

Paper-ID: VGI_197606



Zur Azimutmessung mit Sekundentheodoliten

Gottfried Gerstbach ¹

¹ *Institut für Höhere Geodäsie der Technischen Universität Wien, Gußhausstraße 29, A-1040 Wien*

Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie **64** (2), S. 53–68

1976

Bib_TE_X:

```
@ARTICLE{Gerstbach_VGI_197606,  
Title = {Zur Azimutmessung mit Sekundentheodoliten},  
Author = {Gerstbach, Gottfried},  
Journal = {{\u}sterreichische Zeitschrift f{{\u}r Vermessungswesen und  
Photogrammetrie},  
Pages = {53--68},  
Number = {2},  
Year = {1976},  
Volume = {64}  
}
```



der Forderung $\|h\|_1^2 + \|v\|_{2,P^2}$ eindeutig lösbar und die Lösung $(h, v) \in H_1^N \times H_2$ durch das Gleichungssystem

$$(P^{-1} + AA^T)k = I, \quad v = -P^{-1}k, \quad x = A^T k$$

bestimmt. Wenn wir die P^{-1} zugeordnete Matrix mit R bezeichnen, setzt sich das um in die Matrixgleichungen

$$k(R + C) = I, \quad v = -kR$$

und für h haben wir dann wie in 3.1 die Darstellung

$$h = \sum_{i=1}^n L_1 k_N(x_i) k_i.$$

Dabei bleiben natürlich in Zusammenhang mit der Wahl von P einige Fragen offen. Zunächst folgt aus $0 \leq P \in S(H_2)$ bijektiv, daß R symmetrisch und positiv definit ist; von 3.1 wissen wir, daß C mindestens positiv semidefinit ist. Also ist $R + C$ symmetrisch, positiv definit, regulär. Das muß auch nach der Theorie von 2.4 so sein.

Andererseits sollte für R die Kovarianzmatrix der harmonisierten Schwereanomalien eingesetzt werden — theoretischen Überlegungen zufolge, die in (Krarup, S. 19, vgl. auch S. 41) ausgeführt sind, also wiederum C . Dann reduziert sich das obige Gleichungssystem aber auf $2kC = I, v = -kC$; da aber C nicht positiv definit zu sein braucht, vgl. 3.1, ist dadurch wohl h eindeutig bestimmt, nicht aber v , und gegenüber dem aus 3.1 mit der Annahme fehlerfreier Messungen bestimmten h

erhalten wir jetzt bei Annahme fehlerhafter Messungen $h_{3.4} = \frac{1}{2}h_{3.1}$. Wenn man also für P^{-1} die „theoretisch richtige“ Kovarianzfunktion der harmonisierten Schwereanomalien einsetzt, zeigt diese Überlegung, daß durch die Forderung $\|x\|_1^2 + \|v\|_{2,P^2} = \text{Minimum}$ zuviel Gewicht auf das Verbessern und zuwenig Gewicht auf das Interpolieren gelegt wird.

Literatur

- Dieudonné, J.*: Grundzüge der modernen Analysis. Vieweg, Braunschweig 1971.
Floret, K. und Wloka, J.: Einführung in die Theorie der lokalkonvexen Räume. LNM Nr. 56, Springer, Berlin 1968.
Heiskanen, W. A. und Moritz, H.: Physical Geodesy. Freeman, San Francisco 1967.
Krarup, T.: A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy. Geod. Inst., Kopenhagen 1969.

Zur Azimutmessung mit Sekundentheodoliten

Von *Gottfried Gerstbach*, Wien

Zusammenfassung

Es wird vorgeschlagen, die Neigungskorrektur von Azimutmessungen mit dem Höhenkreis-kompensator anstatt einer Reiterlibelle zu ermitteln. Die Stehachsen der gebräuchlichen Sekundentheodolite (T2, Th2, DKM2-A) sind hierfür von ausreichender Qualität. Probemessungen zeigen, daß schon mit vier Sätzen äußere Genauigkeiten von $\pm 1''$ erreichbar sind.

Abstract

Concerning azimuth measurements by modern one-second theodolites it is proposed to derive the inclination correction by automatic vertical indexing instead of striding levels. The vertical axes of Wild T2, Zeiss Th2 and Kern DKM2-A have sufficient quality for that purpose. Some tests show an accuracy of $\pm 1''$, attainable by 4 sets of observations.

Bei der Bestimmung astronomischer Azimute unterscheidet man zwischen direkten und indirekten Methoden. In dem einen Fall werden Sterndurchgänge im Vertikal des terrestrischen Zieles beobachtet, im zweiten hingegen Horizontalwinkel zwischen dem Ziel und polnahen Sternen gemessen; Varianten hiezu entstehen durch simultane Bestimmung der Breite oder der Zeit. Wegen der notwendigen Steilvisuren sind Neigungskorrekturen unerlässlich, die aber bei kleinen Instrumenten Probleme aufwerfen. Deshalb werden Sekundentheodolite nur selten zur Azimutmessung eingesetzt, obwohl ihre Genauigkeit für die meisten Fälle ausreichen würde.

Die vorliegende Arbeit bezieht sich in erster Linie auf die indirekte Polarisierungsmethode, weil Sekundentheodolite keine Okularmikrometer besitzen und Kreisteilungsfehler heute kaum mehr eine Rolle spielen.

1. Problematik der Neigungsbestimmung mit Reiterlibellen

Da die Alhidadenlibellen Parswerte der Größenordnung $20''$ pro Linie besitzen, muß auch bei sorgfältiger Horizontierung mit Stehachsneigungen von $5-10''$ gerechnet werden. Ihr Einfluß auf die Richtungsmessung wird üblicherweise durch Reiterlibellen bestimmt, welche auf die Theodolitstützen, vereinzelt auch direkt auf die Kippachse aufzusetzen sind. Die für Sekundentheodolite lieferbaren Libellen haben Parswerte $p = 5-6''/2$ mm und durchlaufende Teilung.

Durch Ablesen der Blasenenden (l, r) in beiden Kreislagen I, II bestimmt man die quer zur Steilvisur liegende Komponente der Stehachsneigung oder — exakter ausgedrückt — die mittlere Kippachsneigung i :

$$i' = (l + r)_I - (l + r)_{II} \quad i = \frac{i'}{4} \cdot p \quad \dots (1)$$

Die Neigung i sei positiv, wenn das rechte Achsende im Mittel tiefer liegt; (1) gilt für durchlaufende Teilung, wenn sich der Nullpunkt in Kreislage I rechts befindet. In die Azimutkorrektur, die mit dem Cotangens der Zenitdistanz zunimmt, wird bei der indirekten Polarisierungsmethode auch der Einfluß der täglichen Aberration einbezogen:

$$K \doteq i_{\Delta} \operatorname{ctg} z_{\Delta} - i_{*} \operatorname{ctg} z_{*} + 0,32. \quad \dots (2)$$

Darin bedeuten z_{Δ} und z_{*} die Zenitdistanzen des irdischen Zieles und des Polarsterns. In unseren Breiten ist $\operatorname{ctg} z_{*} > 1$, so daß der zweite Term stark überwiegt. Die Libellenlesungen am Ziel können für $i = 5''$ und $0,32$ -Genauigkeitsforderung nur bei flachen Visuren ($85^{\circ} < z_{\Delta} < 95^{\circ}$) weggelassen werden.

Unter Verwendung einer Reiterlibelle $p \approx 6''/2$ mm ist die Neigungskorrektur (2) durch Ablesefehler von vornherein auf $\pm 0,32-1''$ beschränkt, doch sind andere Nachteile bzw. systematische Fehler gravierender:

- a) Abdeckung zenitnaher Visuren
- b) Instabile Lagerung wegen der kurzen Strecke zwischen den Auflagen
- c) Exponierte Stelle, dadurch hohe thermische Empfindlichkeit der Libelle
- d) Trägheit der Libellenblase
- e) Veränderlichkeit des Parswertes

Fehler nach b) sind vor allem bei Wind spürbar, der neben unruhiger Anzeige eine geringe Verschiebung und Teilentlastung der Libellenstützen verursachen kann. An einer T2-Reiterlibelle wurden schon bei 30 km/h systematische Neigungsfehler bis 1,5 festgestellt. Einseitig wirken auch thermische Fehler, welche vom Temperaturgefälle in der Blase abhängen und nach [9] $320'' \text{ grad cm}^{-1}$ betragen. Bei stillstehendem Instrument würden sie zufolge Abstrahlung und vor allem Konvektion einen nahezu konstanten Wert annehmen und wären unschädlich. Durch den Kreislagenwechsel kommt es hingegen zu veränderlichen Gradienten, die innerhalb weniger Minuten umgekehrtes Vorzeichen annehmen und unter normalen Umständen systematische Fehlanzeigen der Größenordnung 1–2'' verursachen [9]. Ähnliche Fehler entstehen durch die Körperwärme des Beobachters und die Libellenbeleuchtung. Systematische Einflüsse nach b) und c) wirken meist in dieselbe Richtung.

Die Trägheit der Libellenblase geht auf Adhäsion und Rauheit des Glaskörpers zurück, liegt aber im gegenständlichen Fall unter 1'' (T2-Reiterlibelle 0,6). Da die Blase bei Instrumentendrehungen in die Mitte gedrängt wird, äußert sich ihre Trägheit meist in etwas zu kleinen Ausschlägen. Längeres Zuwarten hat wenig Sinn, weil dann andere Fehler — hauptsächlich die thermischen — ansteigen. Schließlich ist der Parswert nur selten hinreichend konstant, sondern hängt von der Lage des Blasenmittelpunktes und in geringerem Maß von Blasenlänge und Temperatur ab. Der erste Effekt geht auf Fehler der Schliffkurve und das Zuschmelzen der Glasröhre zurück und bewirkt bei den üblichen Reiterlibellen Änderungen bis 20%, siehe auch [10]. Durch entsprechend hohen Aufwand läßt sich die Veränderlichkeit des Parswertes bestimmen und korrigieren [3], [11].

Die bei Verwendung von Reiterlibellen auftretenden systematischen Fehler können sich zu erheblichen Beträgen summieren und die Ergebnisse eines Abends um etwa 4'' verfälschen. Einflüsse des Windes sind teilweise schon bei geringen Windstärken feststellbar und unter Feldbedingungen daher fast immer wirksam. Die modernen automatischen Höhenkreiskompensatoren eröffnen jedoch eine Möglichkeit, diesen Fehlern aus dem Wege zu gehen.

Es sei noch kurz auf die systematischen Kippachs-Taumelfehler hingewiesen, die durch Stützenlibellen oder Neigungsmesser nicht erfaßbar sind, während Achslibellen verfälschte Werte liefern. Diese sekundären Achsfehler sind eine Folge der „Zapfungleichheit“, genauer der ungleichen Durchmesserfehler beider Achszapfen. Bei modernen Sekundentheodoliten liegen aber die Durchmesserfehler unter $0,3 \mu\text{m}$ (Toleranz nach [1] $0,5 \mu\text{m}$), so daß für 10 cm Lagerabstand die zenitdistanzabhängigen Neigungs- und Richtungsänderungen 0,6 nicht überschreiten dürften. Tatsächlich stimmen die in Kapitel 5 und 6 angeführten DKM2-A-Azimute mit den Referenzwerten gut überein. Bestehen die Durchmesserfehler nur in einer Elliptizität, treten bei rechtwinkligen V-Lagern keine Neigungsfehler auf, während die Richtungsänderungen unter 0,4 bleiben. (Zum Vergleich seien Maximalwerte aus [11] zitiert:

DKM3 0,"2 bzw. 0,"3, T4 0,"5 bzw. 0,"7; beim T4 kommt ein nicht reproduzierbarer azimuthaler Wälzeffekt bis 0,"75 hinzu). Weitere Neigungs- und Richtungsfehler entstehen durch jedes Hantieren am Theodolit, können jedoch unter 1" gehalten werden und sind teils zufälliger Natur, teils in beiden Kreislagen umgekehrt wirksam.

2. Neigungsbestimmung mit Höhenkreiskompensatoren

Unter Annahme hinreichend exakt gefertigter Achsen kann die Neigungskorrektur (2) im Rahmen der Koinzidenzgenauigkeit mit Hilfe des Höhenkreismikrometers und des Kompensators bestimmt werden [6]. Von Kollimation und Kippachsfehler sei im folgenden abgesehen, da ihr Einfluß bei Messung in zwei Kreislagen verschwindet und Polaris in diesem Zusammenhang als unbewegtes Ziel anzusehen ist. Wenn die ideale Stehachse um den Winkel ν gegen das Lot geneigt ist und das Azimut u der Zielachse in gewohnter Weise auf die Richtung des Gefälles bezogen wird, ist in Kreislage I die Zenitdistanz des geklemmten Fernrohrs bzw. die mittlere Kippachsneigung

$$z_u = \bar{z} + \nu \cdot \cos u \qquad i_u = -\nu \cdot \sin u$$

und somit

$$i_u = \frac{1}{2} \left(z_u + \frac{\pi}{2} - z_u - \frac{\pi}{2} \right). \qquad \dots (3)$$

Dank des Höhenkompensators ergibt sich die wirksame Kippachsneigung als halbe Differenz von Mikrometerlesungen, wenn man den geklemmten Höhenkreis in den quer zur Steilvisur liegenden Azimuten koinzidiert. Bei der Polarismethode führt man diese östliche und westliche Koinzidenz zweckmäßig zwischen den Polarsternzielungen verschiedener Kreislagen aus. Die innere Genauigkeit der Neigungsbestimmung nach (3) ist bei modernen Theodoliten mit ihren ausgezeichneten Ableseoptiken besser als eine halbe Sekunde, die Fehler der Kompensatoren (ca. $\pm 0,"3$) bleiben im allgemeinen unwesentlich. Versuchsmessungen am Kern DKM2-A und Zeiß Th2 ergaben als mittleren Fehler einer zweifachen Koinzidenz etwa $\pm 0,"6$, in i somit $\pm 0,"4$. (Der erste Wert erfährt eine unabhängige Bestätigung durch den mittleren Gewichtseinheitsfehler einer DKM2-A-Meßreihe [4] nach der Methode gleicher Höhen). Etwaige einseitige Auffassungsfehler der Koinzidenzen ($1-2''$) fallen bei zügiger Meßabfolge wegen der Differenzbildung weitgehend heraus. Eines der untersuchten Th2-Instrumente zeigte unmittelbar nach sehr raschen Schwenkungen bis $3''$ kleinere Zenitdistanzen; bei der Neigungsbestimmung mit mechanischen Kompensatoren (Gelenkviereck, siehe [7]) sollte man daher abrupte Drehungen vermeiden.

Prinzipiell läßt sich (3) auch bei älteren Theodoliten mit der Libelle des Höhenkreises anwenden, welche eine Reiterlibelle nahezu ersetzen kann und im Gegensatz zu dieser gegen thermische Einflüsse und Wind gut geschützt ist. Mühevolleres Einspielen und Kreiskoinzidieren erübrigt sich, wenn man die Abstände der gespiegelten Blasenenden mit einem kleinen Maßstab ausmißt. Auf diese Weise hat der Verfasser mit dem T2 unter erheblicher Zeitersparnis trotz Parswerten von $20''/2$ mm innere Genauigkeiten der Neigungsbestimmung von $\pm 0,"6$ erzielt.

Da die Neigungsmessung in anderen Stellungen als die Polariszielung erfolgt, wären die genannten Zahlenwerte nur bei idealen Stehachsen und hundertprozentig stabiler Aufstellung mit äußeren Genauigkeiten gleichzusetzen. Die zweite Forderung wird natürlich von Pfeilern, aber auch von guten Stativen hinreichend ($< 1''$) erfüllt, Taumelfehler sind jedoch aus fertigungstechnischen und konstruktiven Gründen bei allen Theodoliten zu erwarten. Ihre Komponenten in Richtung der Ziel- und Kippachse werden im folgenden als Längs- und Querfehler L , Q bezeichnet und wie in (3) mit Indizes entsprechend der Alhidadenrichtung versehen. Abgesehen von geringfügigen Zapfenungleichheiten der Kippachse wirkt auf die Steilvisur ihre mittlere Neigung aus beiden Kreislagen

$$\begin{aligned} i_u' &= \frac{1}{2} (-v \cdot \sin u + Q_u + v \cdot \sin [u + \pi] - Q_{u + \pi}) = \\ &= -v \cdot \sin u + \frac{1}{2} (Q_u - Q_{u + \pi}), \quad \dots (4a) \end{aligned}$$

während die Höhenkreiskoinzidenzen den Wert

$$\begin{aligned} i_u'' &= \frac{1}{2} \left(v \cdot \cos \left[u + \frac{\pi}{2} \right] + L_{u + \frac{\pi}{2}} - v \cdot \cos \left[u - \frac{\pi}{2} \right] - L_{u - \frac{\pi}{2}} \right) = \\ &= -v \cdot \sin u + \frac{1}{2} \left(L_{u + \frac{\pi}{2}} - L_{u - \frac{\pi}{2}} \right) \quad \dots (4b) \end{aligned}$$

liefern, welcher um die halben Differenzen der Längs- und Querfehler verfälscht ist. Ob die Azimutmessungen hievon zufällig oder systematisch beeinflusst werden, hängt von der Charakteristik und Periodizität der Taumelbewegungen ab. Sie beeinträchtigen die Neigungsbestimmung mit Kompensatoren kaum, wie die folgenden Untersuchungen an sieben verschiedenen Sekundentheodoliten zeigen.

3. Zylindrische Stehachsen

Die meisten Universalinstrumente besitzen zylindrische Vertikalachsen, deren Genauigkeit von der Führungslänge, dem Spiel zwischen Zapfen und Bohrung sowie der Verteilung des Fettfilmes abhängt. Geprüft wurden die Achsen je zweier Zeiß Th2- und Wild T2-Theodolite, wovon letztere allerdings noch nicht mit dem neuen Höhenkompensator ausgestattet waren. Drei der Theodolite wurden dem Verfasser von den Instituten für Allgemeine Geodäsie und für Landesvermessung der TU Wien zur Verfügung gestellt, wofür herzlicher Dank ausgesprochen sei. Die Messungen fanden auf Pfeilern im Meßkeller der TU Wien statt, so daß thermische Einflüsse auf die zur Bestimmung der Querfehler notwendigen Reiterlibellen ($p = 2''$ bzw. $4''/2$ mm) minimal blieben.

Um bei vertretbarem Zeitaufwand genügend dichtes Zahlenmaterial zu erhalten, wurden die Ablesungen pro Durchgang in 12 äquidistanten Richtungen vorgenommen. Bewährt hat sich die Reihenfolge 0, 90, 180, 270, 30, 120, 210, 300, 60, 150, 240, 330°, die einen Kompromiß zwischen 30°- und 180°-Schritten darstellt. Kleine bzw. gemächliche Schwenkungen sind angesichts mechanischer Kompensatorfehler angezeigt, während bei 180°-Drehungen der Einfluß abrupterer Änderungen

und systematischer Koinzidenzfehler auf die Bestimmung der mittleren Stehachsneigung am kleinsten ist. Die Richtungen beziehen sich zweckmäßigerweise auf eine bestimmte Stelle des Unterbaues, etwa den Kreisverstellungsknopf.

Die Komponenten x , y der mittleren Stehachsneigung in den Richtungen $\alpha = 0^\circ$ und 90° wurden aus den zweimal 12 Lesungen l_i (Mikrometer bzw. Blasenmitte) durch Ausgleich nach vermittelnden Beobachtungen berechnet. Für die Längsfehler lauten die auf Tektronix TEK 31 ausgewerteten Formeln

$$x = \frac{2}{n} [\cos \alpha_i \cdot l_i] \quad y = \frac{2}{n} [\sin \alpha_i \cdot l_i] \quad z = \frac{[l_i]}{n} \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad \dots (5)$$

Die ausgeglichenen Differenzen $l_i - x \cdot \cos \alpha_i - y \cdot \sin \alpha_i - \bar{z}$ der Meßwerte enthalten neben den Taumelbewegungen noch die Koinzidenz- bzw. Ablesefehler, die aber nach Kapitel 2 weit unter $1''$ liegen. In den Abbildungen stellen die Linienzüge jeweils Mittelwerte der Längs- und Querfehler von drei aufeinanderfolgenden Durchgängen dar.

Die Längsfehler der beiden Th2-Exemplare (Abb. 1–2) betragen im Schnitt $\pm 1,0''$ bzw. $1,1''$ und liegen zu 92% unter $2''$, die Querfehler sind mit $\pm 1,4''$ etwas größer. Der Unterschied dürfte auf die Empfindlichkeit dieser Theodolite gegen seitliche Belastungen zurückgehen, welche nach Aufstecken der Nachtbeleuchtung schon an der Alhidadenlibelle (!) deutlich festzustellen ist, sich aber beim Meßvorgang dank der leichtgängigen konzentrischen Bedienungsknöpfe doch nur wenig auswirkt. Die Stehachse ist jedenfalls weniger stabil als der neuartige Unterbau [7] und verlangt sorgfältige Instrumentenbedienung. Wichtiger als die Kleinheit der Taumelfehler ist die Tatsache, daß sie sich nahezu regellos verhalten, wie die durcheinanderlaufenden Linienzüge zeigen. Daher steigt mit zunehmender Satzanzahl neben der inneren auch die äußere Genauigkeit von Azimutmessungen an, systematische Neigungsfehler sind kaum zu befürchten.

Die Taumelfehler von T2-Stehachsen sind noch etwas kleiner und erreichten nur in 3 von 96 Fällen $2''$. Die Durchschnittswerte von Abb. 3 betragen $\pm 1,0''$ und $\pm 0,7''$, von Abb. 4 $\pm 0,9''$ und $\pm 0,7''$. Auch hier handelt es sich um eine praktisch zufällige Charakteristik, so daß der Theodolit für die beschriebene Neigungsbestimmung gut geeignet und eine Reiterlibelle überflüssig ist. Bei normaler Handhabung der Bedienungsknöpfe bleiben die Neigungsänderungen unter $\pm 1''$, erst grobe Manipulation verursacht Werte von $2''$.

Aus den Originaldaten von Th2 und T2 geht hervor, daß eine nach (3) ermittelte Neigung die äußere Genauigkeit von $\pm 1,3''$ bzw. $\pm 1,0''$ aufweist, während die innere mit Kompensator $\pm 0,4''$ beträgt. Wie in Abschnitt 5 gezeigt wird, ist dies für Zielungen mit Sekundentheodoliten ausreichend. Um das Schmiermittel zwischen Zapfen und Bohrung besser zu verteilen, sollte man sich dennoch angewöhnen, beim Kreislagen- und Zielwechsel die Alhidade immer im gleichen Sinn weiterzubewegen. Will man an einem einzelnen Abend optimale Ergebnisse erreichen, ist es außerdem günstig, den Unterbau auf dem Pfeiler bzw. Stativ ein- oder mehrmals zu verdrehen.

Zum Vergleich seien aus [11] die Taumelfehler eines Wild T4 genannt, der allerdings ein halbkinematisches Achsensystem besitzt. Sie zeigen hauptsächlich Perioden von 8860° , 784° , 579° und 60° mit Einzelamplituden bis $0,6''$. Die qua-

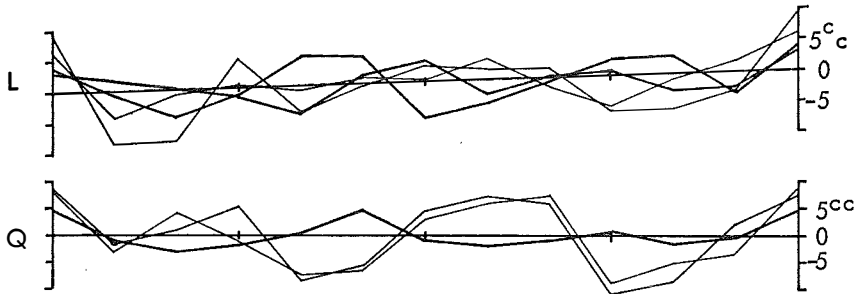


Abb. 1: Th2 Nr. 72743

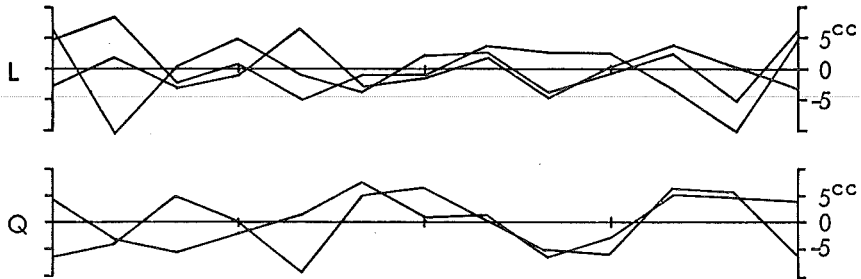


Abb. 2: Th2 Nr. 64488

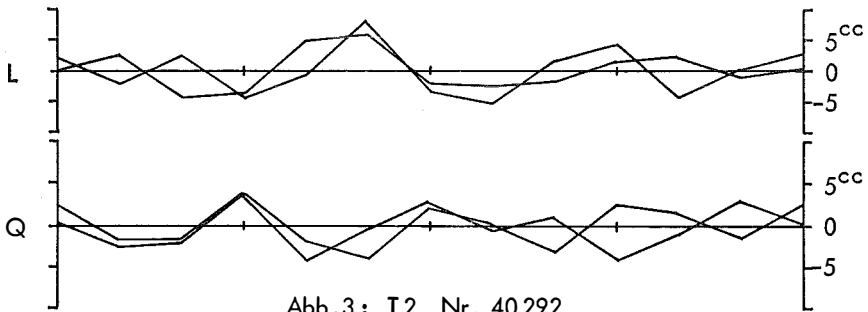


Abb. 3: T2 Nr. 40292

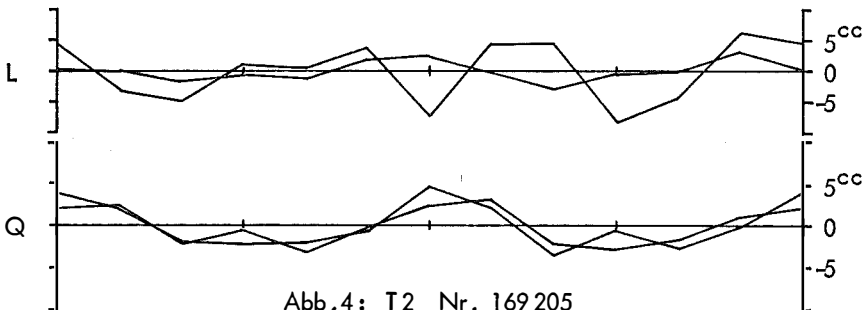


Abb. 4: T2 Nr. 169205

Abb. 1—4:

Taumelfehler von Th2- und T2-Stehachsen (Längs- und Querkomponenten). Messung in 12 äquidistanten Alhidadenstellungen 0—360° zum Unterbau, jeweils Mittel aus drei Durchgängen

dratischen Mittelwerte der Längs- und Querkomponenten betragen je $\pm 0,4''$, ihre Maximalwerte $1,1''$ bzw. $0,9''$.

4. Achsialkugellager-Stehachsen

Bei der Achskonstruktion des Kern DKM2-A, welche H. Wild schon 1938 im DKM2 eingeführt hat, wird die Stehachse durch eine horizontale Kugellaufbahn mit ca. 11 cm Durchmesser definiert [1]. Ihre Genauigkeit hängt nur von der Ebenheit der Lauffläche ab, weil die Kugeln innerhalb $0,1 \mu\text{m}$ gleiche Größe haben. Der DKM2-A besitzt ferner einen Flüssigkeitskompensator, der auch nach Erschütterungen keine systematischen Fehler zeigt und seine hohe Nenngenaugkeit von $\pm 0,3''$ im praktischen Einsatz unter Beweis stellt [4].

Zur Prüfung der Achsfehler wurden drei am Institut für Höhere Geodäsie vorhandene Theodolite herangezogen. Die Längskomponenten wurden wie vorhin mit Kompensator und Höhenkreismikrometer bestimmt (Genauigkeit einer dreifachen Koinzidenz im Meßkeller $\pm 0,4''$), die Querkomponenten mit einer aufgesetzten $4''$ -Libelle (2 Lesungen $\pm 0,4''$) bzw. im Fall der Abb. 7 mit einem speziellen Kippachsmikrometer (4 Koinzidenzen $\pm 0,6''$, siehe Schlußkapitel). In den Abbildungen 5–7 sind wieder die Mittel je dreier aufeinanderfolgender Meßreihen dargestellt, wobei die drei Originalwerte im Gegensatz zu den Zylinderachsen meist innerhalb $0,6''$ zusammenfallen.

Daß sich die Linienzüge praktisch decken, bedeutet eine weitgehende Reproduzierbarkeit der Stehachsbeugung. Die Taumelfehler erreichen jedoch Beträge von $1-2''$ und zeigen eine ausgeprägte 120° -Periode. Letztere hat ihre Ursache in den Dreipunktauflagen von Lauf- und Tragrings, die lokale Spannungen erzeugen. Nach [1] liegen die Deformationen unter $\pm 1''$, was aber offenbar zu gering angesetzt ist. Auch die Stehachse eines DKM3 verhält sich ähnlich, nur liegen die Maximalbeträge bei $\pm 0,8''$ [11]; der institutseigene DKM3-A Nr. 162 312 zeigt Taumelfehler von $\pm 0,7''$.

Der Längsfehler L verläuft mit rund 30° Phasenverschiebung hinter Q , was sich mit einem einfachen Modell veranschaulichen läßt: der Laufring des Kugellagers wird durch die Theodolitstützen versteift und liegt auf dem dreifach ausgebuchteten Tragrings auf. Weil die Neigungsbestimmung mittels Höhenkompensator in gegenüber der Steilvisur um 90° verschwenkten Azimuten erfolgt, kommt es im Verein mit der 120° -Taumelperiode und der 30° -Phasenverschiebung zu dem Effekt, daß einem aufsteigenden Ast von Q_u ein absteigender von $L_u + \frac{\pi}{2}$ entspricht und umgekehrt. Daher wird (4a), (4b) etwa gleichstark, aber im entgegengesetzten Sinn beeinflußt. Die Differenz

$$i_u'' - i_u' = \frac{1}{2} \left(L_u + \frac{\pi}{2} - L_u - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{1}{2} (Q_u - Q_u + \pi) \quad \dots (6)$$

nimmt rasch große Werte an, so daß ohne Kenntnis oder Berücksichtigung der Taumelfehler die Azimute bis zum Maximalbetrag

$$|i_u'' - i_u'|_{\max} \cdot \text{ctg } z = (|L|_{\max} + |Q|_{\max}) \cdot \text{ctg } z \approx 3'' \cdot \text{tg } \varphi \quad \dots (7)$$

verfälscht werden können. Bei Polarismessungen in mittleren Breiten bedeutet dies rund $3''$, was der Größenordnung systematischer Libellenfehler entspricht und den Vorteil der besprochenen Methode zunichte machen würde.

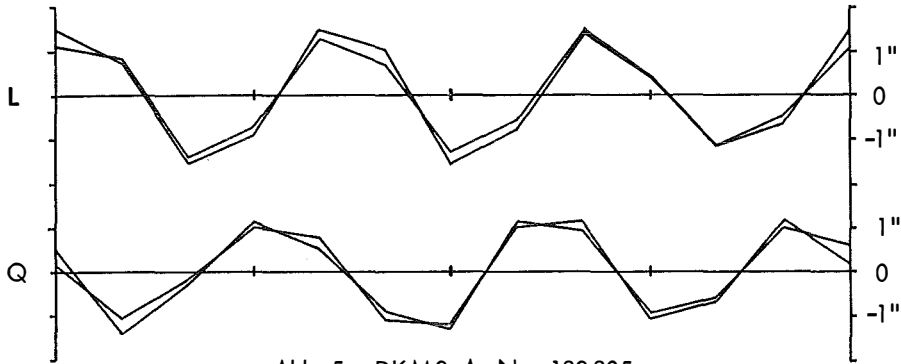


Abb. 5: DKM2-A Nr. 182805

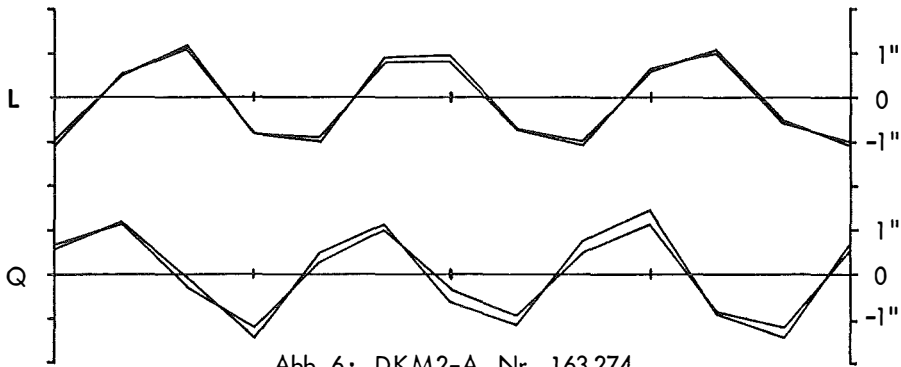


Abb. 6: DKM2-A Nr. 163274

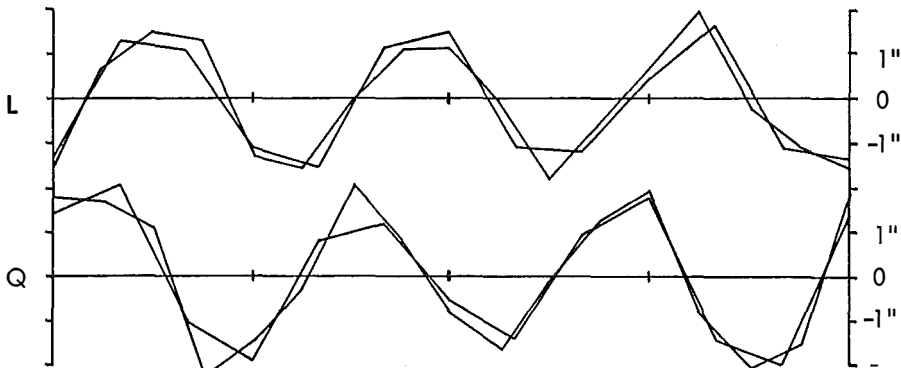


Abb. 7: DKM2-A Nr. 231119

Abb. 5–7:

Taumelfehler von DKM2-A-Stehachsen (Längs- und Querkomponenten). Jeweils Mittel aus drei Durchgängen in 12 bzw. 16 äquidistanten Alhidadenstellungen

Man muß es jedoch nicht dem Zufall überlassen, ob und in welche Richtung das Resultat verfälscht wird. Hierbei erweist sich die gute Reproduzierbarkeit der Bewegung von Kugellager-Stehachsen als entscheidender Vorteil. Die Maximalfehler sinken beispielsweise auf etwa die Hälfte, wenn eine Fußschraube nach Norden weist [6]; von dieser Möglichkeit wurde in einem Teil der Probemessungen Gebrauch gemacht — siehe nächstes Kapitel.

Praktisch fehlerfrei (innerhalb $m_i \approx 0,3''$) ist jede Neigungsmessung von Polariszielungen, wenn die vier Hauptrichtungen mit Nullstellen der Taumelfehler zusammenfallen. In Abbildung 6 und 7 trifft dies bei Fußschraubenazimuten von etwa 10° , 70° , 130° usw. zu. Als Grundlage genügt eine einzige Bestimmung der Längsfehler des verwendeten Theodolits, da die Kurvenform und Phasenverschiebung $L - Q$ über Jahre hinweg erhalten bleibt. Sogar ohne jede Detailkenntnis kann man präzise mittlere Neigungskorrekturen ableiten, wenn man die Azimutmessungen in beliebiger Lage beginnt und nach einigen Sätzen den Unterbau um 60° verdreht. Auf diese Weise kehrt sich das Vorzeichen des Fehlers (6) um, während er seinen Betrag gemäß Abb. 5–7 auf $\pm 0,3'' \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2+2} = \pm 0,3''$ beibehält. Damit sind für ein Satzpaar äußere Genauigkeiten der Neigungsbestimmung von $\pm 0,3''$ möglich, die jener von wind- und temperaturschutzten Sekundenlibellen [11] entsprechen.

Die Stehachse des DKM2-A hat noch weitere für die astrogeodätische Praxis positive Eigenschaften. Dank des großen Laufringes ist der Theodolit sehr unempfindlich gegen einseitigen Druck. Selbst grobe Manipulation führt nur Neigungsänderungen von $1''$ herbei, bei normaler Handhabung betragen sie kaum $0,5''$. Man darf das Instrument daher ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust auch mit Handschuhen bedienen, was für manche Gebirgsstationen einen entscheidenden Vorteil darstellt. Ferner kann — im Gegensatz zu zylindrischen Stehachsen — durch Temperatureinflüsse oder schlechte Schmiermittelverteilung kein Lagerspiel entstehen.

5. Probemessungen mit dem DKM2-A

Um die Neigungsbestimmung mittels Höhenkreiskompensator praktisch zu erproben, führte der Verfasser auf der Dachterrasse der TU Wien an neun Abenden Azimutmessungen durch. Es wurden hauptsächlich die zwei in Abb. 5 und 7 untersuchten Theodolite eingesetzt und insgesamt drei terrestrische Ziele beobachtet. Standpunkt war der Pfeiler 8 ($\varphi = 48^\circ 11' 50''$), von wo ein Diplomand des Institutes für Höhere Geodäsie [8] im Jahre 1973 die Azimute derselben Ziele mit einem Wild T4 bestimmt hatte. Da jeweils über 40 Sätze (Polarismethode) aus sieben bis acht Nächten vorliegen, können diese Ergebnisse als Referenz dienen:

Terrestrisches Ziel	Azimut nach [8]	Sätze	Distanz
Sendemast Kahlenberg, Positionslicht	$343^\circ 08' 25,83 \pm 0,16''$	40	9,3 km
Donauturm, rotes Blinklicht	$31^\circ 42' 01,95 \pm 0,20''$	50	5,7 km
Elisabethkirche, Zifferblatt-Zentrum	$143^\circ 55' 04,44 \pm 0,22''$	48	0,8 km

Allerdings dürften sie noch einen systematischen Fehler beinhalten, der von Zapfeningleichheiten der Kippachse herrührt und bei Polarisbeobachtungen immer gleichartig wirkt. Ein nachträgliches Achsnivellement des verwendeten T4 zeigte charakteristische Neigungsänderungen der Hängelibelle von $-0,7''$ bis $+0,9''$, die auf Taumelfehler der Kippachse von ca. $\pm 0,4''$ schließen lassen. Die Azimutalkomponente dürfte nach [11] etwas größer sein ($0,5:0,7''$), konnte aber nicht untersucht werden. Ein Neigungsmaximum tritt gerade bei $z \approx 315^\circ$ auf; diese Taumelkomponente hätte zur Folge, daß die obengenannten Azimute um rund $0,3''$ zu klein wären.

Mit dem DKM2-A wurde ebenfalls nach der indirekten Polarismethode im folgenden Schema beobachtet:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ziel (Kreislage I, 2 Einstellungen mit je 2 Koinz.)} \\ \text{Polaris (Kreislage I, 2 Einstellungen mit je 2 Koinz.)} \\ \text{Neigungsbestimmung (je 3 Koinzidenzen Ost/West)} \\ \text{Polaris (Kreislage II, 2 Einstellungen)} \\ \text{Ziel (Kreislage II, 2 Einstellungen)} \end{array} \right\} = 1 \text{ Satz}$$

Die Zeitnehmung der Polariszielungen (Bisektion am Mittelfaden) erfolgte mit einer auf Sternzeit regulierten Stoppuhr Ulysse Nardin. Die Tabelle enthält die Ergebnisse von 68 Sätzen, nach der Beobachtungszeit in 17 Gruppen zu je 4 Sätzen zusammengefaßt. Die Ortssternzeiten erstrecken sich von 9 bis 21 Uhr, 12 Sätze wurden nach Mitternacht gemessen. Alle Azimute beziehen sich auf den momentanen Pol; die Reduktionsunterschiede zu den Referenzmessungen liegen in summa unter $0,05''$.

An den beiden ersten Abenden wurden rote Positionslichter angezielt, die nicht gleichzeitig mit Polaris scharf zu fokussieren waren. Deshalb wählte der Verfasser später meistens das weiß beleuchtete Zifferblatt der Kirchturmuhre als Ziel, welches trotz seiner Nähe problemlos einzustellen war. Allerdings geht diese Visur knapp östlich an einem Kamin vorbei, was die Beobachtungen manchmal erschwerte. Daß an zwei Abenden nach Aufkommen westlicher Winde die Resultate deutlich größer ausfallen, könnte durch Lichtablenkung infolge der warmen Abgase verursacht sein.

Entsprechend der Empfehlung des vorigen Kapitels wurde am 3.—5. Abend eine Fußschraube bzw. in den folgenden Nächten eine Nullstelle des Quer-Taumelfehlers Q ungefähr nach Norden ausgerichtet. Ab diesem Zeitpunkt stimmen die Azimute mit den Referenzmessungen zufriedenstellend überein. Das Mittel aller „wahren“ Fehler ist $+0,54 \pm 0,41''$, ohne die Werte der ersten drei Zeilen (systematische Achseinflüsse) und der beiden vom Kamin beeinträchtigten Messungen sogar nur $+0,23 \pm 0,20''$. Getrennt nach den beiden Instrumenten ergibt sich $-0,16''$ und $+0,59''$, was zu einem Teil Resteinflüsse der Kippachs-Taumelfehler widerspiegeln könnte.

Die empirische innere Genauigkeit eines Satzes beträgt im quadratischen Mittel der 17 Gruppen $m = \pm 1,12''$. Aus den mehrfachen Polarseinstellungen folgt der mittlere Fehler einer Sternzielung samt zweifacher Koinzidenz zu $m_* = \pm 1,10''$, was mit dem Wert $\pm 1,12''$ von Meridian- und Polariszenitdistanzen [5] S. 71 harmoniert. Die terrestrischen Zielfehler sind nur etwa 5% kleiner. Da die Kreis-

Datum	Mittleres Azimut (aus je 4 Sätzen)	Inn. Gen. pro Satz	„Wahrer Fehler“				Mittel	Anmerkung
			einzelne Sätze					
9. 9. 74	31°41'58,“29 ± 0,“88	± 1,“77	- 1,“9	- 3,“5	- 6,“1	- 3,“1	- 3,“66	
12. 9. 74	343°08'30,“23 ± 0,“41	± 0,“82	3,“6	5,“5	4,“2	4,“2	4,“40	lockere Zenitokulare
12. 9. 74	08'27,“29 ± 0,“71	± 1,“33	0,“1	1,“7	1,“2	~ 4,“0	1,“46	
17. 7. 75	143°55'04,“17 ± 0,“24	± 0,“47	- 0,“2	- 0,“1	- 0,“9	0,“1	- 0,“27	ab hier eine Fußschraube nach Nord
17. 7. 75	55'05,“18 ± 0,“67	± 1,“33	0,“7	0,“8	- 1,“0	2,“4	0,“74	
17. 7. 75	55'03,“14 ± 0,“54	± 1,“07	- 1,“6	- 2,“7	- 0,“4	- 0,“5	- 1,“30	
12. 4. 76	143°55'04,“70 ± 0,“71	± 1,“42	- 1,“1	1,“1	- 0,“8	1,“8	0,“26	
12. 4. 76	55'06,“71 ± 0,“75	± 1,“50	0,“2	3,“5	2,“0	3,“3	2,“27	rauch. Kamin stört!
28. 4. 76	143°55'04,“98 ± 0,“28	± 0,“57	1,“3	0,“4	0,“5	- 0,“1	0,“54	
30. 4. 76	31°42'01,“94 ± 0,“42	± 0,“84	0,“8	- 0,“8	- 0,“7	0,“7	- 0,“01	ab hier eine Nullstelle von Q nach Nord
30. 4. 76	42'02,“33 ± 0,“66	± 1,“32	2,“3	0,“1	- 0,“3	- 0,“6	0,“38	
30. 4. 76	42'01,“83 ± 0,“52	± 1,“04	- 0,“2	- 0,“5	- 1,“1	1,“3	- 0,“12	
1. 5. 76	143°55'04,“85 ± 0,“58	± 1,“17	- 0,“6	0,“2	2,“1	- 0,“1	0,“41	
1. 5. 76	55'06,“40 ± 0,“42	± 0,“83	1,“0	1,“6	2,“5	2,“7	1,“96	rauch. Kamin stört!
5. 5. 76	143°55'06,“06 ± 0,“43	± 0,“85	1,“6	2,“2	2,“2	0,“4	1,“62	
7. 5. 76	143°55'04,“98 ± 0,“57	± 1,“13	- 0,“6	0,“1	0,“7	2,“0	0,“54	
7. 5. 76	31°42'01,“90 ± 0,“39	± 0,“77	0,“8	0,“3	- 0,“5	- 0,“8	- 0,“05	

teilungsfehler des DKM2-A $m_k \approx \pm 0,42$ ausmachen [1] und die Neigungsbestimmungen innere Genauigkeiten $m_i \approx \pm 0,4$ aufweisen, besteht zum erstgenannten Betrag eine Diskrepanz von

$$\Delta \approx \sqrt{m^2 - \frac{1}{2}(m_*^2 + 2m_k^2) - (m_i \cdot \operatorname{tg} \varphi)^2} = \\ = \sqrt{1,12^2 - \frac{1}{2} \cdot 1,10^2 - 0,42^2 - (0,4 \cdot \operatorname{tg} \varphi)^2} = \pm 0,52.$$

Sie dürfte neben halbsystematischen „Durchgangsfehlern“ der Sternbeobachtung (nach [5] ca. $\pm 0,3$) hauptsächlich aus Fehlern bestehen, die von der Zeigerstellung des angezielten Uhrzentrums abhängen und auch in [8] vermutet werden. Die jeweils zusammengefaßten vier Sätze dauerten nämlich im Schnitt fast 40 Minuten, weil ohne Protokollführer gearbeitet wurde. Ein Teil von Δ mag ferner auf Neigungsänderungen während des Satzes zurückgehen.

Für die 24 Messungen des 3.–5. Abends liegt der mittlere wahre Fehler von $\pm 1,52$ schon relativ nahe bei der inneren Genauigkeit $\pm 1,13$ eines Satzes. Der Unterschied wird wegen (6) noch geringer, wenn statt einer Fußschraube eine Nullstelle von Q nach Norden weist: die entsprechenden Zahlenwerte der letzten 32 Sätze (vier Abende) lauten $\pm 1,26$ und $\pm 1,01$. Ähnliches läßt sich für Satzpaare durch die früher erwähnten 60° -Verdrehungen des Unterbaues völlig voraussetzungsfrei erreichen. Dies bedeutet aber, daß, von den vielzitierten „Abendfehlern“ abgesehen, kaum systematische Einflüsse wirksam sind und der mittlere Fehler einer Gruppe beinahe der äußeren Genauigkeit entspricht.

Die innere Genauigkeit der oben tabulierten Azimutsätze wird unter gleichen Umständen auch von anderen Beobachtern (W. Rössler, Institut für Höhere Geodäsie; H. Veigl [12]) etwa erreicht. Sie ist mit jener von T4-Messungen vergleichbar, die nach [8], [10] S. 660 und [2] bei gleicher Beobachtungsanordnung $\pm 1,23$, $\pm 1,26$, $\pm 0,8$ (Pfeilerstation) bzw. $\pm 1,3$ (Hochstand) beträgt. Offenbar kann also der DKM2-A nach Elimination der systematischen Neigungsfehler ein großes Universalinstrument ersetzen.

Alle bisher genannten Werte gelten für Messungen auf einem stabilen Pfeiler. Wird der Sekundentheodolit auf einem Stativ montiert, steigen die Fehler natürlich etwas an. Leider konnten an der TU keine Azimute auf Stativ gemessen werden, weil die Terrasse mit Wegplatten auf Schotterbett belegt ist, die beim Stellungswechsel des Beobachters starke Neigungen verursachen. Wie die folgende Abschätzung zeigt, wirken sich aber die „Stativfehler“ so wenig aus, daß der Unterschied zum Pfeiler erst in längeren Beobachtungsreihen nachweisbar wäre.

Um die Fehleranteile trennen zu können, wurden bei Tag die Winkel zwischen sehr gut definierten Zielen gemessen. Mit einem DKM2-A ergaben sich bei mäßigem Wind (15 km/h) innere Genauigkeiten eines einfachen Winkels von $\pm 0,82$ (Pfeiler) und $\pm 1,00$ (Stativ), woraus ein zufälliger Stativfehler $m_s = \pm 0,40$ pro Einstellung folgte. Unter sehr ungünstigen Verhältnissen (böiger Wind 40 km/h, Regenschauer) waren die Genauigkeiten eines in beiden Kreislagen gemessenen Winkels $\pm 0,79$ bzw. $\pm 0,97$ mit $m_s = \pm 0,56$. Die Gesamtresultate auf Pfeiler und

Stativ stimmen an den zwei Tagen auf $+0,3''$ bzw. $-0,1''$ überein, so daß bei zügiger Meßfolge keine systematischen Stativeinflüsse zu befürchten sind.

Auch die Neigungsfehler wurden untersucht, zeigten aber keine nennenswerten Beträge. Streng eingestellte Stativ (Zeiß, Kern) reagieren auf die bei normaler Theodolitmanipulation auftretenden leichten Berührungen mit Neigungsänderungen $m_{is} < 1''$, die erst bei ziemlich grober Vorgangsweise auf $\pm 3''$ ansteigen. Wenn die Bedienungsknöpfe in den beiden Kreislagen mit ungefähr gleichem Druck betätigt werden, ist die gemessene mittlere Kippachsneigung praktisch frei von systematischen Fehlern. Gleichmäßiger Wind wirkt sich ebenfalls nicht negativ aus.

Ein mit dem DKM2-A auf Stativ gemessener Azimutsatz dürfte also unter normalen Feldbedingungen ($m_s \leq 0,6''$, $m_{is} < 1''$) in mittleren Breiten $\varphi \approx 48^\circ$ eine innere Genauigkeit von

$$m \approx \sqrt{\frac{1}{2}(m_*^2 + m_s^2 + \frac{1}{2}m_{is}^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + 2m_k^2) + \Delta^2 + (m_i^2 + \frac{1}{2}m_{is}^2) \operatorname{tg}^2 \varphi} \leq \\ \leq \sqrt{\frac{1}{2}(1,10^2 + 0,6^2 + 0,78^2 + 2 \cdot 0,42^2) + 0,5^2 + 0,90^2} = \pm 1,53''$$

besitzen. Sie liegt auch im ungünstigeren Fall nur ein Drittel über dem Pfeilerwert $\pm 1,12''$. Daß die Verwendung eines Statives wesentliche Einsparungen an Kosten und Zeit mit sich bringt, liegt auf der Hand.

6. Abschließende Betrachtungen

Grundsätzlich gibt es noch andere Möglichkeiten, die auf Steilvisuren wirksame Achsneigung zu bestimmen oder auszuschalten. Man kann zum Beispiel die Neigungseinflüsse direkt an der Ziellinie kompensieren, wie dies beim Jenauer Theo 002 durch einen Pendelspiegel geschieht. An Sekundentheodoliten sind derartige Konstruktionen nicht möglich und auch kaum sinnvoll. Die Firma Kern hat jedoch einen anderen Weg eingeschlagen und in einige Exemplare des DKM2-A spezielle Kippachsmikrometer eingebaut. Dies ist möglich, weil die Flüssigkeit des Höhenkreiscompensators natürlich auch in Kippachsrichtung horizontal steht.

Ein derartiges Instrument befindet sich am Institut für Höhere Geodäsie der TU Wien und wird gegenwärtig von einem Diplomanden unter Leitung von Prof. Dr. K. Bretterbauer auf seine astro-geodätische Eignung untersucht [12]. Die vorläufigen Resultate von 66 bzw. 78 Azimutmessungen nach zwei Zielen folgendes erkennen: die größten Differenzen der acht bzw. neun Abendmittel sind $2,3''$ und $2,2''$, während ihre mittleren Fehler bei $\pm 0,7''$ liegen. Die innere Genauigkeit eines Satzes beträgt etwa $\pm 1,53''$, wobei im Gegensatz zu den im vorigen Kapitel angeführten Messungen nur eine terrestrische Zielung pro Kreislage vorgenommen wurde. Referenzbeobachtungen dreier Abende (8–12 Sätze) ergaben die „wahren“ Fehler $+0,4''$, $-0,6''$ und $-1,8''$, im Mittel $-0,66 \pm 0,58''$. Der Verfasser hat mit demselben DKM2-A 28 Sätze gemessen, welche innere Genauigkeiten von $\pm 1,32''$ und wahre Fehler zwischen $-2''$ und $+3''$ zeigen; die sieben Abendwerte liegen zwischen $-0,76''$ und $+1,29''$, ihr Mittel beträgt $+0,41 \pm 0,23''$. Die optische Qualität der Koinzidenzmarken des Kippachsmikrometers ist allerdings

noch verbesserungswürdig. Übrigens hat gerade dieser Theodolit (siehe Abbildung 7) Stehachs-Taumelfehler bis 2".

Wie die vorigen Kapitel zeigen, können aber auch mit normalen Sekundentheodoliten Azimutmessungen hoher Genauigkeit durchgeführt werden. Wenn die mittlere Kippachsneigung gemäß (3) mit dem Höhenkompensator bestimmt und auf die Besonderheiten der Taumelfehler geachtet wird, sind mit dem DKM2-A Satzgenauigkeiten von $\pm 1,2''$ leicht erreichbar, so daß sich große Universale auch für Punkte 1. Ordnung erübrigen. Beobachtungen mit den Sekundentheodoliten T2 und Th2 lassen mittlere Fehler von $\pm 1,7''$ bzw. $\pm 1,9''$ erwarten, die bei vier Sätzen auf unter 1" absinken. Von „Abendfehlern“ abgesehen, ist die Differenz zwischen innerer und äußerer Genauigkeit relativ klein. Die systematischen Fehler sind beim DKM2-A von der Größenordnung 0,5 und können allenfalls durch Referenzbeobachtungen ermittelt werden. Messungen am Stativ liefern um 0,3 höhere mittlere Fehler, systematische Einflüsse scheinen dabei nicht aufzutreten.

Daß somit Reiterlibellen überflüssig werden, wirkt sich angesichts ihrer diversen regelmäßigen Fehler vor allem bei Wind und auf höher gelegenen Punkten sehr positiv aus. Nachdem moderne Sekundentheodolite auch für genaue Breiten- und Längenbestimmungen ($\pm 0,3''$) hervorragend geeignet sind [4] [6], sollten sich die astrogeodätischen Meßtrupps ihre Arbeit im buchstäblichen Sinne leicht machen. Bedenkt man schließlich die Tatsache, daß auf vielen Feldstationen infolge äußerer Einflüsse die Abendmittel um $\pm 1''$ streuen [2], ist ein guter Sekundentheodolit mit Höhenkreiskompensator das ideale Instrument für Laplacepunkte im Hochgebirge.

Die vorgeschlagene Methode der Neigungskorrektion ist natürlich auch für Präzisionsvermessungen in steilem Gelände und für Ablotungen geeignet. Im ersten Fall wird man zweckmäßigerweise statt zahlreicher individueller Neigungen nur zwei Komponenten des Stehachsfehlers bestimmen.

Literatur

[1] *Aeschlimann, H.*: Der neue Sekundentheodolit Kern DKM2-A. Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik, Fachblatt, Jg. 70, S. 15–28, Winterthur 1972.

[2] *Bretterbauer, K.*: Refraktionsanomalien und die Genauigkeit astronomisch-geodätischer Beobachtungen. Vortrag bei der Int. Conference on Geodetic Measuring Technique, Budapest 1966.

[3] *Deichl, K.* und *H. Ludwig*: Zur Eichung von Sekundenlibellen. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jg. 96, S. 193–202, Stuttgart 1971.

[4] *Gerstbach, G.*: Astronomische Breiten- und Längenbestimmung mit dem DKM2-A. Kern-Bulletin Nr. 22, S. 3–6, Aarau 1975.

[5] *Gerstbach, G.*: Analyse persönlicher Fehler bei Durchgangsbeobachtungen von Sternen. Geowissenschaftliche Mitteilungen, Heft 7, S. 51–102, Wien 1975.

[6] *Gerstbach, G.*: Astro-geodätische Messungen hoher Genauigkeit mit kleinen Instrumenten. Vortrag am 17. März 1976, Außeninstitut der TU Wien. Geowissenschaftliche Mitteilungen, voraussichtlich Heft 11, Wien 1976.

[7] *Hallermann, L.*: Einige Ergebnisse der Untersuchungen an Sekundentheodoliten. Int. Konferenz über Methoden und Instrumente der geodätischen Netzverdichtung, Budapest 1970.

[8] *Hauswirth, E. K.*: Die Bestimmung astronomischer Azimute mittels der Polarismethode. Nicht veröffentl. Diplomarbeit, Institut für Höhere Geodäsie, TU Wien 1974.

[9] *Milovanović, V.*: Beitrag zur Erklärung der Systematischen Fehler bei der astronomisch-geodätischen Ortsbestimmung. DGK Reihe C, Heft 129, München 1968.

[10] Ramsayer, K.: Jordan/Eggert/Kneißl, Handbuch der Vermessungskunde, 10. Auflage, Band IIa: Geodätische Astronomie, Stuttgart 1970.

[11] Schwebel, R.: Untersuchung instrumenteller Fehler von Universal- und Passageinstrument mit Hilfe von Autokollimation. DGK Reihe C, Heft 117, München 1968.

[12] Veigl, H.: Untersuchung eines neuen Sekundentheodolits der Fa. Kern auf seine Eignung zur astronomischen Ortsbestimmung (Arbeitstitel). Diplomarbeit, Institut für Höhere Geodäsie, TU Wien 1976.

Eine Bedingungsgleichung für eine Diagonale über mehrere Dreiecke eines Streckennetzes

Von K. R. Neumayr, Graz

1. Einleitung

In Streckennetzen treten neben den bekannten Bedingungsgleichungen (Diagonalenviereck, Zentralbedingung) auch Bedingungsgleichungen für Diagonale auf, welche über mehrere Dreiecke des Streckennetzes gehen. Für die Aufstellung dieser Bedingungsgleichung wird in [1] S. 636 bis 640 ein allgemeiner Weg aufgezeigt (— die Feststellung in [2] S. 63, das Aufstellen einer nichtlinearen Bedingungsgleichung sei unmöglich, trifft nicht zu —). Die praktische Aufstellung bereitet jedoch Schwierigkeiten, weil bisher ein Schema hierfür fehlte. Auf Anregung von K. Rinner wurde die Aufgabe einer schematischen Aufstellung dieser Bedingungsgleichung untersucht und ein Lösungsweg gefunden. Über diesen wird nachstehend berichtet.

2. Ableitung der Bedingungsgleichung

2.1. Ansatz:

Vom Anfangspunkt A der Diagonale $S_{A,B}$ wird über die Netzseiten S_i ($i = 1, n$) ein Polygonzug zum Endpunkt der Diagonale B gelegt. Als Brechungswinkel β_i ($i = 1, n - 1$) werden einfache Dreieckswinkel oder ihre Ergänzung auf 400^g verwendet, ihre Berechnung erfolgt mit Hilfe der gegenüberliegenden Seiten p_i ($i = 1, n - 1$). Diese Seiten erhalten ein Vorzeichen je nachdem, ob sie links ($\text{sign.}(p_i) = +$) oder rechts ($\text{sign.}(p_i) = -$) vom Polygonzug (in der Richtung der Bezeichnung) liegen (siehe Fig. 1 a, 1 b, 1 c).

