right) + \frac{\tan^2 \alpha a^2}{2r} \left( 1 + \frac{2H}{r} \right),$$

Wenn wir alle Glieder, in welchen  $\frac{1}{r^2}$  auftritt, vernachlässigen, erhalten wir

$$H' - H = a \left( 1 + \frac{H}{r} \right) \tan \alpha + \frac{a^2 (1-k)}{2r \cos^2 \alpha} + \frac{a^2}{2r} \tan^2 \alpha.$$

Für  $\frac{a^2}{2r} \tan^2 \alpha$  können wir setzen

$$\frac{a^2}{2r} \tan^2 \alpha = \frac{a^2}{2r} \tan \alpha \frac{H' - H}{a'} = a \tan \alpha \frac{H' - H}{2r}, \quad \dots (1,15)$$

und da

$$a \tan \alpha \left( 1 + \frac{H}{r} \right) + a \tan \alpha \frac{H' - H}{2r} = a \tan \alpha \left( 1 + \frac{H + H'}{2r} \right) \quad \dots (1,16)$$

ist, sieht man daß die Formel (1,13) ident ist mit (1,2), wenn man mit  $a'$  die Entfernung der beiden Punkte im Horizont von  $A$  bezeichnet und wenn man sich von der hypothetischen ellipsoidischen Höhe  $H$  trennt. Aus der Gleichung (1,13) erhalten wir also den Höhenunterschied der Niveauflächen der beiden Meßpunkte, allerdings ist die relative Lotabweichung dieser beiden Punkte noch nicht berücksichtigt, sie könnte aber mit Hilfe bekannter Methoden erfaßt werden. Zur Abschätzung ihrer Größenordnung sei erwähnt, daß sie im Maximum, wenn die Lotabweichung in der Ebene der Visur liegt, bei 3'' Lotabweichung und 1 km Entfernung 30 mm Höhenunterschied ausmacht. [2]

Aus der großen Zahl von Arbeiten über die trigonometrische Höhenmessung soll eine Zusammenfassung der Verfahren aus der Arbeit von R. Finsterwalder:

„Über die Art und Genauigkeit trigonometrisch bestimmter Höhe“ [3] gebracht werden:

1. Gemeinsame Bestimmung aller Höhen und Lotabweichungen eines Netzes aus einem Guß. Man erhält ellipsoidische Höhen.

2. Die übliche Messung und Berechnung eines Netzes ohne Rücksicht auf Lotabweichungen. Hierbei erhält man, je nachdem, ob es sich um flächenhafte oder räumliche Netze handelt, Meereshöhen oder ellipsoidische Höhen.

3. Berechnung und Ausgleichung zuerst der Lotabweichungen, dann Reduktion der gemessenen Zenitwinkel, schließlich Berechnung der ellipsoidischen Höhen.

4. Auflösung des Höhennetzes in meridionale und ostwestliche Querverbindungen ergibt ellipsoidische Höhen.

K. Ledersteger [4] kommt zu dem Schluß, daß das trigonometrische Nivellement in aller Strenge nur in Verbindung mit dem astronomischen Nivellement zur Bestimmung von Meereshöhen geeignet ist. Er untersucht in dieser Arbeit die Auswirkung ungleicher Krümmungsradien auf den Höhenunterschied zweier Punkte und die Berechnung des Krümmungsradius des Geoids.

Gehen wir vom Ellipsoid und Geoid ab und untersuchen die Krümmungsverhältnisse in dem Punkt, auf dem wir messen, also den Radius der mittleren Krümmungskugel der Niveaufläche im Messungspunkt, so erhebt sich die Frage, wie wir diesen mittleren Krümmungsradius bestimmen können.

Der Vollständigkeit halber soll zunächst die Ableitung des Ausdruckes für die mittlere Krümmung der Niveaufläche [4] wiederholt werden.

Ausgehend von der Entwicklung der Kräftefunktion  $W$  an einer Stelle  $x_0, y_0, z_0$   
 $W(x, y, z) = f(x, y, z, W_0, W_1, W_2, W_3, W_{11}, W_{22}, W_{33} \dots \dots)$  ... (2,0)  
 ergibt sich nach Festlegung des Koordinatensystems die Gleichung der Niveaufläche

$$gz + \frac{1}{2}(W_{11}x^2 + W_{22}y^2 + W_{33}z^2) + (W_{12}xy + W_{23}yz + W_{31}zx) + \dots = 0 \quad \dots (2,1)$$

und in der nächsten Umgebung von  $P_0$  gilt

$$gz + \frac{1}{2}(W_{11}x^2 + W_{22}y^2) + W_{12}xy = 0$$

Nach Einführung von Polarkoordinaten in der  $xy$ -Ebene und Transformation der Polarkoordinaten mit Hilfe des Krümmungsradius im Azimut  $\alpha$  erhalten wir

$$\frac{g}{R\alpha} = -(W_{11} \cos^2 \alpha + W_{12} \sin \alpha \cos \alpha + W_{22} \sin^2 \alpha). \quad \dots (2,2)$$

Durch Differentiation nach  $\alpha$  werden die beiden aufeinander senkrechten Richtungen  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  definiert, in denen die Hauptkrümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$  liegen. Die Bedingung für die Extremstelle lautet

$$\tan 2\alpha = \frac{2W_{12}}{W_{11} - W_{22}}. \quad \dots (2,3)$$

Durch Transformation von (2,2) und durch Einsetzen des Wertes für  $(W_{11} - W_{22})$  aus (2,3) folgt

$$\left. \begin{aligned} \frac{g}{R_1} &= -(W_{11} + W_{12} \tan \alpha_1) = (W_{22} + W_{12} \cos \alpha_1) \\ \frac{g}{R_2} &= -(W_{11} + W_{12} \tan \alpha_2) = -(W_{22} + W_{12} \cos \alpha_2) \end{aligned} \right\} \dots (2,4)$$

Die mittlere Krümmung der Niveaufläche

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

ergibt sich wegen  $\tan \alpha_1 = -\cot \alpha_2$  mit

$$2gH = -(W_{11} + W_{22}) \dots (2,5)$$

oder mit Hilfe der Poisson'schen Gleichung

$$2H = \frac{1}{g} (4\pi k^2 \sigma - 2w^2 + W_{33}). \dots (2,6)$$

Für die freie Luft, in welcher der Gradient gemessen wird, ist  $\sigma = 0$ , also gilt für den Krümmungsradius

$$R_H = \frac{2g}{W_{33} - 2w^2} \dots (2,7)$$

Zur Messung des Vertikalgradienten hat der Verfasser schon im Jahre 1952 den theoretischen Versuch unternommen, mit einem von ihm vorgeschlagenen Elektronengravimeter den Vertikalgradienten zu messen. [5]. Leider blieb es nur bei dem Versuch, denn die Ausführung, wenn eine solche überhaupt möglich gewesen wäre, war viel zu kostspielig.

Ein weiterer Versuch, durch Kippen des Askania-Gravimeters GS 11 und Messen der Kippung und der Ausschläge den Vertikalgradienten zu erhalten, blieb auch nur bei Anfangsversuchen, da für exakte Messungen ein Umbau des Instrumentes notwendig gewesen wäre [6].

Bekanntlich hat H. Bodemüller [7] mit Turmmessungen gute Erfolge erzielt und für den Mittelwert des Freiluftgradienten  $\frac{dg}{dn}$  brauchbare Resultate erhalten. Auf dem Buschberg in der Nähe von Mistelbach, auf dessen Gelände Gradientenmessungen durchgeführt wurden [6], sind aber weder Türme, noch Triangulierungshochstände vorhanden.

Es wurde ein „transportabler Hochstand“ verwendet, welcher im B.A.f.E.u.V. vor vielen Jahren versuchsweise für Triangulierungszwecke diente. Genau so, wie beim festen Hochstand, sind Instrumentträger und die Plattform für den Beobachter nicht in Berührung. Durch ein festes Holzstativ wird das Beobachtungsgerät in einer Höhe von 2–3 m über dem Boden gehalten. Auf dem Stativteller wurde eine feste Messingplatte befestigt, auf der das Gravimeterstativ einrastet. Die Masse der verbindenden Eisenteile ist sehr gering und weit vom Gerät entfernt, so daß keine nennenswerten magnetische Einwirkung zu befürchten ist. Außerdem ist das verwendete

Askania-Gravimeter GS 11 gegen magnetische Einflüsse durch einen Abschirmtopf, der aus einem Spezialmetall hergestellt ist, wirkungsvoll gesichert. Da selbst der leiseste Wind genaue Messungen unmöglich machte, wurde auf der Plattform ein Windschutzzelt aufgestellt. Für die Abschirmung gegen Wind bei den Bodenmessungen waren Zeltplanen vorgesehen.

Aufbau und Abbau des Hochstandes dauerte mit 4 Mann etwa einen halben Tag. Die Messung selbst war höchstens noch bei Windstärke eins bis zwei möglich. Ein großes Zelt über dem Hochstand würde die Arbeit windunabhängiger gestalten.

Nun seien die Resultate der Messungen auf den Punkten *N7*, 34, 56 und *TP Exzenter* angeführt:

Tabelle 1

Punkt	$V_a$ ( $10^{-3}$ mgal/m)	Mittl. Fehl. $10^{-3}$ mgal/m	Anzahl d. Messg. Diff.	Schwere Gal
N 7 (Nordfeld)	319	$\pm 25$	4	980,853
34	319	$\pm 4$	6	980,854
58 (Hauptfeld)	316	$\pm 4$	4	980,863
TP Exzenter	351	$\pm 3$	8	980,842

Beim Punkt *N7* war das Gerät noch etwas unruhig. Es ließ sich kein Gang erkennen. Bei den anderen Messungen wurde der Gang ausgeschaltet.

Wesentlich einfacher waren die Messungen der Vertikalgradienten am Katschberg in den Jahren 1967—1968. Im Zuge der Tunneltriangulierung und der Dichtebestimmung für den geplanten Katschberg- und Wolfsbergtunnel wurden in einem Profil über dem Katschberg fünf Vertikalgradienten und über dem Wolfsbergtunnel zwei Vertikalgradienten gemessen. Dazu baute eine Baufirma auf meinen Vorschlag mit Hilfe eines Rohrgerüsts jeweils über einen Beobachtungspfeiler einen etwa 3 m hohen Beobachtungsturm. Eine davon getrennte Leiter gestattete dem Beobachter, die Ablesung am Instrument ohne Berührung des Gravimeters durchzuführen. Es wurde mit einem Schweremesser vom Typ Worden Master gearbeitet, die Ergebnisse aus jeweils 12—18 Messungen seien hier angeführt:

Tabelle 2

Punkt	$V_a$ $10^{-3}$ mgal/m	mittl. Fehler $10^{-3}$ mgal/m	Schwere Gal
Katschberg, Süd unten	253	$\pm 3,5$	980,440
Katschberg, Süd Mitte	309	$\pm 2,8$	980,416
Tschaneck, Gipfel	441	$\pm 3,6$	980,288
Katschberg, Nord Mitte	299	$\pm 2,7$	980,395
Katschberg, Nord unten	216	$\pm 2,3$	980,467
Wolfsberg, Tunnelmund			
Süd	287	$\pm 1,4$	980,568
Wolfsberg, Tunnelmund			
Nord	303	$\pm 2,0$	980,565

Die Topographie ist aus der Beschreibung zu ersehen.

Zur Bestimmung des mittleren Krümmungsradius der Niveaufläche im jeweiligen Meßpunkt kann das Glied  $2w^2$  vernachlässigt werden, da es unter der Fehlergrenze des beobachteten mittleren Vertikalgradienten liegt.

Die nächste Tabelle 3 bringt die nach Gleichung (2,7) berechneten mittleren Krümmungshalbmesser:

Tabelle 3

Punkt	mittlerer Krümmungsradius in km
N 7 Nordfeld, Buschberg, Hügelland	6150
34 Buschberg, Hügelland	6150
58 Hauptfeld, Buschberg, Hügelland	6208
TP Exzenter, Berg oben	5589
Katschberg, Süd unten	7750
Katschberg, Süd Mitte	6348
Tschaneck, Gipfel	4446
Katschberg, Nord Mitte	6558
Katschberg, Nord unten	9078
Wolfsberg, Tunnelmund Süd	6833
Wolfsberg, Tunnelmund Nord	6472

Ähnliche Resultate erhielt H. Bodemüller aus 48 Stationen im Harz mit folgenden Grenzen:

$$4716 \leq R \leq 9256 \text{ km.}$$

Diese Resultate ergeben sich aus den nicht reduzierten Messungen. Sie zeigen, daß die Radien der mittleren Krümmungskugeln der Niveauflächen stark schwanken, und zwar oben am Berg kleiner und im Tal größer als der normale Krümmungsradius mit ca. 6370 km sind.

Der Leiter der Triangulierungsabteilung des B.A.f.E.u.V., Hofrat Dipl.-Ing. Sommer stellte dem Verfasser ein Höhennetz aus Osttirol-Sillian zur Verfügung. Aus diesem Netz wurde ein Dreieck mit großen Höhenunterschieden herausgesucht. Es sind dies die Punkte: Parggenalm, Sillian und Almeck.

Zunächst wurden die Höhenunterschiede nach Formel (1,13) berechnet und ergaben natürlich dieselben Resultate, wie die nach Gleichung (1,12) gewonnenen. Vor dem Versuch, durch Gleichsetzen der gegenseitigen Höhenunterschiede mit konstanten Refraktionskoeffizienten die örtlichen Krümmungsradien zu rechnen, konnte der Verfasser mit Hofrat Dr. Mitter sprechen. Hofrat Dr. Mitter, der auf dem Gebiet der Refraktion umfangreiche praktische und theoretische Arbeiten gemacht hat, ist überzeugt, daß der Refraktionskoeffizient örtlich und nach den Messungsständen stark schwankt.

Da der Radius der mittleren Krümmungskugel nur von der Topographie des Messungspunktes und seiner Umgebung abhängt, ist es also sinnvoller, diesen zu messen oder aus Erfahrungswerten anzunehmen und den Refraktionskoeffizienten als Unbekannte anzusetzen.



Die Gleichung (1,13) wurde nun zur Bestimmung der Refraktionskonstanten  $k_i$  transformiert:

$$h_{iK} = s_{iK} \tan \alpha_{iK} + i_{iK} - z_{iK} + \frac{s_{iK}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{iK}} (1 + \sin^2 \alpha_{iK}) - \frac{s_{iK}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{iK}} k_i, \quad \dots (1,17)$$

wobei in Ermangelung der horizontalen Entfernung im Messungspunkt die Entfernung  $s_{iK}$  nach Gleichung (1,14) bestimmt wurde. Die Gleichungsgruppe zur Bestimmung der Refraktionskoeffizienten der drei Punkte lautet also:

$$\left. \begin{aligned} & s_{12} \tan \alpha_{12} + i_{12} - z_{12} + \frac{s_{12}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{12}} (1 + \sin^2 \alpha_{12}) - \frac{s_{12}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{12}} k_1 \\ & = - \left[ s_{21} \tan \alpha_{21} + i_{21} - z_{21} + \frac{s_{21}^2}{2r_2 \cos^2 \alpha_{21}} (1 + \sin^2 \alpha_{21}) - \right. \\ & \left. - \frac{s_{21}^2}{2r_2 \cos^2 \alpha_{21}} k_2 \right], s_{23} \tan \alpha_{23} + i_{23} - z_{23} + \frac{s_{23}^2}{2r_2 \cos^2 \alpha_{23}} (1 + \sin^2 \alpha_{23}) \\ & \quad - \frac{s_{23}^2}{2r_2 \cos^2 \alpha_{23}} k_2 = - \left[ s_{32} \tan \alpha_{32} + i_{32} - z_{32} + \frac{s_{32}^2}{2r_3 \cos^2 \alpha_{32}} \right. \\ & \left. (1 + \sin^2 \alpha_{32}) - \frac{s_{32}^2}{2r_3 \cos^2 \alpha_{32}} k_3 \right], s_{31} \tan \alpha_{31} + i_{31} - z_{31} + \frac{s_{31}^2}{2r_3 \cos^2 \alpha_{31}} \\ & \left. (1 + \sin^2 \alpha_{31}) - \frac{s_{31}^2}{2r_3 \cos^2 \alpha_{31}} k_3 = - \left[ s_{13} \tan \alpha_{13} + i_{13} - z_{13} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{s_{13}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{13}} (1 + \sin^2 \alpha_{13}) - \frac{s_{13}^2}{2r_1 \cos^2 \alpha_{13}} k_1 \right] \right\} (1,18) \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Gleichungsgruppe wurden zweimal die Refraktionskoeffizienten berechnet: Einmal mit dem üblichen gemeinsamen mittleren Krümmungsradius  $r_m$ . Das zweitemal wurden nach genauem Studium der österreichischen Karte 1 : 50.000

Tabelle 4

		Parggenalm		Sillian		Almeck	
1	k aus $r_m$	-0,191		+0,320		-0,021	
2	Angenommener Vertikalgradient 10 <sup>-3</sup> mgal/m mittlerer	0,400		0,250		0,360	
3	Krümmungs- radius k aus diesem	4,9 · 10 <sup>6</sup> m		7,43 · 10 <sup>6</sup> m		5,45 · 10 <sup>6</sup> m	
4	Krümmungs- radius Höhenunter- schied	+0,090		+0,167		+0,125	
5	Nach Gleich. 1,2 mit $r_m$ und konstantem k	Almeck	Sillian	Parggenalm	Almeck	Parggenalm	Sillian
6	Mit r aus Sp. 3 und k aus Sp. 4	-330,01	-1225,52	+1225,28	+ 895,45	+ 329,68	- 895,43
		-329,797	-1224,963	+1224,964	+ 895,366	+ 329,797	- 895,367

bzw. 1:25.000 der Topographie entsprechende Erfahrungswerte für den örtlichen Vertikalgradienten angenommen und daraus nach Gleichung (2,7) der Radius der mittleren Krümmungskugel berechnet. Die Ausgangswerte und die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengestellt:

Dieses Rechenbeispiel bestätigt, daß der normale Krümmungsradius im allgemeinen keine glaubhaften Werte für den Refraktionskoeffizienten ergibt, während durch Einführung des der jeweiligen Niveaufläche zugeordneten Krümmungsradius plausible Werte für den Refraktionskoeffizienten erhalten werden. Daß die Höhen vollkommen übereinstimmen, geht aus dem Ansatz der Gleichungen (1,18) hervor.

Die Einführung der Lotkrümmung für die Nichtparallelität der Niveauflächen und die Verwendung elektronisch gemessener Seiten könnte das Problem trigonometrischen Nivellements noch weiter einengen.

#### Literatur:

- [1] *Jordan-Eggert-Kneissl*: Handbuch der Vermessungskunde, Band III, M. Kneissl.
- [2] *W. Embacher*: Über Winkelreduktionen bei Absteckarbeiten. Ö. Z. f. V. 1959.
- [3] *R. Finsterwalder*: Über die Art und Genauigkeit trigonometrisch bestimmter Höhen. Z. f. V. W. 1951.
- [4] *Jordan-Eggert-Kneissl*: Handbuch der Vermessungskunde, Band V (Erdmessung), K. Ledersteger.
- [5] *W. Embacher*: Vorschlag für ein Elektronengravimeter, Abhandlungen des Dokumentationszentrums für Technik u. Wirtschaft, Heft 11, Wien 1952.
- [6] *W. Embacher*: Die Lotkrümmung und das Gravimeterversuchsfeld am Buschberg, Ö. Z. f. V. 1965.
- [7] *H. Bodemüller*: Beitrag zur Messung und Auswertung vertikaler Schweregradienten. Z. f. V. W. 1960.

## Horizontale Temperaturgradienten als Ursache von vertikalen und lateralen Refraktionsanomalien

Von Kurt Bretterbauer, Wien

*Abstract*: In order to take full advantage of the high precision of modern equipment for astronomical position determination, adequate attention must be given to the atmospheric conditions as those can be the cause of systematic errors. It is shown how horizontal temperature gradients create sloping density discontinuities of the air which in turn give rise to vertical as well as lateral refraction anomalies. Some special cases are discussed, and the use of thermistors for measuring temperature gradients is proposed. The high costs of astronomical field work and the precious equipment in all cases justify the expenditure made for a thorough analysis of the temperature field versus the astronomical observations.

### 1. Notwendigkeit erhöhter Beachtung der atmosphärischen Verhältnisse

Sollen die technischen Möglichkeiten der modernen Instrumente voll ausgeschöpft und systematische Fehler in den Beobachtungsergebnissen von astronomischen Ortsbestimmungen aufgedeckt werden, ist eine intensive Beschäftigung mit der astronomischen Strahlenbrechung notwendig. Die technologische Entwicklung hat die reinen Instrumentalfehler in den Hintergrund gedrängt. In den Beobachtungsergebnissen sind nunmehr die systematischen Einflüsse der Atmosphäre klar zu er-