



## Geodätische Untersuchungen einer rezenten Großhangbewegung bei Hallstatt/Oberösterreich

Fritz K. Brunner <sup>1</sup>, Ernst Karl Hauswirth <sup>2</sup>

<sup>1</sup> *School of Surveying, University of New South Wales, Postoffice Box 1, Kensington NSW 2033, Australia*

<sup>2</sup> *Institut für Geophysik der Technischen Universität in Wien, Gußhausstraße 27 – 29, A-1040 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **64** (1), S. 1–17

1976

BibT<sub>E</sub>X:

```
@ARTICLE{Brunner_VGI_197601,  
Title = {Geod{"a}tische Untersuchungen einer rezenten Gro{\ss}hangbewegung  
bei Hallstatt/Ober{"o}sterreich},  
Author = {Brunner, Fritz K. and Hauswirth, Ernst Karl},  
Journal = {"0}sterreichische Zeitschrift f{"u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {1--17},  
Number = {1},  
Year = {1976},  
Volume = {64}  
}
```



# ÖSTERREICHISCHE ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN UND PHOTOGRAMMETRIE

Herausgegeben vom

Österreichischen Verein für Vermessungswesen und Photogrammetrie

Offizielles Organ

der österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung

SCHRIFTFÜHRUNG:

a. o. Univ.-Prof. W. Hofrat i. R. Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Mitter

o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Hans Schmid

o. Univ.-Prof. Dr. phil. Wolfgang Pillewizer

o. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Helmut Moritz

Nr. 1

Baden bei Wien, September 1976

64. Jg.

## Geodätische Untersuchungen einer rezenten Großhangbewegung bei Hallstatt/Oberösterreich

Von F. K. Brunner und E. K. Hauswirth, Wien

### *Zusammenfassung*

In der vorliegenden Arbeit wird die rezente Großhangbewegung bei Hallstatt, Oberösterreich, auf Grund geodätischer Messungen untersucht. Die wiederholte Vermessung eines Triangulationsnetzes von 14 Punkten in den Jahren 1954, 1973 und 1974 konnte dazu verwendet werden. Da keiner der Netzpunkte von vornherein als unbewegt angenommen werden konnte, wurde ein spezielles Verfahren zum Vergleich der Punktkoordinaten der drei Epochen entwickelt, das im Prinzip auf einer freien Netzausgleichung mit der Berechnung innerer Koordinaten basiert. Die horizontalen und vertikalen Punktverschiebungen werden berechnet und interpretiert.

### *Summary*

A recent slope movement at Hallstatt, Oberösterreich, is investigated by means of geodetic measurements. Repeated surveys of a triangulation network of 14 points, measured in the years 1954, 1973 and 1974, are used. Because none of these points could be assumed a priori as stable, a special method was developed to compare the point coordinates of the three epochs. This method is based, in principle, on a free net adjustment with the calculation of inner coordinates. The horizontal and vertical point movements are calculated and interpreted.

### *1. Einleitung*

Die Untersuchung der Bewegungen instabilen Geländes ist ein besonderes Anliegen des Institutes für Geophysik der TU Wien (Vorstand: o. Prof. *Dipl.-Phys. Dr. phil. Adrian E. Scheidegger*). Im Rahmen des Internationalen Geodynamik-Projektes wurden daher seit der Gründung des Institutes von diesem an mehreren Orten in Österreich geophysikalische und geodätische Messungen durchgeführt. Die geodätischen Messungen müssen, damit Bewegungsraten festgestellt werden können, in mehreren Epochen durchgeführt werden. Die erste dieser Messungen wird Nullmessung genannt. Die weiteren, sogenannte Nachmessungen, werden bei Bedarf oder periodisch durchgeführt, liefern aber in vielen Fällen erst nach etlichen Jahren signifikante Werte der Bodenbewegungen.

## 2. Allgemeine Problemstellung geodätischer Deformationsmessungen

Geodätische Deformationsmessungen gehören schon seit vielen Jahren zu den interessantesten Aufgaben der Ingenieurgeodäsie, *Ulbrich* (1956). Das größte Aufgabengebiet ist dabei die geodätische Erfassung von Staumauerdeformationen (*Aeschlimann*, 1971), von Setzungsmessungen großer Bauwerke sowie die Erfassung von Setzungs- und Drehbewegungen von Fernsehtürmen (*Schmid*, 1967). Die Vermessungen zu diesen Untersuchungen geschehen meist von sogenannten Fixpunkten aus, die bereits zum Zeitpunkt  $t_0$  vor Baubeginn festgelegt sind, oder zu einem beliebigen Zeitpunkt  $\bar{t}_0$  während des Bauvorganges, wenn Bewegungsvermutungen aufkommen oder vielfach auch erst nach Bauende gesetzt werden. Die Nachmessungen erfolgen dann periodisch während des weiteren Baufortganges oder später zur Kontrolle. Diese Art der Null- und Nachmessungen erfolgt in relativ kurzen Zeitabständen. Meist hängen die Intervalle vom Baufortschritt oder bei Staumauermessungen auch von den lokalen Umständen ab.

Diesen relativ kurzen Zeiträumen zwischen den Messungen bei den oben genannten Untersuchungen stehen Messungspausen von oft Jahrzehnten bei der Bestimmung rezenter Krustenbewegungen gegenüber (*Thurm* u. a., 1968). Aussagen über solche Bewegungen werden vielfach auf Grund der Ergebnisse von Landesvermessungen verschiedener Epochen getroffen.

Der berechtigten Annahme von Fixpunkten bei den Deformationsmessungen an Bauwerken stehen die unbekanntenen Bewegungswerte aller Punkte bei den Krustenbewegungen gegenüber.

Gemeinsam ist beiden Problemstellungen das Auftreten von im allgemeinen kleinen Bewegungsraten. Zwei voneinander unabhängig durchgeführte, gleichartige Vermessungen desselben Punkthaufens werden in jedem Fall, infolge unvermeidbarer Meßfehler, nicht vollkommen idente Ergebnisse liefern. Es wurden daher Verfahren ausgearbeitet, die von verschiedenen Meßergebnissen signifikant abweichende Unterschiede als Bewegungen ausweisen sollen.

Eine Mittelstellung nimmt die Bewegungsmessung instabiler Gelände ein. Darunter ist die meßtechnische Bestimmung von Verschiebungsvektoren der Bodenbewegungen — vornehmlich des natürlich gewachsenen Bodens — zu verstehen. Die geodätische Messung der Bewegungsraten solcher Bewegungsformen wird neuerdings auch neben der geologischen Begutachtung durchgeführt. Die bei den zugehörigen Vermessungen auftretenden Probleme sind allerdings gänzlich anders gelagert als bei der Erfassung von Bauwerks- bzw. Krustenbewegungen. Eine gewisse Ähnlichkeit — bedingt durch die Anlage von Meßpunkten in Hangbereichen — ist bei Staumauermessungen gegeben.

## 3. Das Bewegungsnetz am Hallstätter Salzberg

### 3.1 Situierung

Westlich von Hallstatt ist eine Salzlagerstätte gelegen, die schon in illyrisch-keltischer Zeit als Bergbau abgebaut wurde („Hallstätter Kultur“). Diese alpine Salzlagerstätte besteht aus dem salzföhrnden Haselgebirge und liegt an der Basis der mesozoischen kalkalpinen Schichtfolge. Das Haselgebirge besteht aus Tonen, Salz, Anhydrit und anderen Salzmineralen (*Holzer*, 1966). Es liegt zwischen den aus

Ober-Mittel Trias stammenden Kalkschollen von Hühnerkogel (Kreuzberge) und Hoher Sieg. Gegen den Hallstätter See im Osten wird es von einer ebensolchen Kalkscholle abgegrenzt.

Der Kalkblock des Plassen (Unterkreide, Jura) lastet im Norden auf dem Trias-Kalk des Schiechling und im Süden direkt auf dem Haselgebirge (Abb. 1—3).



Abb. 1—3: Das Gebiet der Großhangbewegung Plassen mit eingetragenen Bewegungsmeßpunkten und Situation der Störungszonen. Ausschnitt aus der ÖK 1 : 25 000 Nr. 96/3 "Hallstatt" (Mit freundlicher Genehmigung des BAFuV — Landesaufnahme — in Wien Zl. L 61 785/75).

Oberhalb der Kote 1262 zieht eine Störung nord-ostwärts (Abb. 1–3). Der Hangrücken von Plassen über Lahngangkogel bis Rote Kögel (Abb. 1–3) unterhalb der Kote 1252 ist stark zerklüftet und zeigt deutlich Zeichen einer rezenten Bewegung.

### 3.2 Die Messungen der Jahre 1954, 1973 und 1974

#### 3.2.1 Die Nullmessung des Jahres 1954

Die Errichtung und Vermessung des Sondernetzes „Hallstatt“ wurde von der Triangulierungsabteilung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen für die Bergbauverwaltung in Hallstatt ausgeführt. Über diese ausgeführten Arbeiten und Berechnungen wurde im OPERAT 0/126 berichtet. Die nachfolgenden Details sind daher diesem Operat entnommen.

Im Rahmen der für die Bergbauverwaltung in Hallstatt ausgeführten Triangulierungsarbeiten wurden Anschlußpunkte für die Grubenvermessungen geschaffen und zusätzlich ein Punktesystem zur Ermittlung von Bodenbewegungen im Bergbaugelände eingerichtet und dessen Nullage bestimmt. Einen Überblick über die Situierung der Netzpunkte gibt Abb. 4 und auch der Kartenausschnitt, Abb. 1–3.

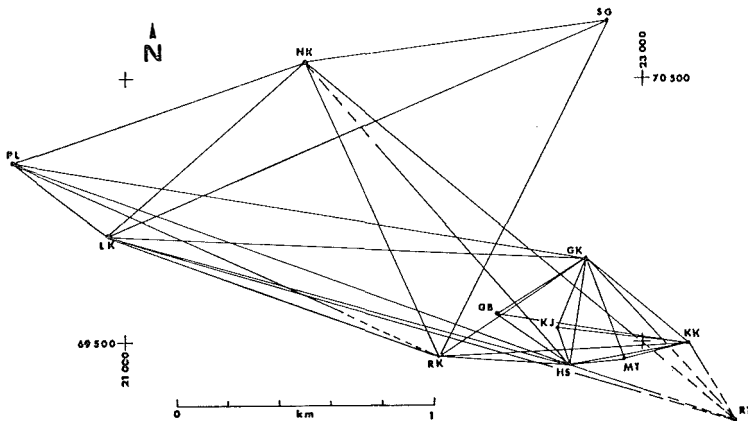


Abb. 4: Netzskizze der 1954 beobachteten Richtungen  
(--- einseitig, — beidseitig)

Die Feststellung von Bodenbewegungen sollte durch periodische Einmessungen der Punkte Lahngangkogel (LK), Rote Kögel (RK), Grubenbefahrung (GB), Kaiser-Josef-Stollen (KJ) und Maria-Theresia-Stollen (MT), alle vermarktet durch vertikal im Felsen einzementierte eiserne Versicherungsbolzen des Bundesamtes und Vergleichung mit der Nullmessung erfolgen. Als feste Ausgangspunkte für diese Messungen (Vorwärtsschnitte) nach den Punkten Grubenbefahrung, Kaiser-Josef-Stollen und Maria-Theresia-Stollen waren die Beobachtungspfeiler Großer Kreuzberg SW (GK), Kleiner Kreuzberg (KK) und Hohe Sieg (HS) vorgesehen. Für die Kontrolle der Punkte Lahngangkogel und Rote Kögel war zusätzlich deren Einmessung von den Punkten Natternköpfl (NK) und Plassen (PL) geplant. Der Punkt Steingrabenschneid (SG) wurde nachträglich, durch die Nachmessung 1974 bedingt, noch in das Bewegungsnetz miteinbezogen.

Die Signalisierung erfolgte 1954 mittels Pyramiden. Nur die Punkte Kaiser Josef-Stollen, Maria-Theresia-Stollen und Grubenbefahrung für Sicht von Großer

Kreuzberg SW wurden mit speziellen Zielstäben — die sich aber nicht bewährten — bezeichnet. Der Pfeiler Kleiner Kreuzberg und der Punkt Grubenbefahrung für die anderen Sichten wurden mit Zieltafeln bezeichnet.

Die Nullmessung erfolgte in der Zeit vom 30. Oktober bis 7. November 1954 durch die Triangulierungsabteilung des BAFeuVW. Da das Netz viele Steilvisuren enthält, wurde ein Theodolit WILD T3 zur Winkelbeobachtung verwendet. Die Beobachtung erfolgte durchwegs in drei symmetrisch über den Kreis verteilten Sätzen und wegen der stark wechselnden Sichtlängen für jede Richtung sofort in beiden Kreislagen. Alle Punkte wurden auch innen beobachtet. Die Zenitdistanzen wurden durchwegs gegenseitig beobachtet. Die gegenseitige Lage der Beobachtungspunkte und Bewegungsmeßpunkte sowie die ausgeführten Richtungsbeobachtungen sind in Abb. 4 eingetragen. Die nachfolgende rechnerische Auswertung der Nullmessung ergab die Gauß-Krüger-Koordinaten und die Meereshöhen aller Punkte, OPERAT. 0/126. Die Koordinaten der Beobachtungsstandpunkte wurden als Einzelpunkteinschaltungen durch kombiniertes Einschneiden von übergeordneten Triangulierungspunkten abgeleitet und berechnet. Anschließend daran konnten die Koordinaten der Bewegungsmeßpunkte ebenfalls durch Einzelpunkteinschaltung berechnet werden. Der mittlere Punktlagefehler der eingeschnittenen Punkte wurde mit  $\pm 1,0$  cm angegeben. Für die Einzelbestimmung wurde ein mittlerer Richtungsfehler nach Orientierung von  $\pm 2-3''$  geschätzt. Die Meereshöhen der einzelnen Punkte wurden durch trigonometrische Höhenmessung bestimmt. Der mittlere Höhenfehler eines Punktes wurde mit  $\pm 0,7$  cm geschätzt.

Auf Grund dieser Vorgangsweise hatte man die Punktkoordinaten 1954 nicht aus einer Ausgleichung in einem Guß erhalten. Bei einem Vergleich mit den Koordinaten der Ausgleichungen späterer Vermessungen wird dieser Umstand daher zu beachten sein.

### 3.2.2 Die erste Nachmessung im Jahre 1973

Erst 19 Jahre nach der beschriebenen Nullmessung wurde die erste Nachmessung im Jahre 1973 durchgeführt.

Herr *Dr. G. Schäffer* (Geologische Bundesanstalt Wien) konnte nämlich in seinen geologischen Untersuchungen anlässlich der geologischen Kartierung des Kartenblattes 96 der ÖK 1:50000 (Bad Ischl) zeigen, daß die Hangbewegungen im Raume des Hallstätter Salzberges als rezent anzusehen sind. Im Rahmen des Internationalen Geodynamik-Projektes wurde daher in Zusammenarbeit mit der Geologischen Bundesanstalt vom Institut für Geophysik der TU Wien die geodätische Vermessung dieser Hangbewegungen vorgenommen.

Bei der Begehung zur Nachmessung im Frühjahr 1973 konnten zwar alle Punktvermarkungen aufgefunden werden, aber die Holzpyramiden waren in der Zwischenzeit total verfallen.

Zusätzlich zur Nachmessung des Netzes „1954“ wurden im Sommer 1973 noch zwei Punkte vermarktet und eingemessen. Diese Punkte liegen im Hangprofil vom Lahngangkogel talwärts in Richtung zum Roten Kögel.

Die Vermessung 1973 wurde gemäß der Hinweise im OPERAT 0/126 für die Nachmessung angelegt und ausgeführt. Dabei ergab sich allerdings die Schwierigkeit,

daß verschiedene Visuren des Jahres 1954 im Sommer 1973 nicht mehr auszuführen waren, da der Wald zu stark gewachsen war. Es wurden daher zusätzlich vier Netzseiten gemessen, um das Netz zu versteifen. Da weiters, dem OPERAT 0/126 und dem geologischen Gutachten nach, die Punkte Plassen und Natternköpfl als unbewegte Punkte anzunehmen waren, wurden 1973 keine Richtungsbeobachtungen zu Triangulierungspunkten des übergeordneten Netzes ausgeführt. Das heißt, es wurden nur jene Beobachtungen ausgeführt, die in Abbildung 5 eingetragen sind. Die Ausmessung des gesamten Netzes wurde deswegen vorgenommen, da nicht mehr mit Sicherheit eine Bewegung der Punkte Natternköpfl, Großer Kreuzberg SW, Kleiner Kreuzberg und Hohe Sieg ausgeschlossen werden konnte. Die Vermessung wurde in der Zeit vom 2. bis 10. Juli 1973 vom Institut für Geophysik der TU Wien ausgeführt. Zur Richtungsbeobachtung stand ein Theodolit WILD T2 E mit Reiterlibelle zur Verfügung. Die Punkte Lahngangkogel, Natternköpfl, A und B waren durch Signalstangen, die restlichen Punkte waren durch Stative oder Pfeilerplatten mit Zieltafeln signalisiert. Die Vermessung konnte daher in Zwangszentrierung ausgeführt werden. Die Richtungsbeobachtung erfolgte in drei symmetrisch über den Kreis verteilten Sätzen unter gleichzeitiger Ablesung der Reiterlibelle. Zusätzlich zu den Richtungsbeobachtungen wurden noch vier Strecken des Netzes mit einem Mikrowellen-Entfernungsmeßgerät WILD DI60 gemessen. Die beobachteten Richtungen und Entfernungen sind in Abb. 5 dargestellt.

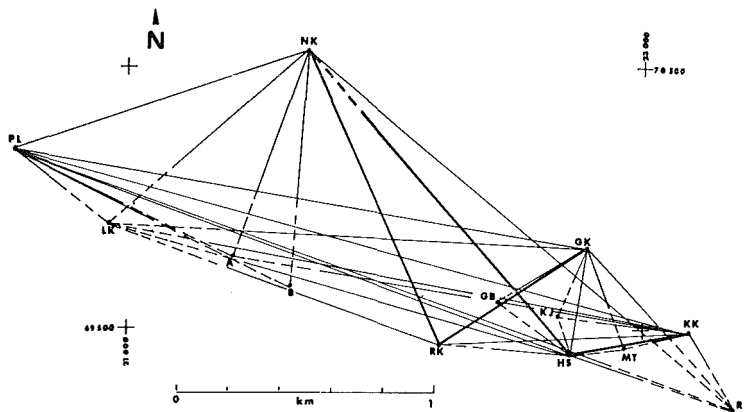


Abb. 5: Netzskizze der 1973 beobachteten Richtungen und Seiten (—)

Für die Höhenbestimmung kam geländebedingt nur die Methode der trigonometrischen Höhenmessung in Frage. Die Zenitdistanzen wurden (wenn möglich) gegenseitig unter Ausnützung aller drei Horizontalfäden des Fadenkreuzes des Theodolits in beiden Kreislagen beobachtet.

### 3.2.3 Die zweite Nachmessung im Jahre 1974

Die Vermessung 1974 wurde in der Zeit vom 24. Juni bis 5. Juli 1974 ebenfalls vom Institut für Geophysik der TU Wien durchgeführt. Für die Richtungsmessung wurde ein Theodolit WILD T2 E mit Reiterlibelle verwendet. Auf den Standpunkten (ausgenommen Punkt Steingrabenschneid) wurde zwangszentriert jeweils im Austausch gegen Zieltafeln gemessen. Die übrigen Zielpunkte wurden mit Fluchtstangen

signalisiert. Zur Streckenmessung wurde ein WILD DI 10 unter Ausnutzung der beschriebenen zwangszentrierten Meßanlage verwendet. Die Seitenmessungen erfolgten einseitig mit vierfacher Wiederholung.

Zufolge der ungünstigen Witterung während der Vermessungsperiode konnte der Messungsplan nur durch Verzicht eines dritten Richtungssatzes pro Standpunkt eingehalten werden. Die Zenitdistanzen wurden — soweit möglich — gegenseitig, ansonsten einseitig in beiden Kreislagen an drei Fäden gemessen. Der Punkt Plassen konnte aus Zeitmangel als Standpunkt nicht verwendet werden, da es wichtiger erschien, eine Aufstellung am Punkt Steingrabenschneid vorzunehmen, um eine mögliche großtektonische Bewegung nachweisen zu können.

Die zwei provisorisch (1973) vermarkten neuen Bewegungsmeßpunkte A und B wurden zusätzlich örtlich versichert. Eine Neuvermarkung wurde nicht vorgenommen und erscheint nur sinnvoll, sollten über Jahre noch weitere Beobachtungen durchgeführt werden, was zur Zeit als nicht gesichert betrachtet werden kann. Darüber hinaus wurde die wichtige Visur Rote Kögel - Hohe Sieg, die gänzlich verwachsen war, durch Schlägerungen freigelegt. Andere Visuren wurden durch Fällen einzelner Bäume verbessert. Visuren, die 1954 bestanden und 1974 nicht mehr ausgeführt wurden, konnten zufolge forstlicher Bedenken nicht freigelegt werden. Die ausgeführten Richtungs- und Streckenbeobachtungen sind aus Abb. 6 ersichtlich.

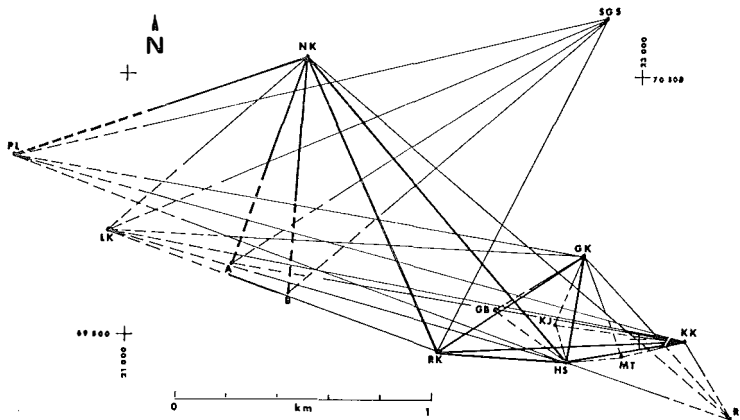


Abb. 6: Netzskizze der 1974 beobachteten Richtungen und Seiten

## 4. Die Auswertung

### 4.1 Die Ausgleichung

Im OPERAT 0/126 wurde für die Durchführung der Vergleichsmessungen empfohlen, Beobachtungen nur von den Ausgangspunkten GK, KK, HS, NK und PL vorzunehmen und diese Punkte als unbewegt anzunehmen. Wie erwähnt, wurde dennoch das gesamte Netz ausgemessen, da die Unveränderlichkeit der erwähnten Punkte nach der langen Zeitspanne von 19 bzw. 20 Jahren nicht sicher angenommen werden konnte. Grundsätzlich ist dazu festzustellen, daß die Annahme der Existenz lagestabiler Festpunkte nie mit Sicherheit getroffen werden kann. Es ist immer eine — wenn mitunter auch verschwindend geringe — Wahrscheinlichkeit vorhanden, daß



auch vermeintliche Festpunkte an den Deformationen beteiligt sein können. Aus dieser Überlegung heraus scheint die Verwendung einer freien Netzausgleichung zur Berechnung gerechtfertigt zu sein. Für eine solche hat *Mittermayer*, 1971, ausgehend von den Beobachtungsgleichungen

$$\mathbf{1} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{k}^i \quad \dots (1)$$

der vermittelnden Ausgleichung zur Bedingung, statt der willkürlichen Festhaltung gewisser Koordinaten außer der üblichen Minimumbedingung

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \text{Min.} \quad \dots (2)$$

in Anlehnung an *Meissl* (1962) die Spur der Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}$  zu minimieren

$$\text{Spur}(\mathbf{Q}) = \text{Min.} \quad \dots (3)$$

sowie die Quadratsumme der Koordinatenzuschläge zu den Näherungswerten

$$\mathbf{x}^T \mathbf{x} = \text{Min.} \quad \dots (4)$$

zu setzen. Ein Computerprogramm für diese Ausgleichungsaufgabe wurde am Institut für Photogrammetrie der TU in Wien entwickelt, *Kager* (1975). Es wurden zuerst die Lagenetze ausgeglichen. Da die Vermessung des Jahres 1974 alle Punkte beinhaltet, die sowohl 1954 als auch 1973 aufgenommen wurden, war es selbstverständlich, diese Epoche zuerst auszugleichen. Die ausgeglichenen Werte wurden sodann als Näherungswerte den Ausgleichungen der Jahre 1973 und 1954 zugrunde gelegt.

#### 4.2 Allgemeines über die Bestimmung von Deformationen

Der Grundgedanke beim Vergleich von Netzen, die zu verschiedenen Zeiten vermessen und frei ausgeglichen wurden, liegt nun darin festzustellen, ob Netzpunkte vorhanden sind, denen keine signifikanten Bewegungen zugeordnet werden können, und welche Punkte das sind. Handelt es sich um einen Vergleich zweier verschiedener Punkthaufen mit homologen Anteilen, so sind von den  $p_i$ -Punkten der einzelnen Ausgleichungen nur  $z$  ident. Die Lösungsvektoren der Ausgleichungen können nun nach entsprechender Umordnung in einen  $2z$ -dimensionalen Subvektor  $\Delta \mathbf{k}^{i_1}$  der homologen Punkte und einen weiteren Subvektor  $\Delta \mathbf{k}^{i_2}$  zerlegt werden. Entsprechend dazu kann eine Blockzerlegung für die Kofaktorenmatrix  $\mathbf{Q}^i$  von  $\Delta \mathbf{k}^i$  durchgeführt werden

$$\Delta \mathbf{k}^i = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{k}_1^i \\ \Delta \mathbf{k}_2^i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q}^i = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{11}^i & \mathbf{Q}_{12}^i \\ \mathbf{Q}_{21}^i & \mathbf{Q}_{22}^i \end{pmatrix}. \quad \dots (5)$$

Von den  $2z$  Komponenten des zu untersuchenden Differenzvektors  $\mathbf{d}$

$$\mathbf{d} = \Delta \mathbf{k}_1^1 - \Delta \mathbf{k}_1^2 \quad \dots (6)$$

sind jedoch nur

$$h = 2z - r_d \quad \dots (7)$$

unabhängig, wenn

$$r_d = r^1 + r^2 - r_D \quad \dots (8)$$

ist, worin die  $r^i$  die Anzahl der Freiheitsgrade der Netze sind und  $r_D$  die Anzahl derjenigen freien Transformationsparameter bedeutet, die beiden Ausgleichungen gemeinsam eigen ist (meist 3 oder 4).

*Pelzer* (1971) gibt nun zur Feststellung von Deformationen die allerdings nicht einfach errechenbare mittlere Klaffung  $\Theta$

$$\Theta = \sqrt{\frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_a^{-1} \mathbf{d}}{h}} \quad \dots (9)$$

an, worin für  $\mathbf{Q}_a$  zu setzen ist

$$\mathbf{Q}_a = (\mathbf{Q}_{11}' + \mathbf{Q}_{11}'') \quad \dots (10)$$

Für die vorliegenden Untersuchungen wurde ein abgeändertes, weniger aufwendiges Verfahren angewandt, das kurz beschrieben werden soll. *Pelzer* (1971) stellt fest, daß dem Quadrat der mittleren Klaffung  $\Theta^2$  (9) im  $h$ -dimensionalen  $d$ -Raum ein  $h$ -dimensionales Ellipsoid mit dem Zentrum im Koordinatenursprung zugeordnet werden kann, das als Konfidenzellipsoid bezeichnet wird. Die Längen der Halbachsen  $a_j$  dieses Ellipsoides gibt *Pelzer* (1971) an mit

$$a_j = S_{1-\alpha, h, f} m_o \sqrt{\lambda_j}, \quad \dots (11)$$

wobei  $S_{1-\alpha, h, f}$  eine von *Pelzer* (1971) tabellierte Größe ist, die sich nach Gl. (12) errechnet.

$$S_{1-\alpha, h, f} = + \sqrt{h F_{1-\alpha, h, f}} \quad \dots (12)$$

In Gleichung (12) bedeutet  $F_{1-\alpha, h, f}$  den Grenzwert der Fisher-Verteilung (*Sachs*, 1971) für die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ , für die Parameter  $h$  (7) und für die Anzahl der Überbestimmung  $f$ . Der Wert  $m_o$  der Gleichung (11)

$$m_o = \sqrt{\frac{f_1 m_{o1}^2 + f_2 m_{o2}^2}{f_1 + f_2}} \quad \dots (13)$$

ist der ponderierte mittlere Gewichtseinheitsfehler der beiden Ausgleichungen. Die  $\lambda_j$  sind die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{Q}_a$  bzw. die reziproken Eigenwerte von  $\mathbf{Q}_a^{-1}$ . Es gilt (*Zurmühl*, 1964)

$$Sp \mathbf{Q} = [\lambda_j], \quad \dots (14)$$

das heißt, die Summe der Eigenwerte einer Matrix ergibt ihre Spur.

Da durch die Größe  $\Theta^2$  ein Konfidenzellipsoid bestimmt ist, diese aus arbeits-technischen Überlegungen jedoch nicht bestimmt werden soll, ist eine andere Größe anzugeben, die es ebenfalls ermöglicht, Punkte, die außerhalb des Konfidenzellipsoids liegen, sicher zu eliminieren. Da die Spur der Matrix  $\mathbf{Q}_a$  durch die zur Verfügung stehenden Hauptdiagonalglieder  $Q_{ii}$  gegeben ist,

$$Sp \mathbf{Q}_a = [Q_{a_{ii}}] \quad \dots (15)$$

ist es möglich, einen  $h$ -dimensionalen kugelförmigen Bereich anzugeben, dessen Radius

$$R = S_{1-\alpha, h, f} m_o \sqrt{\frac{Sp \mathbf{Q}_a}{h}} \quad \dots (16)$$

beträgt. Die Größe

$$\frac{Sp \mathbf{Q}_a}{h} = \frac{[\lambda (\mathbf{Q}_a)_i]}{h} \quad \dots (17)$$

stellt den Mittelwert der Eigenwerte dar und  $R$  damit den Radius einer  $h$ -dimensionalen mittleren Konfidenzkugel.

Unter der Nullhypothese, daß keine Deformationen des Punkthaufens vorliegen, wird man im allgemeinen für Deformationsmessungen die Ausweisung eines unbewegten Punktes als bewegt (Fehler 1. Art) eher in Kauf nehmen können, als die Erklärung eines bewegten Punktes als unbewegt (Fehler 2. Art). Ein Fehler zweiter Art hätte möglicherweise die schwerer wiegenden Folgen (insbesondere auch bei der Überwachung von Bauwerksdeformationen). Demzufolge wird es zweckdienlicher sein, einen Test zu finden, der mit einfachen Untersuchungsmethoden eventuell unter Hinnahme von Fehlern erster Art möglichst scharfe Aussagen liefert.

Der mittlere Punktlagefehler  $\bar{m}$  aller zu betrachtenden ausgeglichenen Koordinatendifferenzen  $\Delta k_i$

$$\bar{m} = m_o \cdot Sp \mathbf{Q}_d \quad \dots (18)$$

soll daher vom Konfidenzbereich  $R$  in Abzug gebracht werden. Dies deshalb, da nach *Meier* (1971) der Einfluß der Korrelationen den mittleren Fehler nicht überschreitet. Man erhält dann die Deformationskennzahl  $D$

$$D = m_o \sqrt{Sp \mathbf{Q}_d} \left( \frac{S_{1-\alpha, h, f}}{\sqrt{h}} - 1 \right) \quad \dots (19)$$

die auch zufolge (12) geschrieben werden kann

$$D = m_o \sqrt{Sp \mathbf{Q}_d} (\sqrt{F_{1-\alpha, h, f}} - 1) \quad \dots (20)$$

In  $D$  ist wiederum die leicht berechenbare Spur der Kovarianzmatrix enthalten.

Nun wird ein Vergleich der  $d_i$  des Differenzenvektors  $\mathbf{d}$  (6) mit der nach (19) erhaltenen Deformationskennzahl angestellt. Für alle Punkte, für die

$$d_{ix} < D \text{ und } d_{iy} < D \quad \dots (21)$$

gilt, ist Unbewegtheit anzunehmen.

### 4.3 Die Bestimmung der unbewegten Netzpunkte und der horizontalen Verschiebungen

Für die Auswertung wurden nun zuerst die Messungen des Jahres 1974 ausgeglichen, da diese alle Punkte beinhalteten. Die ausgeglichenen Koordinaten des Jahres 1974 wurden den übrigen Ausgleichungen zugrunde gelegt, so daß für die Bildung der Differenzenvektoren gilt:

$$\bar{\mathbf{d}}_{(74-73)} = \Delta \mathbf{k}_1^{74} - \Delta \mathbf{k}_1^{73} = -\Delta \mathbf{k}_1^{73} \quad \dots (22)$$

$$\bar{\mathbf{d}}_{(74-54)} = \Delta \mathbf{k}_1^{74} - \Delta \mathbf{k}_1^{54} = -\Delta \mathbf{k}_1^{54} \quad \dots (23)$$

$$\bar{\mathbf{d}}_{(73-54)} = \Delta \mathbf{k}_1'^{73} - \Delta \mathbf{k}_1'^{54}. \quad \dots (24)$$

Die Differenzvektoren der verschiedenen Epochen sind in Tabelle 1 in der Form

$$\bar{\mathbf{d}} = (dy_1, dx_1, dy_2, dx_2, \dots, dy_n, dx_n)^T \quad \dots (25)$$

zusammengestellt.

Aus den Hauptdiagonalelementen der entsprechend umgestellten Kofaktorenmatrizen der jeweils zusammengehörigen Punkte wurden die entsprechenden Kovarianzmatrizen

$$Q_{74-73} = Q_{11}^{74} + Q_{11}^{73} \quad \dots (26)$$

$$Q_{74-54} = Q_{11}^{-74} + Q_{11}^{-54} \quad \dots (27)$$

$$Q_{73-54} = Q_{11}^{73'} + Q_{11}^{54'} \quad \dots (28)$$

gebildet, deren Spuren die Werte

$$Sp Q_{74-73} = 1,5964 \text{ (cm/cc)}^2$$

$$Sp Q_{74-54} = 1,2732 \text{ (cm/cc)}^2$$

$$Sp Q_{73-54} = 1,1311 \text{ (cm/cc)}^2$$

haben. Die zugehörigen Freiheitsgrade sind

$$\bar{h}_{74-73} = 23; \bar{h}_{74-53} = 20; \bar{h}_{73-54} = 18.$$

Die mittleren Gewichtseinheitsfehler je zweier Epochen wurden zufolge (13) ermittelt

$${}_{74}\bar{m}_{73} = 5^{cc}067; {}_{74}\bar{m}_{54} = 7^{cc}482; {}_{73}\bar{m}_{54} = 7^{cc}218.$$

Die nach (19) mit den Werten für

$${}_{74}S_{73} = 6,41; {}_{74}S_{54} = 5,96; {}_{73}S_{54} = 5,69$$

bestimmten Deformationskennzahlen sind

$${}_{74}D_{73} = 2,15 \text{ cm}; {}_{74}D_{54} = 2,81 \text{ cm}; {}_{73}D_{54} = 2,62 \text{ cm}.$$

Wie Tabelle 1 zeigt, überschreiten wider Erwarten viele Koordinatendifferenzen  $d_i$  die Deformationskennzahlen  $D$  zum Teil um erhebliche Beträge. Dies kann bei freien Ausgleichungen dann geschehen, wenn sehr große Bewegungen eines oder mehrerer Punkte stattgefunden haben, die sich zufolge der Bedingung (4) als scheinbare Deformationen auf die anderen Netzpunkte auswirken. Mit einem Verfahren, das in *Hauswirth* (1975) näher beschrieben ist, sind für den Vergleich der Epochen 1974—1973 in  $x$ -Richtung die Punkte  $RK$  und  $B$ , in  $y$ -Richtung, der Punkt  $RK$  als signifikant stark bewegt ausgewiesen worden. Für die Epochen 1974—1954 und 1973—1954 waren zufolge der Tests in  $x$ -Richtung die Punkte  $RK$ ,  $LK$ ,  $GBF$  zufolge der Tests in  $y$ -Richtung die Punkte  $RK$ ,  $LK$ ,  $GBF$  und  $KFJ$  vor weiteren Berechnungen zu eliminieren. Um einen den Bedingungen der freien Ausgleichung entsprechenden  $2\bar{z}$ -dimensionalen Differenzenvektor  $\bar{d}$  zu erhalten, werden mit den Ausgleichsergebnissen der nunmehr verbliebenen Punkte Helmerttransformationen durchgeführt. Dabei verändern sich die Elemente  $Q_{ii}$  der Spur der Kovarianzmatrix, die den  $\Delta k^i_1$  zuzuordnen sind, und es gilt

$$Sp \bar{Q}_a = [\bar{Q}_{a_{ii}}]_{1^{2\bar{z}}} \cdot (a^2 + b^2) \quad \dots (29)$$

worin  $a$  und  $b$  die aus der Helmerttransformation gewonnenen Transformationsparameter sind. Diese Berechnungen geschahen an der MDV-Rechenanlage Philips P 352 am interfakultären Rechenzentrum der Geodäsie-Institute der TU Wien. Die neuerliche Berechnung ergab für die Werte der Spuren

$$Sp \bar{Q}_{74-73} = 1,3601 \text{ (cm/cc)}^2$$

$$Sp \bar{Q}_{74-54} = 1,0385 \text{ (cm/cc)}^2$$

und für die Freiheitsgrade

$$\bar{h}_{74-73} = 19; \bar{h}_{74-54} = 12.$$

	$d_{(74-73)}$ cm	$d_{(74-54)}$ cm	$d_{(73-54)}$ cm
GK	y	- 5,0	- 40,0
	x	0,4	24,4
KK	y	- 6,1	- 37,2
	x	1,4	15,9
RS	y	- 3,7	- 43,6
	x	2,2	21,3
NK	y	- 0,1	- 34,9
	x	- 1,0	31,2
RT	y	- 7,7	- 37,6
	x	3,6	8,6
MT	y	- 4,0	- 40,3
	x	3,8	18,7
KJ	y	- 1,2	- 0,6
	x	1,3	19,4
GB	y	0,2	- 7,4
	x	1,2	11,7
LK	y	0,3	30,6
	x	2,4	77,1
PL	y	- 0,4	- 33,8
	x	1,7	44,2
RK	y	20,9	278,2
	x	-24,1	-294,4
SG	y	-	- 33,4
	x	-	21,9
A	y	4,0	-
	x	1,2	-
B	y	2,9	-
	x	6,0	-

Tab. 1: Differenzvektoren nach den ersten Ausgleichungen

	1974-73 (cm)	1974-54 (cm)	1973-54 (cm)
GK	+ 0,0	- 2,2	- 0,9
	+ 0,0	- 0,4	0,7
RT	1,1	2,3	1,4
	- 1,2	- 3,2	- 2,1
KJ	2,7	41,7	39,1
	- 0,9	- 3,6	- 2,9
GB	3,1	36,6	32,9
	- 0,1	- 14,9	- 14,2
LK	+ 0,0	68,1	69,6
	+ 0,0	32,8	32,9
PL	- 3,1	- 1,3	1,8
	1,7	- 1,5	- 2,6
RK	23,4	325,0	301,1
	- 25,9	- 323,6	- 297,4
SG	-	1,8	-
	-	3,5	-
A	3,9	-	-
	- 1,2	-	-
B	4,1	-	-
	4,3	-	-

Tab. 2: Restklärfungen

Die mittleren Fehler bleiben naturgemäß unverändert

$$m = \bar{m}.$$

Die Deformationskennzahlen lauteten sodann

$${}_{74}\bar{D}_{73} = 2,09 \text{ cm}; \quad {}_{74}\bar{D}_{54} = 3,03 \text{ cm}.$$

Alle Punkte, für deren Koordinatendifferenzen gilt

$$\bar{d}y_i \leq \bar{D} \text{ und } \bar{d}x_i \leq \bar{D} \quad \dots (30)$$

werden als unverändert angesehen.

Als unveränderte Punkte für den Vergleich 1973 zu 1954 sind alle jene anzusehen, die sowohl für 1973 zu 1974 als auch für 1954 zu 1974 als unverändert ausgewiesen

worden sind. Dies sind die Punkte *KK*, *HS*, *NK* und *MT*. Die als „Fixpunkte“ ausgewiesenen Punkte werden nunmehr mit den Koordinaten, die aus der ersten freien Ausgleichung stammen, gemeinsamen strengen Ausgleichungen zugrunde gelegt. Die nunmehr verbliebenen Restklaffungen  $dy_i$ ,  $dx_i$  sind in Tab. 2 zusammengestellt. Die Bewegungsvektoren zeigen die Abb. 7 bis 9.

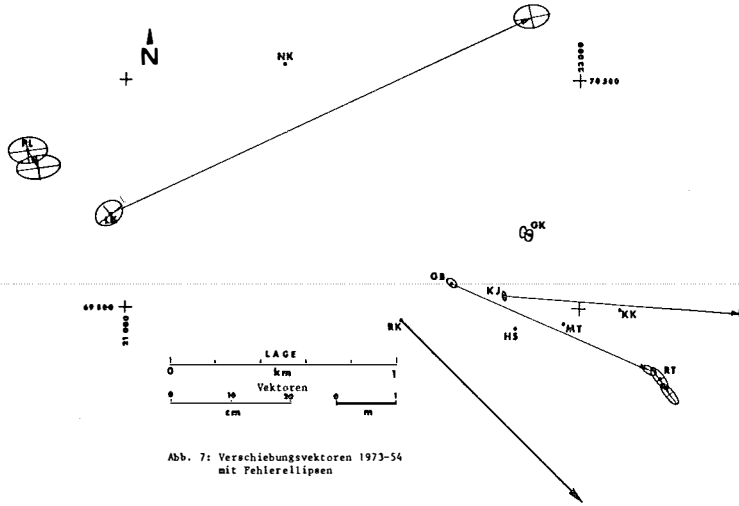


Abb. 7: Verschiebungsvektoren 1973-54 mit Fehlerellipsen

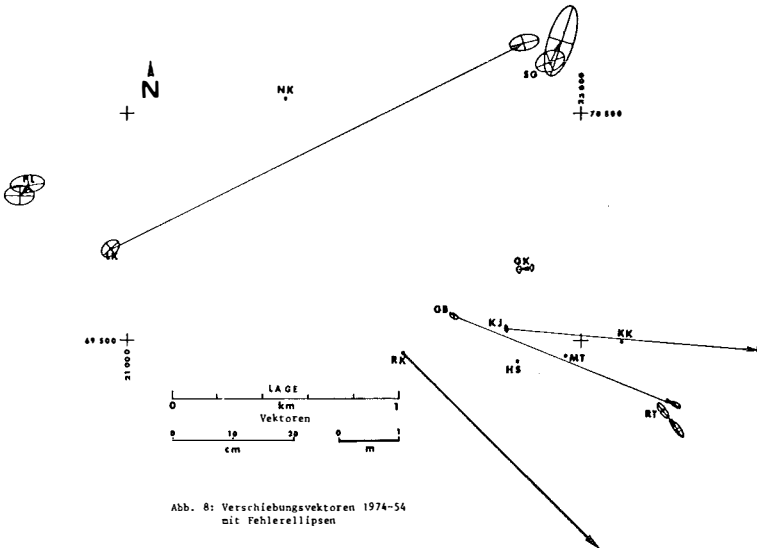


Abb. 8: Verschiebungsvektoren 1974-54 mit Fehlerellipsen

#### 4.4 Vergleich der Höhenmessungen am Hallstätter Salzberg

Die Bestimmung der Höhen erfolgte nach den beschriebenen Ausgleichungen und Tests getrennt. Mit den vorliegenden Ergebnissen und den gemessenen Zenitdistanzen wurden daher die Höhenunterschiede nach den Formeln und den Konstanten des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen gemäß der Empfehlung aus dem OPERAT 0/126 für alle drei Epochen berechnet. Diese Höhenunterschiede wurden für jede Epoche getrennt dem sogenannten militärischen Höhenausgleich

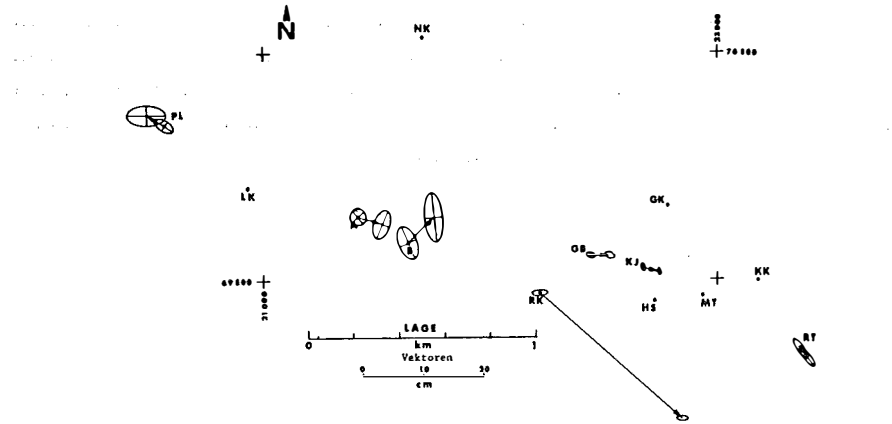


Abb. 9: Verschiebungsvektoren 1974-73 mit Fehlerellipsen

unterzogen, unter Festhaltung der Höhe des Bolzens des Punktes Hohe Sieg mit 1011,50 m. Aus Tabelle 3 sind die ausgeglichenen Höhen ersichtlich.

	1954	1973	1974
HS	1011,50	1011,50	1011,50
OK	1173,31	1173,31	1173,31
KK	925,62	925,64	925,63
NK	1466,73	1466,72	1466,69
RT	854,26	854,27	854,27
MT	889,30	889,30	889,30
KJ	962,52	962,42	963,40
GB	1033,16	1033,11	1033,11
LK	1755,51	1753,75	1753,68
PL	1953,57	1953,58	1953,54
RK	1157,56	1155,98	1155,82
SG	1552,06	-	1552,05
A	-	1436,16	1436,03
B	-	1255,37	1255,21

Tab. 3: Die ausgeglichenen Höhen (in m)

Der mittlere Fehler der Höhen aus dem Jahre 1954 kann mit  $\pm 0,7$  cm, für die Jahre 1973 und 1974 mit  $\pm 1,5$  cm angegeben werden. Es läßt sich ein statistischer Test mit der Testgröße

$$H_i = \frac{\Delta H}{m\Delta H}$$

anwenden. Die Anzahl der Freiheitsgrade wird mit  $FG = 4$  angenommen und die Signifikanzschranke der Studentverteilung für 5% Fehlerwahrscheinlichkeit ist  $t = 2,78$ . Damit ergeben sich für den Vergleich der Epochen 1954-1973 und 1954-1974 signifikante Bewegungen für  $\Delta H > 0,046$  m. Vergleicht man 1954 mit 1974, muß  $\Delta H > 0,059$  m sein. Interessant erscheinen die großen Höhenänderungen der Punkte *PL*, *LK*, *A* und *B* im Vergleich zu ihren horizontalen Verschiebungen sowie die ausgewiesene Hebung von *RT*.

### 5. Abschließende Bemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wird die rezente Großhangbewegung bei Hallstatt, Oberösterreich, auf Grund geodätischer Messungen untersucht. Die wiederholte Vermessung eines Triangulierungsnetzes von 14 Punkten in den Jahren 1954, 1973 und 1974 konnte dazu verwendet werden. Durch die lange Zeitspanne von 19 Jahren zwischen der Nullmessung und der ersten Nachmessung konnte keiner der Netzpunkte von vornherein als unverändert angenommen werden. Für die Bestimmung der Bewegungswerte der Netzpunkte mußten daher zuerst die tatsächlich unveränderten Punkte aller drei Epochen bestimmt werden. Dazu wurde ein spezielles Verfahren zum Vergleich der Punktkoordinaten der drei Epochen entwickelt, das im Prinzip auf einer freien Netzausgleichung mit der Berechnung innerer Koordinaten (Meissl, 1962) basiert und eine Weiterentwicklung der Methode von Pelzer (1971) darstellt. Es konnten damit die Punkte Kleiner Kreuzberg, Hohe Sieg, Natternköpfl und Maria-Theresien-Stollen als unverändert ausgewiesen werden. Eine neuerliche strenge Ausgleichung der Netze unter Festhaltung der Koordinaten dieser vier Punkte ergab schließlich die horizontalen Punktverschiebungen (Tabelle 2) und die Höhenveränderungen (Tabelle 4) zwischen den drei Epochen.

	$\Delta H_{54-73}$	$\Delta H_{73-74}$	$\Delta H_{54-74}$
HS	0	0	0
GK	-0,01	-0,01	-0,02
KK	-0,01	0	-0,01
NK	-0,03	-0,02	-0,05
RT	+0,06	0	+0,06
MT	-0,02	+0,02	0
KJ	-0,09	-0,03	-0,12
GB	-0,06	0	-0,06
LK	-1,77	-0,06	-1,83
PL	-0,12	-0,04	-0,16
RK	-1,58	-0,16	-1,74
SG	-	-	0
A	-	-0,11	-
B	-	-0,07	-

Tab. 4: Die Höhenunterschiede zwischen den Epochen (in m)

Die festgestellten Punktverschiebungen sollen nun für den Bereich des Salzberges und dem Hangbereich Plassen bis Rote Kögel getrennt diskutiert werden. Im Bereiche des Salzberges haben sich seit dem Jahre 1954 die Punkte Grubenbefahrung und Kaiser-Josef-Stollen horizontal um 2 cm pro Jahr in der Falllinienrichtung des Hanges verschoben, dagegen blieb der am Hang zutiefst liegende Punkt Maria-Theresia-Stollen unbewegt. Dasselbe Bewegungsbild konnte auch für die Zeitspanne 1973—1974 festgestellt werden. Das Bewegungsbild der Punkte im Hangbereich Plassen bis Rote Kögel zeigen die Abbildungen 8 und 9. Der Punkt Plassen zeigt horizontal keine signifikanten Bewegungswerte, aber eine leichte Senkung. Dagegen bewegte sich der Punkt Lahngangkogel seit dem Jahre 1954



horizontal um 4 cm pro Jahr in die Richtung *NE* und senkte sich um 9 cm pro Jahr. Dieses Bewegungsbild stimmt sehr gut mit der Bewegungsmöglichkeit überein, die durch die Topographie des Hanges und die geologischen Trennflächen des Kalkblockes gegeben ist. Interessant ist die große Senkungsrate des Punktes Lahngangkogel, die auch für die Zeitspanne 1973–1974 noch nachgewiesen werden konnte, dagegen konnte während dieser Zeitspanne keine horizontale Verschiebung festgestellt werden. Der Punkt Rote Kögel hat sich seit dem Jahre 1954 horizontal um 23 cm pro Jahr hangauswärts bewegt und um 8 cm pro Jahr gesenkt. Die Vermessungen der Jahre 1973 und 1974 weisen eine Erhöhung der Bewegungsraten nach, und zwar 35 cm pro Jahr in horizontaler und 16 cm pro Jahr in vertikaler Richtung. Diese Beschleunigung der Bewegung des Punktes Rote Kögel fordert unbedingt die Weiterführung der geodätischen Untersuchungen. Die zwei Punkte *A* und *B*, die erst 1973 vermarktet wurden, bewegten sich horizontal in der Zeitspanne 1973 bis 1974 um die relativ kleinen Werte von 4 cm beziehungsweise 6 cm pro Jahr. Dagegen stimmen die Höhenveränderungen mit 11 cm beziehungsweise 7 cm sehr gut mit den Setzungen des ganzen Hanges überein.

Eine eingehende Studie der nachgewiesenen Punktverschiebungen im Zusammenhang mit der geologischen Situation, unter spezieller Beachtung der Auslaugung von Hohlräumen unterhalb des untersuchten Hanges durch den Salzbergbau, wird zur Zeit von *Dr. G. Schäffer*, Geologische Bundesanstalt Wien, zur Publikation vorbereitet.

#### *Dank*

Diese Arbeit entstand am Institut für Geophysik (Vorstand o. Prof. *Dr. A. E. Scheidegger*) für das Internationale Geodynamik Projekt (Direktor des Nationalen Komitees: Prof. *Dr. F. Steinhauser*).

Der Hinweis zur Wiederaufnahme der Vermessungen am Hallstätter Salzberg ist Herrn *Dr. G. Schäffer* (Geologische Bundesanstalt Wien), der auch bei beiden Nachmessungen mitgeholfen hat, zu verdanken. Dem Vizedirektor der Geologischen Bundesanstalt, Herrn *Dr. T. Gattinger*, gebührt der Dank für die finanzielle Mithilfe bei den Nachmessungen 1973 und 1974.

Dem Leiter der Vermessungsarbeiten der Nullmessung 1954 am Hallstätter Salzberg, a. o. Prof. Hofrat i. R. *Dipl.-Ing. Dr. techn. J. Mitter*, sei für sein Interesse an den Auswertungen der Nachmessungen 1973 und 1974 gedankt. Weiters danken wir den Herren des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen Hofrat *Dipl.-Ing. Arnold* für die Erlaubnis zur Einsichtnahme in das OPERAT 0/126 und den Hofräten *Dipl.-Ing. Schenk* und *Dipl.-Ing. Zupfer* für die Erlaubnis zur Verwendung von Ausschnitten aus österreichischen Karten. Für die Berechnung der ersten strengen Netzausgleichungen sei den Herren Rat *Dipl.-Ing. Loidl* und Sektionsrat *Dipl.-Ing. Zimmermann* gedankt.

Herrn o. Prof. *Dipl.-Ing. Dr. techn. H. Schmid*, Vorstand des Institutes für Landesvermessung der TU Wien, danken wir für die Zurverfügungstellung der elektronischen Distanzmeßgeräte. Für die Ausarbeitung eines EDV-Programmes zur Lösung freier Netzausgleiche sei ganz besonders Herrn *Dipl.-Ing. H. Kager* vom Institut für Photogrammetrie (Vorstand o. Prof. *Dr.-Ing. K. Kraus*) gedankt.

Für die Anfertigung von klischierfähigen Verkleinerungen der Skizzen sei den Herren *Dipl.-Ing. E. Jiresch* und *H. Krottendorfer* vom Institut für Kartographie und Reproduktionstechnik (Vorstand o. Prof. *Dr. W. Pillewizer*) herzlichst gedankt.

Herrn *P. Carniel* darf für die Mitwirkung bei allen Messungen des Institutes gedankt werden. Zuletzt sei noch allen nicht namentlich erwähnten Mitarbeitern gedankt.

#### *Literaturverzeichnis*

*Aeschlimann, H.* (1971): Zur Genauigkeit geodätischer Verschiebungsmessungen. Diss. Nr. 4438 an der ETH Zürich, S. 203, Spross + Co., Kloten 1972.

*Hauswirth, E. K.* (1975): Untersuchungen der Bewegungen instabiler Gelände. Dissertation der Fakultät für Naturwissenschaften der TU Wien, 151 S.

*Holzer, H.* (1966): Erläuterungen zur Karte der Lagerstätten mineralischer Rohstoffe der Republik Österreich. Beitrag in Erläuterungen zur Geologischen und zur Lagerstättenkarte 1:1000000 von Österreich. Geologische Bundesanstalt Wien, S. 29–47.

*Kager, H.* (1975): Programm eines freien Netzausgleiches. TU Wien – Institut für Photogrammetrie.

*Meissl, P.* (1962): Die innere Genauigkeit eines Punkthaufens. Österr. Z. f. Vermessungswesen, 50. Jg., S. 159–165, 186–194.

*Meier, S.* (1971): Zur Abschätzung des Einflusses von Korrelationen auf die Unbekannten einer Ausgleichung. AVN, Jg. 78, S. 70–73.

*Mittermayer, E.* (1971): Eine Verallgemeinerung der Methode der kleinsten Quadrate. ZfV, Jg. 96, S. 401–410.

*Operat 0/126*: Legende zu Triangulierungsoperat, Hallstatt 1954; Archiv der Triangulierungsabteilung des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen.

*Pelzer, H.* (1971): Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen. Deutsche geodätische Kommission, Reihe C-164, S. 86, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München.

*Sachs, L.* (1971): Statistische Auswertungsmethoden. 3. Aufl., 545 S., Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.

*Schmid, H.* (1967): Die geodätischen Arbeiten beim Bau des Donauturmes in Wien. Österr. ZfV, Jg. 55, S. 7–20.

*Thurm, H., A. Lang, P. Bankwitz, W. Manthey* (1968): Komplexe Untersuchungen rezenter Krustenbewegungen im Testgebiet Elbtalzone. Geodätische und Geophysikalische Veröffentlichungen, Reihe III, Heft 11, S. 68.

*Ulbrich, K.* (1956): Geodätische Deformationsmessungen an österreichischen Staumauern und Großbauwerken, ÖZfVW, Sonderheft 17.

*Zurmühl, R.* (1964): Matrizen und ihre technischen Anwendungen. 4. Aufl., 452 S., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg.

## **Geophysikalische Anwendung eines Algorithmus zur Berechnung von Polynomen**

Von *Herbert Lichtenegger*, Graz

### *Summary*

The paper presents a general algorithm for the computation of polynomials of arbitrary dimension and degree respectively. Some applications are demonstrated in selected numerical examples in the field of geophysics.

### *0. Zusammenfassung*

Es wird ein Algorithmus zur Berechnung von Polynomen, wobei Grad und Dimension beliebig sind, dargestellt und die Anwendung an Hand ausgewählter geophysikalischer Beispiele gezeigt.